

第 16 周基础习题课题目

1. 设 X_1, \dots, X_n 为来自均匀分布总体 $U(1, \theta)$ 的样本, 求参数 θ 的矩估计量。
2. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本, X 的密度函数 $p(x) = \frac{2x}{\theta^2}, (0 < x < \theta)$, 求参数 θ 的矩估计量。
3. 设 x_1, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本观测值, X 的密度函数为 $p(x) = (\theta + 1)x^\theta$, 其中 $\theta > 0, 0 < x < 1$, 求参数 θ 的最大似然估计量。
4. 对总体 $N(\mu, 1)$ 的样本, 样本容量 $n = 25$, 测得样本均值 $\bar{x} = 3.55$ 。
求参数 μ 的置信水平 90% 的双侧区间估计的区间。
5. 对总体 $N(\mu, 1)$ 的样本, 样本容量 $n = 9$, 测得样本均值 $\bar{x} = 7.68$ 。求参数 μ 的置信度 92% 的双侧区间估计的区间长度。
6. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, 使参数 μ 的 96% 双侧置信区间长度不超过 0.08, 则样本容量 n 至少要达到多少?
7. X_1, X_2, \dots, X_{25} 是来自正态总体 $N(\mu, 4)$ 的样本, \bar{x} 是样本均值。对假设检验问题 $H_0: \mu \geq 3$ vs $H_1: \mu < 3$ 。若取拒绝域为 $\bar{x} < 2.28$, 求
 - (1) 该检验的、显著性水平;
 - (2) 当 $\mu = 1.48$ 时, 该检验犯第二类错误 (受伪) 的概率。
8. X_1, \dots, X_{25} 是来自总体 $N(\mu, 4)$ 的样本, 考虑假设检验问题 $H_0: \mu \geq 3$ vs $H_1: \mu < 3$,
 - (1) 若取拒绝域为样本均值 $\bar{x} < 2.38$, 求检验的显著性水平;
 - (2) 当 $\mu = 1.68$ 时, 求该检验犯第二类错误 (受伪) 的概率;
 - (3) 求 $\bar{x} = 2.2$ 的 p 值。

分布函数和分位数

$\Phi(1.28) = 0.9$, $\Phi(1.44) = 0.925$, $\Phi(1.65) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$, $\Phi(2.33) = 0.99$,
 $\Phi(1) = 0.84$, $\Phi(1.25) = 0.89$, $\Phi(1.5) = 0.93$, $\Phi(1.75) = 0.96$, $\Phi(2) = 0.98$, $\Phi(3) = 0.999$