思考题

1. 导体的物理特性和在静电场中的特性是什么?

2. 导体对静电场的影响称为什么现象？影响原理为何?

3. 导体对其内部和外部的静电场影响结果为何?

4. 一个带电导体，其外表面电场强度的大小与表面形状有何关系？电荷在导体外表面分布的密度有何特点?

5. 无体电荷的区域中最大电场发生在什么地方?

6. 如何减小导体表面的最大电场强度?

第5节-1 静电场中的导体 （大物第14章）

1. 基本理论

什么是导体，导体可以导电的机理？

材料中有大量可自由移动的电荷（电子），这种材料叫导体。

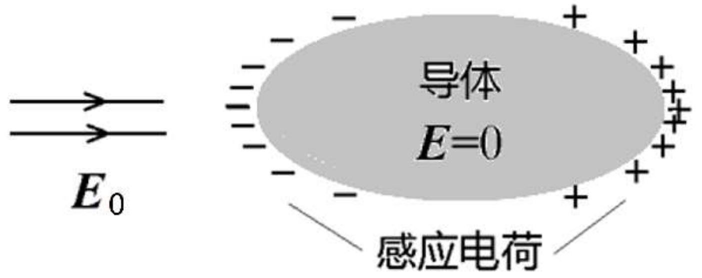
静电场的特性是系统中没有电荷移动。

（1）电场感应现象

将导体块放置于电场$\boldsymbol{E}_0$中后，导体内的电荷在电场力的作用下向边界移动，积累在表面处形成面电荷，称为感应电荷。

将导体置于电场中，导体表面感应出电荷的现象称为电场感应现象，其对应电介质的极化现象。

导体刚移入电场中时有一个过渡过程：开始导体内有电场，使导体内的电荷向表面移动，移动的结果是抵消外场，一直移动到使内部各点电场为零，其它内部电荷便不再受力，达到静态。



导体内电场为零，为等位体、面为等位面，此为静电场中导体特性。

由高斯通量定理可得导体外面的电场强度的模与面电荷的关系为：

$$E = E_n = \rho_S / \varepsilon$$

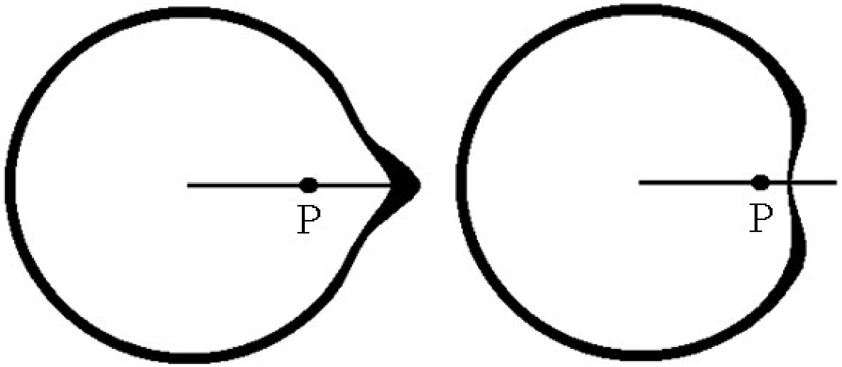
（2）外置电荷在导体上的分布特性

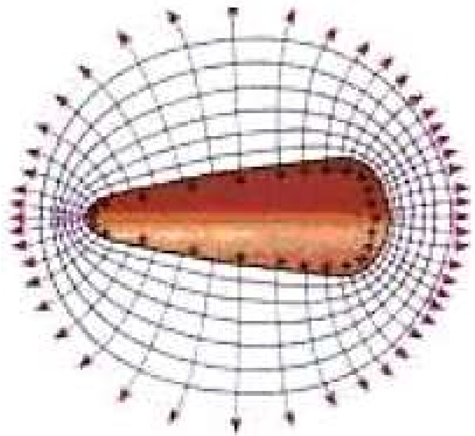
把电荷q置于导体上，该电荷一定分布在表面上，不会位于导体内部。导体表面上的场具有如下特性：

$$\oiint_S \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \oiint_S E_n \mathrm{d}S = \oiint_S E \mathrm{d}S = \oiint_S \rho_S / \varepsilon \mathrm{d}S = q / \varepsilon$$

<u>导体上外置的电荷（非感应电荷）在表面的分布特性</u>：电荷面密度与凸出表面的曲率正相关，即在表面的凸出尖角处电荷密度较大，平坦处电荷密度较小；在凹进去的表面上电荷密度更小。

