第11讲　二阶动态电路

1 *RLC*串联二阶电路

2 *RLC*并联二阶电路

3 二阶电路的直觉解法

4 二阶电路的应用

纸笔计算器

数学←→物理交织

本讲重难点

- “过/临/欠/无”的定义
- 定性画波形图（尤其是欠阻尼）

单选题 1分

方程 $\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}+100\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+2500x=6$ 的特征根是

A. $p_1=-25 \quad p_2=-100$

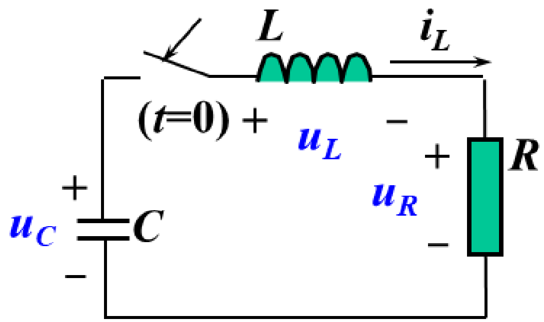
B. $p_1=p_2=-50$

C. $p_{1,2}=-12.5\pm \mathrm{j}48.4$

D. $p_{1,2}=\pm \mathrm{j}50$

1 *RLC*串联二阶电路

零输入*RLC*串联



(1) 列方程

$$\begin{cases} u_C = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + Ri_L \\ i_L = -C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

i_L 代入上式 →

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

u_C 代入下式 →

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}i_L = 0$$

衰减系数 α　$\boxed{2\alpha}$　$\boxed{\omega_0^2}$

自由振荡角频率/自然角频率 ω_0

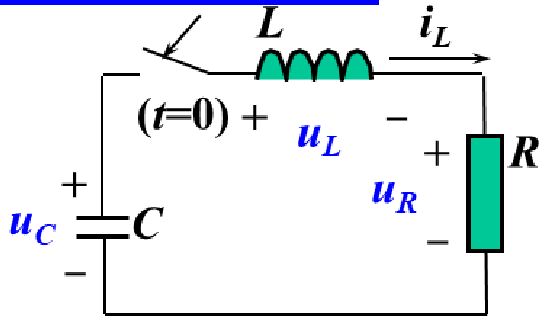
课外练习：

以u_R、u_L为变量列写微分方程。 结果：特征方程都一样

4

Principles of Electric Circuits Lecture 11 Tsinghua University 2023

零输入*RLC*串联



$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 i_L=0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 u_C=0$$

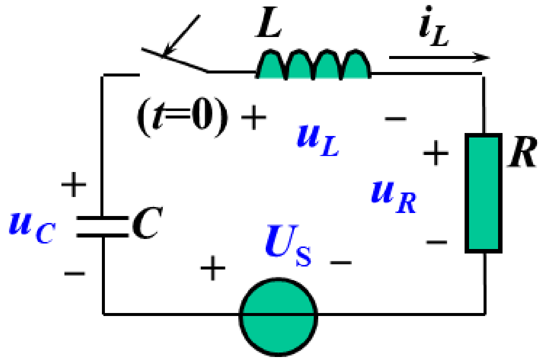
$$\frac{\mathrm{d}^2 u_L}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}u_L}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 u_L=0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_R}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 u_R=0$$

以不同的变量列写方程，得到的特征方程相同。

可先列写零输入电路方程，求得特征根。

有输入*RLC*串联



有独立源电路和零输入电路的特征方程相同。

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 i_L=0$$

(2) 求自由分量

*LC*参数不变，随*R*从0开始增加，状态怎么变?

此处可以有弹幕

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + 2\alpha \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 u_C = 0$$

$$2\alpha = \frac{R}{L} \qquad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$$

$\alpha^2 > \omega_0^2$ ⇩ $p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ **过阻尼** $u_C = A\mathrm{e}^{p_1 t} + B\mathrm{e}^{p_2 t}$

$\alpha^2 = \omega_0^2$ ⇩ $p_1 = p_2 = -\alpha$ **临界阻尼** ⇩ $u_C = A\mathrm{e}^{p_1 t} + Bt\mathrm{e}^{p_2 t}$

$\alpha^2 < \omega_0^2$ ⇩ $p_{1,2} = -\alpha \pm \mathrm{j}\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ **欠阻尼** $u_C = K\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega_\mathrm{d} t + \theta)$

$\alpha = 0$ ⇩ $p_{1,2} = \pm \mathrm{j}\omega_0$ **无阻尼** ⇩ $u_C = K\sin(\omega_0 t + \theta)$

数值例子 R分别为5Ω、4Ω、1Ω、0Ω时求$u_C(t)$、$i_L(t)$，$t \geq 0$

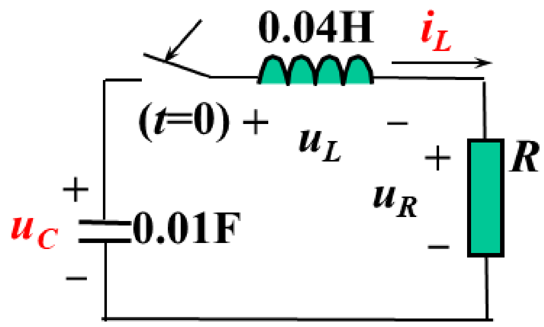
$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + 25R\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 2500u_C = 0$$

特征方程

$$p^2 + 25Rp + 2500 = 0$$

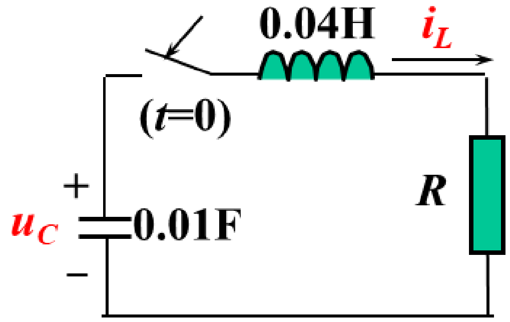
$$b^2 - 4ac = 625R^2 - 10000$$



$u_C(0^-) = 3\text{V},\ i_L(0^-) = 0$

$$p^2 + 25Rp + 2500 = 0$$

$$b^2 - 4ac = 625R^2 - 10000$$



$u_C(0^-) = 3\text{V},\ i_L(0^-) = 0$

$R = 5\Omega$ ⟹

$$\begin{cases} b^2 - 4ac = 5625 > 0 \\ p_1 = -25 \quad p_2 = -100 \\ u_C(t) = A_1 \mathrm{e}^{-25t} + A_2\, \mathrm{e}^{-100t} \end{cases}$$

$R = 4\Omega$ ⟹

$$\begin{cases} b^2 - 4ac = 0 \\ p_1 = p_2 = -50 \\ u_C(t) = A_1 \mathrm{e}^{-50t} + A_2 t\, \mathrm{e}^{-50t} \end{cases}$$

$R = 1\Omega$ ⟹

$$\begin{cases} b^2 - 4ac = -9375 < 0 \\ p_{1,2} = -12.5 \pm \mathrm{j}48.4 \\ u_C(t) = K\mathrm{e}^{-12.5t} \sin(48.4t + \theta) \end{cases}$$

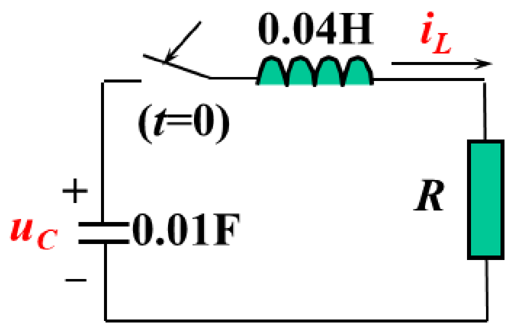
$R = 0\Omega$ ⟹

$$\begin{cases} p_{1,2} = \pm \mathrm{j}50 \\ u_C(t) = K \sin(50t + \theta) \end{cases}$$

单选题 1分

$$\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = \_\_\_\_\mathrm{V/s}$$

$u_C(0^-) = 3\mathrm{V}$
$i_L(0^-) = 0$



A 0

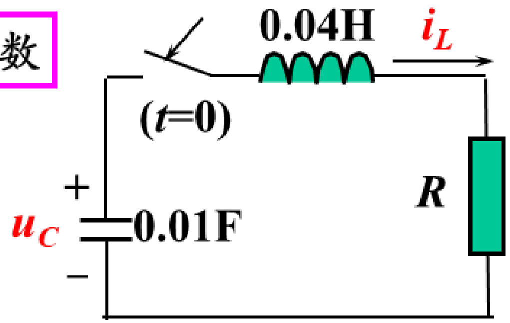
B 3

C 300

D −300

9

(3) 用初值确定待定系数



$u_C(0^-)=3\text{V}$

$i_L(0^-)=0$

$$\boxed{\left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+}=0}$$

$R=5\,\Omega$ ⇒

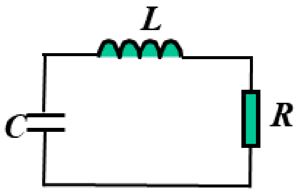
$$\begin{cases} u_C(t)=A_1\mathrm{e}^{-25t}+A_2\,\mathrm{e}^{-100t} \\ A_1+A_2=3 \\ -25A_1-100A_2=0 \end{cases} \longrightarrow A_1=4 \quad A_2=-1$$

$$\boxed{u_C(t)=4\mathrm{e}^{-25t}-\mathrm{e}^{-100t}\ \text{V} \quad t>0^+}$$

如何直接求i_L?

