几何元素的投影

（一）平面的投影

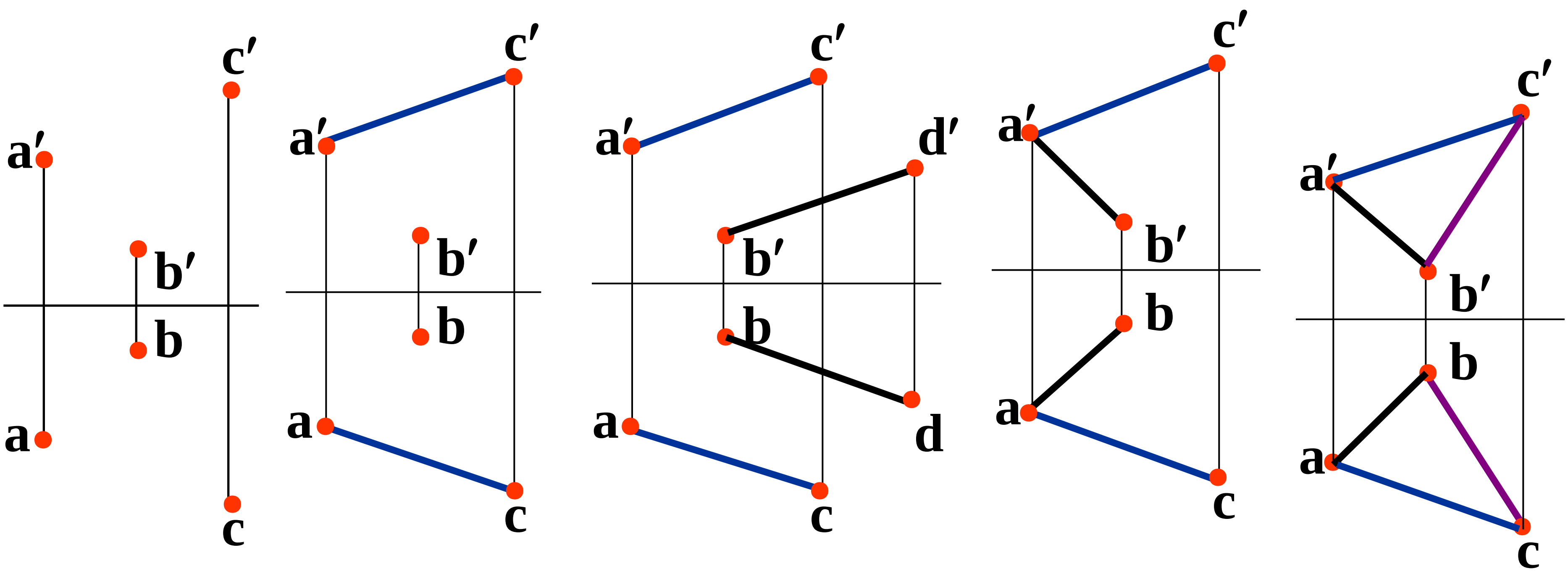
- 平面的投影特性
- 平面上的直线和点

（二）直线与平面及两平面的相对位置

（一） 平面的投影

一、平面的表示法

几何元素表示法



不在同一直线上的三个点

直线及线外一点

两平行直线

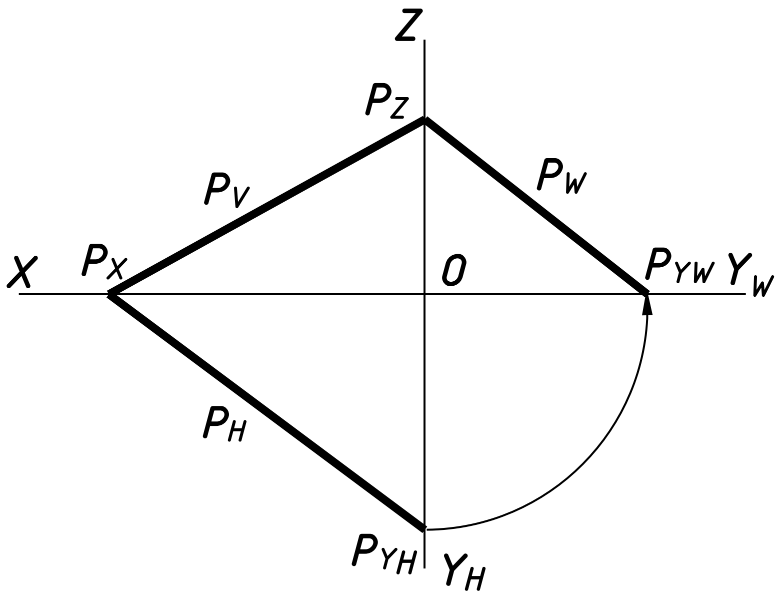
两相交直线

平面图形

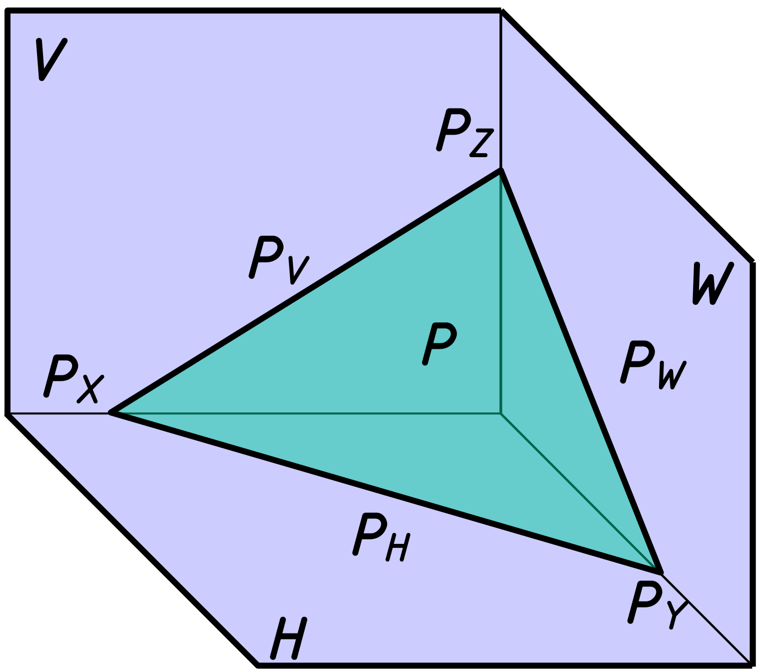
迹线表示法

迹线：平面与投影面的交线。

规定：正面、水平、侧面迹线分别用P_V、P_H、P_W表示。

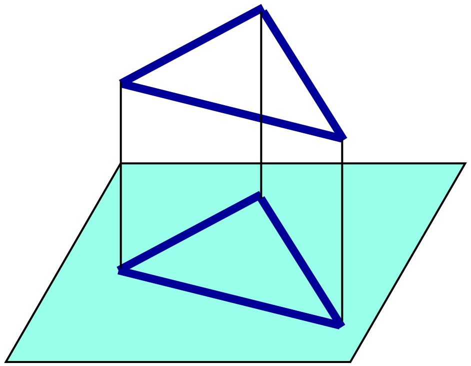


P_V与P_H交OX轴于点P_X（P、H、V三面共点）



二、平面的投影特性

