第二十六章

26.6 宇宙大爆炸遗留在宇宙空间的均匀各向同性的背景热辐射相当于 3 K 黑体辐射
(1) 此辐射的光谱辐射出射度 M_ν 在何频率处有极大值?
(2) 地球表面接收此辐射的功率是多大?

解: (1) $\nu_m = C_\nu T = 5.88\times10^{10}\times3 = 1.764\times10^{11}\ Hz$

(2) $P = M\cdot4\pi R^2 = 4\pi\sigma T^4R^2 = 4\pi\times5.67\times10^{-8}\times3^4\times(6400\times10^3)^2 = 2.364\times10^9\ W$

26.11 铝的逸出功是 4.2 eV,今用波长为 200 nm 的光照射铝表面,求:
(1) 光电子的最大动能;
(2) 截止电压;
(3) 铝的红限波长。

解: (1) $E_{km} = h\nu - A = h\cdot\frac{c}{\lambda} - A = 6.63\times10^{-34}\times\frac{3\times10^8}{200\times10^{-9}}\times\frac{1}{1.6\times10^{-19}} - 4.2 = 2.0eV$

(2) $U_c = \frac{E_{km}}{e} = \frac{2.0}{1} = 2.0V$

(3) $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{A} = \frac{6.63\times10^{-34}\times3\times10^8}{4.2\times1.6\times10^{-19}} = 2.96\times10^{-7}m$

26.15 入射的 X 射线光子的能量为 0.60 MeV,被自由电子散射后波长变化了 20%。求反冲电子动能。

解: $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{1.2\lambda_0} = \frac{E_0}{1.2}$

$E_e = E_0 - \frac{E_0}{1.2} = \frac{E_0}{6} = \frac{0.6}{6} = 0.1\ MeV$

*26.22 试重复德布罗意的运算。将式(26.23)和式(26.24)中的质量用相对论质量 $\left(m=m_0\Big/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)$ 代入,然后利用公式 $v_g=\frac{d\omega}{dk}=\frac{d\nu}{d(1/\lambda)}$。证明:德布罗意波的群速度 v_g 等于粒子的运动速度 v。

证: 由 $d\nu = d\frac{mc^2}{h} = \frac{c^2}{h}dm$, $d(\frac{1}{\lambda}) = d(\frac{mv}{h}) = \frac{vdm+mdv}{h}$ 知

$v_g = \frac{d\nu}{d(\frac{1}{\lambda})} = \frac{c^2}{h}\cdot\frac{hdm}{vdm+mdv} = \frac{c^2\frac{dm}{dv}}{v\frac{dm}{dv}+m}$

代入 $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$, $\frac{dm}{dv} = \frac{m_0v}{c^2(1-\frac{v^2}{c^2})^{\frac{3}{2}}}$ 有

$$V_g = \frac{C^2 \cdot \frac{m_0 V}{C^2 \cdot (1-\frac{V^2}{C^2})^{\frac{3}{2}}}}{V \cdot \frac{m_0 V}{C^2(1-\frac{V^2}{C^2})^{\frac{3}{2}}} + \frac{m_0}{(1-\frac{V^2}{C^2})^{\frac{1}{2}}}}$$

$$= \frac{V}{\frac{V^2}{C^2} + 1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

$$= V$$

26.30 证明：一个质量为 m 的粒子在边长为 a 的正立方盒子内运动时，它的最小可能能量（零点能）为

$$E_{\min} = \frac{3\hbar^2}{8ma^2}$$

证：取 $\Delta x = a$，有 $\Delta P_x \geqslant \frac{\hbar}{2\Delta x} = \frac{\hbar}{2a}$

取 $P_x \approx \Delta P_x$，有 $P_x \geqslant \frac{\hbar}{2a}$

同理可得 $P_y = \frac{\hbar}{2a}$，$P_z = \frac{\hbar}{2a}$

故 $E_{\min} = \frac{P_{\min}^2}{2m} = \frac{P_{x_1 \min}^2 + P_{y \min}^2 + P_{z \min}^2}{2m} = \frac{3\hbar^2}{8ma^2}$