$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-i_L$$

$$\boxed{i_L(t)=\mathrm{e}^{-25t}-\mathrm{e}^{-100t}\,\text{A} \quad t>0^+}$$



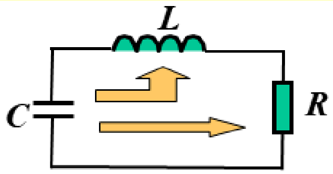
波形图和能量转换关系

$R = 5\,\Omega$

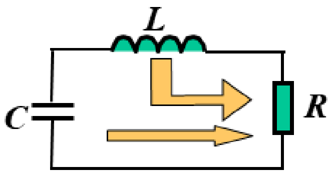
$$u_C(t) = 4\mathrm{e}^{-25t} - \mathrm{e}^{-100t}\,\mathrm{V} \quad t > 0^+$$

$$i_L(t) = \mathrm{e}^{-25t} - \mathrm{e}^{-100t}\,\mathrm{A} \quad t > 0^+$$

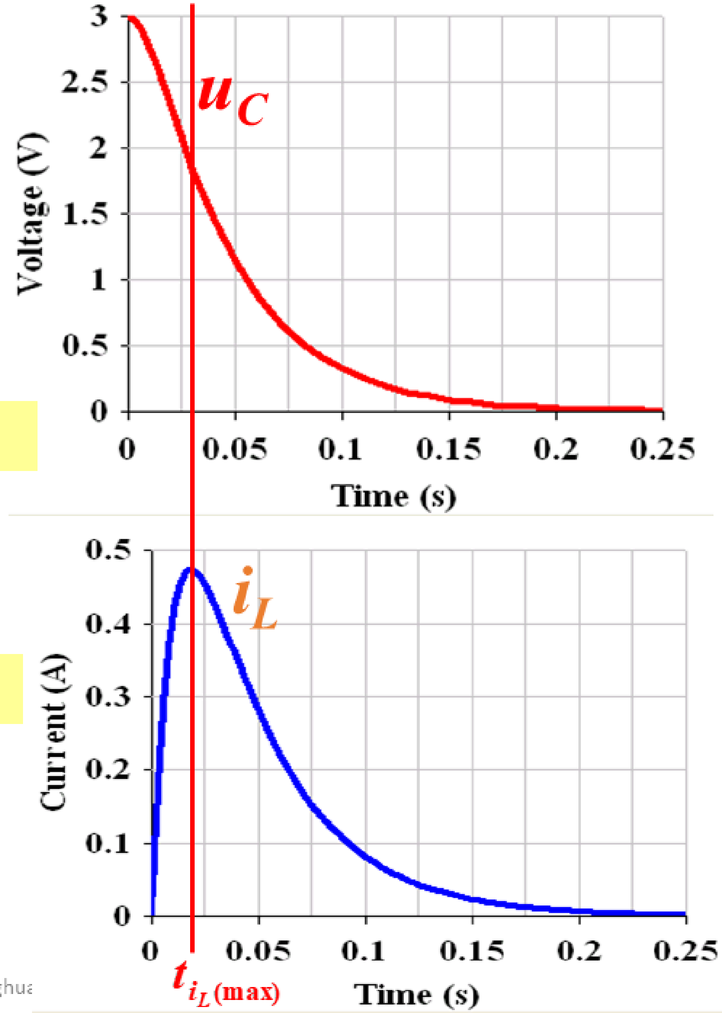
$0 < t < t_{i_L(\max)}$ u_C 减小，i_L增大。



$t > t_{i_L(\max)}$ u_C 减小，i_L减小。



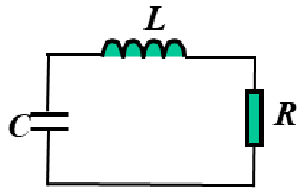
非振荡放电 过阻尼



Principles of Electric Circuits Lecture 11 Tsinghua

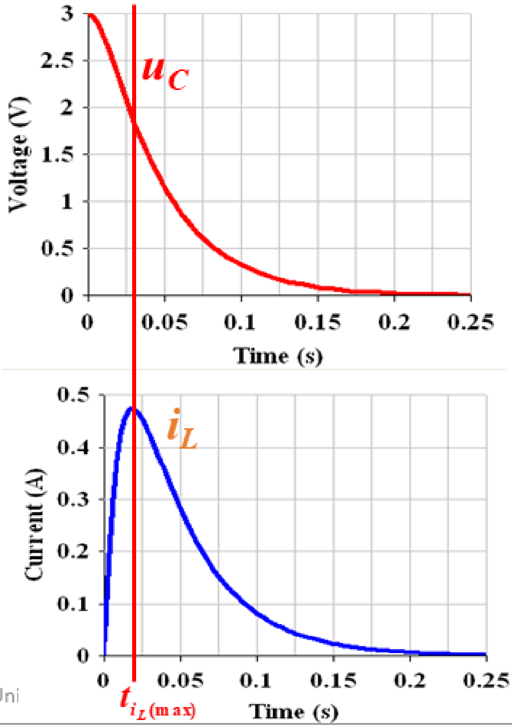
单选题 1分

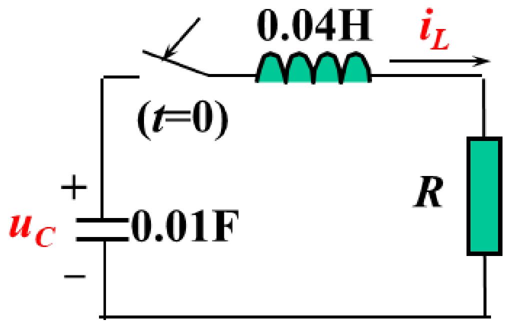
过阻尼二阶系统，可以有一个储能元件给另一个储能元件的充电过程吗？



A 可以

B 不可以





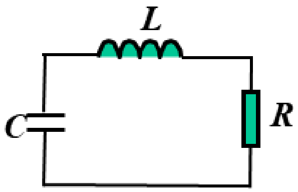
$u_C(0)=3\text{V}$

$\left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0$

$R=4\,\Omega \Rightarrow \begin{cases} u_C(t)=A_1\mathrm{e}^{-50t}+A_2t\,\mathrm{e}^{-50t} \\ A_1=3 \\ -50A_1+A_2=0 \end{cases} \rightarrow A_1=3 \quad A_2=150$

$$\boxed{u_C(t)=3\mathrm{e}^{-50t}(1+50t)\text{V} \quad t>0^+}$$

$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-i_L \qquad \boxed{i_L(t)=75t\mathrm{e}^{-50t}\text{A} \quad t>0^+}$$

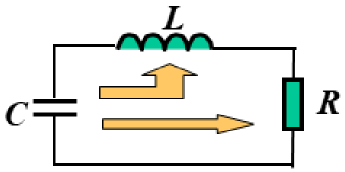


$R = 4\ \Omega$

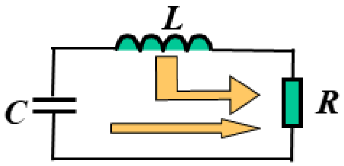
$$u_C(t) = 3\mathrm{e}^{-50t}(1+50t)\mathrm{V} \quad t > 0^+$$