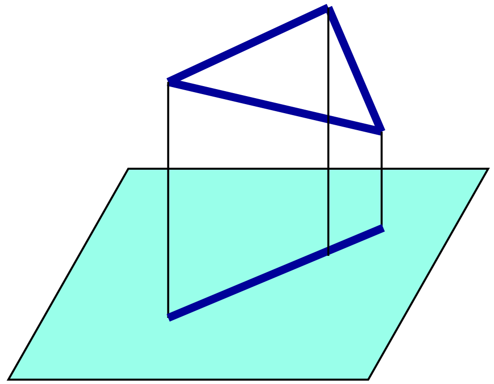
1. 平面对一个投影面的投影特性



平行

反映实形

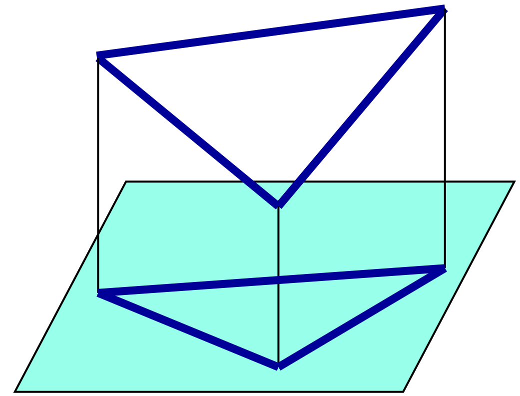
实形性



垂直

积聚成直线

积聚性



倾斜

类似（图）形

类似性

2. 平面在三投影面体系中的投影特性

垂直于某一投影面，与另两个投影面倾斜 → 投影面垂直面

- 正垂面（⊥ V面）
- 侧垂面（⊥ W面）
- 铅垂面（⊥ H面）

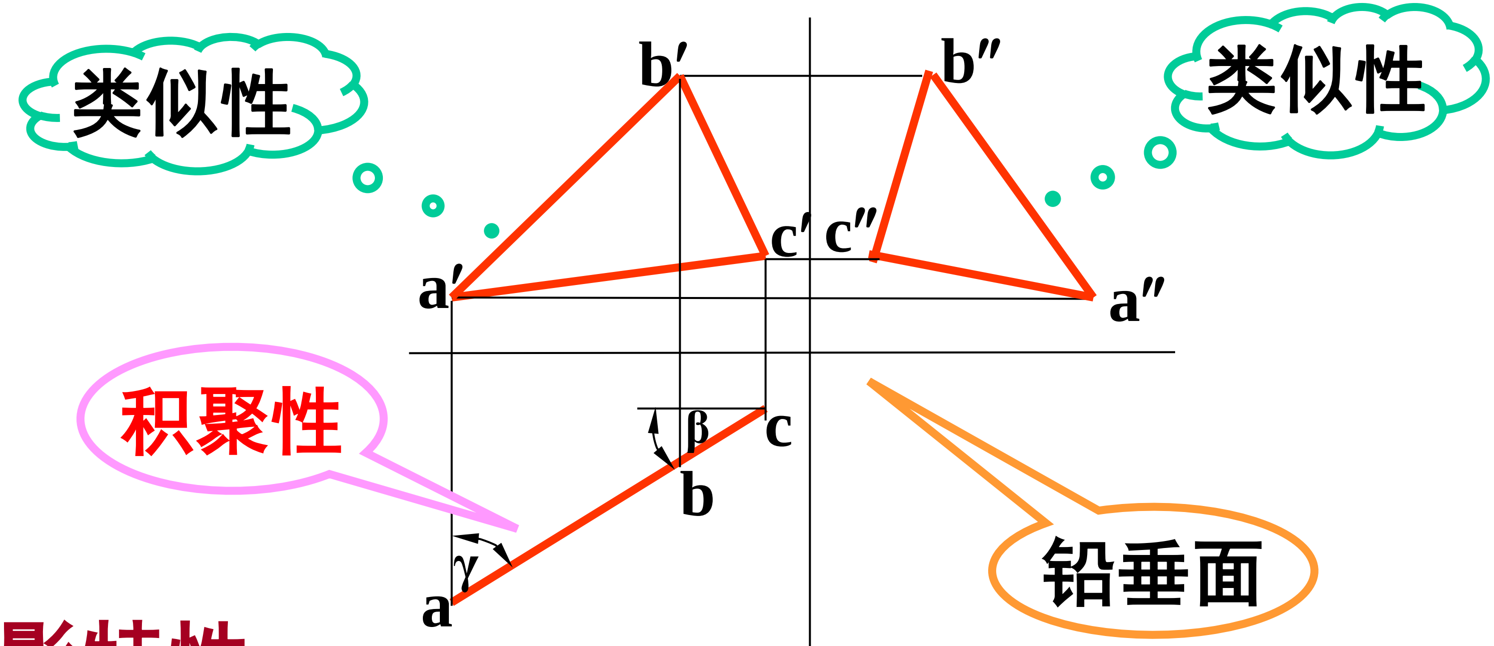
特殊位置平面

平行于某一投影面，并与另两个投影面垂直 → 投影面平行面

- 正平面（//V面）
- 侧平面（//W面）
- 水平面（//H面）

与三个投影面都倾斜 → 一般位置平面

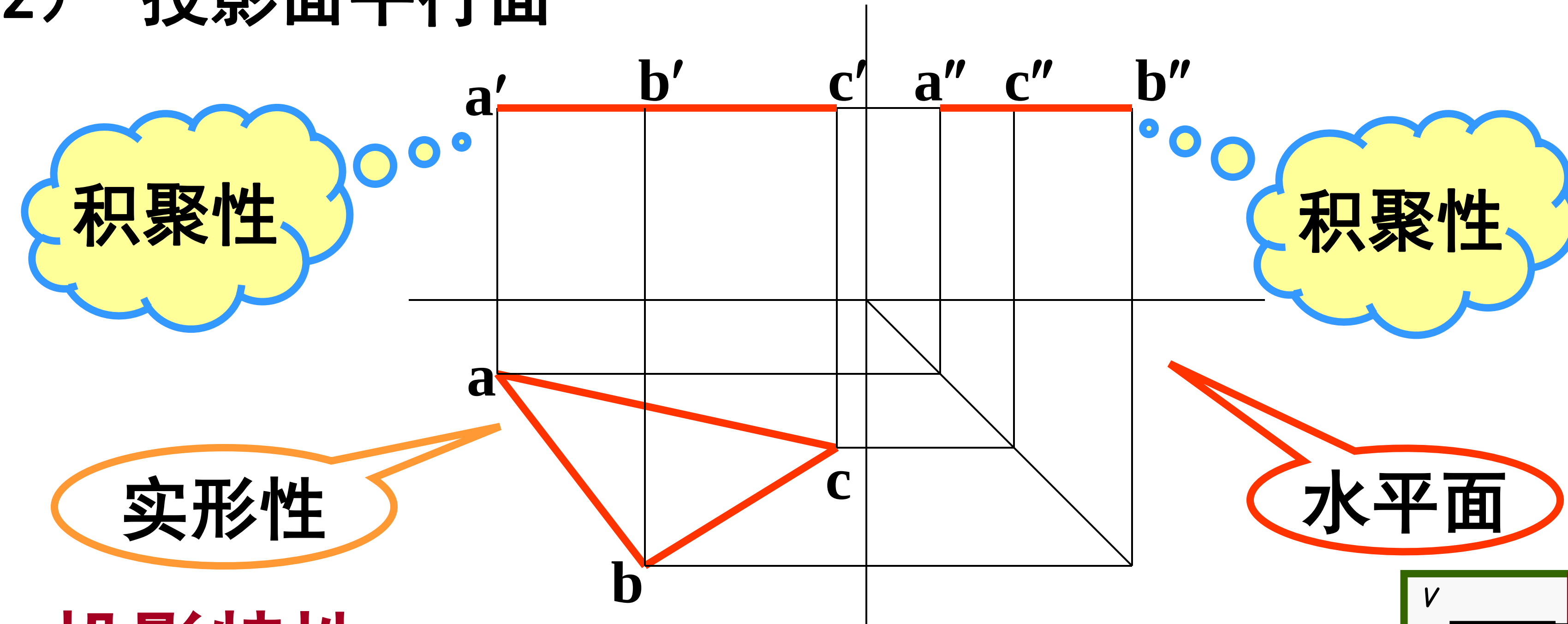
