

# 第 二次作业

1.2

11. 口袋中有 10 个球, 分别标有号码 1 到 10, 现从中不返回地任取 4 个, 记下取出球的号码,

试求:

(1) 最小号码为 5 的概率;

(2) 最大号码为 5 的概率.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

$$(1) P(A_1) = \binom{4}{1} \frac{5}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{21}$$

$$(2) P(A_2) = \binom{4}{1} \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{105}$$

17. 把  $n$  个“0”与  $n$  个“1”随机地排列, 求没有两个“1”连在一起的概率.

共有  $2n$  个位置

$\overbrace{1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \dots 1 \ 0 \ 1}^{n+1 \text{ 个位置放 } 1}$   
 $\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{n+0}$

$$P(A) = \frac{\binom{n+1}{n}}{\binom{2n}{n}} = \frac{n}{\binom{2n}{n}}$$

22. 将  $n$  个完全相同的球 (这时也称球是不可辨的) 随机地放入  $N$  个盒子中, 试求:

(1) 某个指定的盒子中恰好有  $k$  个球的概率;

(2) 恰好有  $m$  个空盒的概率;

(3) 某指定的  $m$  个盒子中恰好有  $j$  个球的概率.

余下  $n-k$  个球放入  $N-1$  个盒

$$(1) P(A_1) = \frac{\binom{N+n-1-k}{n-k}}{\binom{N+n-1}{n}} = \frac{\binom{N+n-k-1}{n-k}}{\binom{N+n-1}{n}} \quad 0 \leq k \leq n$$

共有  $N+n-1$  个位置

$$(2) P(A_2) = \frac{\binom{N}{m} \binom{n-1}{N-m-1}}{\binom{N+n-1}{n}} \quad \text{放 } N-m \text{ 个盒}$$

$\overbrace{0 \ 0 \ 0 \ 0}^{n-1 \text{ 间隔}}$   
 $\underbrace{\hspace{1cm}}_{n \text{ 个球}}$

$N-n \leq m \leq N-1$

放  $n-j$  球入  $N-m$

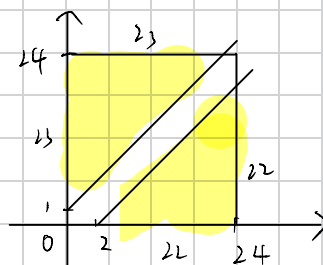
$$(3) P(A_3) = \frac{\binom{m+j-1}{m-1} \binom{N-m+n-j-1}{n-j}}{\binom{N+n-1}{n}} \quad 1 \leq m \leq N, 0 \leq j \leq n$$

放  $m$  球入  $m$

24. 甲乙两艘轮船驶向一个不能同时停泊两艘轮船的码头,它们在一昼夜内到达的时间是等可能的.如果甲船的停泊时间是一小时,乙船的停泊时间是两小时,求它们中任何一艘都不需要等候码头空出的概率是多少?

$$P(A) = \frac{\frac{1}{2} 23^2 + \frac{1}{2} 22^2}{24^2} = 0.879$$

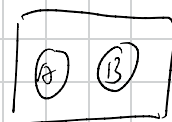
1.3



2. 设  $P(AB) = 0$ , 则下列说法哪些是正确的?

- (1)  $A$  和  $B$  不相容;
- (2)  $A$  和  $B$  相容;
- (3)  $AB$  是不可能事件;
- (4)  $AB$  不一定是不可能事件;
- (5)  $P(A) = 0$ , 或  $P(B) = 0$ ;
- (6)  $P(A-B) = P(A)$ .

$$A \cap B = \emptyset$$



(1) X  $A, B$  为  $\emptyset$

(2) X  $P(AB)$  要  $\neq 0$

(3) X 只是概率为 0

(4)  $\checkmark$

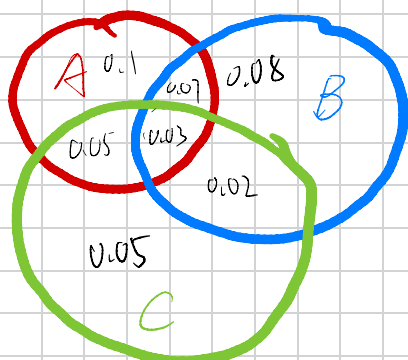
(5) X

(6)  $\checkmark$  没有共同元素

5. 某城市中共发行 3 种报纸 A, B, C. 在这城市的居民中有 25% 订阅 A 报、20% 订阅 B 报、15% 订阅 C 报, 10% 同时订阅 A 报 B 报、8% 同时订阅 A 报 C 报、5% 同时订阅 B 报 C 报、3% 同时订阅 A, B, C 报. 求以下事件的概率:

- (1) 只订阅 A 报的;
- (2) 只订阅一种报纸的;
- (3) 至少订阅一种报纸的;
- (4) 不订阅任何一种报纸的.

$$P(A) = 0.25, P(B) = 0.2, P(C) = 0.15, P(AB) = 0.1, P(AC) = 0.08, P(BC) = 0.05, P(ABC) = 0.03$$



$$(1) P(A\bar{B}\bar{C}) = 0.1$$

$$(2) P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C) = 0.1 + 0.08 + 0.05 = 0.23$$

$$(3) P(A \cup B \cup C) = 0.25 + 0.1 + 0.05 = 0.4$$

$$(4) P(\bar{A}\bar{B}\bar{C}) = 1 - (0.25 + 0.1 + 0.05) = 0.6$$

7. 一赌徒认为掷一颗骰子 4 次至少出现一次 6 点与掷两颗骰子 24 次至少出现一次双 6 点的机会是相等的, 你认为如何?

$$P(A_1) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0.5177$$

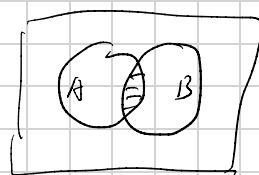
$$P(A_2) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0.4914$$

不相等

8. 从数字 1, 2, ..., 9 中可重复地任取  $n$  次, 求  $n$  次所取数字的乘积能被 10 整除的概率.

A: 取到 5, B: 取到偶数.

$$P(\bar{A}) = \left(\frac{8}{9}\right)^n, P(\bar{B}) = \left(\frac{5}{9}\right)^n, P(\bar{A}\bar{B}) = \left(\frac{4}{9}\right)^n$$



$$P(AB) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B})$$

$$= 1 - P(\bar{A}) - P(\bar{B}) + P(\bar{A}\bar{B})$$

$$= 1 - \frac{8^n + 5^n - 4^n}{9^n}$$

14. 某班  $n$  个战士各有 1 支归个人保管使用的枪, 这些枪的外形完全一样, 在一次夜间紧急集合中, 每人随机地取了 1 支枪, 求至少有 1 人拿到自己的枪的概率.

$$P(A) = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!}$$

西经对问题

16. 已知事件  $A, B$  满足  $P(AB) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$ , 记  $P(A) = p$ , 试求  $P(B)$ .

$$P(AB) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$$

$$\text{即 } P(AB) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$$

$$0 = 1 - p - P(B)$$

$$P(B) = 1 - p$$