$$i_L(t) = 75t\mathrm{e}^{-50t}\mathrm{A} \quad t > 0^+$$

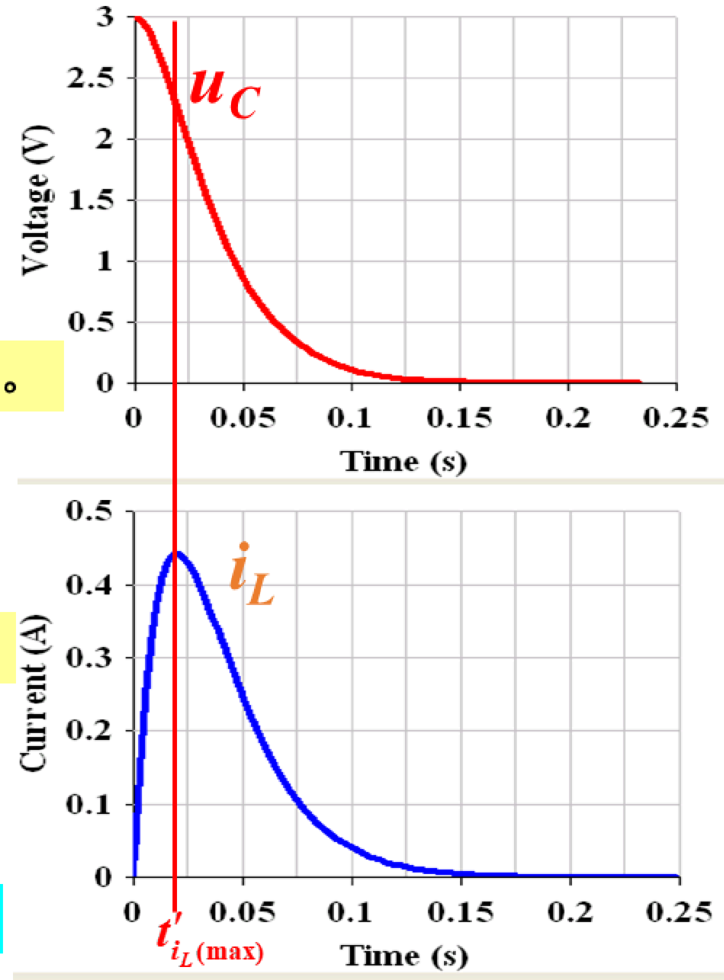
$0 < t < t'_{i_L(\max)}$ u_C 减小，i_L增大。



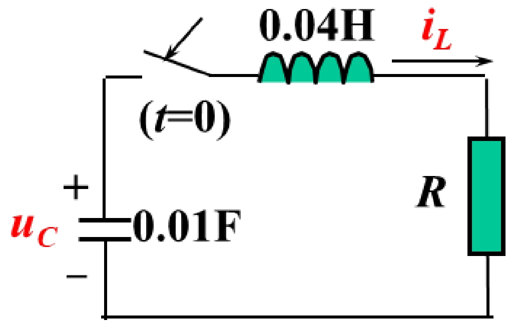
$t > t'_{i_L(\max)}$ u_C 减小，i_L增小。



非振荡放电 临界阻尼



Principles of Electric Circuits Lecture 11 Tsinghua University 2023



$u_C(0)=3\text{V}$

$\left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0$

$R=1\,\Omega$ ⇒

$$\begin{cases} u_C(t)=K\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t+\theta) \\ K\sin\theta=3 \\ -12.5K\sin\theta+48.4K\cos\theta=0 \end{cases}$$

$\rightarrow K=3.1 \quad \theta=75.5^\circ$

$$\boxed{u_C(t)=3.10\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t+75.5^\circ)\text{V} \quad t>0^+}$$

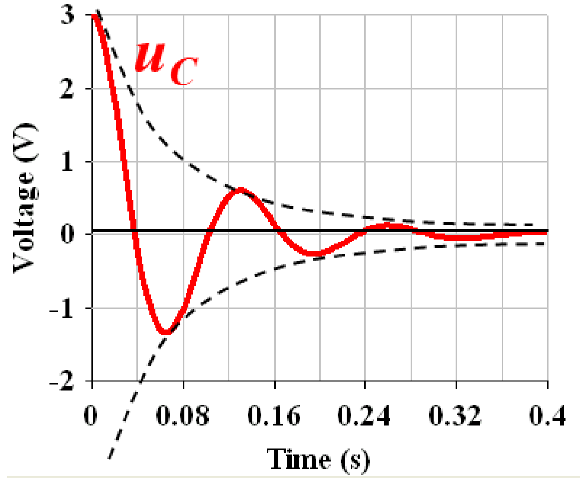
$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-i_L$$

$$\boxed{i_L(t)=1.55\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t)\text{A} \quad t>0^+}$$

$R = 1\ \Omega$

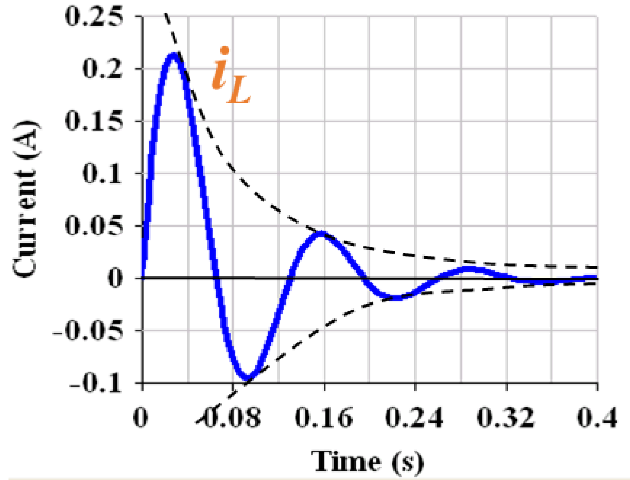
$$u_C(t) = 3.10\mathrm{e}^{-12.5t}\sin(48.4t + 75.5^\circ)\mathrm{V}$$

$$t > 0^+$$

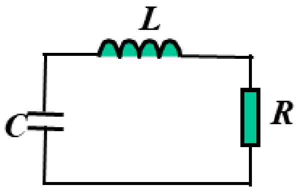


$$i_L(t) = 1.55\mathrm{e}^{-12.5t}\sin 48.4t\mathrm{A}$$

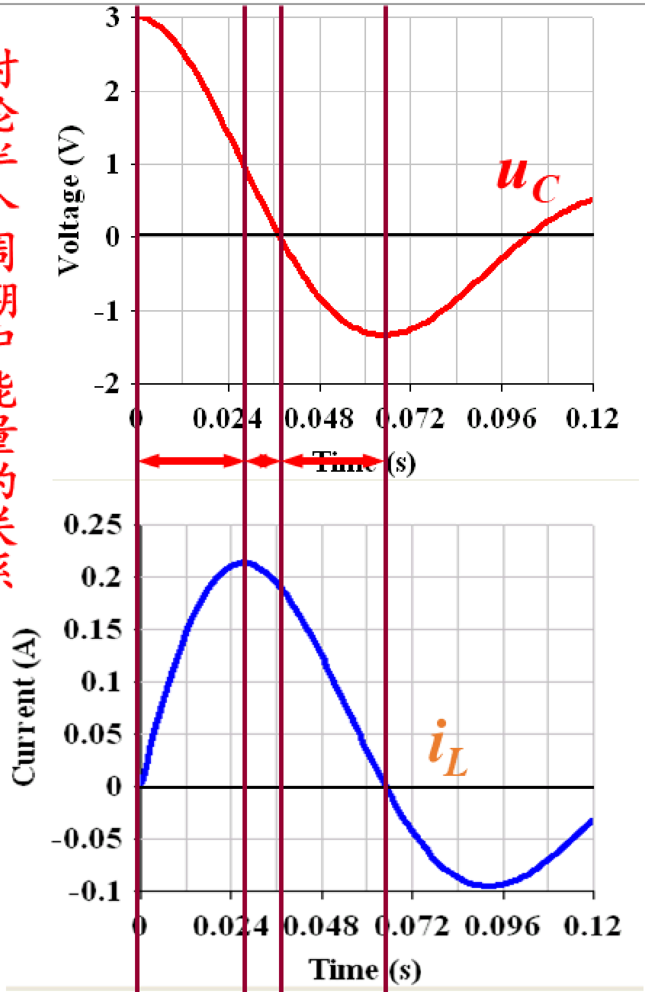
$$t > 0^+$$



衰减振荡　欠阻尼

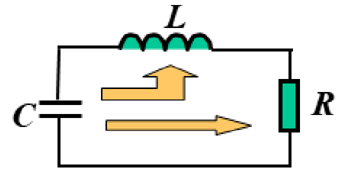


讨论半个周期中能量的关系



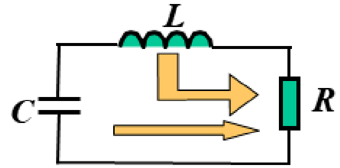
$0 \le 48.4t \le 75.5^{\circ}$

u_C减小，i_L增大



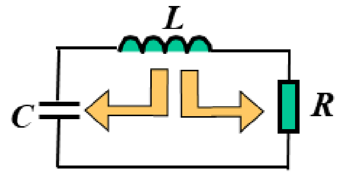
$75.5^{\circ} \le 48.4t \le 104.5^{\circ}$

u_C减小，i_L 减小



$104.5^{\circ} \le 48.4t \le 180^{\circ}$

$|u_C|$增大，i_L 减小



周而复始，电阻不断消耗能量，u_C i_L 衰减到零

单选题 1分

RLC串联欠阻尼电路中，R越大，能量衰减得越

A 快

B 慢

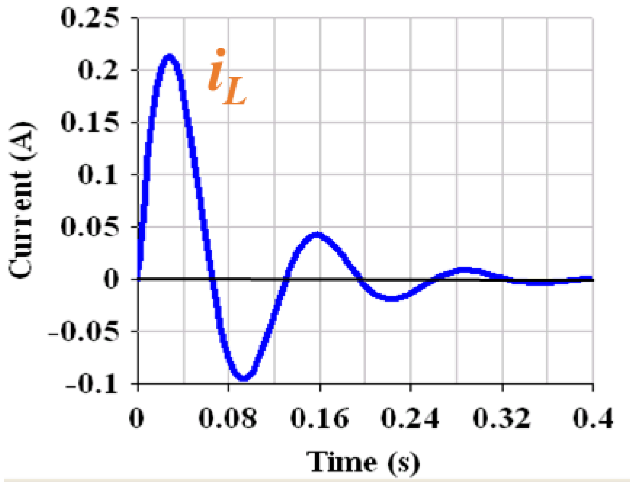
$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0$$

