电路原理习题卡片 6-1

题号 冯慈璋，《电磁场》，二版，5-10

题文 设有一垂直放置的单元辐射子作为辐射天线。已知 $q_m = 3\times10^{-7}$ 库，$f=$ 5 兆赫，$\Delta l = 0.5$ 米。求与地面成 $40°$ 角度，离单元辐射子中心分别为 5 米及 5 千米处的 E 和 H 的表达式。

解：波長 $\lambda = c/f = \dfrac{3\times10^8}{5\times10^6} = 60.0$ m

1. 在 5 米处：$r \ll \lambda$ 按近区处理

$$\vec{E} = \vec{r}^{\circ}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} + \frac{i}{4\pi\varepsilon_0 c r^2}\right)2\cos\theta\cdot\Delta l + \vec{\theta}^{\circ}\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} + \frac{i}{4\pi\varepsilon_0 c r^2} + \frac{i'}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\right)\sin\theta\cdot\Delta l$$

$$\vec{H} = \vec{\alpha}^{\circ}\left(\frac{i}{4\pi r^2} + \frac{i'}{4\pi c r}\right)\sin\theta\cdot\Delta l$$

$$q = q_m\sin(\omega t) = 3\times10^{-7}\sin(31.4\times10^6 t) \quad \text{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega q_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 9.42\sin(31.4\times10^6 t + \frac{\pi}{2}) \quad \text{A}.$$

$$i' = \frac{di}{dt} = 295.9\times10^6\sin(31.4\times10^6 t + \pi) \quad \text{A/s}$$

$$\frac{q}{r^3} : \frac{i}{cr^2} : \frac{i'}{c^2 r} = \frac{3\times10^{-7}}{5^3} : \frac{9.42}{3\times10^8\times5^2} : \frac{295.9\times10^6}{9\times10^{16}\times5} = (24 : 12.56 : 6.57)\times10$$

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = 21.58 \quad \text{V/m}^2$$

$$\frac{i}{4\pi\varepsilon_0 c r^2} = 11.29 \quad \text{V/m}^2$$

$$\frac{i'}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} = 5.91 \quad \text{V/m}^2$$

$$\frac{i}{4\pi r^2} = 0.02998 \quad \text{A/m}^2$$

$$\frac{i'}{4\pi c r} = 0.0157 \quad \text{A/m}^2$$

$$\therefore \vec{E} = \vec{r}^{\circ}(21.58\overset{\sin\omega t}{\wedge} + 11.29\overset{\sin(\omega t+\frac{\pi}{2})}{\wedge})\times 2\cos50°\times0.5 + \vec{\theta}^{\circ}(21.58\sin\omega t + 11.29\sin(\omega t+\frac{\pi}{2}) - 5.91\sin\omega t)\sin50°\times0.5$$

$$\vec{E} = \vec{r}^{\circ}(13.87\sin\omega t + 7.26\cos\omega t) + \vec{\theta}^{\circ}(6.00\sin\omega t + 4.32\cos\omega t) \quad \text{V/m}$$

$$\vec{H}=\vec{\alpha}^{\circ}(0.01149\cos\omega t - 0.00601\sin\omega t) \qquad A/m$$

2.在5 Km处， $r \gg \lambda$

$$\vec{E} = \vec{\theta}^{\circ}\frac{i'}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r}\sin\theta\cdot\Delta l$$

$$\vec{H} = \vec{\alpha}^{\circ}\frac{i'}{4\pi c r}\sin\theta\cdot\Delta l$$

$$\frac{i'}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r} = \frac{295.9\times10^{6}}{4\pi\times8.85\times10^{-12}\times9\times10^{16}\times5\times10^{3}} = 5.91\times10^{-3} \qquad V/m$$

$$\frac{i'}{4\pi c r} = \frac{295.9\times10^{6}}{4\pi\times3\times10^{8}\times5\times10^{3}} = 15.7\times10^{-6} \qquad A/m^2$$

$$\vec{E} = \vec{\theta}^{\circ}(-2.96\times10^{-3})\sin(\omega t - \frac{5\pi}{3}\times10^{2}) \qquad V/m$$

$$\vec{H} = \vec{\alpha}^{\circ}(-\cancel{6.01}\ 7.85\times10^{-6})\sin(\omega t - \frac{5\pi}{3}\times10^{2}) \qquad A/m$$

