

概率论与数理统计



Middle Term Test

题0 (10分)：承诺

姓名：_____

学号：_____

我承诺：遵守测试规则，独立答题。

抄写以上句子：_____。

线上参加测试的同学，在测试结束5分钟内拍照，
发邮件给王老师（注明姓名学号）：

wangxiaoqun@mail.tsinghua.edu.cn

题一（20分）

设甲袋中有3个红球、2个黑球，从中不放回任取两球，放入空的乙袋中。再从乙袋中有放回随机取出两球。求

- (1). 从甲袋中取出的两球是同颜色的概率；
- (2). 从乙袋中取出的两球是同颜色的概率；
- (3). 在从乙袋中取出的两球是同色的条件下，
从甲袋中取出的两球是同颜色的概率。

题二(20分)

常言道“不要把鸡蛋放在同一个篮子里”。
请用概率的方法证明之。

题二(20分)

设有10个鸡蛋，要从甲处运往乙处。每个“篮子”安全运抵的概率为 p （其中， $0 < p < 1$ ）。

策略A： 10个鸡蛋全放到同一个篮子；

策略B： 10个鸡蛋放到10个不同的篮子里；
10个篮子的运送相互独立。

请比较两个策略（期望、方差）。

题三（20分）

设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，其概率密度函数为

$$f(x) = e^{-x} (x \geq 0).$$

令 $Y = [X]$ 为 X 的整数部分， $Z = \{X\}$ 为 X 的分数部分。

- (1). 求 Y 的分布列；
- (2). 求 Z 的概率密度函数；

题四 (30分)

独立重复地对某目标进行射击，每次击中目标的概率为 p ($0 < p < 1$). 设 Z_n 为累计击中目标 n 次时的射击次数 ($n \geq 1$). 令 $X = Z_1, Y = Z_2$.

- (1) 求 X, Y 的联合概率分布列及边缘分布列;
- (2) 求数学期望 $E(Z_n)$ 和方差 $D(Z_n)$;
- (3) 求 Z_m 与 Z_n 之间的相关系数 ($m \geq n \geq 1$).

附加题（20分）

1) 设 X 为随机变量，其数学期望存在。设 $g(x)$ 二阶导数存在，且非负。比较 $g(E(X))$ 和 $E(g(X))$ 的大小，并证明你的结论。

(2) 设 X 服从几何分布 $\text{Ge}(1/2)$ ，计算 $E(2^X)$ 和 $2^{E(X)}$ 。