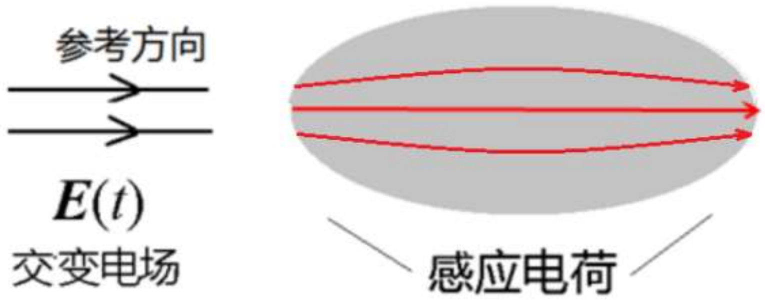
导体上电荷分布：
线的粗细代表
电荷面密度大小





球面上均匀分布的电荷在球内的场为零；
左右面电荷在P点产生的电场之和必为零

交变电场中的导体内会感应出往返振荡的电流：



（3）导体表面是电场的齐次切向边界

导体内各点的电场为零，故导体内的电场不需要求解；

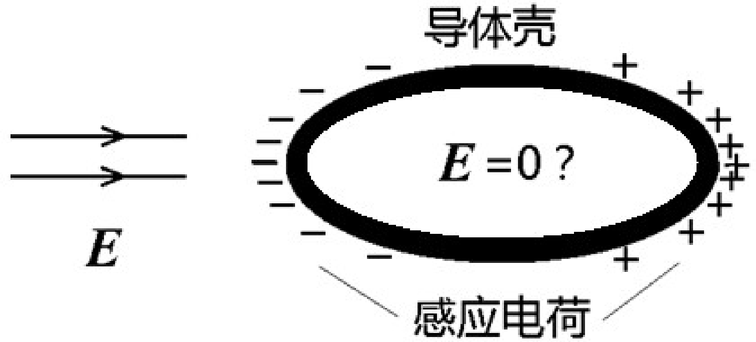
导体外表面便为导体之外场域的边界面，边界条件为何？

即在表面上$\boldsymbol{E}$的哪个分量是一定已知的？

其一定为齐次切向边界： $\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{E}=0$

2. 实际应用：导体壳的静电屏蔽

1）用导体壳屏蔽外部静电场



可完全屏蔽外部静电场吗？屏蔽原理？

任意形状的等位面包围的区域内若无电荷，则场一定为零。

试想，若域内有一点的电位高于边界值，根据电位的变化率为场强，则必有指向边界的场强，必有源。

若边界电位相等，则内部一定等于该电位。球壳内表面等电位。

若为交变场可完全屏蔽吗？为何？

不能。壳内有电流、有压降，壳内外面均不是等位面，内面有电位差故有场强。导体的电导率越大内部场强越小，但一般比无导体时的场会小很多。

i）交流高压输电线带电作业人员会受到交流电场的损害吗？

输电线下人员会受到电场影响吗？

ii）带电作业人员为何穿金属丝防护服？

戴手套？

交变电场对导体（人体）的影响类似电场感应原理在导体内产生电流。穿防护服后内部场强会减小很多，减小程度取决于防护服的质量，含材料电阻与编丝间距大小。穿防护服后人体内感应的电流被大大减小了。另外，可防止放电对人皮肤的灼伤。当一个导体无限接近于电极时，最后场强都会增加到放电的程度。