电路原理习题卡片 6-2

题号 冯慈璋《电磁场》，1979，5-8

题文 电偶极子型天线辐射电磁波，频率 $f = 10^6$ Hz，天线长度 $\Delta l = 10$ m，天线中电流 $I = 35$ A。求天线的辐射电阻与辐射功率。

解：辐射电阻

$$R_e = \frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 = \frac{2\pi}{3} \times 377 \times \left(\frac{10}{300}\right)^2 = 0.877\ \Omega$$

式中 $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8}{10^6} = 300$ m

辐射功率

$$P = I^2 R_e = 35^2 \times 0.877 = 1.074\ \text{KW}$$

若 $\Delta l = 5$ m，$R_e = 0.219\ \Omega$

$U = 7.67$ V

$P = 268$ W

电路原理习题卡片 6-3

题号 谢处方《电磁场与电磁波》第二版，P. 387，9.1

题文 设单元天线的轴线沿东西方向放置，在远方有一移动接收台停在正南方而收到最大电场强度。当接收台沿以单元天线为中心的圆周在地面上移动时，电场强度渐渐减小。问当电场强度减小到最大值的 $1/\sqrt{2}$ 倍时，接收台的位置偏离正南方多少角度？

解：

$$\vec{E} = \vec{\theta}^{\circ} \frac{\omega I_m \sin(\omega t - \beta r + \pi)}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} \sin\theta \cdot \Delta l$$

接收台在正南方时

$$E = \frac{\omega I_m \sin(\omega t - \beta r + \pi)}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} \Delta l \cdot \sin\frac{\pi}{2} = E_{max}$$

接收台移动后

$$\frac{\omega I_m \sin(\omega t - \beta r + \pi)}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} \Delta l \cdot \sin\theta = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \quad \theta = \sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{2}} = 45^{\circ} = \frac{\pi}{4}$$

偏离正南方角度为

$$\frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

科目________分类号________

基本电工教研组

编制者__________ **习 题 卡 片** 6-4 日期__________

题号 林德云《电磁场理论基础》，9-1题，p.308

题文 天线的方向性系数D定义为辐射图最大值处的坡印亭矢量与坡印亭矢量在整个球面上的平均值之比，即

$$D \equiv \frac{S_{max}}{\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S \sin\theta \, d\theta \, d\alpha}$$

证明：电偶极子天线的方向性系数是1.5。

证：

$$\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S \sin\theta \, d\theta \, d\alpha = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{\frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 I^2}{4\pi r^2}$$

而 $$S_{max} = \frac{1}{8} Z_0 \left(\frac{\sqrt{2}\, I \,\Delta l}{r\lambda}\right)^2$$

$$\therefore\ D = \frac{\frac{1}{8} Z_0 \left(\frac{\sqrt{2}\, I \,\Delta l}{r\lambda}\right)^2}{\frac{\frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 I^2}{4\pi r^2}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

科目________分类号________

基本电工教研组

习题卡片 6-5

日期________

编制者________

题号 林德云《电磁场理论基础》，9-3题，P.308

题文 证明电偶极子的远区场与电偶矩$\vec{p}$之间存在关系

$$\vec{E}=\frac{\mu_0}{4\pi r}\left\{\left[\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right]\times\vec{r}^0\right\}\times\vec{r}^0$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi c r}\left[\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right]\times\vec{r}^0$$

式中$\left[\frac{d^2\vec{p}}{dt^2}\right]$表示$\vec{p}$的二阶导数的滞后值。

科目________ 分类号________

基本电工教研组

习题卡片 6-6

日期________

编制者________

题号 林德云《电磁场理论基础》，9-5题，p.309

题文 证明电偶极子的远区场与矢量位 $\vec{A}$ 之间存在关系

$$\vec{E} = \left\{\left[\frac{d\vec{A}}{dt}\right] \times \vec{r}^0\right\} \times \vec{r}^0$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\left[\frac{d\vec{A}}{dt}\right] \times \vec{r}^0$$

