

第3讲 电路的等效变换

纸笔在哪里?

1 电阻等效变换

1.1 串并联

1.2 平衡电桥

1.3 Y- Δ 变换

1.4 含受控源二端网络的入端电阻

2 电源等效变换

2.1 理想独立源等效变换

2.2 实际独立源等效变换

对等效
的理解

两个(子)电路等效:

(从外边看进来)两个(子)电路具有相同的 $u-i$ 关系(形式和参数)

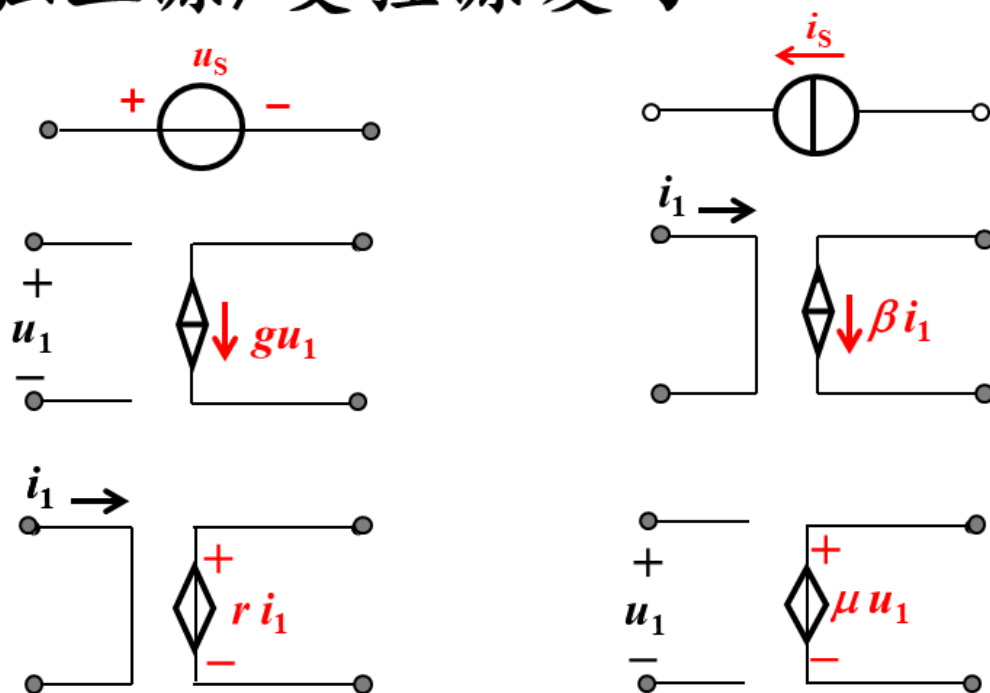
Principles of Electric Circuits Lecture 3 Tsinghua University 2023

1

本讲重难点

- 串联电阻分压/并联电阻分流公式
- 平衡电桥
- 加压求流/加流求压
- 实际电压源 \longleftrightarrow 实际电流源等效变换
- 最大功率传输

独立源/受控源复习



独立源是真正电路中的“源”

受控源在电路中是能量或信号处理元件

单选题 1分

哪个元件的 $u-i$ 特性对应下面这句英文

I will never change no matter how U change.

- | | |
|----------------|----------------|
| A 独立电压源 | D 压控电流源 |
| B 独立电流源 | E 流控电压源 |
| C 压控电压源 | F 流控电流源 |
| | G 电阻 |

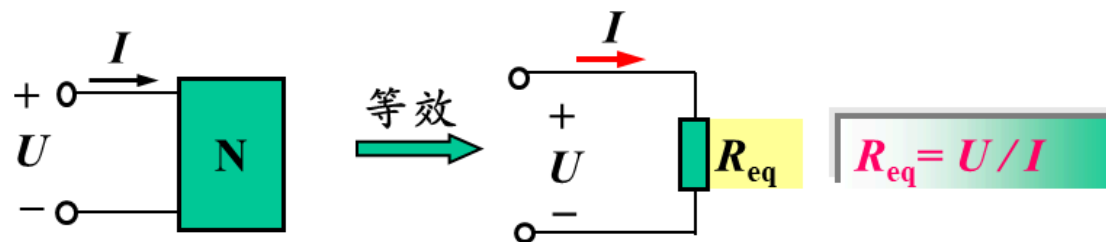
致谢：江苏大学李长杰老师

1.1 串并联

二端网络：与外部只有两个接线端相连的网络。

无独立源二端网络：网络内部没有独立源的二端网络。

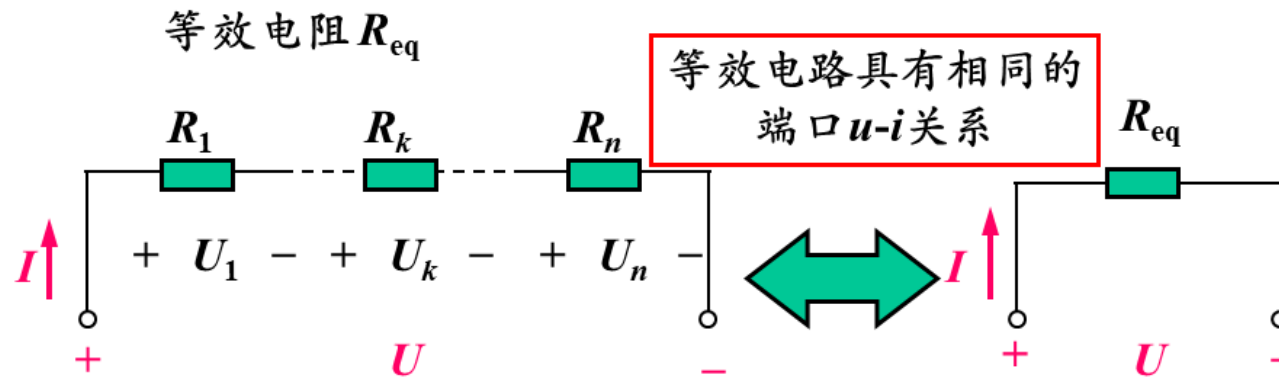
一个无独立源二端网络可以用端口的入端电阻来等效。



两个(子)电路等效：

(从外边看进来)两个(子)电路具有相同的 u - i 关系(形式和参数)

I、电阻元件串联（无分叉地首尾相连）



KVL $U = U_1 + U_2 + \dots + U_k + \dots + U_n$

欧姆定律 $U_k = R_k I \quad (k=1, 2, \dots, n)$

$$U = (R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n) I$$

$$U = R_{eq} I$$

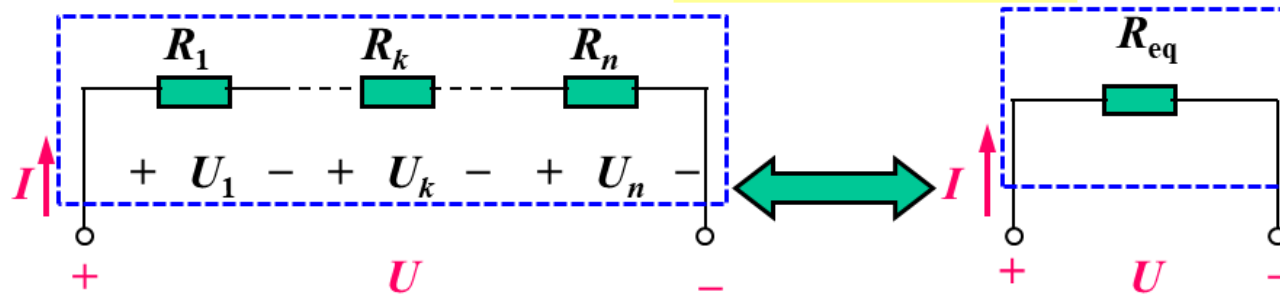
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