单选题 1分

大致多长时间后趋于稳态？

“红包”

$$i_L(t) = 1.55e^{-12.5t}\sin 48.4t\,\text{A} \quad t \geq 0$$



A 0.1s

B 0.3s

C 3s

单选题 1分

衰减振荡**周期**为____s

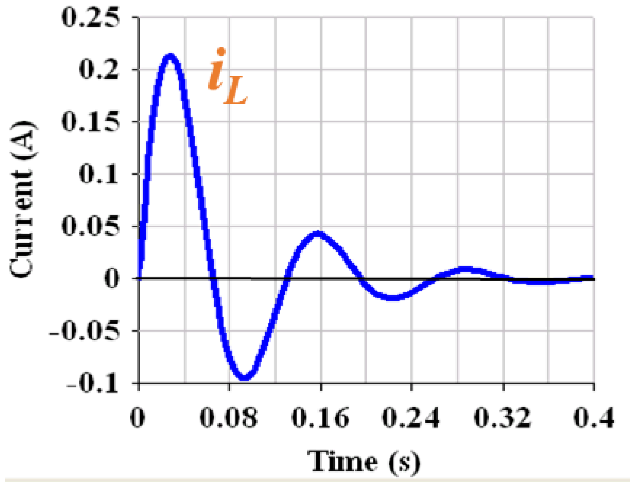
$$i_L(t) = 1.55e^{-12.5t}\sin 48.4t\,\mathrm{A} \quad t \geq 0$$

A 0.1s

B 0.13s

C 0.5s

D 1s



有关*RLC*串联欠阻尼3个参数的讨论

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2}+\underbrace{\frac{R}{L}}_{2\alpha}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^2}u_C=0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2}+2\alpha\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\omega_0^2 u_C=0$$

$$b^2-4ac<0$$

衰减系数α

自由振荡角频率/
自然角频率ω_0

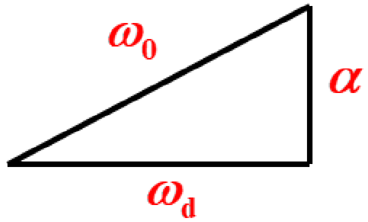
$$\boxed{\omega_0^2=\omega_\mathrm{d}^2+\alpha^2}$$

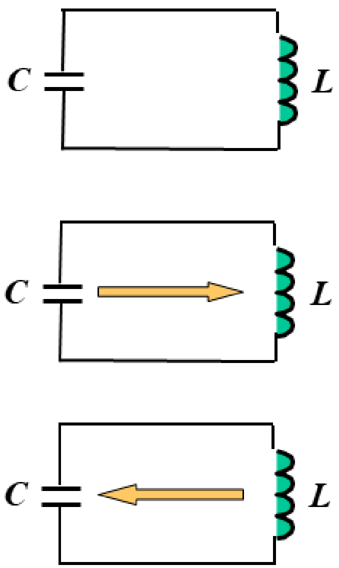
$$p_{1,2}=\frac{-2\alpha\pm \mathrm{j}2\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}}{2}$$

$$=-\alpha\pm \mathrm{j}\sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}$$

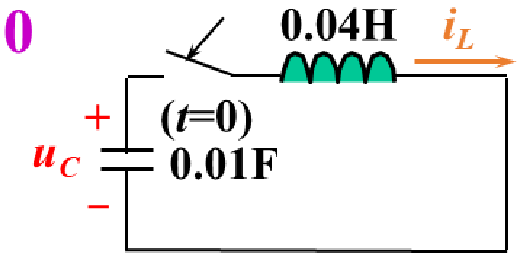
$$=-\alpha\pm \mathrm{j}\omega_\mathrm{d}$$

衰减振荡角频率ω_d





$R=0$



$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0$$

$$p^2+2500=0 \quad p=\pm\mathrm{j}50$$

$$u_C(t)=K\sin(50t+\theta)$$

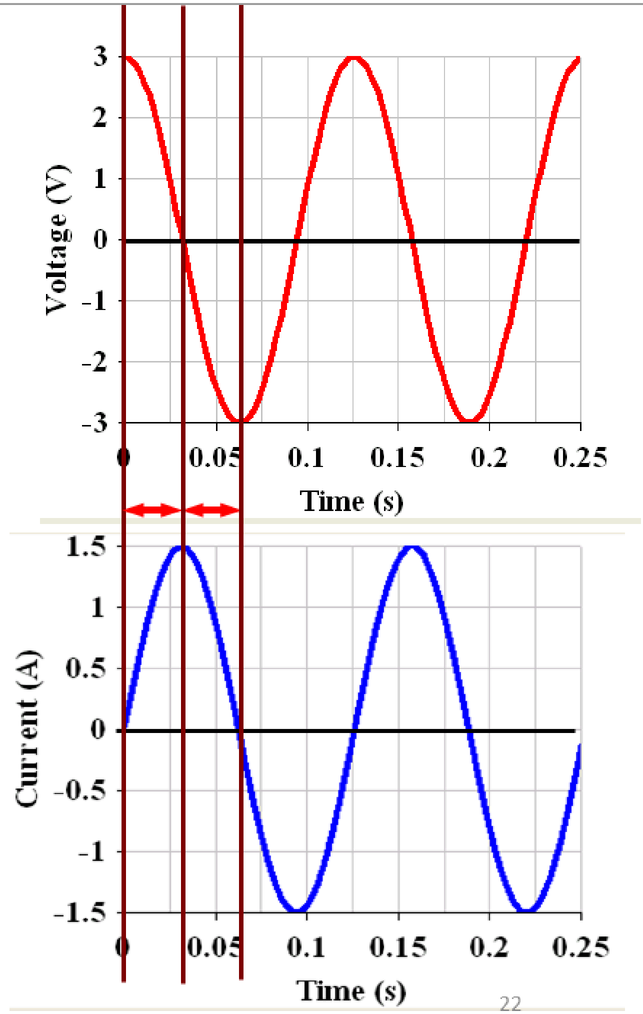
$$u_C(0)=3 \qquad \left.\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0$$

$$K=3 \quad \theta=90^{\circ}$$

$$u_C(t)=3\cos 50t\ \mathrm{V} \quad t>0^+$$

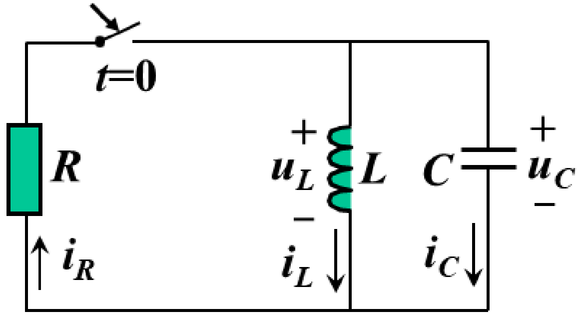
$$i_L(t)=1.5\sin 50t\ \mathrm{A} \quad t>0^+$$

等幅振荡　无阻尼



Principles of Electric Circuits Lecture 11 Tsinghua University 2023

2 RLC并联二阶电路



零输入RLC并联

$$\begin{cases} i_R = i_L + C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ u_C = L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} \\ i_R = -\dfrac{u_C}{R} \end{cases}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}i_L = 0$$

$$2\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

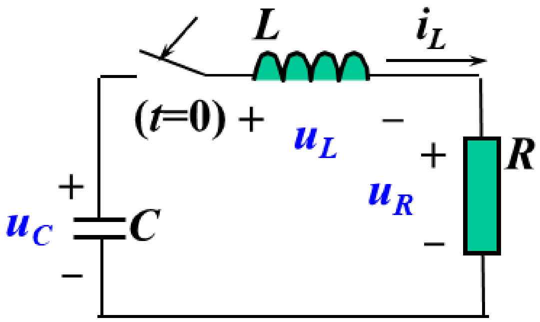
$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2} + 2\alpha\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 i_L = 0$$