式中$\left[\frac{d\vec{A}}{dt}\right]$是$\vec{A}$的一阶时间导数的滞后值。

科目________ 分类号________

基本电工教研组

习题卡片 6-7 日期________

编制者________

题号 谢处方《电磁场与电磁波》，9.3题，p.387

题文 今有一半波天线，如图所示。λ为波長。已知天线上电流分布为

$$I = I_m \cos kz , \qquad \left(-\frac{l}{2} < z < \frac{l}{2}\right)$$

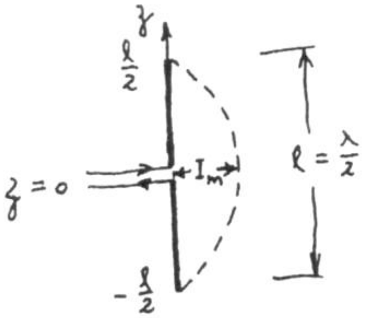
式中 $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$，ω为角频率，v为波的传播速度。

求证当 $r_0 \gg l$ 处（远区）的矢量磁位相量 $\dot{A}_z$ 为

$$\dot{A}_z = \frac{\mu_0 I_m e^{-jkr_0}}{2\pi k r_0} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta} 。$$

提示：

$$\int e^{az} \cos pz \, dz = e^{az} \frac{(a\cos pz + p\sin pz)}{(a^2+p^2)}$$



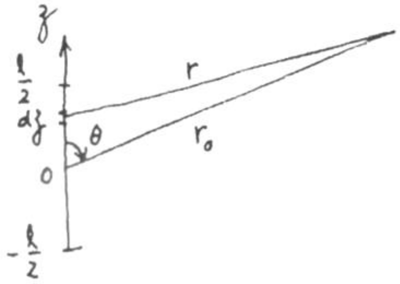
解：

$$\dot{A}_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{i(z)e^{-jkr}}{r} dz$$

对于远区，分母中r可近似为r_0，这里r_0是原点至场点的距离。但相位不能这样处理，它是变量而不是常量，即

$$e^{-jkr} \approx e^{-jk(r_0 - z\cos\theta)}$$

式中θ亦近似视为常数，(当对z积分时)。



$$\dot{A}_z = \frac{\mu_0 \dot{I}_m}{4\pi r_0} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \cos kz \, e^{-jk(r_0 - z\cos\theta)} \, dz$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}_m e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \cos kz \, e^{jkz\cos\theta} \, dz$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}_m e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} \left[e^{jkz\cos\theta} \frac{(jk\cos\theta \cdot \cos kz + k\sin kz)}{(-k^2\cos^2\theta + k^2)} \right]_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}_m e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} \left[e^{j\frac{\pi}{2}\cos\theta} + e^{-j\frac{\pi}{2}\cos\theta} \right] \frac{1}{k\sin^2\theta}$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}_m e^{-jkr_0}}{4\pi r_0} \frac{2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{k\sin^2\theta}$$

$$\therefore \dot{A}_z = \frac{\mu_0 \dot{I}_m e^{-jkr_0}}{2\pi r_0 k} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}$$

科目________分类号________

基本电工教研组

编制者________ **习题卡片** 6-8 日期________

题号 谢处方《电磁场与电磁波》, 9.3, p.387, 改编, 接上题

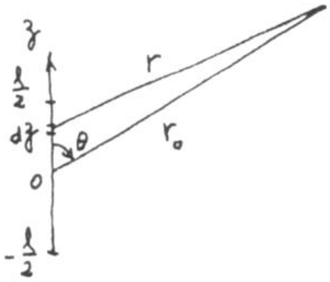
题文 同上题。试求:

(1) 远区的磁场和电场。(可不用上题矢量磁位公式)