2）用导体壳屏蔽内部电荷产生的静电场

可以屏蔽内部电场吗？为何？解释实际问题要用基本定理

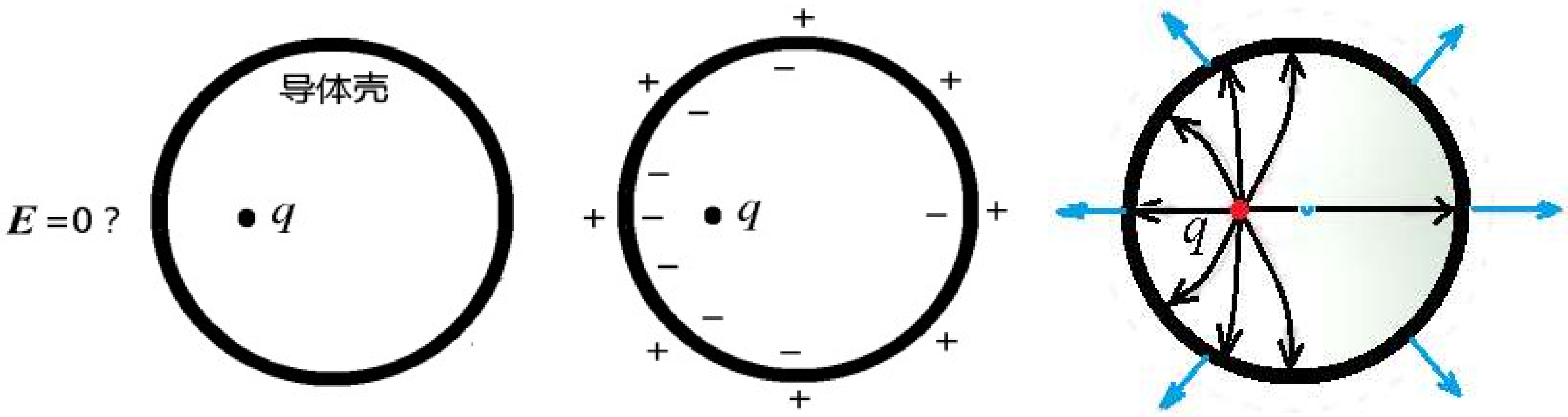
在壳外施加高斯通量定理可知不能实现完全屏蔽。

给出感应电荷分布、画出电力线：电力线垂直球壳外表面。

球壳外表面电荷如何分布？ 均匀分布

从球壳外区域V的电位和电场强度的边值问题可知，对球壳外相当于将q放到球心，因电荷分布在球面上与置于球心时V的边值问题相同。外表面的感应电荷均匀分布。

可以证明：均匀分布的球面面电荷在内部产生的场处处为零。
球壳外表面电荷对内不起作用，球内场只由q与内表面电荷产生。
以后将会证明：内球壳上的负电荷可以通过位于球外一点上的另一个点电荷来等效，等效的效果是这个等效的电荷与原电荷产生内球壳电位为零。

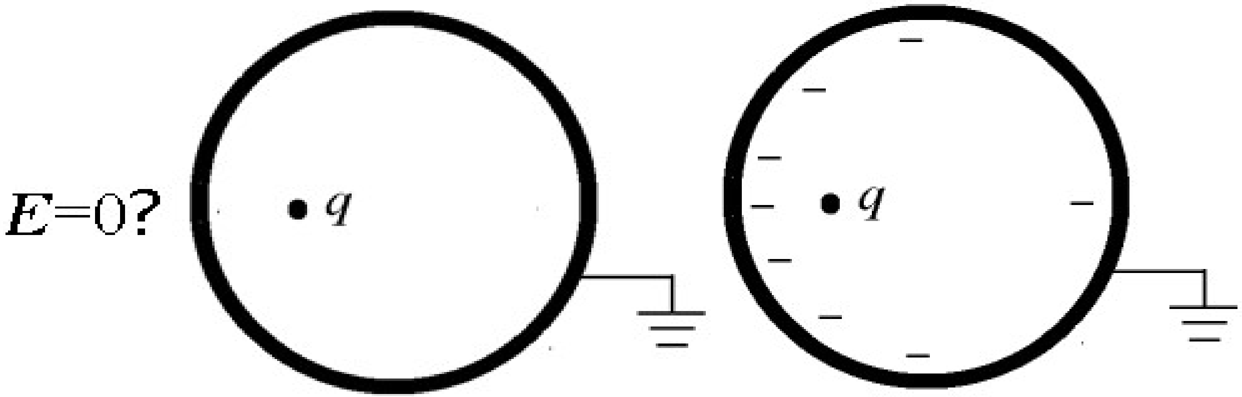


可见，球壳不能屏蔽内部的场，但可以改变场分布与大小。

3）用接地的导体壳就可以完全屏蔽内部电荷产生的静电场

为何？

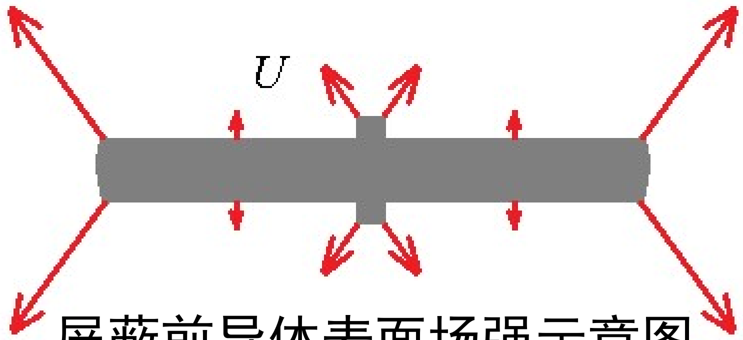
接地后导体壳与大地等电位。对于球外的空气区域为场域的所有边界上电位都相等的模型，且内部无电荷，域中电位均为零，因此区域内$\boldsymbol{E}$为零。



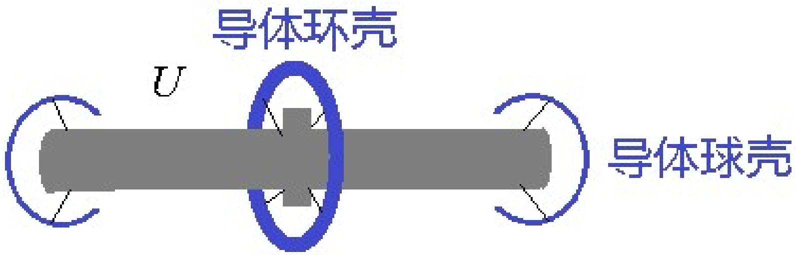
也可形象地理解为：大地（地球）与导体壳分担原球壳外表面的电荷，使得球壳外表面分得的电荷很小，基本为零。