I、电阻元件串联（无分叉地首尾相连）

等效电阻 R_{eq}

等效的相对性

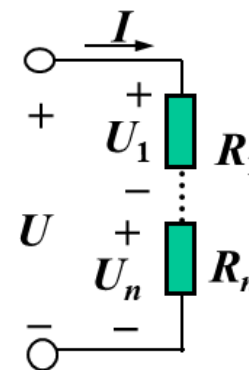
只对端口以外的子电路等效



串联电阻元件的分压

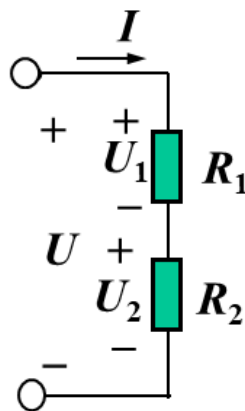
$$\frac{U_k}{U} = \frac{R_k I}{R_{eq} I} = \frac{R_k}{R_{eq}}$$

$$U_k = \frac{R_k}{R_{eq}} U$$



电阻越大，压降越大

例



$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

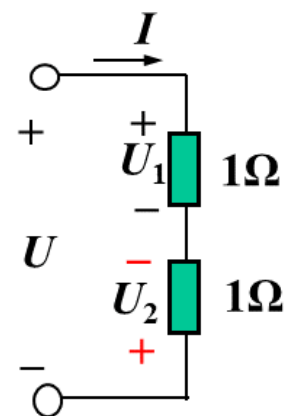
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

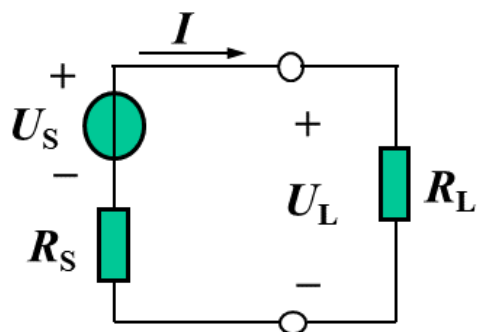
这就是点“收藏”
的鲜活例子

单选题 1分

$$U_2 = \underline{\hspace{1cm}} U$$

- ☐ A 1
- ☐ B -1
- ☐ C 0.5
- ☒ D -0.5





U_S : 电压形式表示的信号源

R_S : 信号源内阻

R_L : 负载电阻

$$U_L = \frac{R_L}{R_L + R_S} U_S$$

此处可以有弹幕

负载电阻 R_L 相对越大???

电压源内阻 R_S 相对越小???

负载上得到的电压信号越大

单选题 1分

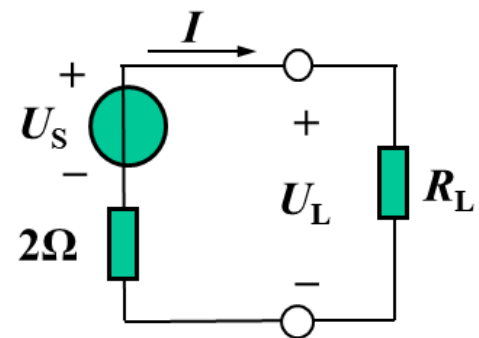
$R_L = \underline{\hspace{1cm}} \Omega$ 时，其上获得最大电压

A 2

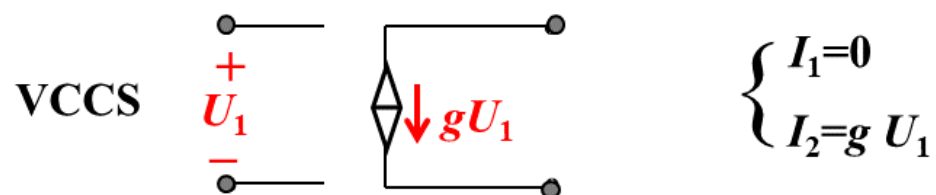
B 1

C 0

D ∞



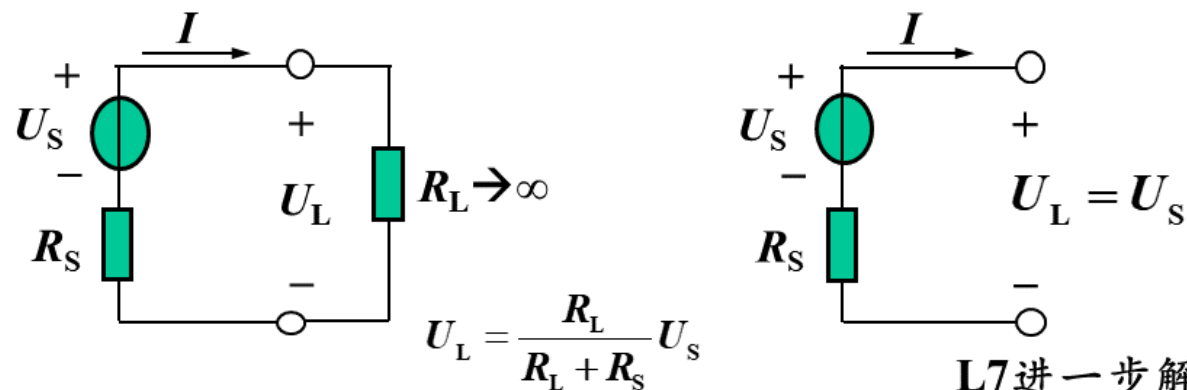
L2中 压控电流源



为什么要有一个开路的控制端口？

希望对电路进行无损的电压采样

L3等效变换讨论

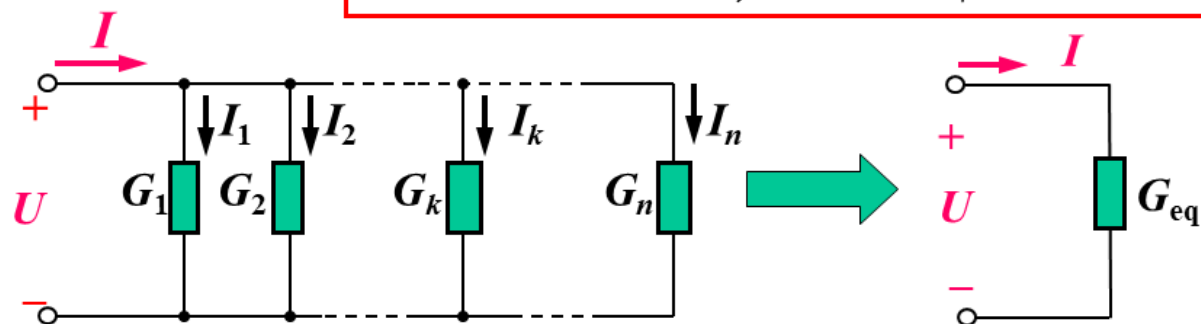


L7进一步解释

II、 并联电阻元件（元件共用两个接线端）

等效电导 G_{eq}

把所有关于串联电阻的结论中 U 改为 I 、
 I 改为 U ， R 改为 G 即可



KCL $I = I_1 + I_2 + \dots + I_k + \dots + I_n$

$$I_k = G_k U$$

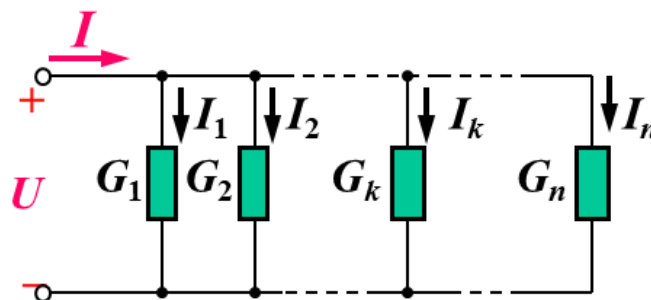
$$= UG_1 + UG_2 + \dots + UG_n = U(G_1 + G_2 + \dots + G_n) = U G_{eq}$$