(2) 坡印亭矢量。

(3) 辐射电阻。提示: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}\,d\theta = 0.609$ 。

解:



(1) 远区

$$\dot{E}_\theta = j\omega \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 v^2} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\dot{I}(z)\, e^{-jkr}}{r} \sin\theta\, dz$$

$$= j\omega \frac{\dot{I}_m \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 v^2 r_0} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \cos kz\, e^{-jk(r_0 - z\cos\theta)}\, dz$$

$$= j\omega \frac{\dot{I}_m e^{-jkr_0} \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 v^2 r_0} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \cos kz\, e^{jkz\cos\theta}\, dz$$

根据上题

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \cos kz\, e^{jkz\cos\theta}\, d\theta = \frac{2\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{k\sin^2\theta}$$

$$\therefore\ \dot{E}_\theta = j\omega \frac{\dot{I}_m e^{-jkr_0} \sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 v^2 r_0} \cdot \frac{2\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{k\sin^2\theta} = j Z_0 \frac{\dot{I}_m e^{-jkr_0}}{2\pi r_0} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

而 $\dot{H}_\alpha = \frac{\dot{E}_\theta}{Z_0}$, $Z_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 v}$, $k = \frac{\omega}{v}$

(2) 坡印亭矢量相量

$$\dot{S}_r = \dot{E}_\theta \times \overset{*}{H}_\alpha = Z_0 \cdot \frac{I_m^2}{4\pi^2 r_0^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2$$

(3) $$P = \oiint S_r \, dS$$

$$= \int_0^{\pi} S_r (2\pi r \sin\theta)(r\,d\theta)$$

$$= \frac{Z_0 I_m^2}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)\right]^2}{\sin\theta} d\theta$$

$$= \frac{Z_0 I_m^2}{2\pi} \, 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)\right]^2}{\sin\theta} d\theta$$

$$= \frac{Z_0 I_m^2}{\pi} \times 0.609$$

$$= \frac{377}{\pi} \times 0.609 \, I_m^2$$

$$= 73.08 \, I_m^2$$

$$\therefore R_e = \frac{P}{I_m^2} = 73.08 \ \Omega$$

科目________分类号________

基本电工教研组

习题卡片 6-9

编制者__________ 日期__________

题号 谢处方《电磁场与电磁波》，9.4，p.387，接上题

题文 电源向半波天线供给的电流~~振幅~~为 1A。求离开天线 1km 处的最大电场强度。

解：根据上题结果

$$\dot{E}_\theta = j Z_0 \frac{\dot{I}_m e^{-jkr_0}}{2\pi r_0} \cdot \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta}$$

最大电场强度处于 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 处，此处

$$\dot{E}_\theta = j Z_0 \frac{\dot{I}_m e^{-jkr_0}}{2\pi r_0}$$

$$E_\theta = Z_0 \frac{I_m}{2\pi r_0} = 377 \frac{1}{2\pi \times 10^3} = 60 \times 10^{-3} \ \text{V/m}$$

科目________分类号________

基本电工教研组

习题卡片 6-10

编制者________ 日期________

题号 黄礼镇《电磁场原理》，9-1题，p. 358

题文 设平面电磁波在坐标原点处 $E_x = E_0 \sin\omega t$，$E_y = E_z = 0$，传播方向沿z轴正向，且为线偏振。（处于空气中）求此波在任一点的 $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$。

解：

$$E_x(z,t) = F_1(z - ct) \quad , \quad t \to (t - z/c)$$

$$= E_0 \sin[\omega(t - z/c)]$$

$$= E_0 \sin(\omega t - kz) \quad , \quad k = \frac{\omega}{c}$$

$$\therefore \quad \vec{E} = \vec{i} E_0 \sin(\omega t - kz)$$

$$\vec{H} = \vec{j}\frac{E}{Z_0} = \vec{j}\frac{E_0}{Z_0}\sin(\omega t - kz) \quad , \quad Z_0 = 377\,\Omega$$