$\cdots\cdots$

RLC串联

$$2\alpha = \frac{R}{L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$



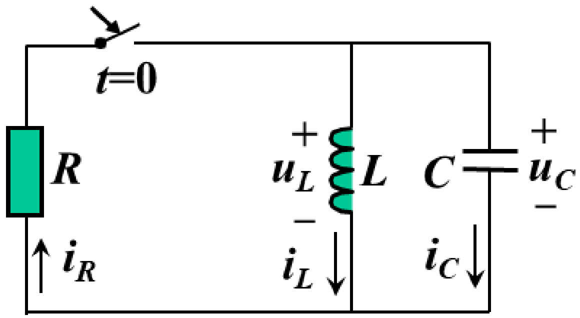
对偶的力量！

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0$$

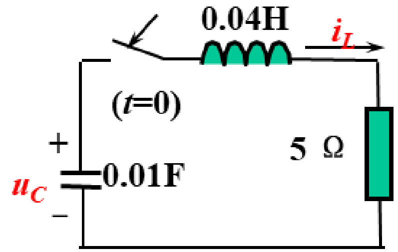
RLC并联

$$2\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$



3 二阶电路的直觉解法



Part I: 不求待定系数定性画支路量的变化曲线

(1) 过阻尼或临界阻尼（无振荡衰减）

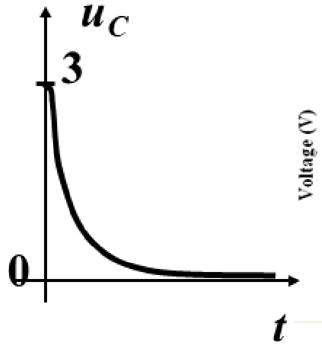
$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0$$

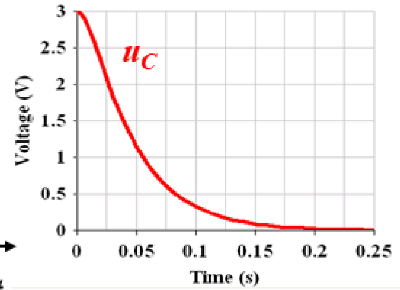
$u_C(0^-)=3\text{V}$
$i_L(0^-)=0$

以过阻尼为例

$p_1=-25 \quad p_2=-100$

$$\begin{cases} u_C(0^+)=3\text{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0 \end{cases}$$

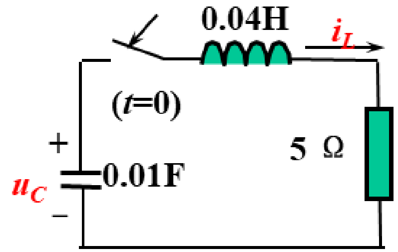




$$\begin{cases} i_L\big|_{0^+}=0 \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+} \end{cases}$$

3 二阶电路的直觉解法

Part I: 不求待定系数定性画支路量的变化曲线



(1) 过阻尼或临界阻尼（无振荡衰减）

$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0$$

$u_C(0^-)=3\text{V}$

$i_L(0^-)=0$

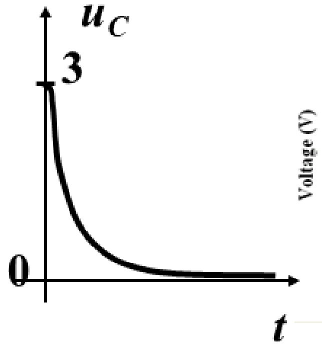
以过阻尼为例

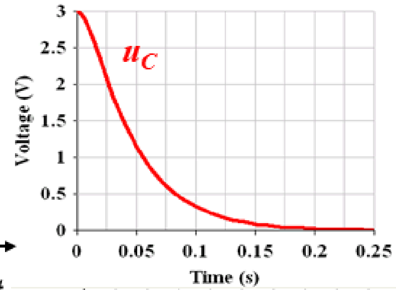
$$p_1=-25 \quad p_2=-100$$

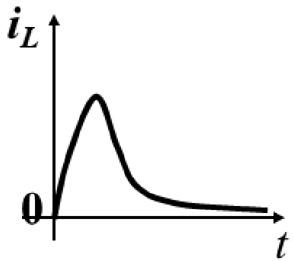
$$\begin{cases} u_C(0^+)=3\text{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0 \end{cases}$$

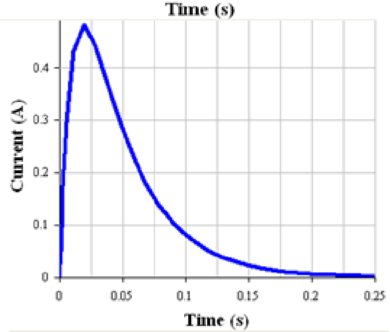
$$\begin{cases} \left.i_L\right|_{0^+}=0 \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+}=\dfrac{1}{L}\left.u_L\right|_{0^+}=\dfrac{3}{L} \end{cases}$$

- 初值
- 导数初值
- 终值





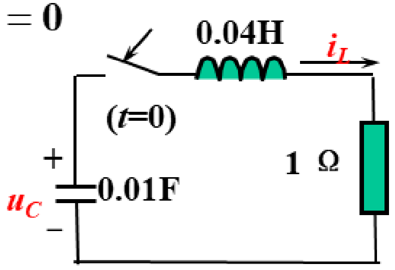




过（临界）阻尼，无振荡放电

(2) 欠阻尼（衰减振荡）

$$p^2+\frac{R}{L}p+\frac{1}{LC}=0$$



$u_C(0^-)=3\text{V}$

$i_L(0^-)=0$

$$p_{1,2}=-12.5\pm j48.4$$

衰减振荡角频率 ω_d

衰减系数 α

$$\begin{cases} u_C(0^+)=3\text{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}=0 \end{cases}$$

- 初值
- 导数初值
- 终值
- 经过多少周期振荡衰减完毕

回忆一阶电路中的时间常数τ：$3\sim5\tau$ 后过渡过程结束

$$3\times\frac{1}{\alpha}=\frac{3}{12.5}=0.24\ \text{s}$$

$$5\times\frac{1}{\alpha}=\frac{5}{12.5}=0.4\ \text{s}$$

后过渡过程结束

振荡周期为 $T=\dfrac{2\pi}{\omega_d}=\dfrac{2\pi}{48.4}=0.13\ \text{s}$

单选题 1分

振荡**几个周期**后
可认为过渡过程结束？

$$p_{1,2} = -12.5 \pm \mathrm{j}48.4$$

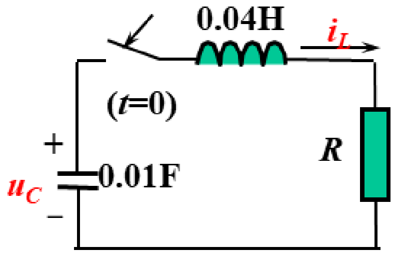
- A 1
- B 2–3
- C 5–10

$$3 \times \frac{1}{\alpha} = \frac{3}{12.5} = 0.24\ \mathrm{s}$$

$$5 \times \frac{1}{\alpha} = \frac{5}{12.5} = 0.4\ \mathrm{s}$$

$$T = \frac{2\pi}{48.4} = 0.13\ \mathrm{s}$$

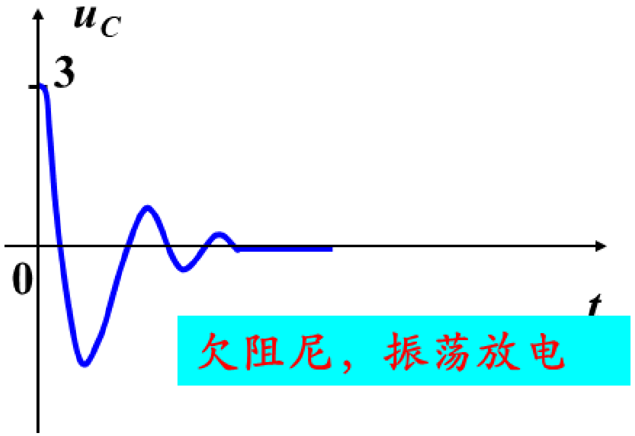
$$\lambda_{1,2} = -12.5 \pm \mathrm{j}48.4$$

