

第12周基础习题课题目

1. 以下为可能用到的一些分布的函数值：(计算中请严格按照下面数据给出答案)

$$\Phi(1)=0.84, \Phi(2)=0.98, \Phi(3)=0.999, \Phi(1.65)=0.95, \Phi(1.80)=0.96, \Phi(1.96)=0.975$$

$$t_{0.975}(8)=2.30, t_{0.975}(9)=2.26, t_{0.95}(8)=1.86, t_{0.95}(9)=1.83$$

2. 题目中的样本均为简单随机样本，样本均值 $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$ ，样本方差为 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2$

3. 正态总体的样本均值和样本方差相互独立，且 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$ ，其中 n 为样本容量

1. 有一位零售摊主记录了每天第几位顾客买了他的商品，5天的数据：3, 5, 2, 6, 4，求样本均值与样本方差。

2. 总体分布服从正态分布 $N(\mu, 3^2)$ ， X_1, X_2, \dots, X_9 为来自该总体的样本，求样本均值的方差 $Var(\bar{X})$ 。

3. 总体分布服从泊松分布 $P(3)$ ， X_1, X_2, \dots, X_9 为来自该总体的样本，求样本方差的期望 $E(S^2)$ 。

4. $X \sim N(0, 1)$ ，求 $P(|X| < u_{0.9})$ 。

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 $N(\mu, 2^2)$ 的样本，若使 $P\left(|\bar{X} - \mu| < \frac{1}{2}\right) \geq 0.96$ 成立，

则样本容量 n 至少要达到多少？

6. 设 X_1, \dots, X_n 是来自参数为 2 的 Poisson 总体的样本，令 $B_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ，若 $n=10$ ，求 $E(B_n^2)$ 。

7. $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，则下列关系正确的是 ()。

(A) $E(S) > \sigma$ (B) $E(S) < \sigma$ (C) $E(S) = \sigma$ (D) 不确定

8. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本，则正确的是 ()。

(A) $n\bar{X} \sim N(0, 1)$ (B) $nS^2 \sim \chi^2(n)$

$$(C) \frac{(n-1)\bar{X}}{S} \sim t(n-1) \quad (D) \frac{(n-1)X_1^2}{\sum_{k=2}^n X_k^2} \sim F(1, n-1)$$

9. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 则 $\sum_{k=1}^n \frac{(X_k - \mu)^2}{\sigma^2} \sim$ ()。

$$(A) \chi^2(n-1) \quad (B) \chi^2(n) \quad (C) t(n-1) \quad (D) F(1, n)$$

10. 设随机变量 $X \sim t(3)$, $Y = 1/X^2$ 。则下述判断中正确的是 ()。

$$(A) Y \sim \chi^2(3) \quad (B) Y \sim \chi^2(2) \quad (C) Y \sim F(1, 3) \quad (D) Y \sim F(3, 1)$$

11. 设随机变量 ξ 服从自由度为 $(1, 1)$ 的 F 分布, 则 $P(\xi \leq 1) =$ ()。