科目________分类号________

基本电工教研组

编制者________ **习 题 卡 片** 6-11 日期________

题号 黄礼镇《电磁场原理》，9-2，p.358

题文 一在真空中传播的平面电磁波，其电场强度为

$$\vec{E} = E_0[\vec{i}\cos(ky-\omega t) + \vec{k}\sin(ky-\omega t)]$$

其中E_0为常数。试求磁场强度。

解：该波为圆极化波，传播方向沿y轴

$$\vec{H} = \frac{E_0}{Z_0}\left[-\vec{i}\sin(\omega t-ky) + \vec{k}\sin(\omega t-ky+\frac{\pi}{2})\right]$$

科目________ 分类号________

基 本 电 工 教 研 组

习 题 卡 片 6-12

编制者________ 日期________

题号 黄礼镇《电磁场原理》，9-3题，P. 358

题文 一平面电磁波沿z轴正向传播，场强在坐标原点为

$$E_x = A\cos\omega t\ ,\quad E_y = E_z = 0\ ,\quad H_y = B\cos\omega t\ 。$$

求坡印亭矢量。

解：

$$S_z = E_x \cdot H_y = A\cos\omega t \cdot B\cos\omega t$$

$$= \frac{AB}{2}(1+\cos 2\omega t)$$

电路原理习题卡片

题号 自编电磁场习题集，1990，4-27

题文 今测得~~对于~~在13.56 MHz的电磁波照射下，脂肪的相对介电常数 $\varepsilon_r = 20$，电阻率 $\rho = 34.4\ \Omega\text{-m}$。试计算其透入深度。

解：

透入深度 d，

$$d = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\omega\sqrt{\frac{\mu_0\varepsilon}{2}\left(\sqrt{1+\frac{\gamma^2}{\omega^2\varepsilon^2}}-1\right)}}$$

$$\frac{\gamma}{\omega\varepsilon} = \frac{1/\rho}{\omega\varepsilon} = \frac{1/34.4}{6.28\times13.56\times10^6\times20\times8.85\times10^{-12}}$$

$$= \frac{0.0290697}{0.015073}$$

$$= 1.9286$$

$$\therefore\ d = \frac{1}{6.28\times13.56\times10^6\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\times20\times8.85\times10^{-12}}{2}\times0.7113}}$$

$$= \frac{1}{85.16\times10^6\sqrt{555.78\times10^{-19}\times0.7113}}$$

$$= 1.867\ \ m$$

科目________分类号________

基本电工教研组

习题卡片

6-15 日期________

编制者________

题号 谢处方《电磁场与电磁波》7.1

题文 求证在无界真空中向任意方向 $\vec{n}$（$\vec{n}$ 为单位矢量）传播的平面波可写成 $\vec{E} = \vec{E}_m e^{j(\beta\vec{n}\cdot\vec{r} - \omega t)}$。

电 路 原 理 习 题 卡 片 6-16

题号 自编《电磁场习题集》，4-14

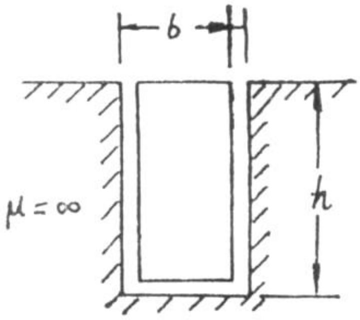
题文

4-14．图示一电机定子上的导线槽，槽内导线为铜（电导率 5.80×10^{7} S/m）。已知：$h=1.5cm$，$b=0.5cm$，$\mu_{Fe}=\infty$，$I=100A$，$f=50Hz$。

求 ① 单位长导线的有效内阻抗。有效电阻与导线在直流下的电阻的比值。

② 单位长度上所消耗的功率。

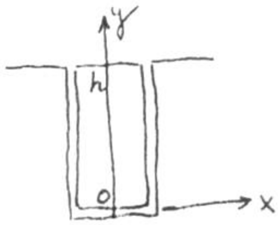
③ 电流密度。



题 4—14 图

解：

① 解赫姆霍兹方程



$$\nabla^2 \dot{H}_x(y) - j\omega\gamma\mu_0 \dot{H}_x(y) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_x}{\partial y^2} - j\omega\gamma\mu_0 \dot{H}_x = 0$$