1） 投影面垂直面



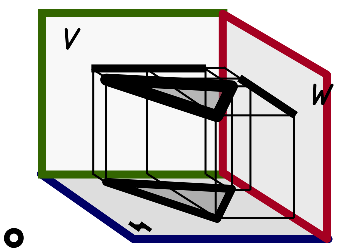
投影特性：

- 在它垂直的投影面上的投影积聚成直线。且反映空间平面与另外两投影面夹角的大小。
- 另外两个投影面上的投影是类似形。

2） 投影面平行面

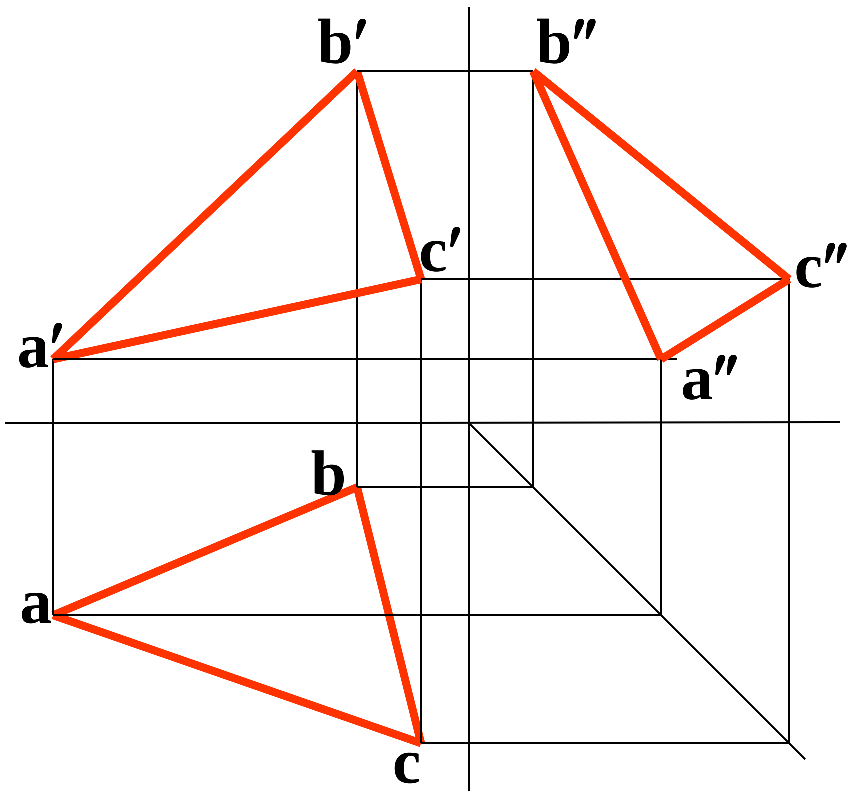


投影特性：



- 在它所平行的投影面上的投影反映实形。
- 另两个投影面上的投影积聚成直线，并且与相应的投影轴平行。

3） 一般位置平面



投影特性：

- 三个投影都是空间图形的类似形。

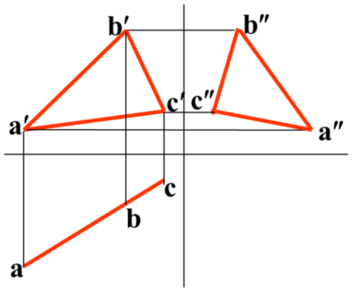
归纳

平面的投影特性：

- **投影面垂直面**

  一个投影积聚成直线（∠投影轴）

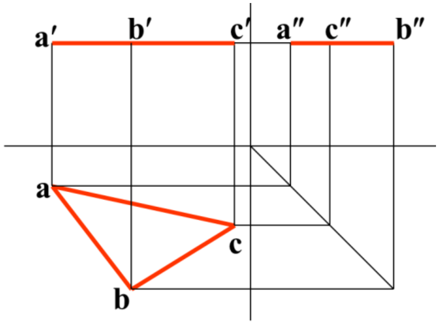
