

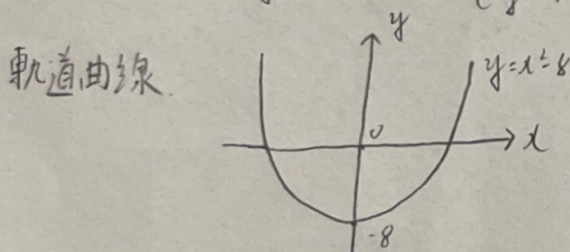
编号: 2022010311

班级: 能源25

姓名: 吴晨聪

第 1 页

第一章

1.7. 一质点在 xy 平面上运动, 运动函数为 $x=2t$, $y=4t^2-8$.(1) 求质点运动的轨道方程并画出轨道曲线 (2) 求 $t_1=1s$, $t_2=2s$ 时, 质点的位置、速度、加速度已知: $\vec{r}(t) = (2t)\vec{i} + (4t^2-8)\vec{j}$, $t_1=1s$, $t_2=2s$.求: 轨道方程、轨道曲线, $\vec{r}(1)$, $\vec{v}(1)$, $\vec{a}(1)$, $\vec{r}(2)$, $\vec{v}(2)$, $\vec{a}(2)$.解: 轨道方程:
$$\begin{cases} x=2t \\ y=4t^2-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\frac{x}{2} \text{ --- ①} \\ y=4t^2-8 \text{ --- ②} \end{cases}$$
 把 $t=\frac{x}{2}$ 代入 ②, 得出轨道方程为 $y=x^2-8$.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2)\vec{i} + (8t)\vec{j}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (8)\vec{j}$$

位置:

速度

加速度:

$$\vec{r}(1) = 2\vec{i} - 4\vec{j}$$

$$\vec{v}(1) = 2\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{a}(1) = 8\vec{j}$$

$$\vec{r}(2) = 4\vec{i} + 8\vec{j}$$

$$\vec{v}(2) = 2\vec{i} + 16\vec{j}$$

$$\vec{a}(2) = 8\vec{j}$$

1.9. 滑雪运动员离开水平滑雪道飞入空中时的速率 $v=110\text{km/h}$, 着陆的斜坡与水平面夹角 $\theta=45^\circ$ (1) 计算位移 L 是多大 (2) 实际距离是 $L=165\text{m}$, 为何与计算结果不符?已知: $v=110\text{km/h}=30.556\text{m/s}$, $\theta=45^\circ$.求: L , 解释为何与实际距离不同.解: 先算着陆时间 t , 规定向上为正方向

$$\text{运动员着陆坐标: } \begin{cases} x = L \cos 45^\circ = v_0 t \\ y = L \sin 45^\circ = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 t = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{2v_0}{g}$$

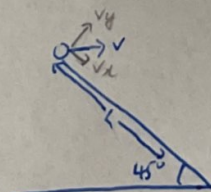
$$L \cos 45^\circ = v_0 t$$

$$L = \frac{v_0 \cdot 2v_0}{\cos 45^\circ \cdot g}$$

$$L = \frac{30.556 \times 2 \times 30.556}{\frac{\sqrt{2}}{2} \times 9.8}$$

$$L = 269.47\text{m}$$

因为实际情况中有空气阻力, 所以距离较短.





编号:

班级:

姓名:

第

页

1.10. 一个人扔石头最大出手速率 $v = 25 \text{ m/s}$, 他能把石头扔过与他水平距离 $L = 50 \text{ m}$, 高 $h = 13 \text{ m}$ 的一座墙吗? 在这个距离内他能把石头扔过墙的最高高度是多少?

已知: $v = 25 \text{ m/s}$, $L = 50 \text{ m}$, $h = 13 \text{ m}$.

求: 能把石头扔过墙? 最高能扔多高?