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

并联电阻器的分流

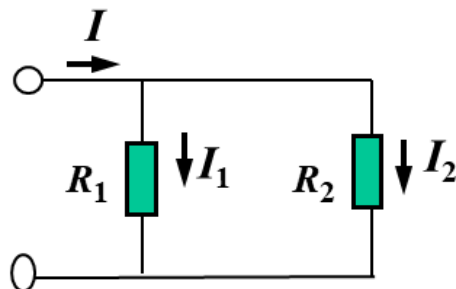
$$\frac{I_k}{I} = \frac{G_k U}{G_{eq} U} = \frac{G_k}{G_{eq}}$$

$$I_k = \frac{G_k}{G_{eq}} I$$



电导越大（电阻越小），电流越大。

例



$$I_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I$$

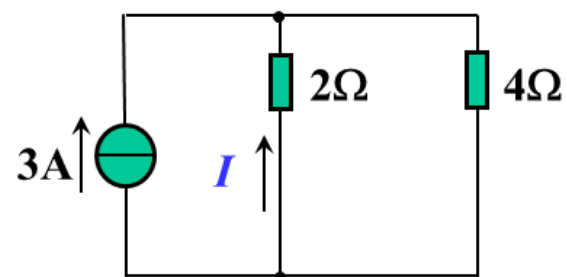
$$I_2 = \frac{1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

这也是点“收藏”
的鲜活例子

单选题 1分

$I = \underline{\hspace{1cm}} \text{ A}$

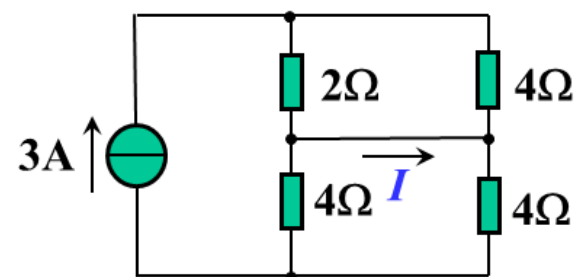
- A -1
- B 2
- C -2**
- D 1

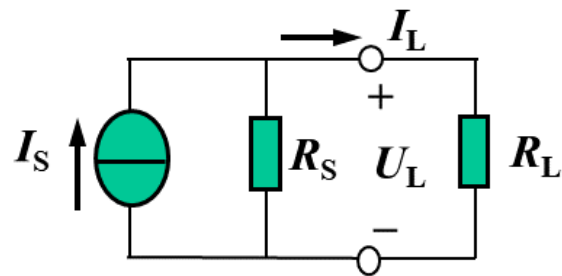


单选题 1分

$I = \underline{\hspace{1cm}} \text{ A}$

- ☐ A 0
- ☒ B 0.5
- ☐ C -0.5
- ☐ D 1





I_S : 电流形式表示的信号源

R_S : 电流信号源的内阻

R_L : 负载电阻

$$I_L = \frac{R_S}{R_L + R_S} I_S$$

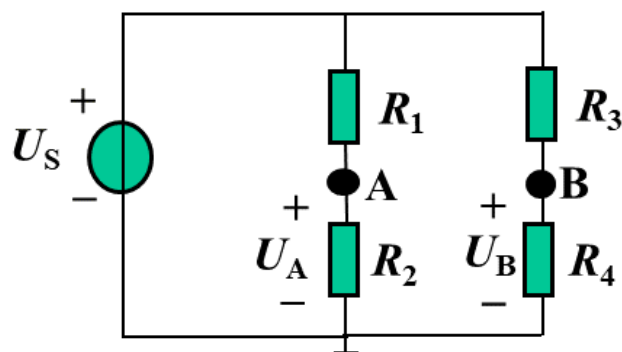
此处可以有弹幕

负载电阻 R_L 相对越???

电流源内阻 R_S 相对越???

负载上得到的(电流)信号越大

1.2 平衡电桥



$$U_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S \quad U_B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_S$$