  两个投影为类似形



- **投影面平行面**

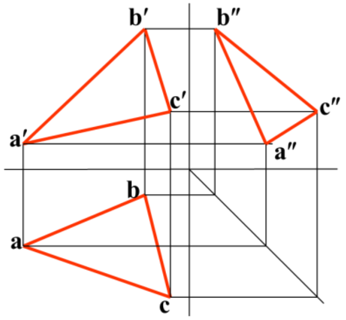
  两个投影积聚成直线（ // 投影轴）

  一个为实形



- **一般位置平面**

  三个投影都为类似形



3. 平面上的直线和点

1）平面上的直线

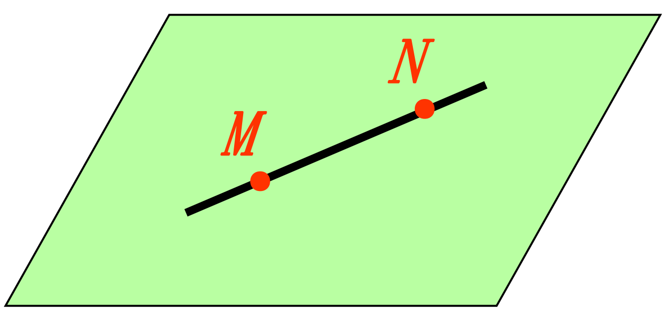
判断直线在平面内的方法

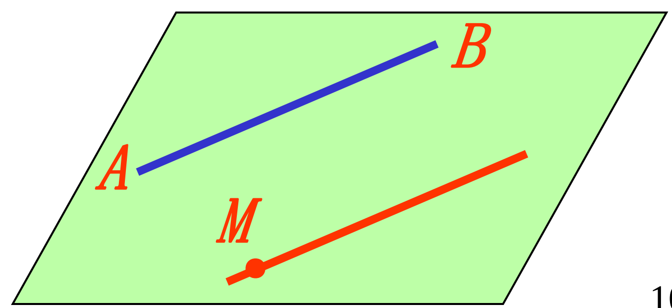
定理一

若一直线过平面上的两点，则此直线必在该平面内

定理二

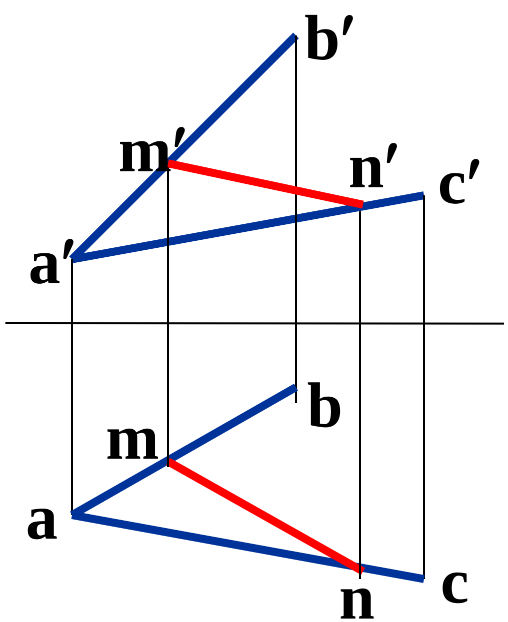
若一直线过平面上的一点，且平行于该平面上的另一直线，则此直线在该平面内。



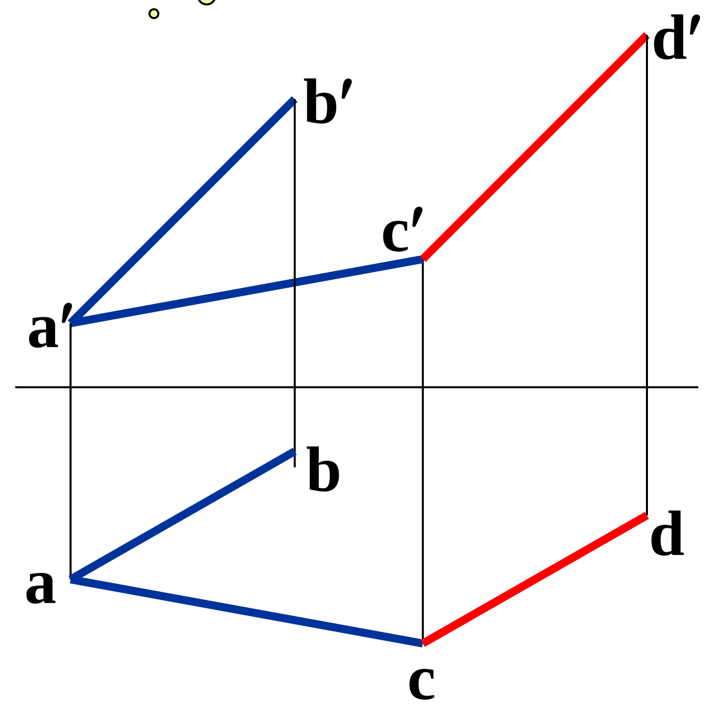