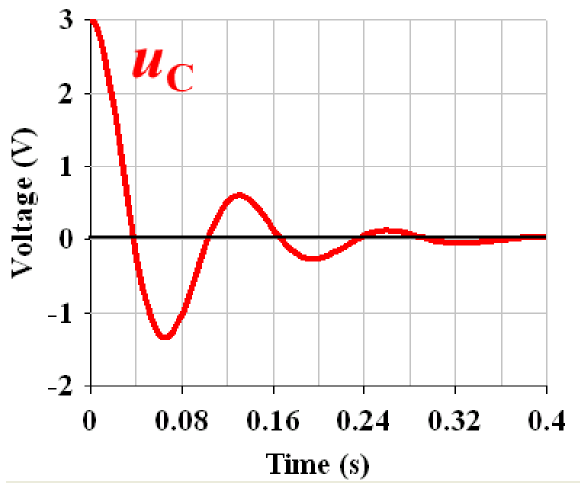


$$\begin{cases} u_C(0^+) = 3\mathrm{V} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+} = 0 \end{cases}$$

- 初值
- 导数初值
- 终值
- 经过多少周期振荡衰减完毕

衰减过程中有
0.24/0.13≈2次振荡
或0.4/0.13≈3次振荡

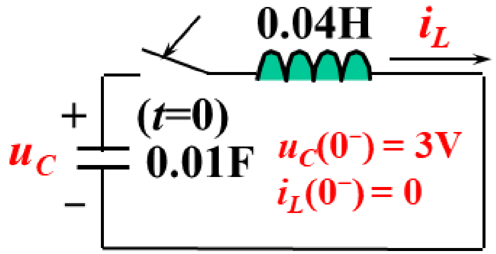




(3) 无阻尼

$$p_{1,2}=\pm \mathrm{j}50$$

- 初值
- 导数初值
- 最大值

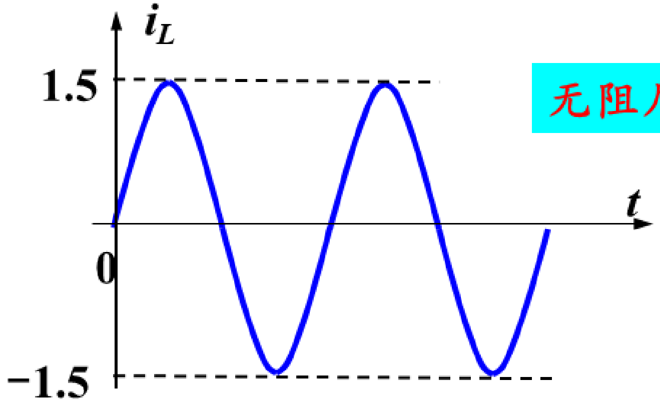


$$\begin{cases} i_L\big|_{0^+}=0 \\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\Big|_{0^+}=\dfrac{1}{L}u_L=\dfrac{3}{L} \end{cases}$$

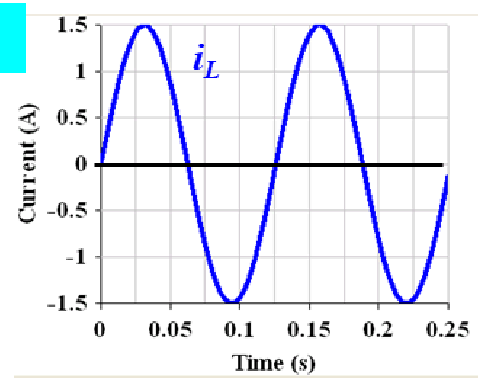
因为无阻尼，所以无能量损失

$$\frac{1}{2}Cu_C^2(0)+\frac{1}{2}Li_L^2(0)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)+\frac{1}{2}Li_L^2(t)$$

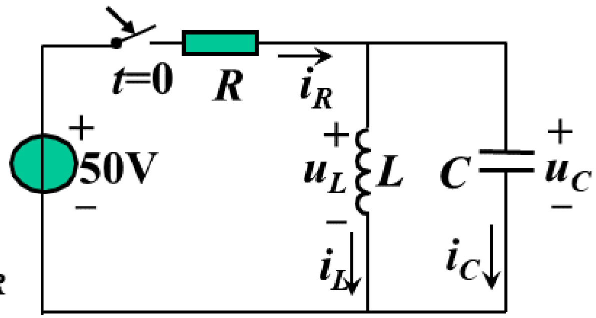
i_L取最大值时，$u_C=0$，因此 $i_{L,\max}=\sqrt{\dfrac{C}{L}}u_C(0)=1.5\mathrm{A}$



无阻尼振荡



例 已知 $i_L(0)=2\text{A}$ $u_C(0)=0$
$R=50\Omega$, $L=0.5\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$。
求： $i_R(t)$ 。



法1： 列u_C的微分方程先求u_C再求i_R

法2： 列i_R的微分方程求解

Part II: 法3： 通过求解一系列电阻电路求i_R

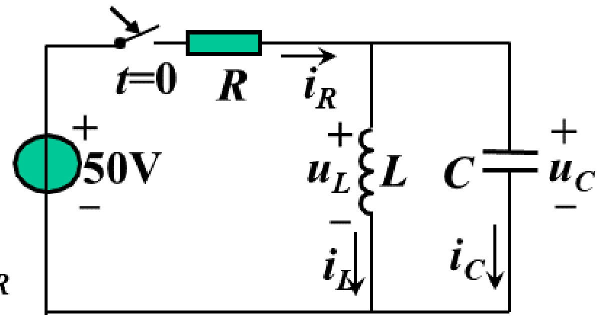
Step 1 由零输入电路得响应形式

零输入RLC并联

例 已知 $i_L(0)=2\text{A}$ $u_C(0)=0$

$R=50\Omega$, $L=0.5\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$。

求：$i_R(t)$ 。



法1： 列u_C的微分方程先求u_C再求i_R

法2： 列i_R的微分方程求解

法3： 通过求解一系列电阻电路求i_R

Step 1 由零输入电路得响应形式

零输入RLC并联

$$p^2+2\alpha p+\omega_0^2=0 \qquad 2\alpha=\frac{1}{RC}=200 \qquad \omega_0^2=\frac{1}{LC}=20000$$

