

第十二周作业

8.1 对连续非周期信号进行抽样获得离散非周期信号,说明离散非周期信号频谱和连续非周期信号频谱的关系.

对非周期信号 $x_a(t)$ 进行抽样,其数值抽样信号的离散时间傅里叶变换等于其冲激抽样信号的连续傅里叶变换

$X_{as}(\omega)$ 是 $X_a(\omega)$ 的周期延拓

$$X_{as}(\omega) = \frac{1}{T_s} X_a(\omega) \quad -\frac{\omega_s}{2} < \omega < \frac{\omega_s}{2} \quad (T_s \text{ 为抽样周期})$$

8.2 已知 $x_d(n) = a^n u_d(n)$ ($|a| < 1$), 求 $x_d(n)$ 的离散时间傅里叶变换.

$$\begin{aligned} X_d(e^{j\theta}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_d(n) e^{-j\theta n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} a^n e^{-j\theta n} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} (a \cdot e^{-j\theta})^n \quad (|a| < 1) \\ &= \frac{1}{1 - a e^{-j\theta}} \\ &= \frac{e^{j\theta}}{e^{j\theta} - a} \end{aligned}$$

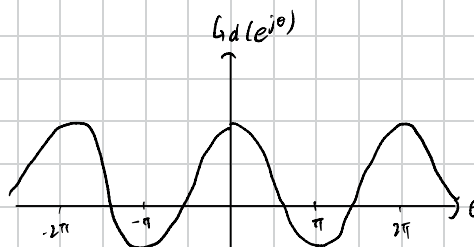
8.3 已知非周期矩形方波信号 $g_a(t) = u_s(t + \frac{T_1}{2}) - u_s(t - \frac{T_1}{2})$, 以 $T_s = \frac{T_1}{m}$ 的抽样间隔对 $g_a(t)$ 进行抽样得 $g_d(n)$, 计算 $G_d(e^{j\theta}) = \text{DTFT}[g_d(n)]$, 定性画出 $m=3, m=5$ 和 $m=7$ 时 $G_d(e^{j\theta})$ 的波形, 并和 $g_a(t)$ 的傅里叶变换波形进行比较.

$$G_a(\omega) = \mathcal{F}\{g_a(t)\} = T_1 \text{sinc}(\frac{\omega T_1}{2})$$

$$G_d(e^{j\theta}) = \mathcal{F}\{g_d(t)\} = \sum_{-\frac{T_1}{2} \leq n \leq \frac{T_1}{2}} e^{-j\theta n}$$

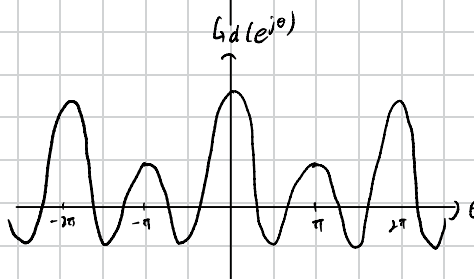
① $m=3$

$$\begin{aligned} G_d(e^{j\theta}) &= 1 + e^{-j\theta} + e^{j\theta} \\ &= 1 + 2\cos\theta \end{aligned}$$



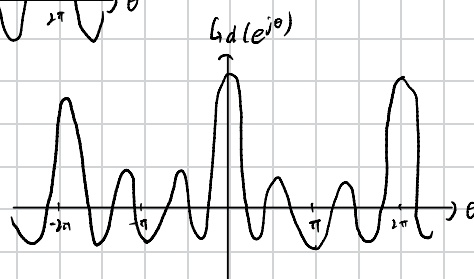
② $m=5$

$$\begin{aligned} G_d(e^{j\theta}) &= 1 + e^{-j\theta} + e^{j\theta} + e^{-j2\theta} + e^{j2\theta} \\ &= 1 + 2\cos\theta + 2\cos 2\theta \end{aligned}$$



③ $m=7$

$$\begin{aligned} G_d(e^{j\theta}) &= 1 + e^{-j\theta} + e^{j\theta} + e^{-j2\theta} + e^{j2\theta} + e^{-j3\theta} + e^{j3\theta} \\ &= 1 + 2\cos\theta + 2\cos 2\theta + 2\cos 3\theta \end{aligned}$$



补充题2: 已知周期序列 $x_d(n)$ 的DFS系数为 $X_d(k)$, 试确定以下序列的DFS系数。

(1) $x_d(-n)$

(2) $(-1)^n x_d(n)$

(3) $y_d(n) = \begin{cases} x_d(n), & n \text{ 为偶数} \\ 0, & n \text{ 为奇数} \end{cases}$

$$(1) \text{DFS} \{x_d(-n)\} = \{X_d(k)\}^* \quad (\text{即取其共轭复数})$$

$$(2) (-1)^n x_d(n) = x_d(n) e^{j\pi n}$$

$$\therefore \text{DFS} \{(-1)^n x_d(n)\} = \text{DFS} \{x_d(n) e^{j\pi n}\}$$

$$= X_d(k - \frac{N_1}{2}) \quad , N_1 \text{ 为周期}$$

$$(3) y_d(n) = \frac{1}{2} [(-1)^n x_d(n) + x_d(n)]$$

$$\therefore \text{DFS} \{y_d(n)\} = \frac{1}{2} [\text{DFS} \{(-1)^n x_d(n)\} + \text{DFS} \{x_d(n)\}]$$

$$= \frac{1}{2} [X_d(k - \frac{N_1}{2}) + X_d(k)]$$