4）用间接改变电极表面局部曲率的方式屏蔽或减小最大场强

（扩充内容）在电极的凸出尖角处套装球形、圆环形或形状比较圆滑的导体壳，可以有效减小场域尖角处的场强及场域内的最大场强。



屏蔽前导体表面场强示意图



屏蔽结构示意图

- 套装屏蔽后使得尖角被具有等位面的屏蔽体遮盖，使得尖角的电位与屏蔽体基本等电位，形成等电位区域，从而减小场强或使尖角处的场强基本为零。
- 可以形象地认为：套装这种屏蔽后将尖角处集中的电荷排挤到了其它地方或分布到了具有较大面积的屏蔽体表面上。

高压输电线，采用几根导线组合起来并联为一相线，叫分裂导线，各导线电位相同。

目的：用少量的金属达到较大外径的粗导线的电容与电感效果。

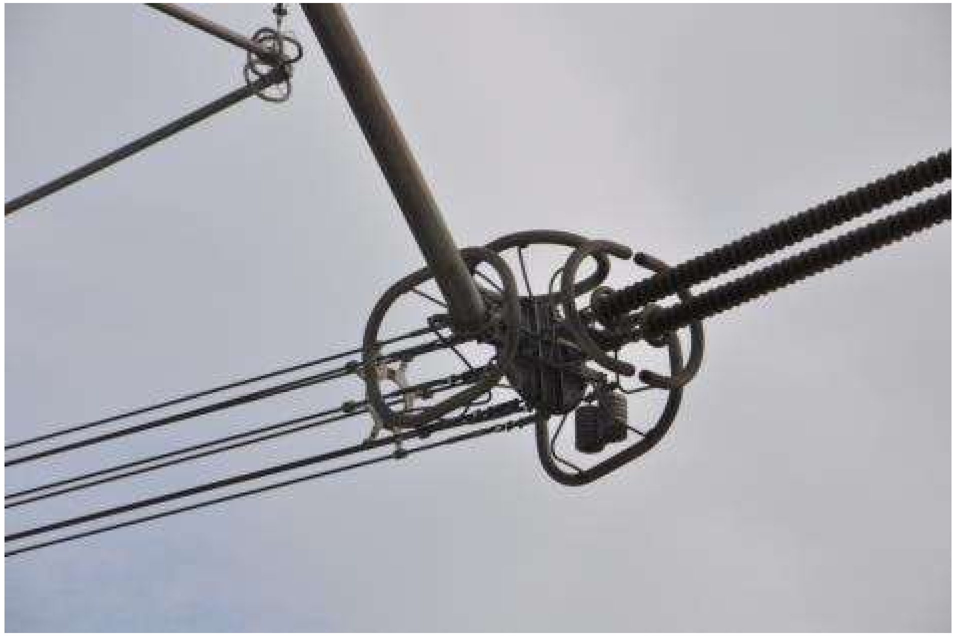
从载流能力或电阻看，将导线分裂为多股无明显益处。

但对静电场，分裂后由于各导线等电位，故好像是将导线加粗了。

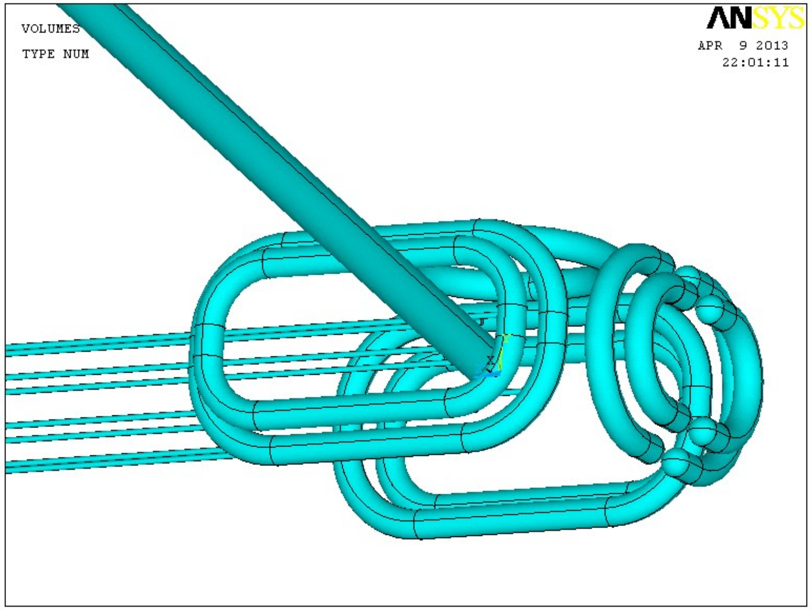
电线变粗有两个好处：电压一定的情况下，导线表面场强降低；导线电感减小。

对于没有空间电荷仅有导体电极的电场问题，
最大电场强度一定发生的电极表面上。电荷都分布在电极上。

屏蔽环电场数值计算与结构设计



原1000kV直流线路实际结构



在软件ANSYS Maxwell中建立的模型

电压从1000kV提高到1200kV屏蔽环结构设计。

所用软件为有限元软件ANSYS Maxwell 3D.