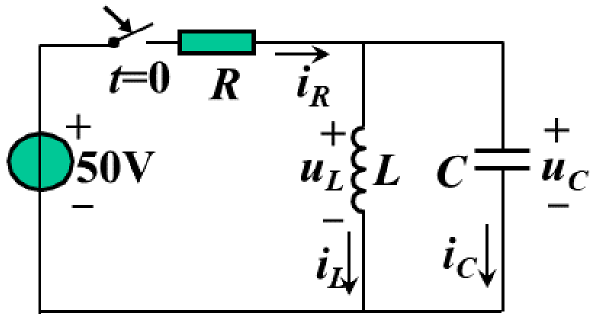
$$p_{1,2}=-100\pm \mathrm{j}100$$

全响应形式 $\boxed{i_R=i_R(\infty)+K\mathrm{e}^{-100t}\sin(100t+\theta)}$

已知　$i_L(0)=2\text{A}$　$u_C(0)=0$

$R=50\Omega$，$L=0.5\text{H}$，$C=100\mu\text{F}$。

求：$i_R(t)$。



Step2　求稳态解

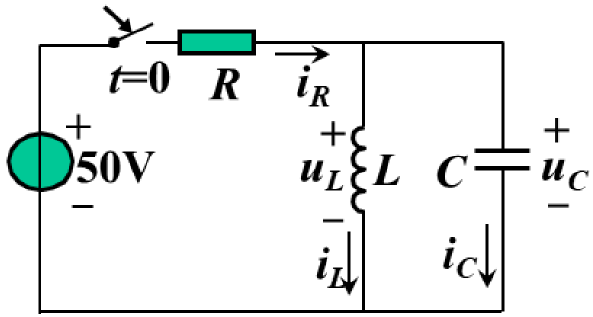
稳态电路

电容/电感分别是什么？
此处可以有弹幕

已知 $i_L(0)=2\text{A}$ $u_C(0)=0$

$R=50\Omega$, $L=0.5\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$。

求：$i_R(t)$ 。



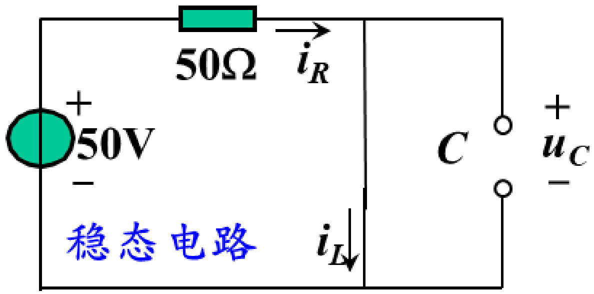
Step2 求稳态解

$$i_R(\infty)=1\text{A}$$

通解

$$i_R=1+Ke^{-100t}\sin\left(100t+\theta\right)$$

Step3 求初值



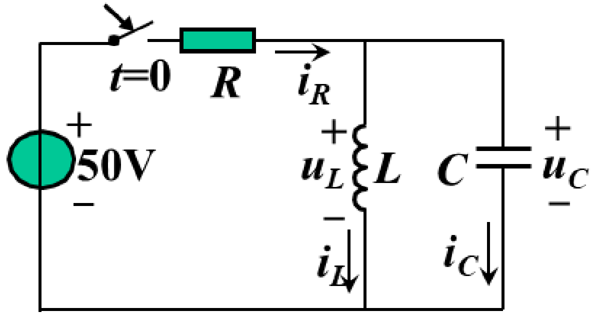
电容/电感分别是什么?
此处可以有弹幕

0^+电路

已知 $i_L(0)$=2A $u_C(0)$=0

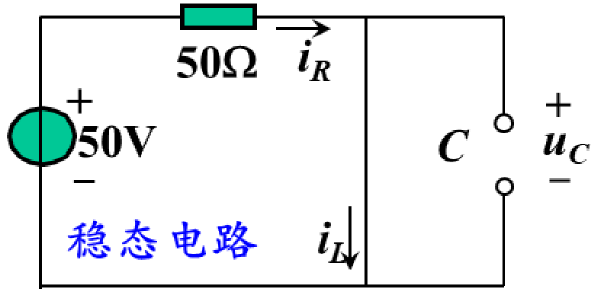
R=50Ω , L=0.5H , C=100μF。

求：$i_R(t)$ 。



Step2 求稳态解

$$i_R(\infty) = 1\text{A}$$

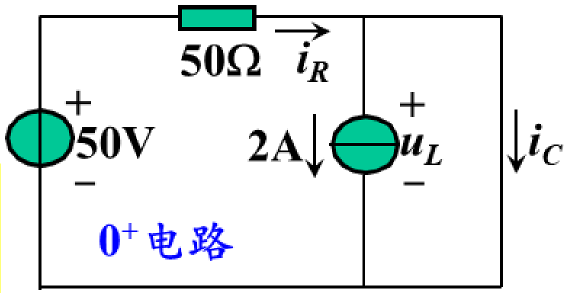


通解

$$i_R = 1 + K\mathrm{e}^{-100t}\sin\left(100t + \theta\right)$$

Step3 求初值 $i_L(0)$=2A $u_C(0)$=0

$$i_R(0^+) = \frac{50 - u_C(0^+)}{50} = 1\ \text{A}$$

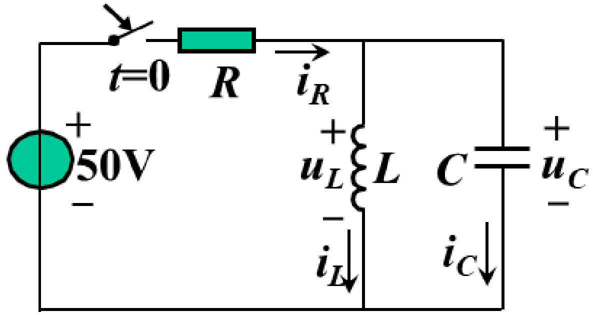


怎么求？

$$\left.\frac{\mathrm{d}i_R}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0^+}$$

此处可以有弹幕/投稿

思路：用电源、u_C和i_L来表示i_R



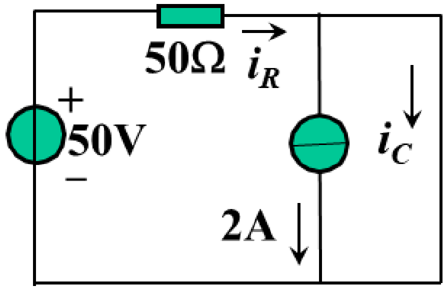
$$i_R = \frac{50 - u_C}{R}$$

$$\frac{\mathrm{d}i_R}{\mathrm{d}t}\Big|_{0+} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{50-u_C}{R}\right)\Big|_{0+} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\Big|_{0+}$$

$$= -\frac{1}{RC} i_C(0^+)$$

$$= -\frac{-1}{50\times 100\times 10^{-6}} = 200 \ \text{A/s}$$

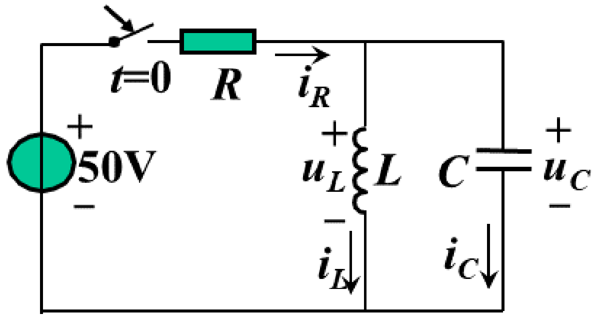
0^+电路



$i_C(0^+) = -1\text{A}$

Principles of Electric Circuits Lecture 11 Tsinghua University 2023

已知： $i_L(0)=2\text{A}$ $u_C(0)=0$
$R=50\Omega$, $L=0.5\text{H}$, $C=100\mu\text{F}$。
求： $i_R(t)$ 。



Step4 求待定系数

通解 $$i_R = 1 + K\mathrm{e}^{-100t}\sin\left(100t+\theta\right)$$

$$\begin{cases} i_R(0^+) = 1\text{A} \\ \left.\dfrac{\mathrm{d}i_R}{\mathrm{d}t}\right|_{0^+} = 200 \ \text{A}/\text{s} \end{cases}$$

$$i_R(t) = 1 + 2\mathrm{e}^{-100t}\sin 100t \ \text{A} \qquad t > 0^+$$

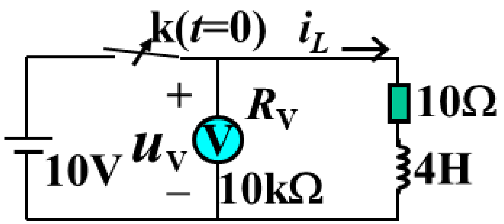
(初步)总结二阶电路的求解 (Part II + Part I)

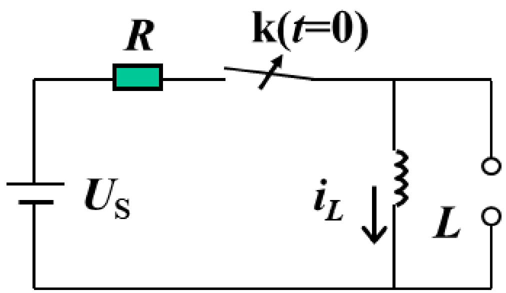
- 求响应形式
  - （ZIR后）*RLC*串联、*RLC*并联→ 直接得到特征方程
  - ZIR非*RLC*串并联怎么办→L12（根据状态方程）
- 求稳态值→ 得通解表达式
  - 电阻电路
- 求初值
  - 0^-电阻电路→换路定理得0^+电阻电路→初值
- 求导数初值
  - 将支路量用独立源、u_C、i_L来表示→0^+电阻电路求i_C、u_L
  - L12（根据输出方程和状态方程）
- 用初值和导数初值确定通解待定系数
- 定性画波形

