第十三章

13.2　两均匀带电球壳同心放置，半径分别为 R_1 和 $R_2(R_1<R_2)$，已知内外球之间的电势差为 U_{12}，求两球壳间的电场分布。

解：$U_{12}=\int_{R_1}^{R_2} E\cdot dr=\int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{q(R_2-R_1)}{4\pi\varepsilon_0 R_1R_2}$

故 $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{R_1R_2U_{12}}{(R_2-R_1)\cdot r^2}$，方向沿球半径.

13.3　两个同心的均匀带电球面，半径分别为 $R_1=5.0$ cm，$R_2=20.0$ cm，已知内球面的电势为 $\varphi_1=60$ V，外球面的电势 $\varphi_2=-30$ V。

(1) 求内、外球面上所带电量；

(2) 在两个球面之间何处的电势为零？

解：(1) 内球面 $r=R_1$ 处，$\varphi_1=\varphi_{A_1}+\varphi_{B_1}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0R_1}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0R_2}=60$

外球面 $r=R_2$ 处，$\varphi_2=\varphi_{A_2}+\varphi_{B_2}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0R_2}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0R_2}=-30$

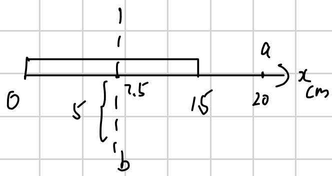
代入 $R_1=5\times10^{-2}m$，$R_2=2\times10^{-1}m$，得 $q_1=6.68\times10^{-10}C$，$q_2=-1.34\times10^{-9}C$

(2) $\varphi_3=\varphi_{A3}+\varphi_{B3}=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0R_2}=0 \Rightarrow r=-\frac{q_1}{q_2}\cdot R_2=\frac{6.68\times10^{-10}}{1.34\times10^{-9}}\times0.2=0.1\,m$

13.6　一均匀带电细杆，长 $l=15.0$ cm，线电荷密度 $\lambda=2.0\times10^{-7}$ C/m，求：

(1) 细杆延长线上与杆的一端相距 $a=5.0$ cm 处的电势；

(2) 细杆中垂线上与细杆相距 $b=5.0$ cm 处的电势。



解：(1) $\varphi_A=\int_0^l\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(l+a-x)}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{l+a}{a}=2.49\times10^3V$

(2) $\varphi_B=\int_q d\varphi=\int_0^l\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0[b^2+(x-\frac{l}{2})^2]^{\frac{1}{2}}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+b^2}}{-\frac{l}{2}+\sqrt{\frac{l^2}{4}+b^2}}=4.30\times10^3V$

13.9　一无限长均匀带电圆柱，体电荷密度为 ρ，截面半径为 a。

(1) 用高斯定律求出柱内外电场强度分布；

(2) 求出柱内外的电势分布，以轴线为势能零点；

(3) 画出 E-r 和 φ-r 的函数曲线。

解：(1) 作半径为r，轴为中心的高斯面，此时：

$E\cdot2\pi rl=\frac{q_{内}}{\varepsilon_0}$

当 $r\le a$ 时，$q_{内}=\pi r^2l\cdot\rho$，$E_{内}=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

当 $r>a$ 时，$q_{内}=\pi a^2l\rho$，$E_{外}=\frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0 r}$

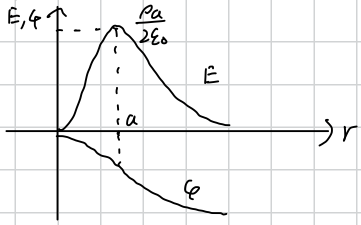
(2) 当 $r\le a$ 时，$\varphi_{内}=\int_r^0 E_{内}\cdot dr=\int_r^0\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr=-\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}$

当 $r>a$ 时，$\varphi_{外}=\int_r^a E_{外}\cdot dr+\int_a^0 E_{内}\cdot dr$

$=\int_r^a\frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0 r}dr+\int_a^0\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr$