例1：已知平面由直线AB、AC所确定，试
在平面内任作一条直线。

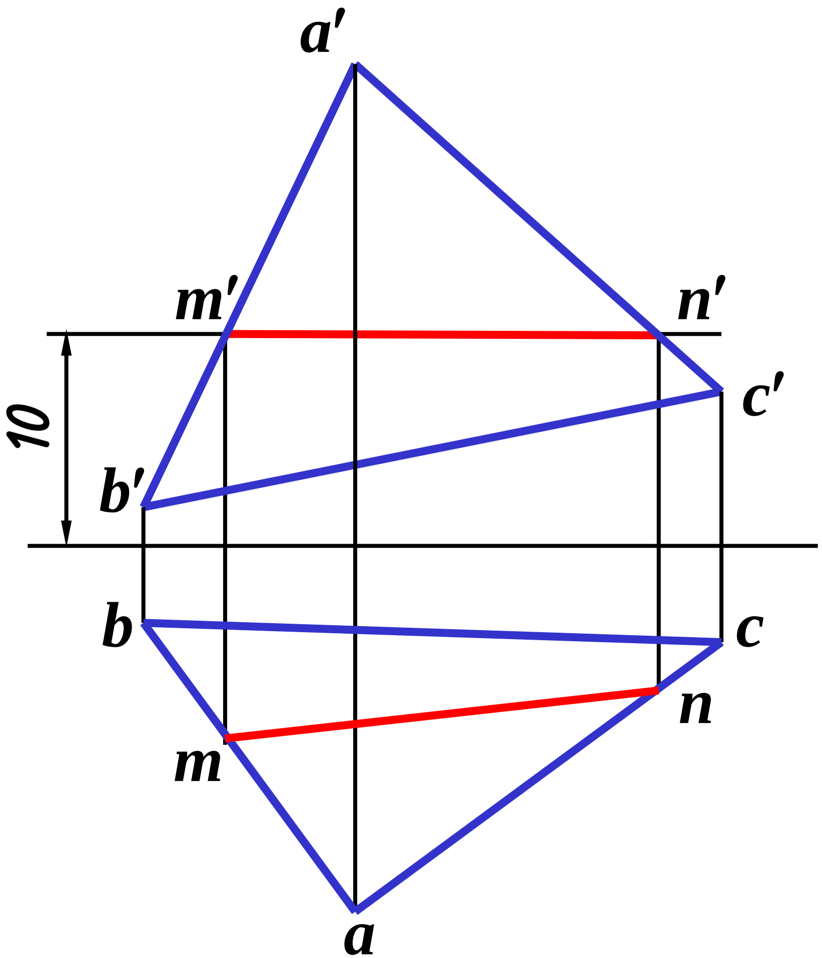
根据定理一

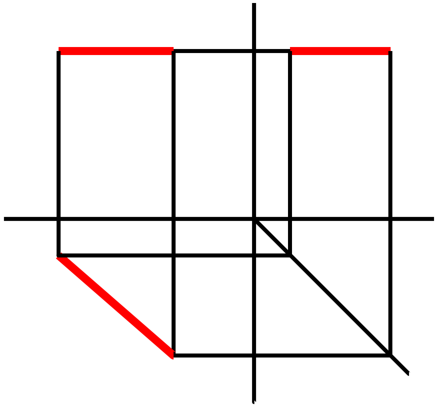


根据定理二



例2：在平面ABC内作一条水平线，使其到H面的距离为10mm。





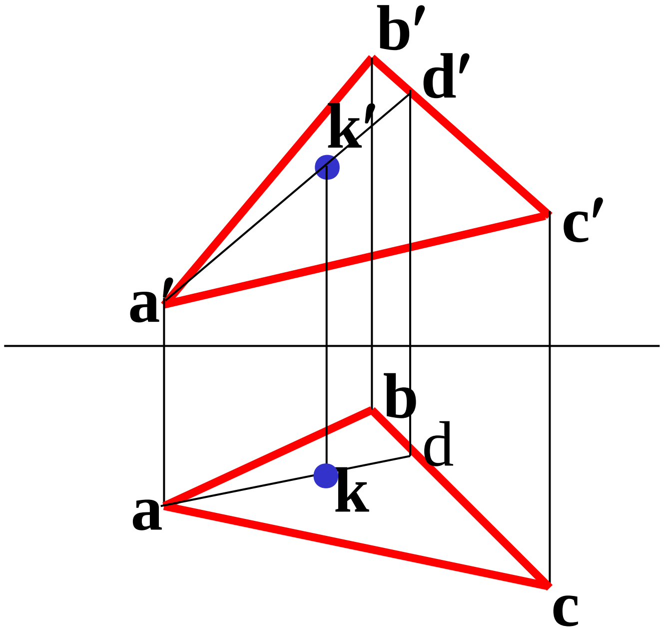
2） 平面上的点

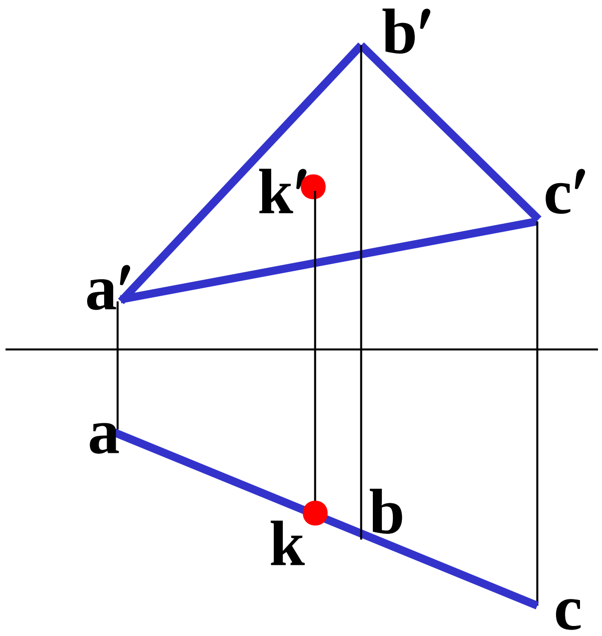
几何定理：若点在平面内，则该点必属于平面内一直线。

面上取点的方法：

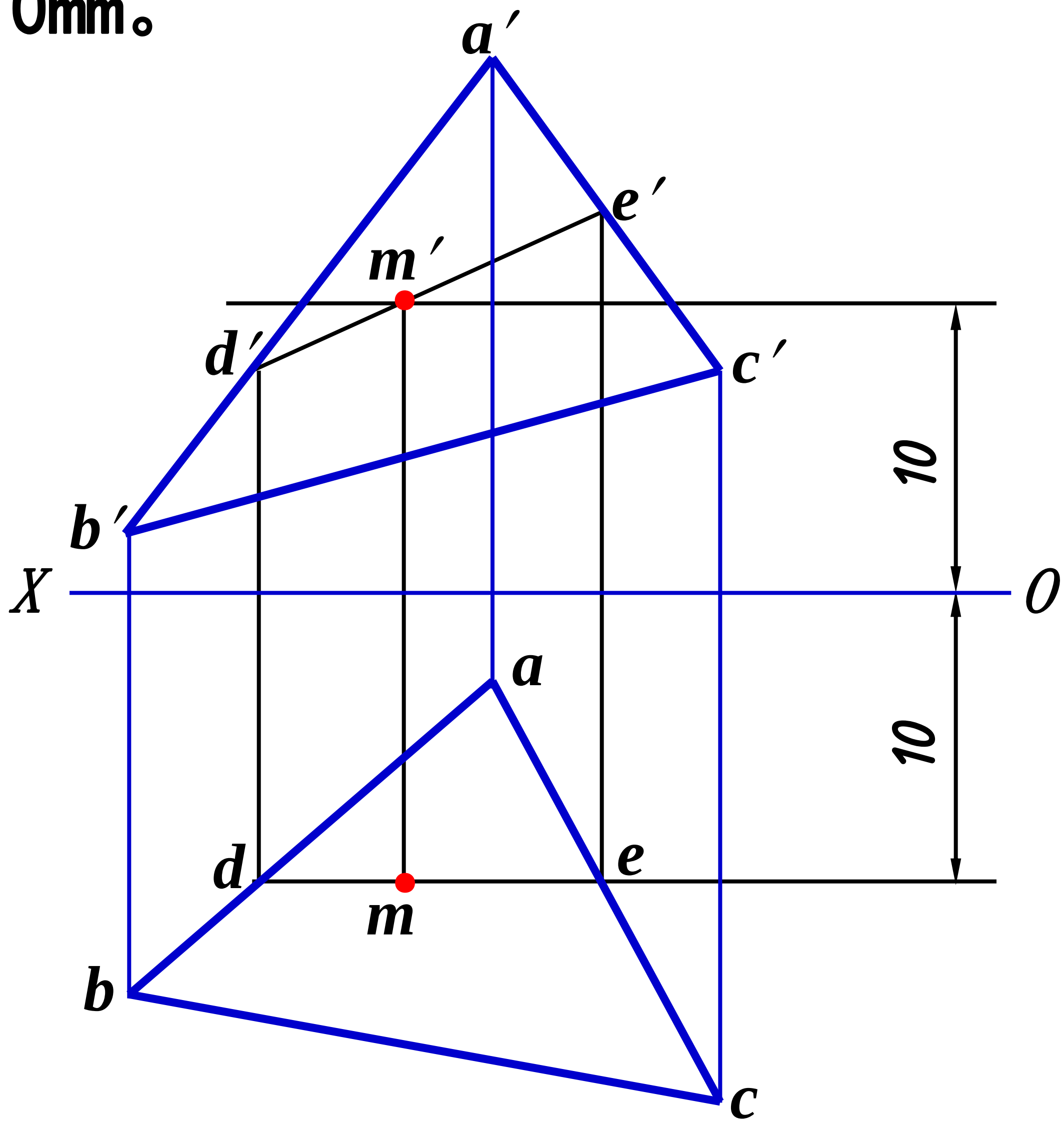
面上取线，线上定点

例：已知K点在平面ABC上，求K点的水平投影。