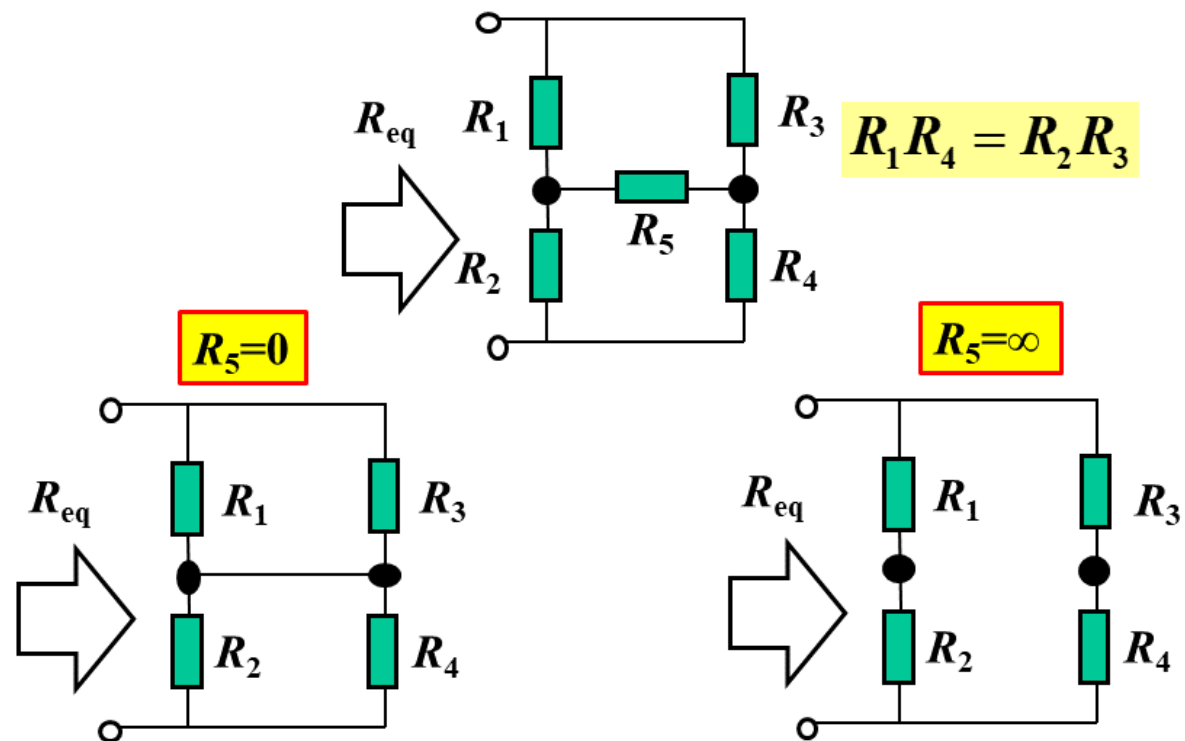
如果

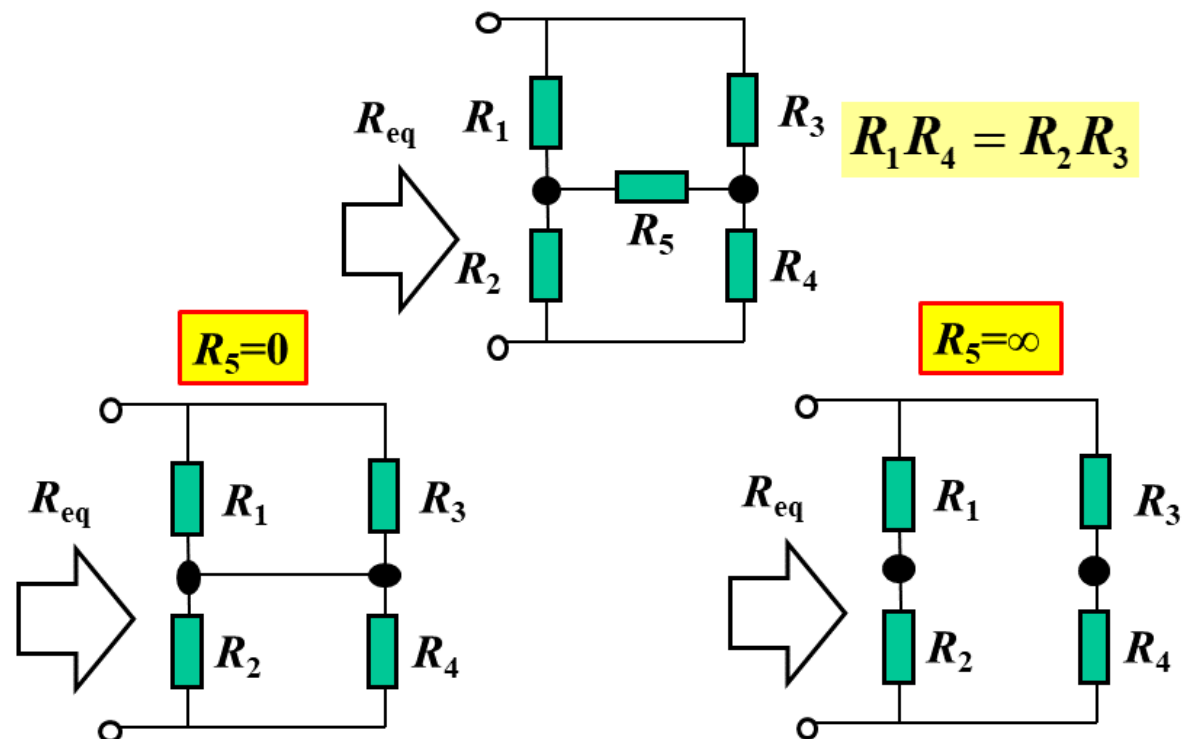
$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$

$$U_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{R_2}{\frac{R_2 R_3}{R_4} + R_2} U_S = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_S = U_B$$

A-B为“等电位点”

等电位点间接任意值电阻(含开短路)
不影响电路的电压电流分布(L7解释)

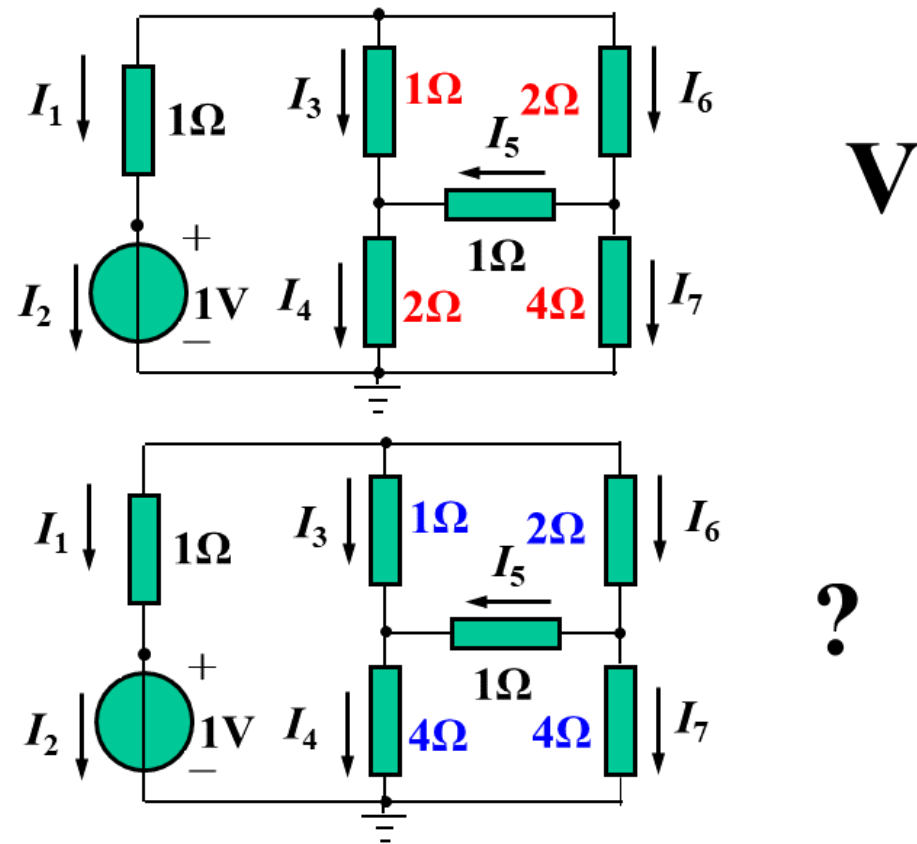




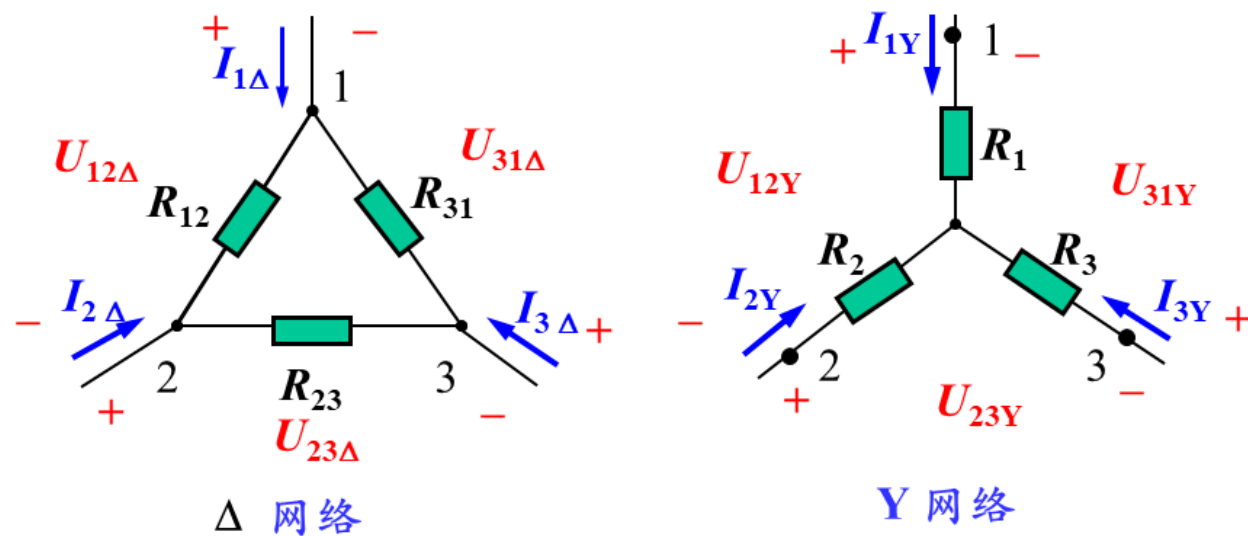
$$\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} \quad \underline{\underline{R_1 R_4 = R_2 R_3}} \quad \frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2) + (R_3 + R_4)}$$

