

第6周基础习题课题目

参考信息

1. 标准正态分布的密度函数 $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} (x \in R)$

2. 标准正态分布的分布函数值

$$\begin{aligned} \Phi(1) &= 0.84, & \Phi(1.28) &= 0.9, & \Phi(1.44) &= 0.925, & \Phi(1.65) &= 0.95, \\ \Phi(1.96) &= 0.975, & \Phi(2) &= 0.98, & \Phi(2.33) &= 0.99, & \Phi(3) &= 0.999 \end{aligned}$$

3. 参数为 λ 的指数分布随机变量 X 的分布函数 $F(x) = 1 - e^{-\lambda x} (x > 0)$

1. 设 X 为一随机变量, $P(X \geq x_1) = 1 - a$, $P(X \leq x_2) = 1 - b$, 其中 $x_1 < x_2$,

求 $P(x_1 \leq X \leq x_2)$ 。

2. 已知随机变量 X 的密度函数 $p(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则 $a = ?$

3. 随机变量 X 的概率密度函数 $p(x) = \begin{cases} ax+1, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 求 $P(0.5 < X < 2)$ 。

4. 设某电子元件寿命的概率密度为 $p(x) = \begin{cases} \frac{100}{x^2} & \text{当 } x > 100 \text{ 小时} \\ 0 & x \leq 100 \end{cases}$,

求元件使用寿命不大于150小时的概率。

5. 设 X 服从几何分布, $P(X=1) = 0.6$, 求 $P(X=4 | X > 2)$ 。

6. 随机变量 X 的分布列: $P(X=k) = 2a \cdot 0.6^{k-1}$, $k=1, 2, \dots$ 。则常数 $a = ?$

7. 假设随机变量 X 服从参数为 $1/3$ 的几何分布, 则 $P(X=6 | 4 < X < 7) = ?$

8. 随机变量 X 的密度函数 $p(x) = \begin{cases} 5 \cdot e^{ax}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 则常数 $a = ?$

9. 设 $X \sim N(1,4)$, $P(X < a) = \Phi(1)$, 则 $a = ?$
10. 某地区成年男子的身高 X 服从正态分布 $N(170,100)$, 求 X 落在 $(150,190)$ 的概率。
11. 设 $X \sim N(0,3^2)$, $Y \sim N(1,2^2)$, 若 $P(X > a) = P(Y \leq 3)$, 则 $a = ?$
12. 设 $X \sim N(0,1)$, 则 $y > 0$ 时, $Y = |X|$ 的分布函数 $F_Y(1.96) = ?$
13. 设随机变量 $X \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$, 求 $Y = X^2 + X$ 的分布。
14. 随机变量 $X \sim U(0,1)$, 则 $P(X^2 < 0.25) = ?$