# 第八周作业

6.4 用拉普拉斯变换求解下列微分方程(习题 2.1)：

$$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+5\frac{dr(t)}{dt}+6r(t)=2\frac{d^2e(t)}{dt^2}+6\frac{de(t)}{dt},$$

激励信号为 $e(t)=(1+e^{-t})u(t)$，初始状态 $r(0_-)=1, r'(0_-)=0$。

$e(t)=(1+e^{-t})u(t)$

$\therefore e(0^-)=0$ , $e'(t)=-e^{-t}u(t)+(1+e^{-t})\delta(t)$

$e'(0^-)=0$

$$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+5\frac{dr(t)}{dt}+6r(t)=2\frac{d^2e(t)}{dt^2}+6\frac{de(t)}{dt}$$

两边同时作拉氏变换，并记 $\mathcal{L}[r(t)]=R(s)$ , $\mathcal{L}[e(t)]=E(s)$

$\therefore S^2R(s)-S-0+5[SR(s)-1]+6R(s)=2S^2E(s)+6\cdot SE(s)$

$(S^2+5S+6)R(s)=(2S^2+6S)E(s)+S+5$

而 $E(s)=\mathcal{L}[(1+e^{-t})u(t)]=\frac{1}{S}+\frac{1}{S+1}=\frac{2S+1}{S(S+1)}$

$$\therefore R(s)=\frac{\frac{5S^2+20S+1}{S+1}}{S^2+5S+6}$$

$$=\frac{5S^2+20S+11}{(S+1)(S+2)(S+3)}$$

$$=-\frac{2}{S+1}+\frac{9}{S+2}-\frac{2}{S+3}$$

$\therefore r(t)=9e^{-2t}-2e^{-t}-2e^{-3t}$ $(t>0)$

6.5 由下列系统函数 $H(s)$ 求系统频率响应特性 $H(\omega)$：

(1) $H(s)=\frac{s+2}{s^2+4s+8}$； (2) $H(s)=\frac{2}{s^2+1}$.

(1) $H(w)=\frac{2+jw}{-w^2+4jw+8}$ ，极点为 $p=-2\pm j2$ ，全在左半平面

(2) 极点在 $p=\pm j$ ，位于虚轴上

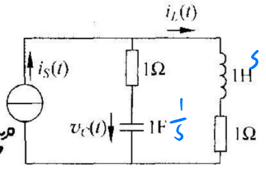
故 $H(w)$ 不存在

6.6 已知电路如题图 6-1 所示，求：

(1) 系统函数 $H(s)=\frac{I_L(s)}{I_S(s)}$；

(2) 在初始条件 $v_C(0)=V_0$，$i_L(0)=I_0$ 下电感电流的零输入响应 $i_{Lzi}(t)$.

说明 $H(s)$ 是否反映了此电路的所有固有特性.



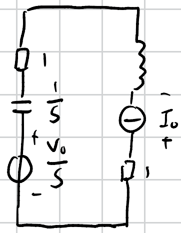

题图 6-1

(1) 设初始状态为0

$$I_L(s)=I_s(s)\cdot\frac{1+\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}+1+s}$$

$$\therefore H(s)=\frac{I_L(s)}{I_s(s)}=\frac{1+\frac{1}{s}}{1+\frac{1}{s}+1+s}=\frac{1}{s+1}$$

(2)
$$I_L(s)=\frac{\frac{V_0}{s}+I_0}{1+s+1+\frac{1}{s}}=\frac{V_0+sI_0}{(1+s)^2}=\frac{I_0}{s+1}+\frac{V_0-I_0}{(1+s)^2}$$




$$\therefore i_{Lzi}(t)=I_0e^{-t}+(V_0-I_0)te^{-t}\quad(t>0)$$

由于 $H(s)$ 只有 $s=-1$ 一个单极点，

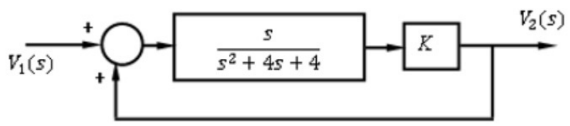
故 $H(s)$ 并未完全反映此电路所有固有特性

补充题2：如图所示反馈系统，回答下列各问：

（1）写出$H(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}$；

（2）$K$满足什么条件时系统稳定？

（3）在临界稳定条件下，求系统冲激响应$h(t)$。




(1) $$(V_1+V_2)\cdot\frac{Ks}{s^2+4s+4}=V_2$$

$$\therefore H(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}=\frac{\frac{Ks}{s^2+4s+4}}{1-\frac{Ks}{s^2+4s+4}}=\frac{Ks}{s^2+(4-K)s+4}$$

(2) 系统稳定 ⇒ 极点在左半平面

$$\therefore p=-\frac{4-K}{2}\pm\sqrt{\frac{K^2}{4}-2K}$$

(3) 临界稳定时 $K=4$

$$\therefore H(s)=\frac{4s}{s^2+2^2}$$

$$\therefore h(t)=4\cos 2t\,u(t)$$

补充题3： 已知某系统的系统函数为

$$H(s) = \frac{13}{(s+1)(s^2+4s+5)}$$

试求：当激励$x(t) = \cos(2t)u(t)$时系统的稳态响应。

$$H(s) = \frac{13}{(s+1)[(s+2)^2+1^2]}$$ ，极点均位于左半平面，有稳态响应

$$H(2j) = \frac{13}{(1+2j)(1+8j)} = \frac{13}{10j-15} = \frac{\sqrt{13}}{5} e^{j(\pi + \arctan\frac{2}{3})}$$

$$\therefore r(t) = -\frac{\sqrt{13}}{5}\cos\left(2t + \arctan\frac{2}{3}\right)$$

补充题4： 已知系统函数

$$H(s) = \frac{5(s+3)}{s^2+2s+5}$$

为使此系统得到零状态响应

$$r(t) = [\cos 2(t-1) + \sin 2(t-1)]e^{-(t-1)}u(t-1)$$

求激励$e(t)$。

$$R(s) = e^{-s}\left[\frac{s+1}{(s+1)^2+2^2} + \frac{2}{(s+1)^2+2^2}\right]$$

$$\therefore E(s) = \frac{R(s)}{H(s)} = \frac{e^{-s}}{5}$$

$$\therefore e(t) = \frac{1}{5}\delta(t-1) \quad (t>0)$$