Principles of Electric Circuits Lecture 3 Tsinghua University 2023

20



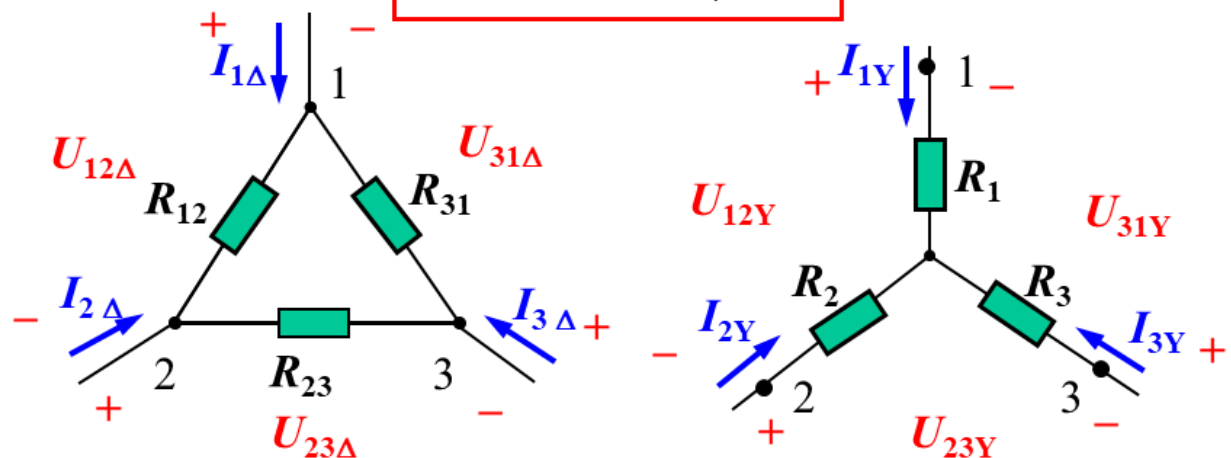
1.3 Y— Δ 变换



在怎样的条件下，上面的 Δ 和 Y 网络对外等效？

Δ —Y 等效条件:

等效电路具有相同的
端口 u - i 关系

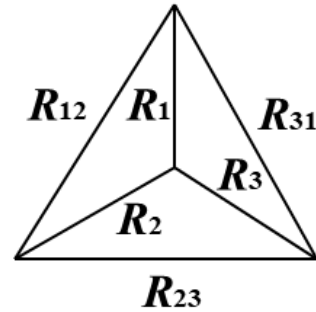


$(I_{1\Delta}, I_{2\Delta}, I_{3\Delta}, U_{12\Delta}, U_{23\Delta}, U_{31\Delta})$ 之间满足的关系 =

$(I_{1Y}, I_{2Y}, I_{3Y}, U_{12Y}, U_{23Y}, U_{31Y})$ 之间满足的关系

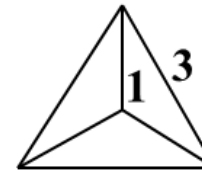
具体推导过程 (课前推送)

特别地： Δ 或Y的三个电阻具有相同阻值



$Y \rightarrow \Delta$

$$\begin{aligned} R_{12} &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} \\ R_{23} &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \\ R_{31} &= R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2} \end{aligned}$$



$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

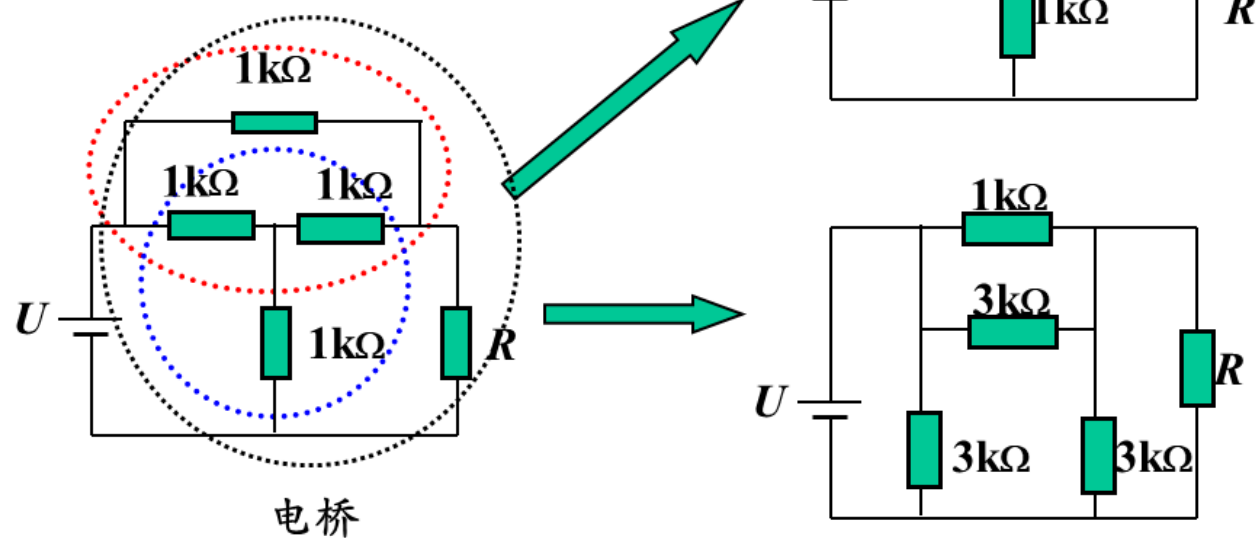
$\Delta \rightarrow Y$

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}$$

等效的相对性

只对端口以外的子电路等效

例：求 R 上电压



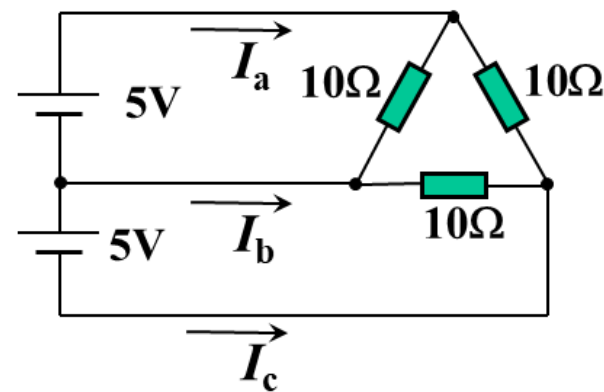
单选题 1分

$I_a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ A}$

(最先答对的3位同学有**红包**)