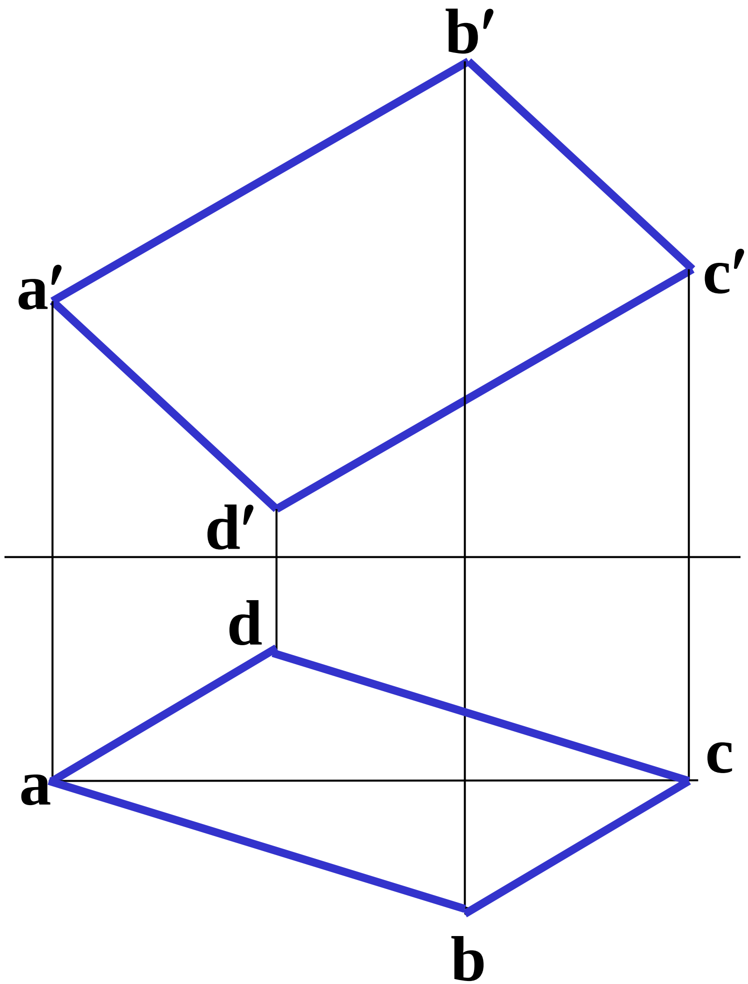


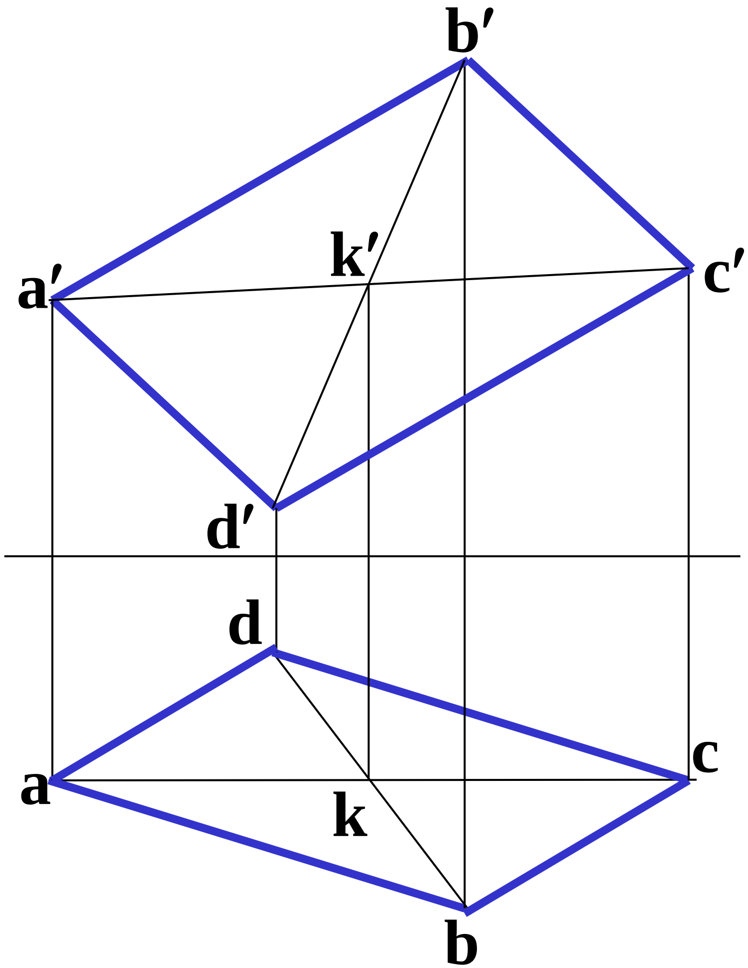


例：在△*ABC*内取一点*M*，并使其到*V* 面和*H* 面的距离均为10mm。



例：已知AC为正平线，补全平行四边形 ABCD的水平投影。





几何元素的投影

（一）平面的投影

（二）直线与平面及两平面的相对位置

点、直线和平面之间的相对位置

从属关系
- 属于直线的点
- 属于平面的点
- 属于平面的直线

平行关系
- 直线与直线平行
- 直线与平面平行
- 平面与平面平行

相交关系
- 直线与直线相交
- 直线与平面相交
- 平面与平面相交

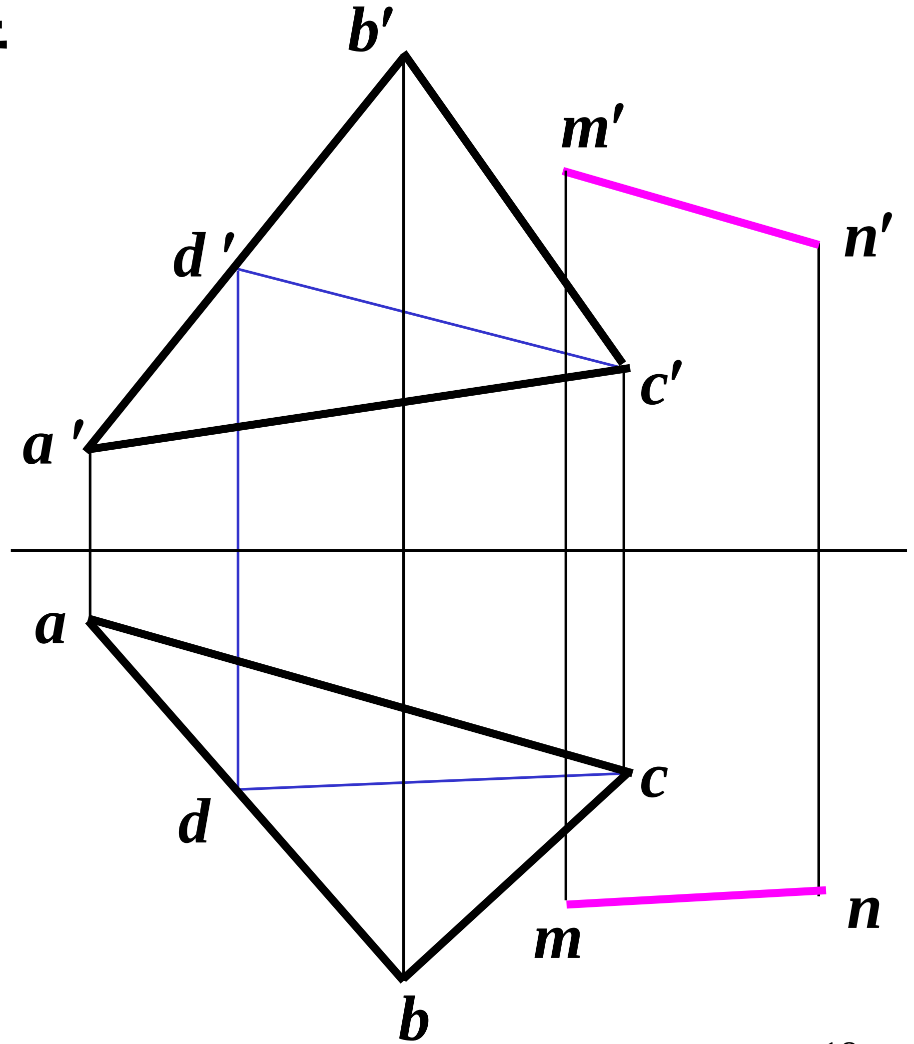
一、 平行问题

1. 直线与平面平行

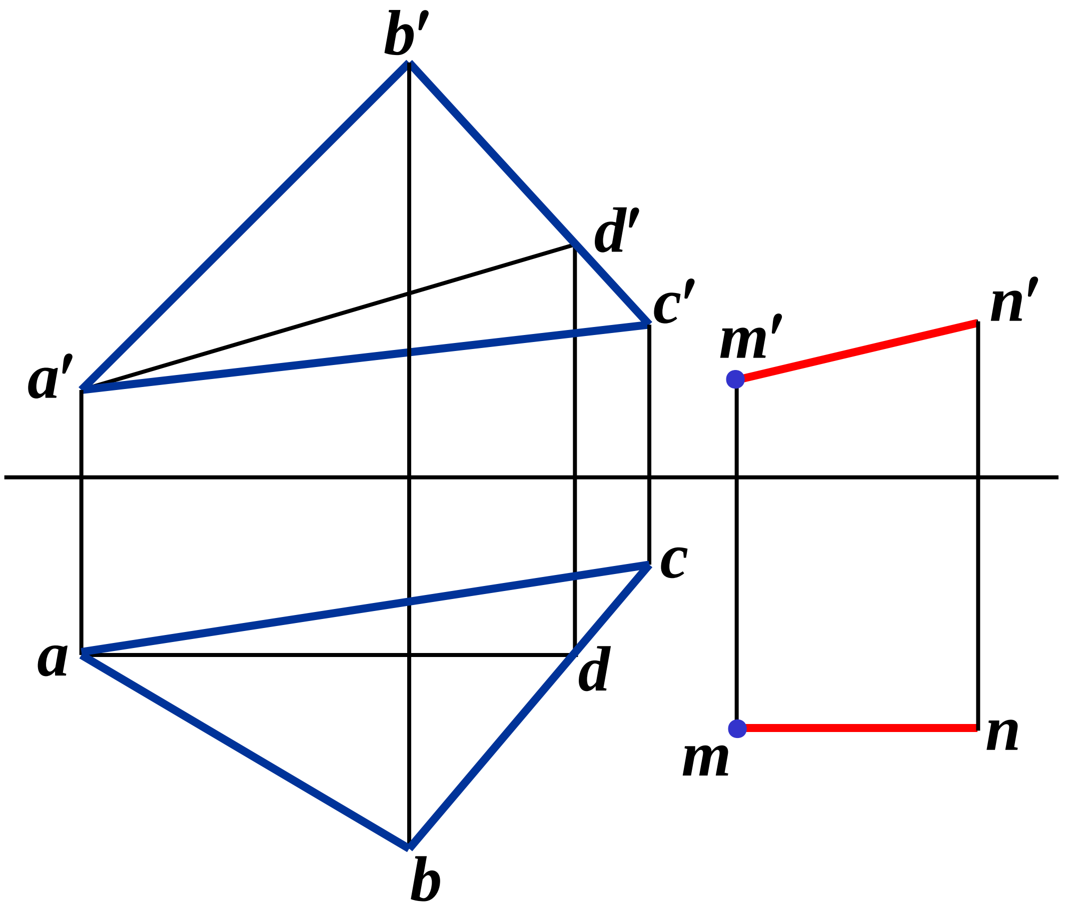