解: 运动方程:
$$\begin{cases} x = v_0 \cos \theta t \\ y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{v_0 \cos \theta} \dots\dots ① \\ y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots ② \end{cases}$$

把 $t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$ 代入 ②.

$$y = x \tan \theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \quad \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$$

$$y = x \tan \theta - \frac{g x^2}{2 v_0^2} (1 + \tan^2 \theta) \dots\dots ③$$

将 $L = 50 \text{ m}$ 代入 ③ 中 x , $v = 25 \text{ m/s}$ 代入 ③ 中 v_0 .

$$y = 50 \tan \theta - \frac{10 \times 50^2}{2 \times 25^2} (1 + \tan^2 \theta)$$

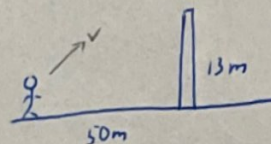
$$y = 50 \tan \theta - 20 (1 + \tan^2 \theta)$$

$$y = -20 \tan^2 \theta + 50 \tan \theta - 20$$

$$y = -20 \left(\tan \theta - \frac{5}{4} \right)^2 + 11.25$$

即 $\tan \theta = \frac{5}{4}$ 时, y 有最大值 $y_{\max} = 11.25 \text{ m}$.

所以人不能把石头扔过 13 m 的墙, 最高高度是 11.25 m .



(科目:)

清华大学数学作业纸



4120238

编号:

班级:

姓名:

第

页

1.18 已知内半径 $R_1 = 2.2\text{cm}$, 外半径 $R_2 = 5.6\text{cm}$, 密度 $N = 650\text{条/mm}$, 线速度 $v = 1.3\text{m/s}$.

求: 录音时间 t , 当 $r = 5\text{cm}$ 时, 角速度 ω 和角加速度 α .

解: 用积分求解录音时间 t

$$t = \int_{R_1}^{R_2} \frac{2\pi r N}{v} dr = \frac{2\pi N}{v} \int_{R_1}^{R_2} r dr = \frac{2\pi N}{v} \left(\frac{1}{2} r^2 \right) \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{\pi N}{v} (R_2^2 - R_1^2)$$

角速度:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.3}{0.05} = 26 (\text{rad/s})$$

$$= \frac{\pi \times 650 \times 10^3}{1.3} \times (0.056^2 - 0.022^2)$$

$$= 4165.752 (\text{s})$$

$$= 69.429 (\text{min})$$

角加速度:

$$\frac{d(\frac{v}{r})}{dt} = \frac{d(\frac{1}{r})}{dr} \cdot \frac{dr}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\frac{v}{r})}{dt} = -\frac{v}{r^2} \cdot \frac{dr}{dt} \quad \text{---} \quad \frac{dr}{dt} = \frac{v}{2\pi r N}$$

$$= -\frac{v^2}{2\pi r^3 N}$$

$$= -\frac{1.3^2}{2 \times \pi \times 0.05^3 \times 650 \times 10^3}$$

$$= -3.31 \times 10^{-3} (\text{rad/s}^2)$$



编号:

班级:

姓名:

第

页

1.26. 已知 $V_{\text{空对地}} = 150 \text{ km/h}$, $V_{\text{地对空}} = 750 \text{ km/h}$, $V_{\text{地对飞}} = 5750 \text{ km/h}$, $\theta = 19.5^\circ$ 求 $V_{\text{地对地}}$ 及方向.

解: 先求 $V_{\text{地对地}} = \sqrt{V_{\text{地对空}}^2 + V_{\text{空对地}}^2} = \sqrt{750^2 + 150^2} = 765 \text{ (km/h)}$.

$V_{\text{地对空}}$ 和 $V_{\text{空对地}}$ 间的角度 $\theta_1: \arctan \frac{V_{\text{空对地}}}{V_{\text{地对空}}} = \arctan \frac{150}{750} = 11.3^\circ$.

$V_{\text{地对飞}}$ 与 $V_{\text{地对地}}$ 间角度 $\alpha = 90^\circ - \theta_1 - \theta = 90^\circ - 11.3^\circ - 19.5^\circ = 59.2^\circ$

$$\begin{aligned} V_{\text{地对地}} &= \sqrt{V_{\text{地对飞}}^2 + V_{\text{地对地}}^2 - 2V_{\text{地对飞}}V_{\text{地对地}}\cos\alpha} \\ &= \sqrt{5750^2 + 765^2 - 2 \times 5750 \times 765 \times \cos 59.2^\circ} \\ &= 5400 \text{ (km/h)} \end{aligned}$$

方向 θ_2 :

$$\sin 59.2^\circ \times \frac{5750}{5400} = 0.915.$$

$$\arcsin 0.915 = \theta_1 + \theta_2 + 90^\circ$$

$$\theta_2 = \arcsin 0.915 - \theta_1 - 90^\circ$$

$$\theta_2 = \arcsin 0.915 - 11.3^\circ - 90^\circ$$

$$\theta_2 = 12.5^\circ$$