优化目标为最大场强不超过2.6kV/mm。

结果是在原来的屏蔽环外再并列放置一个较小的环，

经过间距大小和尺寸调整，满足了要求。　　（扩充毕）

作业：习题13、17、20

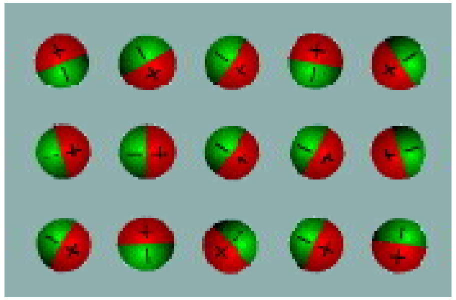
思考题

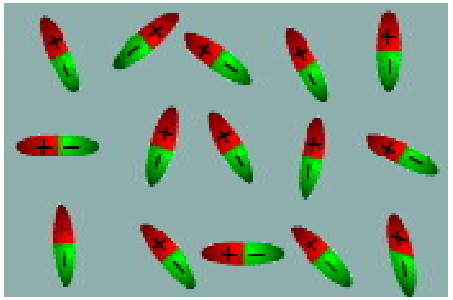
1. 电介质的物理特性和在静电场中的特性是什么?
2. 在外电场一定的情况下，放入电介质的效果一定是减小介质所在区域的电场吗?
3. 电介质对静电场的影响称为什么现象？影响原理为何?
4. 电介质对外电场的影响可以用电荷等效替代吗?
5. 用什么参数表示电介质对外电场的影响特性或描述电介质材料的特性参数是什么？它们是如何定义的?
6. 导体的介电常数是多大?
7. 为何要分析交界面条件?

第5节-2 电介质 （大物第15章）

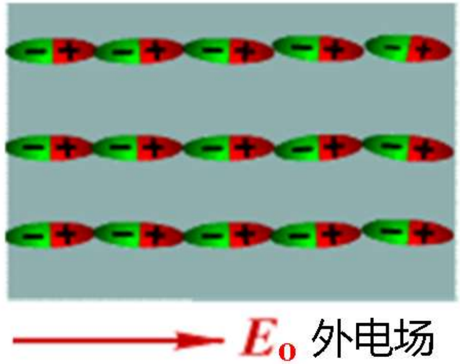
电介质也叫绝缘体，认为其内部没有可自由移动的电荷。
电荷（电子）都被原子所束缚，不能远离，“净”电荷为零。
在外电场E_0中电介质会被极化。极化是指原子的正负电荷的作用点被分离，形成电偶极子。其效果是作为源也产生电场。

无极性分子
极化前





有极性分子
极化前



极化后

对均匀线性介质，内部的偶极子相互抵消，只剩下介质表面的等效极化电荷。对非均匀介质，内部也呈现等效极化电荷。

电介质被极化后形成有向排列的电偶极矩。

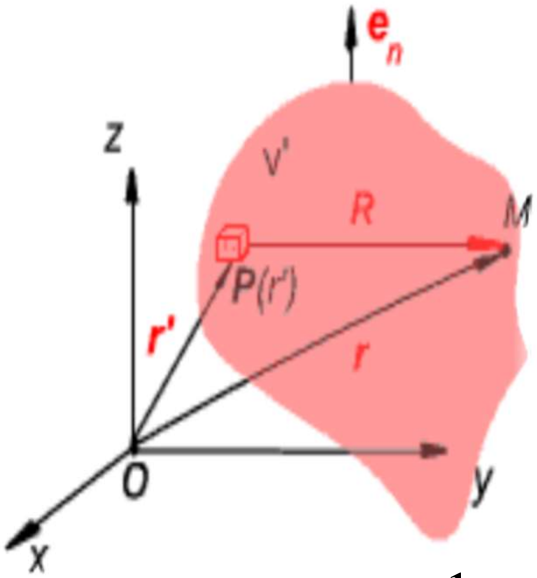
用单位体积内的偶极矩数（称为极化强度$\boldsymbol{P}$）来表示电介质被极化的程度，即

$$\boldsymbol{P}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\sum \boldsymbol{p}}{\Delta V}\quad \mathrm{C/m^2}$$

- 根据偶极子受力方向和大小可认为，在各向同性介质中任意点的$\boldsymbol{P}$与总的$\boldsymbol{E}$正相关，对线性材料两者成正比相关，可表示为：$\boldsymbol{P}=\xi\boldsymbol{E}$，据$P$和$E$的量纲易知[$E$的量纲$\mathrm{C/(\varepsilon_0 m^2)}$]，$\xi$的量纲与$\varepsilon_0$相同，故可有$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi\boldsymbol{E}$。
- χ称为介质的极化率，无量纲，表征介质材料的可被极化的程度。
- χ越大表示在一定场强下该材料的极化程度越大，对真空其为零。
- 极化后的电介质对外场有影响，介质极化后可视为场源。
- 从单个偶极子受力旋转后位置看，在介质内其产生的$\boldsymbol{E}$与外场反方向，效果是削弱偶极子处的外场，故介质极化会削弱其内的场。
- 极化强度$\boldsymbol{P}$表示该源的大小，但从量纲看，其似乎为电荷的面密度，但$\boldsymbol{P}$是体分布。
- 可将该偶极子体密度的源转化为等效体电荷和面电荷密度的形式。
- 下面利用电介质被极化后的电偶极子产生的电位来推导等效电荷。

