第二十章

20.1 在通有电流 $I=5$ A 的长直导线近旁有一导线段 ab，长 $l=20$ cm，离长直导线距离 $d=10$ cm（图 20.22）。当它沿平行于长直导线的方向以速度 $v=10$ m/s 平移时，导线段中的感应电动势多大？a、b 哪端的电势高？

解：$\varepsilon_{ab}=\int d\varepsilon=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{r}=-\int vB\,dr=-v\int_d^{d+l}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot dr=-\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{d+l}{d}$

$=-\frac{10\times4\pi\times10^{-7}\times5}{2\pi}\times\ln\frac{0.1+0.2}{0.1}$

$=-1.10\times10^{-5}\text{V}<0$

故 a 端电势高

20.5 在半径为 R 的圆柱形体积内，充满磁感应强度为 $\boldsymbol{B}$ 的均匀磁场。有一长为 L 的金属棒放在磁场中，如图 20.24 所示。设磁场在增强，并且 $\frac{dB}{dt}$ 已知，求棒中的感生电动势，并指出哪端电势高。

解：$-\frac{d\varphi}{dt}=-S\frac{dB}{dt}=\oint E_i\cdot dr=\int_0^b E_i\cdot dr+\int_a^b E_i\cdot dr+\int_a^0 E_i\cdot dr=0+\varepsilon_{ba}+0=\varepsilon_{ba}$

因此，$\varepsilon_{ba}=-S\frac{dB}{dt}=-\frac{1}{2}\cdot L\cdot\sqrt{R^2-\frac{L^2}{4}}\cdot\frac{dB}{dt}$，又 $\frac{dB}{dt}>0$，故 $\varepsilon_{ba}<0$，b 端电势高

20.10 **电磁阻尼**。一金属圆盘，电阻率为 ρ，厚度为 b。在转动过程中，在离转轴 r 处面积为 a^2 的小方块内加以垂直于圆盘的磁场 $\boldsymbol{B}$（图 20.26）。试导出当圆盘转速为 ω 时阻碍圆盘的电磁力矩的近似表达式。

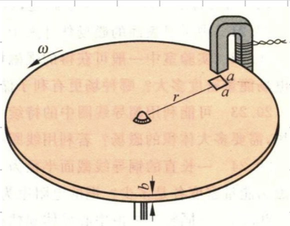

图 20.26 习题 20.10 用图

解：圆盘转动时，方块内产生径向电动势 $\varepsilon=Blv=Bar\omega$

方块内电阻为 $\frac{\rho a}{ab}=\frac{\rho}{b}$，过方块的径向电流 $I=\frac{\varepsilon b}{\rho}=\frac{Bar\omega b}{\rho}$

受磁力 $F=BIL=\frac{B^2a^2r\omega b}{\rho}$，$M=Fr=\frac{B^2a^2r^2\omega b}{\rho}$

20.11 在电子感应加速器中，要保持电子在半径一定的轨道环内运行，轨道环内的磁场 B 应该等于环围绕的面积中 B 的平均值 $\bar{B}$ 的一半，试证明之。

证：电子沿半径 R 的轨道运动时，方程 $\begin{cases}eE=m_e a_t=m_e\cdot\frac{dv}{dt}\\ evB=m_e a_n=m_e\cdot\frac{v^2}{R}\end{cases}\Rightarrow eB=\frac{m_e v}{R}$

又 $\frac{dv}{dt}=\frac{eR}{m_e}\frac{dB}{dt}\Rightarrow\frac{dB}{dt}=\frac{m_e}{eR}\cdot\frac{dv}{dt}=\frac{E}{R}$

由于 $E=\frac{1}{2\pi R}\cdot\frac{d\varphi}{dt}=\frac{\pi R^2 d\bar{B}}{2\pi R\cdot dt}=\frac{R}{2}\cdot\frac{d\bar{B}}{dt}\Rightarrow\frac{d\bar{B}}{dt}=\frac{2E}{R}=2\frac{dB}{dt}\Rightarrow B=\frac{\bar{B}}{2}$

20.15　半径为 2.0 cm 的螺线管，长 30.0 cm，上面均匀密绕 1 200 匝线圈，线圈内为空气。

(1) 求这螺线管中自感多大？

(2) 如果在螺线管中电流以 3.0×10^2 A/s 的速率改变，在线圈中产生的自感电动势多大？

解： (1) $L=\frac{\mu_0 N^2 S}{l}=\frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{l}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times(1200)^2\times\pi\times0.02^2}{0.3}=7.58\times10^{-3}\,H$

(2) $\mathcal{E}=L\cdot\frac{di}{dt}=7.58\times10^{-3}\times3\times10^2=2.27V$

20.17　如图 20.27 所示的截面为矩形的螺绕环，总匝数为 N。

(1) 求此螺绕环的自感系数；

(2) 沿环的轴线拉一根直导线。求直导线与螺绕环的互感系数 M_{12} 和 M_{21}，二者是否相等？

(1) 电流为I时，过环截面积磁通量 $\phi=\frac{\mu_0 N I h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$ ，$L=\frac{\Psi}{I}=\frac{N\phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

(2) $M_{21}=\frac{\phi_{21}}{I_1}=\frac{\phi}{I_1}=\frac{\mu_0 N I_1 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{I_1}=\frac{\mu_0 N h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$

当直导线电流为I_2时，$B_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}$ ，$\phi_{12}=\int_{R_1}^{R_2}B_2 h\,dr=\frac{\mu_0 I_2 h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$，

$M_{12}=\frac{\Psi_{12}}{I_2}=\frac{N\phi_{12}}{I_2}=\frac{\mu_0 N h}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}=M_{21}$

20.25　一同轴电缆由中心导体圆柱和外层导体圆筒组成，二者半径分别为 R_1 和 R_2，筒和圆柱之间充以电介质，电介质和金属的 μ_r 均可取作 1，求此电缆通过电流 I（由中心圆柱流出，由圆筒流回）时，单位长度内储存的磁能，并通过和自感磁能的公式比较求出单位长度电缆的自感系数。

解： $W=\int\frac{B^2}{2\mu_0}dV=\frac{1}{2\mu_0}\left[\int_0^{R_1}\left(\frac{\mu_0 I r}{2\pi R_1^2}\right)^2\cdot 2\pi r\,dr+\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right)^2\cdot 2\pi r\,dr\right]=\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{R_2}{R_1}\right)$

又因为 $W=\frac{LI^2}{2}$，故 $L=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{1}{4}+\ln\frac{R_2}{R_1}\right)$