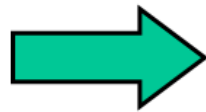
不是所有Y都需要变换成 Δ
反之亦然

- ☐ A 0
- ☐ B 0.5
- ☐ C -0.5
- ☒ D 1.5

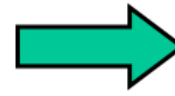


1.4 含受控源二端网络的入端电阻

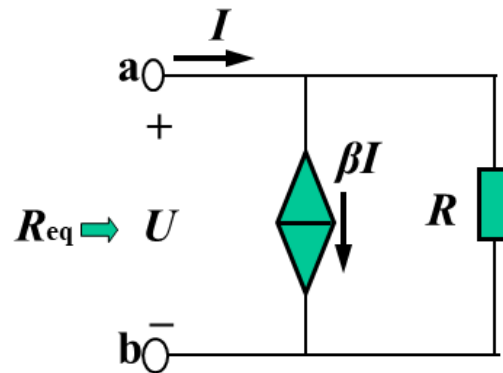
求入端等效
电阻



求端口上的电压电
流关系 $R_{eq}=U/I$



加压求流或
加流求压



$$I = \beta I + \frac{U}{R} \Rightarrow U = R(1 - \beta)I$$

$$R_{eq} = U/I = (1 - \beta)R$$

思考：有没有含受控源二端网络加压求流
无法求出 R_{eq} 的情况？

存疑
课后思考

第1部分总结：如何求二端网络的入端电阻

串并联

平衡电桥

Δ —Y变换

加压求流/

加流求压



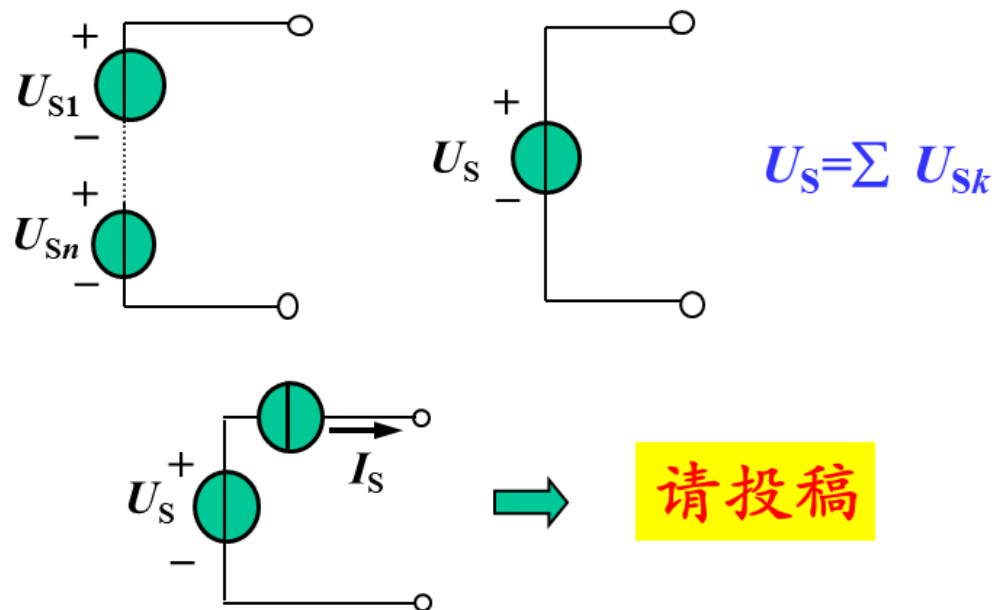
电阻二端网络求解顺序



含受控源二端网络入端电阻

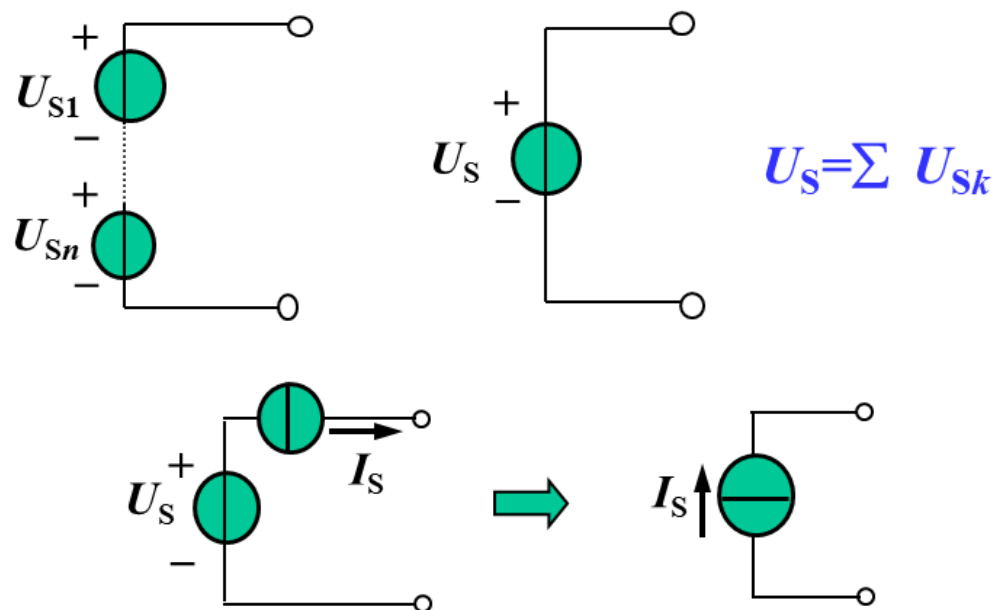
2.1 理想独立源的串并联

I、理想独立源的串联



2.1 理想独立源的串并联

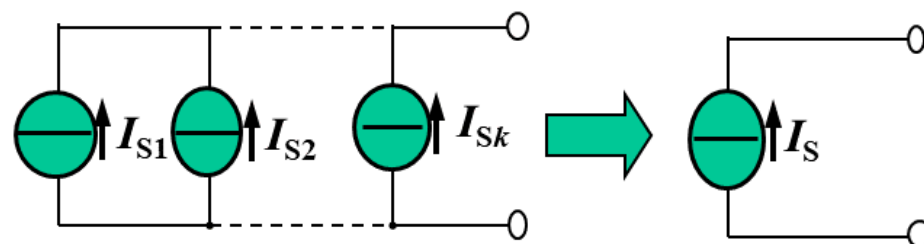
I、理想独立源的串联



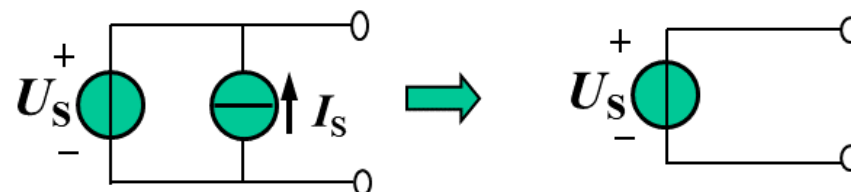
和电流源串联的电压源
(或其他元件)有什么用?

此处可以有弹幕

II、理想独立源的并联



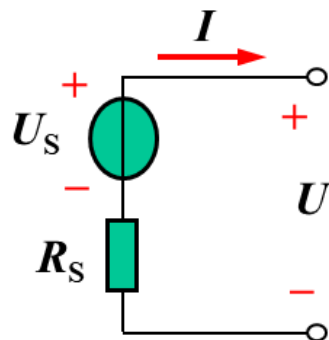
$$I_S = \sum i_{sk}, \quad I_S = I_{S1} + I_{S2} + \cdots + I_{Sn}$$



和电压源并联的电流源
(或其他元件)有什么用?