$=\frac{a^2\rho}{4\varepsilon_0}\left(2\ln\frac{a}{r}-1\right)$

(3) E-r 和 φ-r 曲線



13.15 用电势梯度法求习题 13.5 中 x 轴上 $x>0$ 各点的电场强度。

解：$\varphi=\int_q d\varphi=\int_{-a}^{a}\frac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0(x^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\sqrt{x^2+a^2}+a}{\sqrt{x^2+a^2}-a}$

$E_x=-\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+a^2}}$，$E_y=-\frac{\partial\varphi}{\partial y}=0$，$E_z=\frac{\partial\varphi}{\partial z}=0$

故 $E=E_x=\frac{\lambda a}{2\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+a^2}}$

13.20 一边长为 a 的正三角形，其三个顶点上各放置 q，$-q$ 和 $-2q$ 的点电荷，求此三角形重心上的电势。将一电量为 $+Q$ 的点电荷由无限远处移到重心上，外力要做多少功？

解：重心电势：

$\varphi_0=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0\frac{\sqrt{3}}{3}a}=-\frac{\sqrt{3}q}{2\pi\varepsilon_0 a}$

做功：

$W'=-W=-Q(\varphi_\infty-\varphi_0)=Q\varphi_0=-\frac{\sqrt{3}qQ}{2\pi\varepsilon_0 a}$

*13.22 电子直线加速器的电子轨道由沿直线排列的一长列金属筒制成，如图 13.19 所示。单数和双数圆筒分别连在一起，接在交变电源的两极上。由于电势差的正负交替改变，可以使一个电子团（延续几个微秒）依次越过两筒间隙时总能被电场加速（圆筒内没有电场，电子做匀速运动）。这要求各圆筒的长度必须依次适当加长。

解：(1) 第一筒初速度 $V_1=\sqrt{\frac{2qU_0}{m_L}}$，長度应为 $L_1=\frac{V_1T}{2}$

进入第二筒初速度 $V_2=\sqrt{V_1^2+\frac{2qU_0}{m_L}}=\sqrt{2}V_1$，長度应为 $L_2=\frac{V_2T}{2}=\sqrt{2}L_1$

同理可得 $L_3=\sqrt{3}L_1$，故 $L_n=\sqrt{n}L_1$

(2) $L_1=\frac{V_1T}{2}=\frac{1}{2\nu}\cdot\sqrt{\frac{2qU_0}{m_L}}$

(3) $E_k=\frac{1}{2}m_e\cdot v_n^2=\frac{m_e}{2}(\sqrt{n}v_1)^2=n\cdot e\cdot U_0$

*13.29 铀核带电量为 $92e$，可以近似地认为它均匀分布在一个半径为 7.4×10^{-15} m 的球体内。求铀核的静电势能。

当铀核对称裂变后，产生两个相同的钯核，各带电 $46e$，总体积和原来一样。设这两个钯核也可以看成球体，当它们分离很远时，它们的总静电势能又是多少？这一裂变释放出的静电能是多少？

按每个铀核都这样对称裂变计算，1 kg 铀裂变后释放出的静电能是多少？（裂变时释放的“核能”基本上就是这静电能）

解：$W_u = \dfrac{3q_u^2}{20\pi\varepsilon_0 R_u} = \dfrac{3\times(92e)^2}{20\pi\varepsilon_0 \times 7.4\times10^{-15}} = 1.58\times10^{-10}\,\text{J}$

$W_{Pd} = 2\times\dfrac{3\times q_{Pd}^2}{20\pi\varepsilon_0 R_u} = 2\times\dfrac{3\times(46\times10^{-19})^2}{20\pi\times7.4\times10^{-15}\div\sqrt[3]{2}} = 9.97\times10^{-11}\,\text{J}$

$\Delta W = W_u - W_{Pd} = (15.83-9.97)\times10^{-11} = 5.86\times10^{-11}\,\text{J}$

1kg 铀裂变 $\Delta W_0 = \Delta W \times \frac{1000}{235}\times 6.02\times10^{23} = 1.50\times10^{14}\,\text{J}$