通解 $\dot{H}_x = c_1 e^{+\Gamma y} + c_2 e^{-\Gamma y}$

式中 $\Gamma = \sqrt{j\omega\gamma\mu_0} = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_0}{2}}(1+j1) = \alpha + j\beta$

定常数 $y=0$ 处 $\dot{H}_x = 0$，$\therefore c_1 + c_2 = 0$

$y=h$ 处 $\dot{H}_x = \frac{-\dot{I}}{b}$，$\therefore c_1 e^{\Gamma h} + c_2 e^{-\Gamma h} = -\frac{\dot{I}}{b}$

$$c_1 = -c_2 = \frac{-\dot{I}}{b}\cdot\frac{1}{2\,sh(\Gamma h)}$$

解答 $\dot{H}_x = \frac{-\dot{I}}{b}\cdot\frac{1}{sh(\Gamma h)}\cdot sh(\Gamma y)$

$$\dot{E}_z = \frac{+1}{\gamma}\frac{\partial \dot{H}_x}{\partial y} = +\frac{\dot{I}}{\gamma b}\cdot\frac{\Gamma}{sh(\Gamma h)}ch(\Gamma y)$$

注：$sh(1.605+j1.605) = sh1.605\cos 91.96^\circ + j\,ch1.605\sin 91.96^\circ$
$= -0.0817 + j2.587 = 2.588\angle 91.8^\circ$

$$\dot{\delta}_z = \frac{\dot{I}}{b}\frac{\Gamma}{sh(\Gamma h)}ch(\Gamma y) = \frac{100\angle 0^\circ}{0.5\times 10^{-2}}\frac{(107+j107)}{sh(1.605+j1.605)}ch[(107+j107)y]$$

式中 $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_0}{2}} = \sqrt{\frac{314\times 5.8\times 10^7\times 4\pi\times 10^{-7}}{2}} = 107 \ 1/m$，$\Gamma = \alpha + j\beta$

$$\dot{\delta}_z = 3026\times 10^3\frac{e^{j45^\circ}}{sh(1.605+j1.605)}ch[(107+j107)y] \quad A/m^2$$

$$= 3026\times 10^3\frac{e^{j45^\circ}}{2.588\angle 91.8^\circ}ch[(107+j107)y]$$

$$= 1169\times 10^3 e^{-j46.8^\circ}ch[(107+j107)y] \quad A/m^2$$

② $$P + jQ = -\oint \dot{\vec{S}}\cdot d\vec{S} = -\dot{E}_z\overset{*}{H}_x b\cdot 1\Big|_{y=h}$$

$$= \frac{I^2}{\gamma b^2}\frac{\Gamma\times b}{(sh\Gamma h)}(ch\Gamma h) = \frac{100^2}{5.8\times 10^7\times(0.5\times 10^{-2})^2}\frac{(107+j107)\times b}{sh(1.605+j1.605)}ch\Gamma h$$

$$= 6.8966\times 107\sqrt{2}\frac{e^{j45^\circ}\times b}{sh(1.605+j1.605)}ch(\Gamma h)$$

$$= 1043\frac{e^{j45^\circ}\times b}{sh(1.605+j1.605)}ch(1.605+j1.605)$$

$$= \frac{1043\angle 45^\circ\times b}{sh1.605\times\cos 1.605 + ch1.605\times j\sin 1.605}(ch1.605\times\cos 1.605 + j sh1.605\times\sin 1.605)$$

$$= \frac{1043\angle 45^\circ\times b}{-0.0812+j2.587}(-0.0880+j2.386)$$

$$= 962\angle 45.3^\circ\times 0.5\times 10^{-2} = 4.81\angle 45.3^\circ$$

$$= (677+j684)\times 5\times 10^{-2}\,VA/m = 3.385 + j3.42 \quad VA/m$$

③ $$R_\sim + jX = \frac{P+jQ}{I^2} = (0.0385+j0.0342)\times 10^{-2}\,\Omega/m = (0.385+j0.342)\times 10^{-3}\,\Omega/m$$