定 理

若直线平行于平面内一直线，则该直线平行于平面。

反之，若直线平行于平面，则在平面内必可作一直线与该直线平行。



例：过*M*点作直线 *MN* 平行于*V* 面和平面*ABC*。



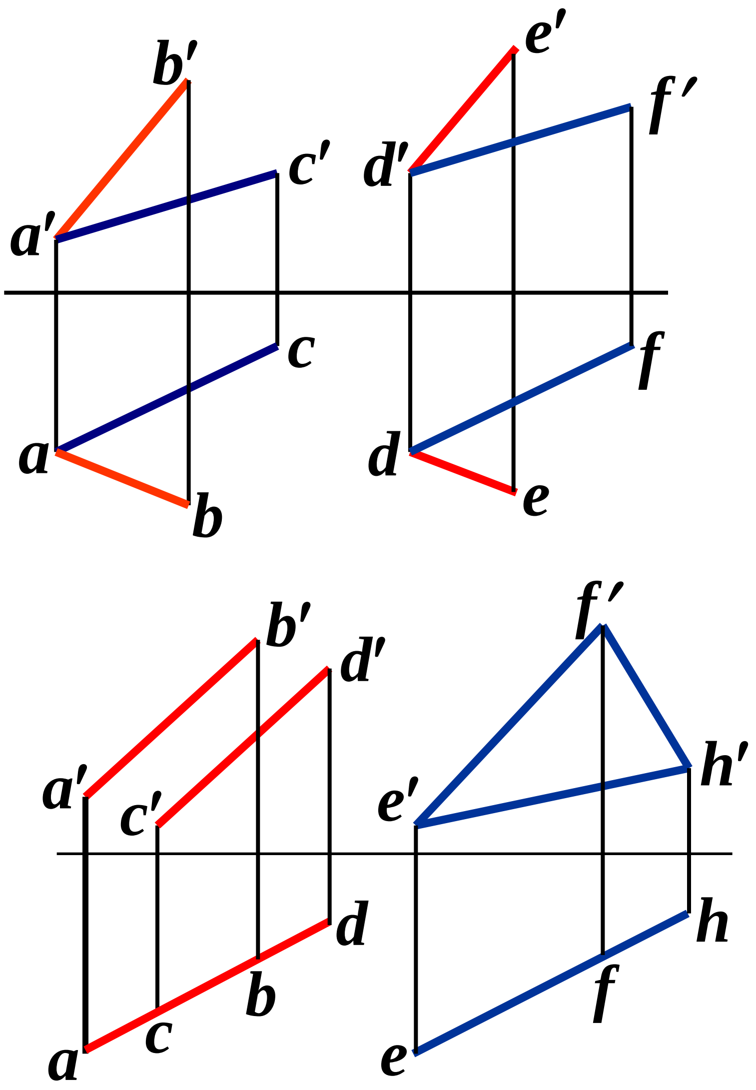
2. 两平面平行

定　理

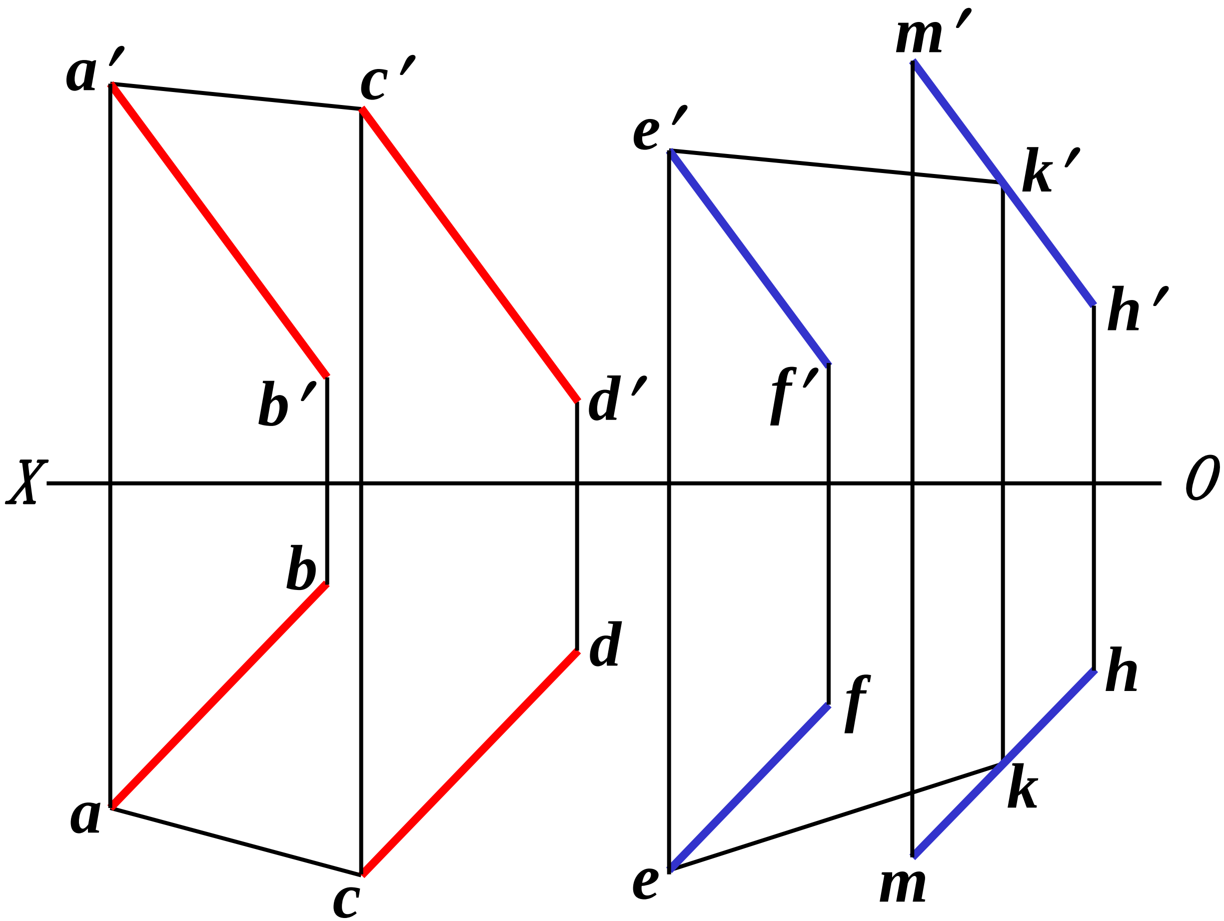
若两平面内有一对相交直线对应平行，则该两平面平行。

推　论

若两投影面垂直面相互平行，则它们具有积聚性的那组投影必相互平行。



例：判断平面*ABDC*与平面*EFHM*是否平行，
已知*AB*// *CD*// *EF*// *MH*



不 平 行

二、 相交问题

直线与平面相交——交点为共有点

平面与平面相交——交线为共有线

求交问题的本质是求共有点