基于介质的极化强度*P*将极化后的电介质等效为场源
----等效电荷，称其为极化电荷，其场效果与自由电荷相同。

求图中介质区域被极化后产生的电位（扩充内容）。



第4节已给出一个电偶极子的电位为：

$$\varphi_M = \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{R}^0}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

将 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}')dV'$视为偶极子有：

$$\varphi(\mathrm{M}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'} \frac{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}') \cdot \boldsymbol{R}^0}{R^2} dV'$$

由 $\nabla'\frac{1}{R} = \frac{\boldsymbol{R}^0}{R^2}$ $\Rightarrow$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}') \cdot \nabla'\left(\frac{1}{R}\right) dV'$$

上式是两个矢量的点积。下面进行变换。

下面用到的两个函数相乘的散度展开式：$\nabla \cdot (u\boldsymbol{A}) = u\nabla \cdot \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} \cdot \nabla u$

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}')\cdot\nabla'\left(\frac{1}{R}\right)dV'$$

利用恒等式：$\nabla\cdot(u\boldsymbol{F})=u\nabla\cdot\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}\cdot\nabla u$

得：$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{-\nabla'\cdot\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}')}{R}\mathrm{d}V'+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\nabla'\cdot\left(\frac{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}')}{R}\right)\mathrm{d}V'$$

高斯公式

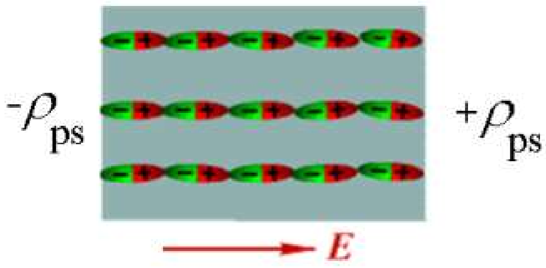
$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{-\nabla'\cdot P(r)}{R}dV'+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\oint_{S'}\frac{P(r)\cdot\boldsymbol{n}}{R}\mathrm{d}S'$$

（扩充毕）

注意$\boldsymbol{n}$为介质区域的外法向

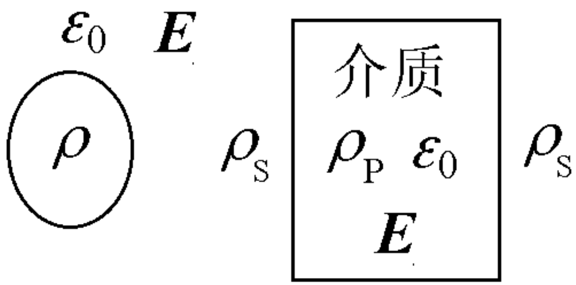
因此，等效极化体电荷密度为：$\rho_p=-\nabla'\cdot\boldsymbol{P}$

介质表面上有极化电荷面密度：$\rho_{ps}=\boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}$



即，连续介质被极化后可由等效极化体电荷密度ρ_p在真空中产生的场来替代或描述介质对场的影响；在介质表面上还需要等效极化面电荷ρ_{ps}。两介质交界面上极化电荷等于界面两侧极化电荷的代数和。一块介质的总等效极化电荷必为零。实际上本无此电荷，只是从场源的角度将偶极子或极化效果等效为一般场源即电荷的结果。

介质被极化后可用等效极化电荷表示：



总极化电荷为零。

各处总电场$\boldsymbol{E}$为ρ、ρ_P 和 ρ_{PS}在无限大真空中的场之总和。在连续介质中$\boldsymbol{E}$满足：

$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=(\rho+\rho_p)/\varepsilon_0$ 并有：$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=(\rho-\nabla\cdot\boldsymbol{P})/\varepsilon_0$，移项得：

$$\varepsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}+\nabla\cdot\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\nabla\cdot\boldsymbol{E}+\nabla\cdot(\varepsilon_0\chi\boldsymbol{E})=\nabla\cdot[\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}]=\rho$$

此为连续介质中已知材料的极化率χ时$\boldsymbol{E}$满足的微分方程之一，另一个方程是$\boldsymbol{E}$的旋度为零。

第6节 电介质中的电场及其方程与电位移矢量$\boldsymbol{D}$

空间有电介质时，电场强度满足的一般方程组为： 大物15.3

$$\begin{cases}\nabla\cdot[\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}]=\rho\\ \nabla\times\boldsymbol{E}=0\end{cases}$$

如已知材料的磁化率χ，则可通过上面的方程求解考虑电介质影响下的电场强度。

介质材料特性由$\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{E}$和χ所描述，有：$\chi = P/E$