而直流电阻 $R_0 = \frac{1}{\gamma bh} = \frac{1}{5.8\times 10^7\times(0.5\times 10^{-2})\times 1.5\times 10^{-2}} = 0.23\times 10^{-3}\ \Omega/m$

$$\therefore \frac{R_\sim}{R_0} = \frac{0.000385}{0.00023} = 1.67\text{ 倍}$$

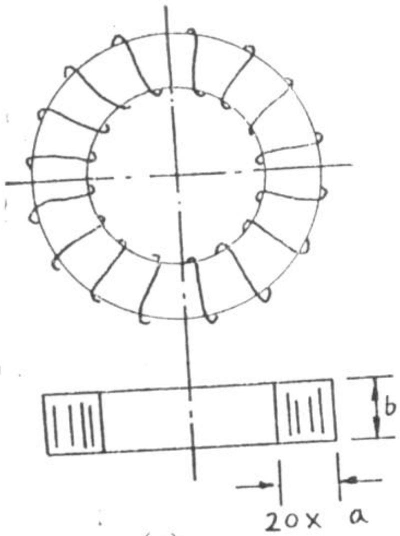
电路原理习题卡片6-17

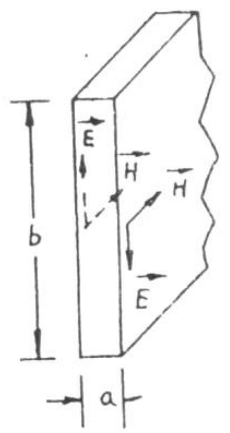
题号 自编《电磁场习题集》，4-15

题文

4-15 有一镯环形电感，铁心由 0.5cm宽的薄片卷成，每片厚度 $a=0.15mm$，共20层，每层平均圆周长度为 6cm，宽度 $b=0.5cm$。铁心材料的导磁率 $\mu=1000\mu_0$，导电率 $\gamma=5\times10^4/\Omega-cm$。线圈匝数 $W=60$ 匝。求此铁心线圈在频率为6千赫时的等效阻抗（电阻及电感）。导线的电阻不计。

（注：因 $l\gg a$，$b\gg a$，所以可当成平面电磁波考虑，如图）。

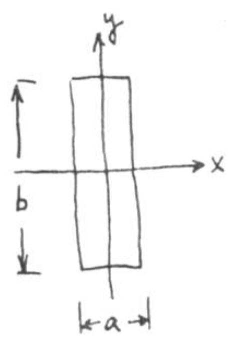




题 4—15 图

解：

$$\dot B_z = \mu\frac{W\dot I}{l}\frac{1}{ch(\Gamma a/2)}ch(\Gamma x)$$



每片中 $$\dot\Phi = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\dot B_z\, b\,dx$$

$$= \mu\frac{W\dot I}{l}\frac{1}{ch(\Gamma a/2)}\left.\frac{sh(\Gamma x)}{\Gamma}\right|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}$$

$$= \mu\frac{W\dot I}{l}\frac{1}{\Gamma ch(\Gamma a/2)}\left[sh(\Gamma\frac{a}{2}) - sh(-\Gamma\frac{a}{2})\right]$$

$$= \mu\frac{W\dot I}{l}\frac{2}{\Gamma ch(\Gamma a/2)}sh(\Gamma\frac{a}{2})$$

$$Z = jX = j\omega L$$

$$\dot{L} = \frac{\dot{\Psi}}{\dot{I}} = \frac{W\dot{\Phi}}{\dot{I}} = \mu \frac{W^2}{l} \frac{2}{\Gamma \, ch(\Gamma a/2)} sh(\Gamma a/2) \times 20$$

$$= \overset{800}{\cancel{4000}} \times 4\pi \times 10^{-7} \frac{60^2}{6\times 10^{-2}} \frac{2\times 20 \times sh(0.0666 + j0.0666)}{888.6(1+j)\times ch(0.0666+j0.0666)}$$