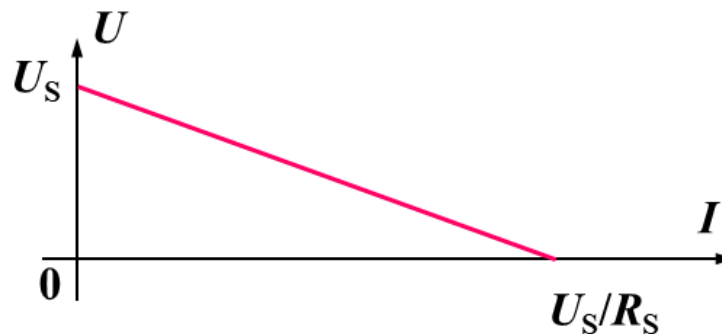
2.2 实际独立源的等效变换

I、实际独立电压源

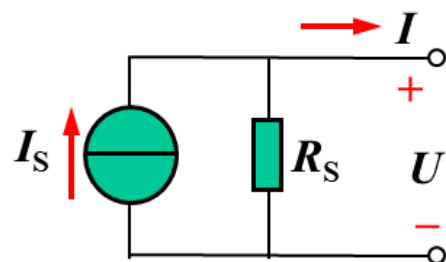


$$U = U_s - R_s I$$

这条线越？ R_s 越？
越像理想独立电压源？

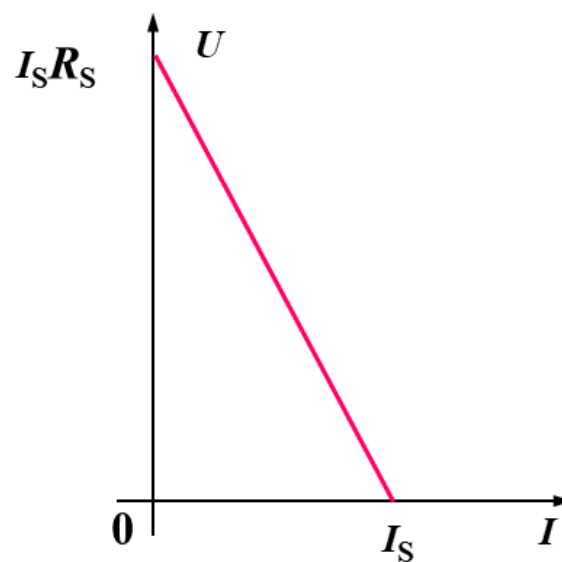


II、实际独立电流源



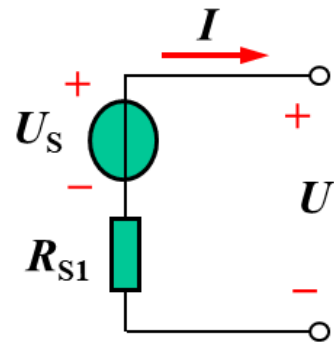
$$I = I_s - U/R_s$$

这条线越？ R_s 越？
越像理想独立电流源？
弹幕



III、电源等效变换

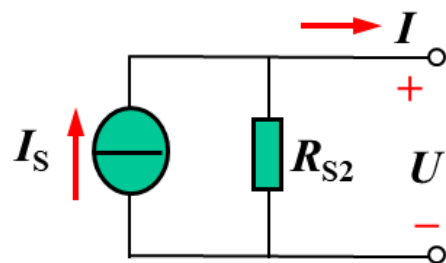
二者如何等效?



$$U = U_S - R_{S1} I$$

$$U_S = R_S I_S$$

$$I_S = U_S / R_S$$



$$U = R_{S2} I_S - R_{S2} I$$

$$I = I_S - U / R_{S2}$$

$$R_{S1} = R_{S2} = R_S$$

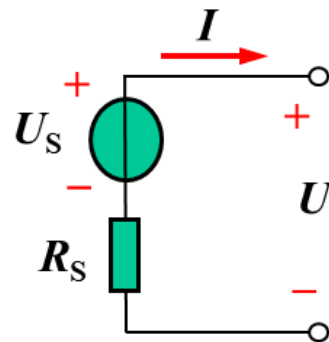
$$U_S = R_S I_S$$

$$I_S = U_S / R_S$$

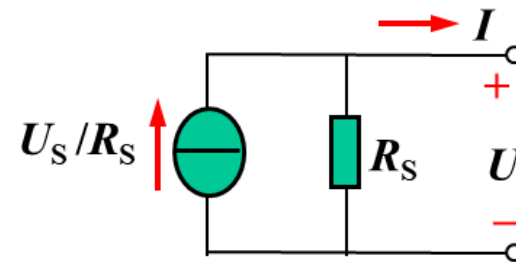
$$R_{S1} = R_{S2} = R_S$$

等效的相对性

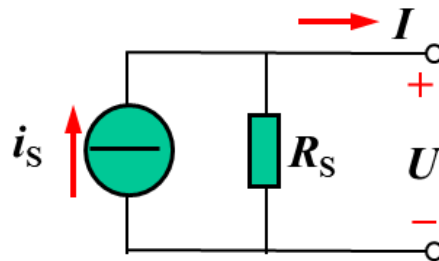
只对端口以外的子电路等效



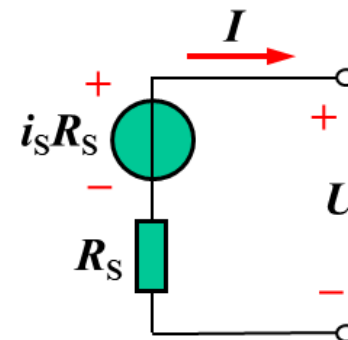
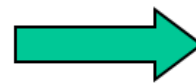
$$I_S = U_S / R_S$$



注意参考方向



$$U_S = R_S I_S$$



单选题 1分

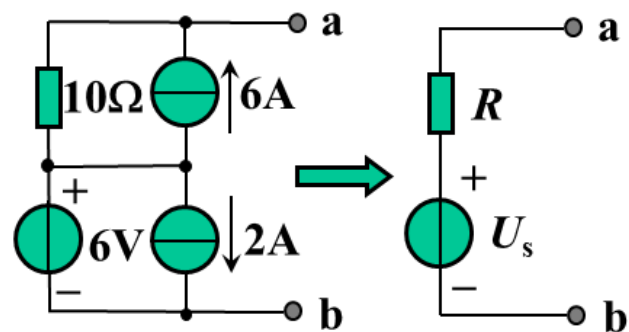
$U_s = \underline{\hspace{2cm}} \text{ V}$

A 6

B 60

C 54

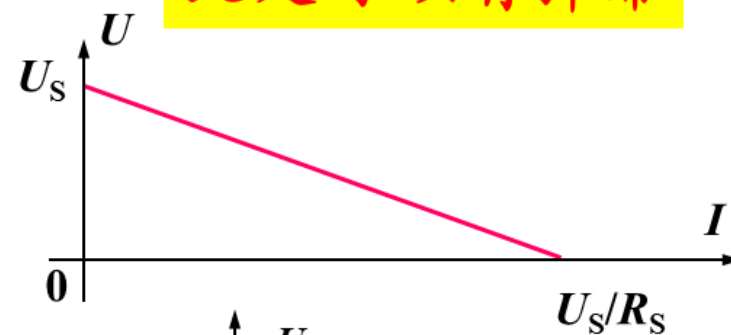
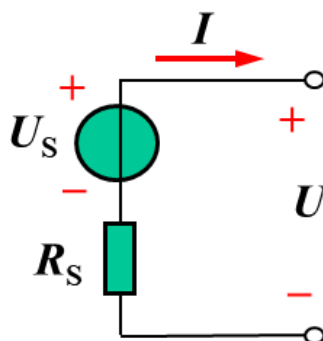
D 66