此时，电场与电荷和介质参数的关系为：$\nabla\cdot[\varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E}] = \rho$

有比上式更简单的形式吗？ 有！ 可取：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0(1+\chi)\boldsymbol{E} = \varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E}$$

$\varepsilon_r=1+\chi$称为相对介电常数，无量纲； $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0=(1+\chi)\varepsilon_0$称为材料的介电常数或称为电容率**[F/m]**。

上式等效为：$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$

因此有：$\boxed{\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho}$ $\boxed{\oint\!\!\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = q}$ $\boldsymbol{D}$表示的高斯通量定理。

$\boldsymbol{D}$称为电位移，单位C/m^2 。$\boldsymbol{D}$的闭合面积分和散度与极化电荷无关。

无论积分面是否包含介质，都仅等于包围的自由电荷。计算很方便！

以后用$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$描述介质特性，而不是$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0\chi\boldsymbol{E}$ 。故静电场方程组可写为：

$$\begin{cases} \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho \\ \nabla\times\boldsymbol{E} = 0 \\ \boldsymbol{D} = \varepsilon\boldsymbol{E} \end{cases}$$

这就是分析介质特性的最终目的，
即为了得到有介质时的静电场方程组。

虽然电位移$\boldsymbol{D}$的散度和闭合面积分只与自由电荷有关，但场域内每点$\boldsymbol{D}$的大小与介质有关，介质或等效极化电荷是$\boldsymbol{E}$和$\boldsymbol{D}$的等效源。

为了描述介质才引进了$\boldsymbol{P}$进而引入了$\boldsymbol{D}$，且有：

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$$

只要知道了介质特性或参数，则以上三个量就只有两个独立；

$\boldsymbol{D}$包含了$\boldsymbol{P}$ 的内涵，将极化影响或等效极化电荷内含了。

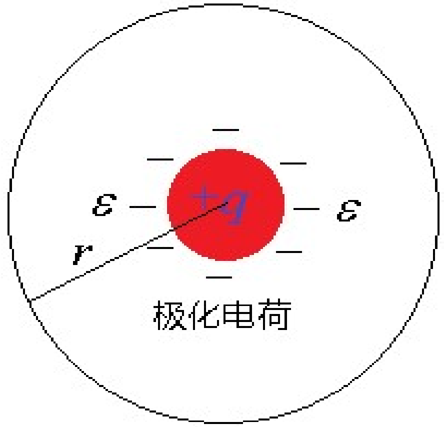
显然，利用$\boldsymbol{P}$与$\boldsymbol{E}$并结合材料的极化率$\boldsymbol{P}=\xi\boldsymbol{E}$表示介质的极化特性物理意义很明确， $\boldsymbol{P}$为单位体积内的极化偶极子数，真空中无介质极化现象，故$\boldsymbol{P}$和极化率χ 均为零；但真空中有$\boldsymbol{D}$和$\varepsilon_r=1$。

引入$\boldsymbol{D}$使得高斯定理只与自由电荷有关，具有明显好处，其计算简单。但利用$\boldsymbol{D}$描述极化不直接。由$\boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}$可见， $\boldsymbol{D}$描述的是电容率。处于真空中的两极板有电容，故$\boldsymbol{D}$有值。所以将ε称为电容率**capacitivity**更好，称为介电常数误导概念，因真空中无物质还叫介质的介电常数不妥。顺便指出，可认为良导体中无极化特性，故其电容率与真空相同，即为ε_0。在下一章分析导体内的电流以及时变场中会涉及此概念。

ε_r为相对于真空的介电常数的倍数。一般电工绝缘材料的ε_r在几到几十量级；当然也有ε_r上千的特殊材料。

在无限大均匀介质ε中点电荷产生的场为：

$$D_r = \frac{q}{4\pi r^2} \qquad E_r = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r^2}$$



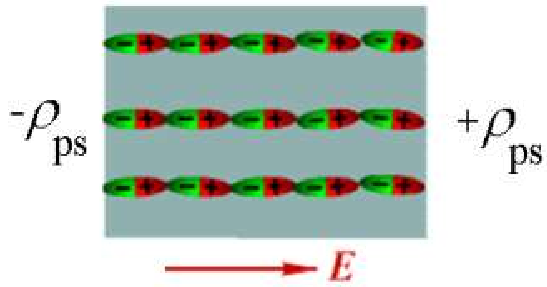
E比真空中小了ε_r倍。为何？

因点电荷周围有异号的极化电荷。

注意：在无限大均匀介质ε空间中，用自由电荷和ε表示的$\boldsymbol{E}$的库仑定律和高斯定理是成立的（不需考虑极化电荷），有：$E_r = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$