式中 $\Gamma = \alpha + j\beta$ ， $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi\times 50\times 5\times 10^{6}\times \overset{800}{\cancel{4000}}\times 4\pi\times 10^{-7}}{2}} = \overset{888}{\cancel{888.6}} \; 1/m$

$\cancel{1986.7}$

$$\therefore \dot{L} = \frac{\frac{1}{5}13.58}{(1+j)} \cdot \frac{sh(0.0666+j0.0666)}{ch(0.0666+j0.0666)}$$

$$= \frac{\frac{1}{5}13.58}{\sqrt{2}\angle 45^\circ} \cdot \frac{0.06665\times 0.998 + j1.002\times 0.0665}{1.002\times 0.998 + j0.06665\times 0.0665}$$

$$= \frac{\frac{1}{5}13.58}{\sqrt{2}\angle 45^\circ} \cdot \frac{0.06652 + j0.06668}{0.9999 + j0.00444}$$

$$= \frac{\overset{2.71}{\cancel{13.58}}}{\sqrt{2}\angle 45^\circ} \cdot \frac{0.0942\angle 45.06^\circ}{1\angle 0.254^\circ}$$

$$= \overset{0.181}{\cancel{0.905}} \angle -0.19^\circ \quad H$$

$$\therefore Z = j\omega\dot{L} = 2\pi\times 50 \angle 90^\circ \times \overset{0.181}{\cancel{0.905}} \angle -0.19^\circ$$

$$= \overset{56.8}{\cancel{28.4\times 10^3}} \angle 89.81^\circ$$

$$= \cancel{94.1 + j28400} \quad \Omega$$

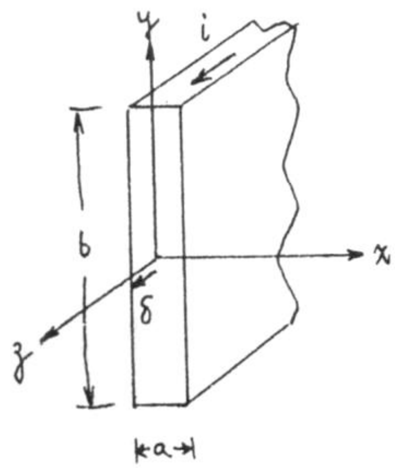
$$0.188 + j56.8$$

电路原理习题卡片 6-18

题号 自编《电磁场习题集》，4-12

题文 图示一薄铜片（$b \gg a$），其电导率 $\sigma = 5.6\times10^7$ $1/(\Omega\text{-m})$，通有电流 $i = 5\sin 10^5 t$ A。$b = 50$ cm，$a = 1$ cm。求电流密度 J 随 x 变化的曲线。

[注]：（$\because b \gg a$，$\therefore H$ 只有 y 分量）



解：

$$\dot{J}_{cz} = \frac{\dot{I}_m}{2b}\,\frac{\Gamma}{\mathrm{sh}(\Gamma a/2)}\,\mathrm{ch}(\Gamma x)$$

式中 $\Gamma = \sqrt{j\omega\mu\sigma} = \sqrt{\omega\mu\sigma}\, e^{j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+j) = \alpha + j\beta$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\frac{10^5\times4\pi\times10^{-7}\times5.6\times10^7}{2}} = 1876 \quad 1/\text{米}$$

$$\therefore\ \dot{J}_{cz} = \frac{5}{1}\,\frac{1876(1+j)}{\mathrm{sh}(9.38+j9.38)}\,\mathrm{ch}[1876(1+j)x]$$

$$= \frac{5\times1876(1+j)}{5925\times(-0.999)+j5925\times0.045}\,\mathrm{ch}[1876(1+j)x]$$

$$= 2.24\ \underline{/-132^\circ}\cdot\mathrm{ch}[1876(1+j)x] \qquad \text{A/m}^2$$