为什么一个动态电路中任意支路量都有相同的变化性质？（L12）

4　二阶电路的应用

（1）汽车点火系统



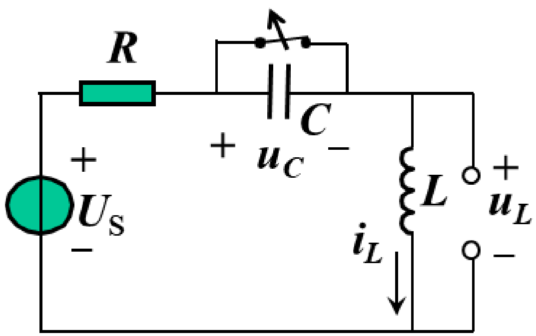


一阶点火电路的问题：

开路开关和火花塞承受相同的无穷大电压

一阶：开关和气隙在搏命

二阶：开关的设计耐压高于气隙的击穿电压



二阶点火电路的好处：

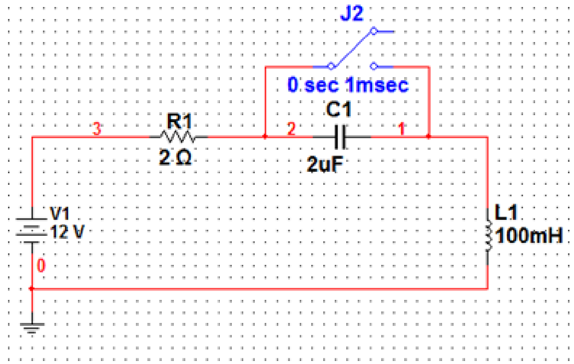
开路开关的电压被电容钳位

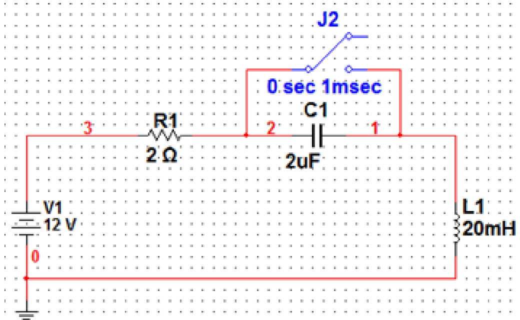
可通过电路参数控制开关/气隙电压

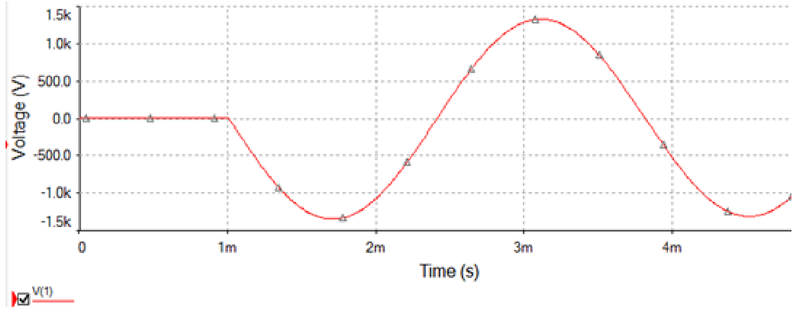
仿真

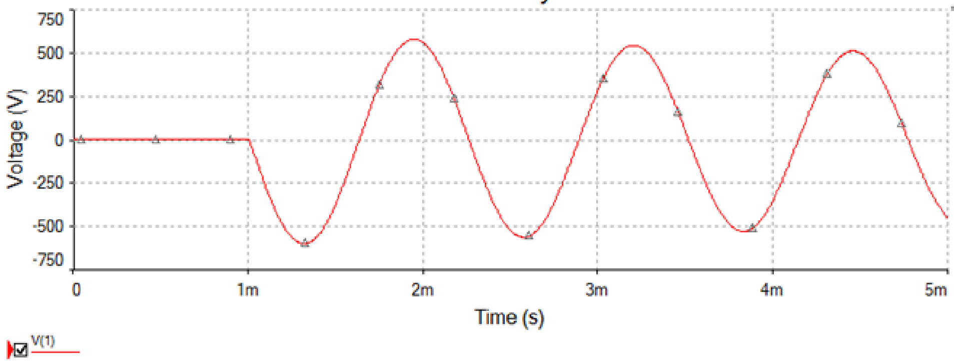
开关的设计耐压高于气隙(电感右侧未画出)的击穿电压

比如开关耐压2000V，气隙击穿电源1000V







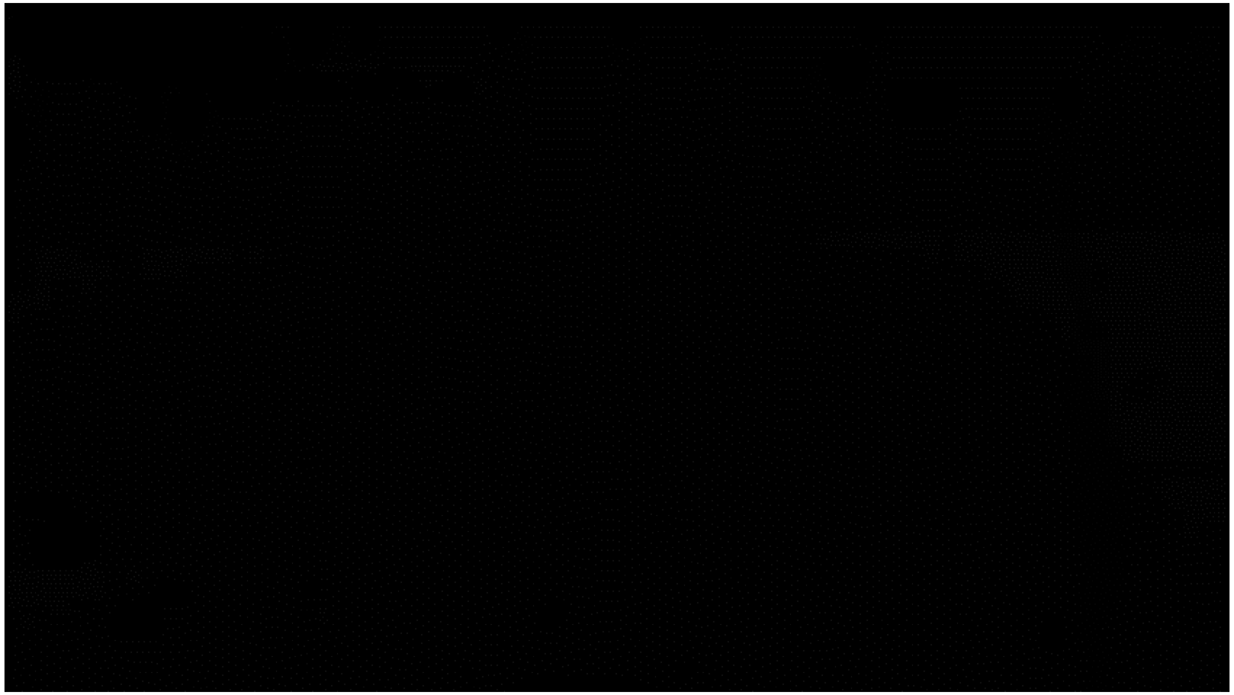


40

（3） 电磁轨道炮电源　　Dahlgren Surface Warfare Center

2012

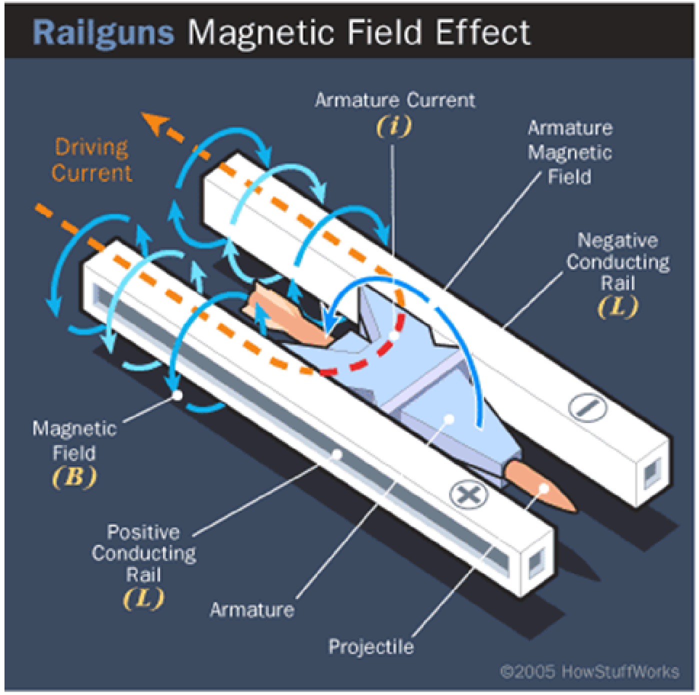
2014



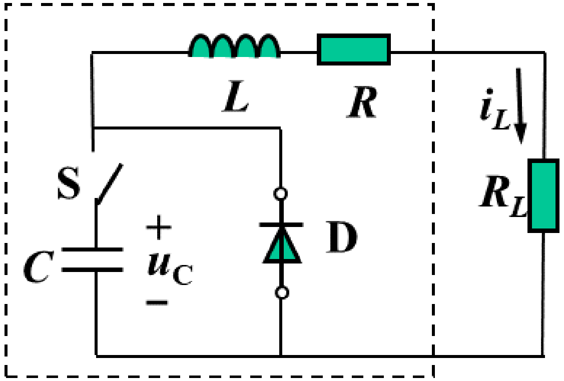
电磁轨道炮原理

关键是
可控的脉冲大电流

$$f = 0.5L'i^2$$

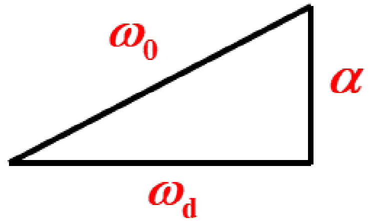


电磁轨道炮脉冲电源的基本电路（PFU）



*RLC*串联二阶 $$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$$

衰减系数 $$\alpha = \frac{R}{2L}$$



自由振荡角频率/自然角频率 $$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$u_C = Ke^{-\alpha t}\sin(\omega_{\mathrm{d}}t + \theta)$$

衰减振荡角频率 $$\omega_{\mathrm{d}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$\alpha^2 > \omega_0^2$	$\alpha^2 = \omega_0^2$	$\alpha^2 < \omega_0^2$	$\alpha = 0$
过阻尼	临界阻尼	欠阻尼	无阻尼