记$f(z)=\sum_{n=0}^{+\infty}c_nz^n$. 叙述幂级数$f(z)$的Abel定理的内容（2分）及收敛半径($R>0$)的定义(2分），并分别给出具体例子（每例2分），说明存在幂级数使其在收敛圆周上(I) 处处发散；(II) 既有收敛的点，又有发散的点；(III) 处处收敛（以上例子均须给出理由）.

解答:

Abel定理: 若$f(z)$在$z=z_1$收敛, 则对所有的$z:|z|<|z_1|$, 有$f(z)$绝对收敛; 若$f(z)$在z_2发散, 则对所有的$z:|z|>|z_2|, f(z)$ 发散.

收敛半径的定义: 若存在$R>0$, 使得所有的$z:|z|<R$, $f(z)$ (绝对)收敛, 而对所有的$z:|z|>R$, $f(z)$发散, 则R是$f(z)$的收敛半径.

例1. $f_1(z)=\sum_{n=1}^{+\infty}z^n(=\frac{z}{1-z})$, $R=1$, 当$|z|=1$, 有$|z^n|=1\nrightarrow 0$, 当$n\to+\infty$, 由Cauchy收敛定理, $f_1(z)$发散. 因而$f_1(z)$在收敛圆周$|z|=1$上处处发散;

例2. $f_2(z)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{z^n}{n}(=-\ln(1-z))$, $R=1$, 当$z=-1$时, $f_2(-1)=-\ln 2$, 而$z=1$时, $f_2(1)=+\infty$发散, 故在收敛圆周$|z|=1$上, $f_2(z)$既有收敛的点, 又有发散的点;

例3. $f_3(z)=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{z^n}{n^2}(=\int_0^z\frac{f_2(t)}{t}dt=-\int_0^z\frac{\ln(1-t)}{t}dt)$, $R=1$, 当$|z|=1$时, 有$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{|z|^n}{n^2}=\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}<+\infty$. 故$f_3(z)$ 在收敛圆周上处处(绝对)收敛.