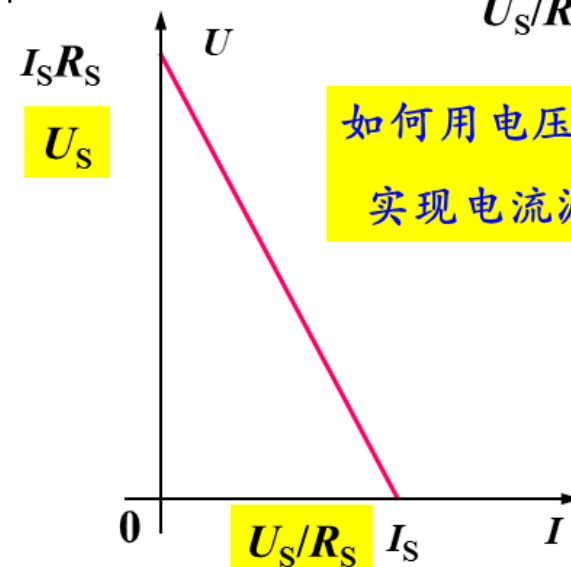
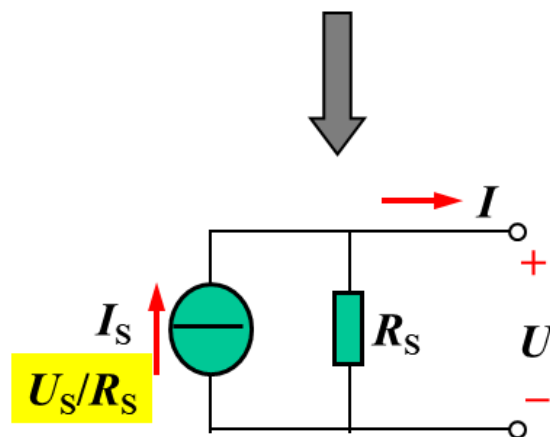
$$U_S = R_S I_S$$

$$I_S = U_S / R_S$$

$$R_{S1} = R_{S2} = R_S$$

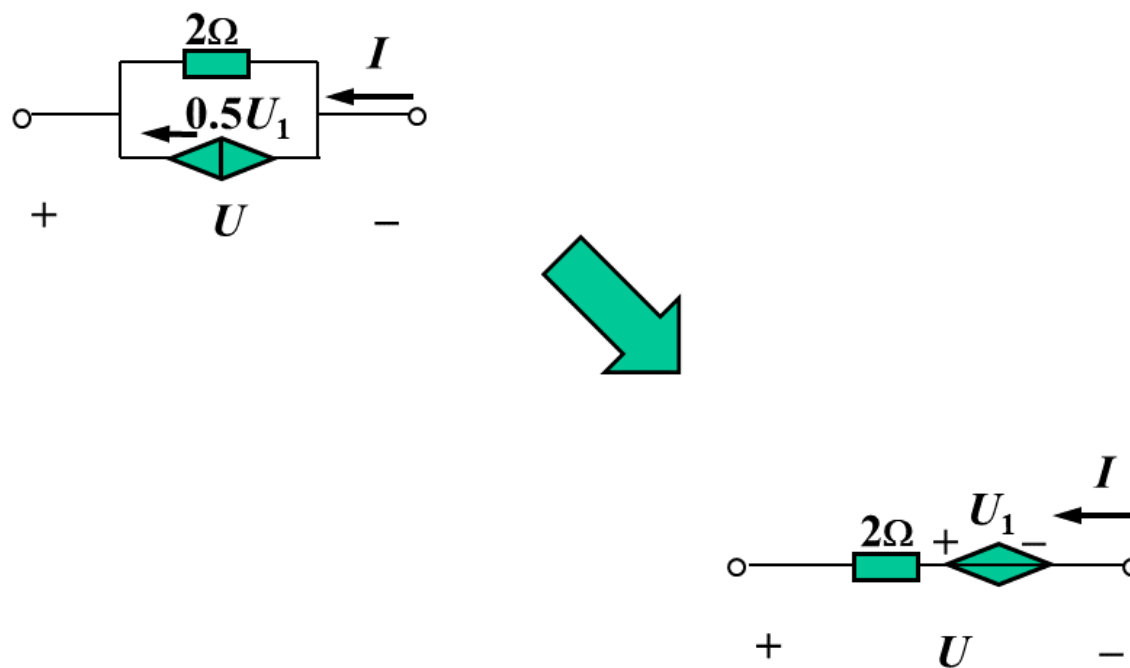


此处可以有弹幕

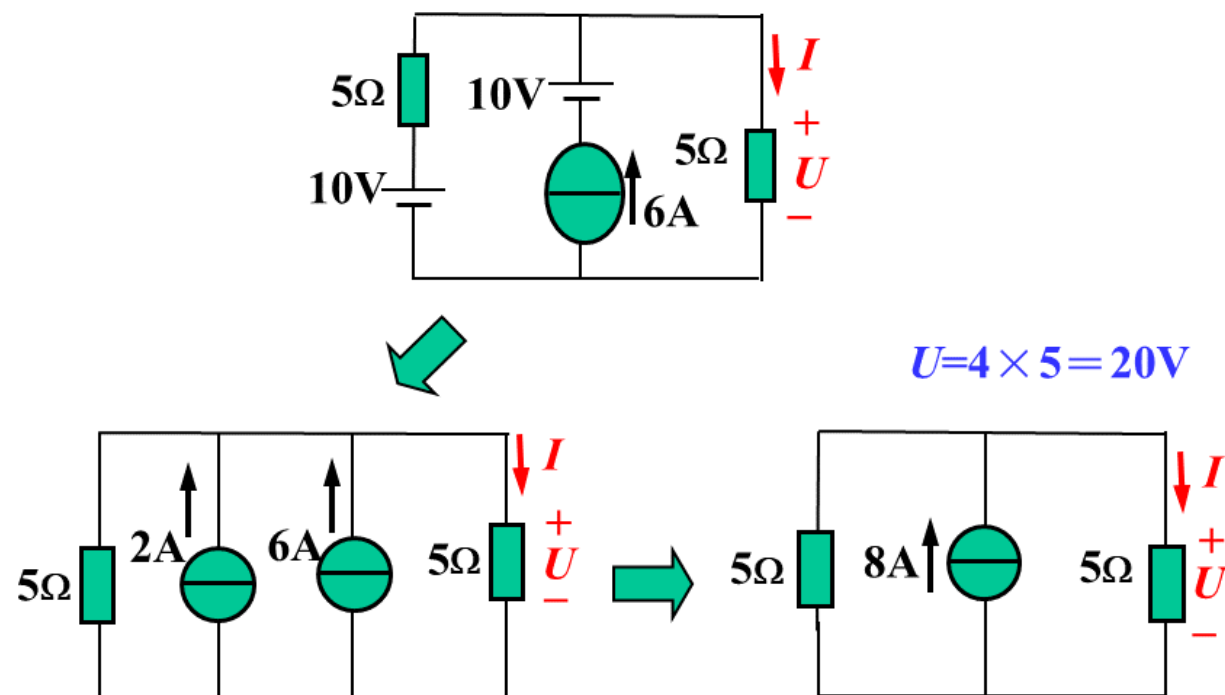


如何用电压源和电阻
实现电流源外特性

讨论：受控源的等效变换



例 求电压 U 。



最大功率传输

- 见课后推送，重要内容（作业考试都会用到），要认真学习

本次课后会推送习题课题目

- 务必务必提前用纸笔（或平板）完整做完（哪怕错得一塌糊涂）
- 听老师酣畅淋漓讲明白，不如搞清楚自己掉在哪个坑里了