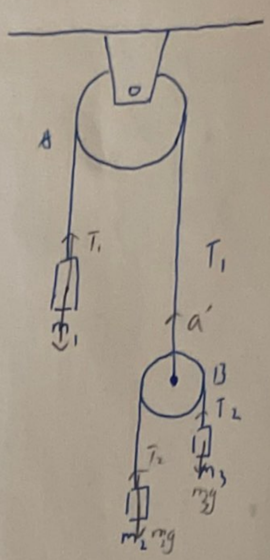
2.5 知：$m_1 = 200g$，$m_2 = 100g$，$m_3 = 50g$

求：a_1，a_2，a_3，T_1，T_2



解：根据受力分析

对m_1：$a_1 = \frac{m_1 g - T_1}{m_1}$ 向下

对m_2：$a_2 = \frac{m_2 g - T_2}{m_2}$ 向下

对m_3：$a_3 = \frac{T_2 - m_3 g}{m_3}$ 向上

对滑轮B：

$T_1 = 2T_2$

设滑轮B的加速度为a'，则

$$\begin{cases} a' = a_2 + a_1 \downarrow \\ a' = a_3 - a_1 \uparrow \end{cases} \Rightarrow a_2 + 2a_1 = a_3$$

联立上式：

$$\begin{cases} a_1 = \frac{m_1 g - 2T_2}{m_1} \\ a_2 = \frac{m_2 g - T_2}{m_2} \\ a_2 + 2a_1 = \frac{T_2 - m_3 g}{m_3} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2 g - T_2}{m_2} + \frac{2m_1 g - 4T_2}{m_1} = \frac{T_2 - m_3 g}{m_3}$$

$$\frac{0.1\times 9.8 - T_2}{0.1} + \frac{2\times 0.2\times 9.8 - 4\times T_2}{0.2} = \frac{T_2 - 0.05\times 9.8}{0.05}$$

$$9.8 - 10T_2 + 19.6 - 20T_2 = 20T_2 - 9.8$$

$$T_2 = 0.784(N)_{\#}$$

$$a_1 = \frac{0.2\times 9.8 - 2\times 0.784}{0.2} = 1.96(m/s^2)_{\#}$$

$$a_2 = \frac{0.1\times 9.8 - 0.784}{0.1} = 1.96(m/s^2)_{\#}$$

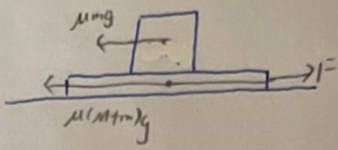
$$T_1 = 2T_2 = 2\times 0.784 = 1.57(N)_{\#}$$

$$a_3 = a_2 + 2a_1 = 1.96 + 2\times 1.96 = 5.88(m/s^2)_{\#}$$

2.7 已知 $M=1.5kg$, $m=2.45kg$, $\mu=0.25$.

求 F

解: 根据受力分析



对物体: $\mu mg = ma$.

对木板: $F-\mu mg-\mu(M+m)g=Ma$.

联立上式

$$\begin{cases} a=\mu g \\ F-\mu mg-\mu(M+m)g=Ma. \end{cases} \Rightarrow F-\mu mg-\mu(M+m)g=M\mu g$$

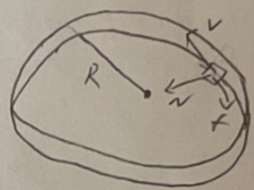
$$F-0.25\times2.45\times9.8-0.25\times(1.5+2.45)\times9.8=1.5\times0.25\times9.8$$

$$F=19.355(N)$$

2.20. 已知半径为R, 摩擦系数为μ_k, 速率为v_0

求t时刻的速率和路程S

解: 根据受力分析



$$N=\frac{mv^2}{R} \quad \cdots\cdots ①$$

$$f=\mu_k N \quad \cdots\cdots ②$$

$$-f=ma=m\frac{dv}{dt} \cdots\cdots ③$$

联立①②③式

$$\begin{cases} N=\frac{mv^2}{R} \\ f=\mu_k N \\ \frac{dv}{dt}=\frac{-f}{m} \end{cases} \Rightarrow \frac{dv}{dt}=\frac{-\mu_k N}{m}=-\frac{\mu_k\frac{mv^2}{R}}{m}=-\frac{\mu_k v^2}{R} \cdots\cdots ④$$

对④式两边积分

$$\frac{dv}{dt}=-\frac{\mu_k v^2}{R}$$

$$\frac{1}{v^2}dv=-\frac{\mu_k}{R}dt.$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{1}{v^2}dv=\int_0^t-\frac{\mu_k}{R}dt.$$

$$-\frac{1}{v}+\frac{1}{v_0}=-\frac{\mu_k t}{R}$$

$$\frac{1}{v}=\frac{\mu_k t}{R}+\frac{1}{v_0}$$

$$v=\frac{Rv_0}{R+v_0\mu_k t} \#$$

②

路程s:

$$s=\int_0^t v\,dt$$

$$=\int_0^t\frac{Rv_0}{R+v_0\mu_k t}dt$$

$$=Rv_0\int_0^t\frac{1}{R+v_0\mu_k t}dt$$

$$=Rv_0\left[\frac{1}{\mu_k v_0}\ln(R+v_0\mu_k t)\right]\Big|_0^t$$

$$=\frac{R}{\mu_k}\ln\left(\frac{R+v_0\mu_k t}{R}\right) \#$$

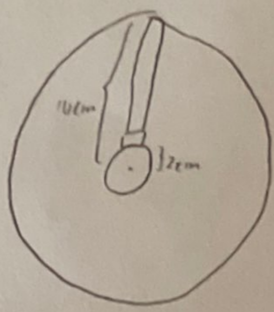
扫描全能王

2.21 已知：转速为$5\times10^4 r/min$，$r_1=2cm$，$r_2=10cm$

求：管口和管底的向心加速度是g的几倍？

如果装满12g液体，N是多大，相当于几吨物体受重力？

管底一个质量为质子质量10^5倍的大分子受的离心力有多大？



解：

向心加速度：

$$a=\frac{r4\pi^2}{T^2}=r4\pi^2n^2$$

$$\frac{a_口}{g}=\frac{0.02\times4\times\pi^2\times\frac{5\times10^4}{60}}{9.8}=0.56\times10^5 \#$$

$$\frac{a_底}{g}=\frac{0.1\times4\times\pi^2\times\frac{5\times10^4}{60}}{9.8}=2.8\times10^5 \#$$

管内离转轴r处的一质元质量为

$$dm=\rho S dr$$

由牛二得：

$$dF=dm\,a_口=\rho S r\omega^2 dr.$$

$$F=\int_0^F dF=\int_{r_1}^{r_2}\rho S\omega^2 r dr=\frac{\rho S\omega^2}{2}(r_2^2-r_1^2)$$

$$=\frac{\rho S(r_2-r_1)}{2}\omega^2(r_2+r_1)$$

$$=\frac{m\omega^2}{2}(r_2+r_1)$$

$$=\frac{0.012\times(2\pi\frac{5\times10^4}{60})^2}{2}(0.1+0.02)$$

$$=1.97\times10^4(N)$$

$$G=mg$$

$$1.97\times10^4=m\times9.8$$

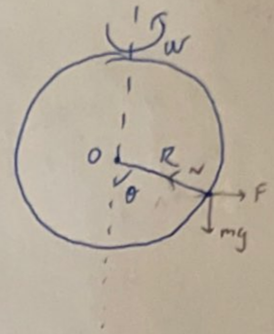
$$m=2010(kg)$$

$$m=2.01(t) \#$$

$$F'=mr\omega^2=\underbrace{1.67\times10^{-27}}_{质子质量}\times10^5\times(2\pi\frac{5\times10^4}{60})^2=4.6\times10^{-10}(N)$$

2.27. 已知半径为R，角速度为ω，夹角θ

求：能静止的位置及稳定性.



根据受力分析：

$N\cos\theta = mg$

$N\sin\theta = F$

$N = mR\omega^2$

联立上式：

$$\begin{cases} N\sin\theta\cos\theta = mg\sin\theta \\ N\sin\theta\cos\theta = F\cos\theta \\ F = mR\omega^2\cdot\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} mg\sin\theta &= F\cos\theta \\ mg\sin\theta &= mR\omega^2\sin\theta\cos\theta \\ mR\omega^2\sin\theta\cos\theta - mg\sin\theta &= 0 \\ m\sin\theta(R\omega^2\cos\theta - g) &= 0 \end{aligned}$$

当 $m\sin\theta = 0$ 或 $R\omega^2\cos\theta - g = 0$ 时，珠子静止在环上，

即 $\theta = 0$；$\theta = 180°$，$\theta = \pm\arccos(\frac{g}{R\omega^2})$ 时，珠子静止在环上

切向力F_t：

$F_t = F\cos\theta - mg\sin\theta = mR\omega^2\sin\theta\cos\theta - mg\sin\theta$

在稳定位置上 $F_t = 0$

$$\frac{dF_t}{d\theta} = mR\omega^2\left[(\cos^2\theta - \sin^2\theta) - \frac{g}{\omega^2 R}\cos\theta\right]$$

① $\theta = \pi$.

$\frac{dF_t}{d\theta} = mR\omega^2(1 - \frac{g}{\omega^2 R}) > 0$. dF_t与$d\theta$同号，不稳定

② $\theta = 0$时.

$\frac{dF_t}{d\theta} = mR\omega^2(1 - \frac{g}{\omega^2 R})$

$\omega < \sqrt{\frac{g}{R}}$时，$dF_t$与$d\theta$异号，稳定

$\omega \geq \sqrt{\frac{g}{R}}$时，$dF_t$与$d\theta$同号或$=0$，不稳定

③ $\theta = \pm\arccos(\frac{g}{\omega^2 R})$

$\frac{dF_t}{d\theta} = m\omega^2 R(\frac{g^2}{\omega^4 R^2} - 1)$

$\omega \leq \sqrt{\frac{g}{R}}$时，$\frac{dF_t}{d\theta} = 0$，不稳定

$\omega > \sqrt{\frac{g}{R}}$时，$dF_t$与$d\theta$异号，稳定.