因为 $D_r = \dfrac{q}{4\pi r^2}$ 一定正确。非无限大介质空间不成立。

介质对场的影响结果是在介质内减小外场，该结论普遍成立。

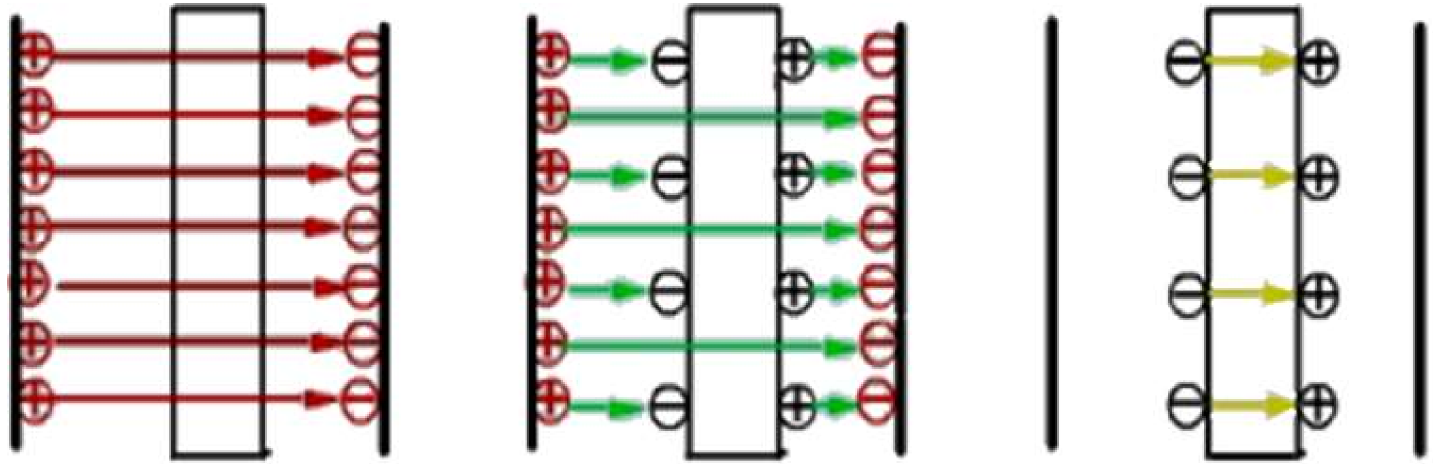


而在外部不同部位可能会增加或减小外场。

导体内的场被完全抵消，可否说导体的极化率χ为无限大？No!

E、***D***、***P*** 矢量线示例

图示为平行板电容器中放入一块电介质后，忽略端部效应，其***D*** 线、***E*** 线和***P*** 线的分布。

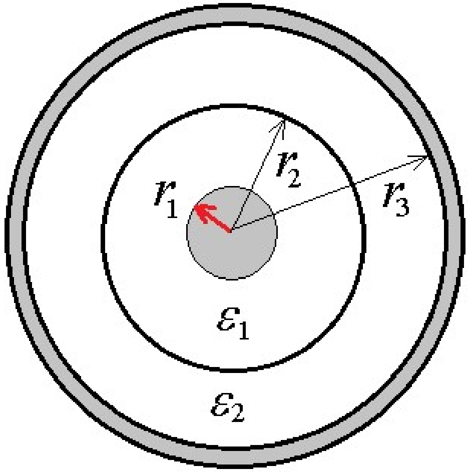


D线(一般画电力线是***D***线)　　***E***线　　***P***线

线性与非线性介质：是指介质上***E***与***D***的关系是线性还是非线性。线性介质的介电常数为常数；非线性介质的介电常数随场***E***而改变，可表示为$\varepsilon(E)$。

各向同性与各向异性介质：介电常数在每个方向都是相同的称为各向同性介质，***E***与***D***同方向。介电常数在不同方向上具有不同数值称为各向异性介质， ***E***与***D***不同方向。

教材例1-8： 两层电介质同轴电缆，芯线与外皮间加电压U，求$\boldsymbol{E}$。



解： 电荷是电场的源，电压不是源，而是一种场。所以给定电压的问题，实际上是电荷产生电场与电压。

因此，要求$\boldsymbol{E}$需已知电荷；若给定电压时就先设电荷，然后求$\boldsymbol{E}$；由$\boldsymbol{E}$求U，得到U与电荷的关系，进而可得到用U表示的$\boldsymbol{E}$ 。

先设线电荷$\pm\tau$，芯线电荷为正。

先画出$\boldsymbol{D}$线。利用$\boldsymbol{D}$的高斯通量定理的积分形式，先求$\boldsymbol{D}$。

取圆柱高斯面得两种介质中的$\boldsymbol{D}$均为：$D_{1r} = D_{2r} = \tau/(2\pi r)$

电场强度：$E_{1r} = \tau/(2\pi\varepsilon_1 r)$，$E_{2r} = \tau/(2\pi\varepsilon_2 r)$，对$E_{1r}$与$E_{2r}$线积分得$U$，从而得$U$与$\tau$的关系，进而得：

$$E_{1r} = \frac{U}{r\left(\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\ln\frac{r_3}{r_2}\right)} \qquad E_{2r} = \frac{U}{r\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\ln\frac{r_2}{r_1} + \ln\frac{r_3}{r_2}\right)}$$