几何元素相对投影面的位置

均不具有积聚性投影

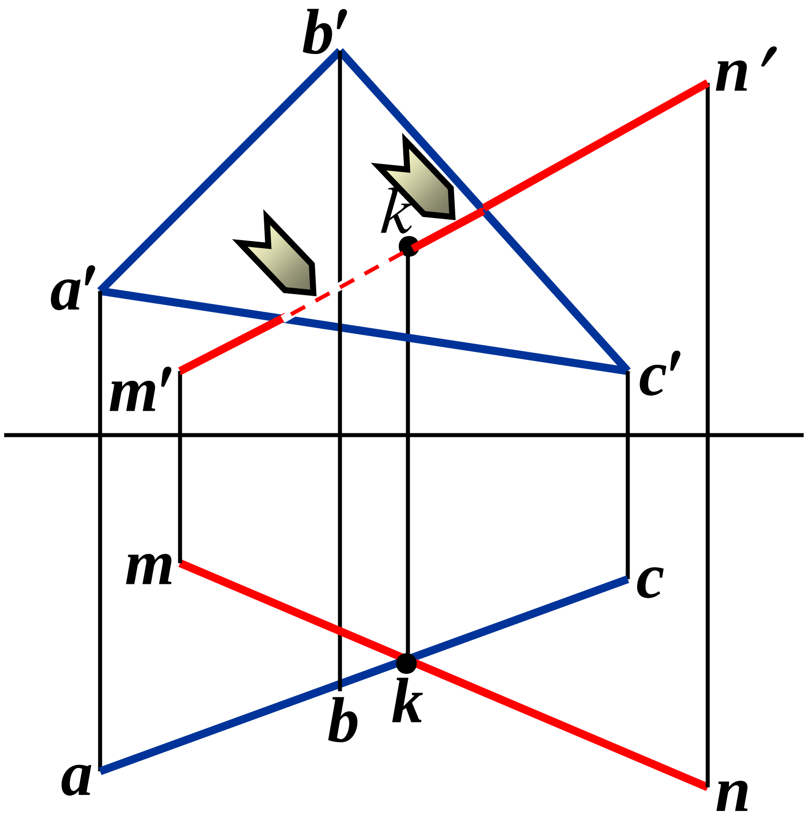
至少其一具有积聚性投影

一般位置的相交问题

特殊位置的相交问题

特殊位置的相交问题

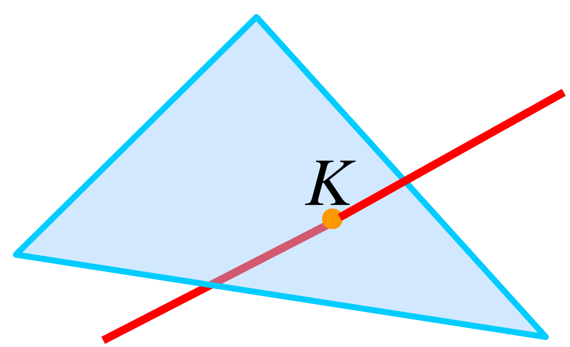
例：求直线与平面的交点*K*



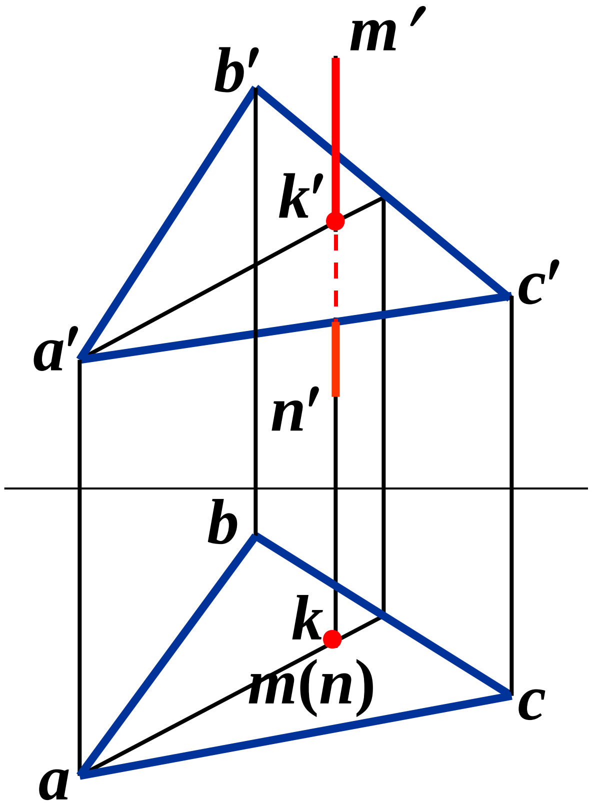
- 分析
- 作图

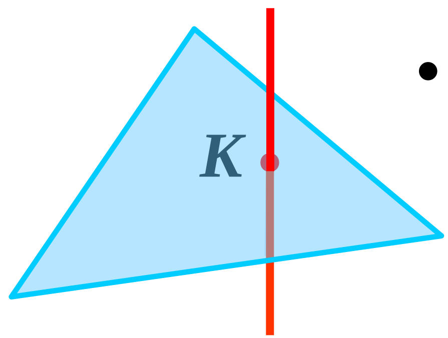
① 求交点
② 判别可见性

V面可见性看Y坐标大小
H面可见性看Z坐标大小



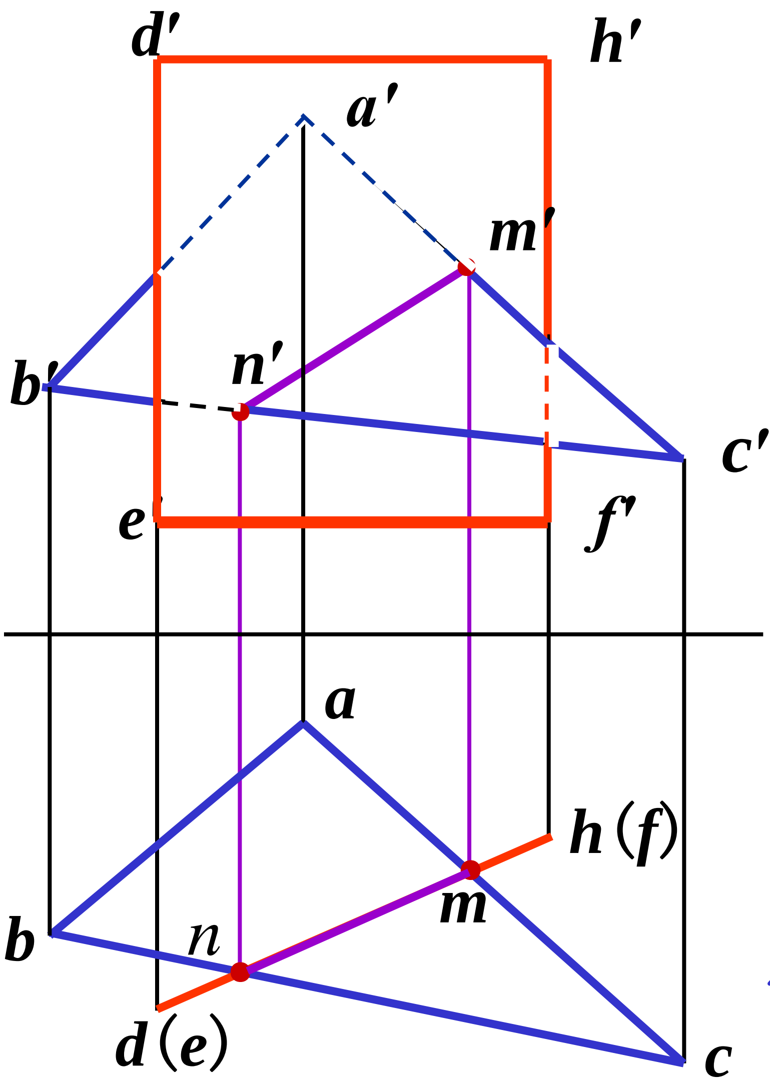
例：求直线与平面的交点*K*





- 分析
- 作图
  - ① 求交点
  - ② 判别可见性

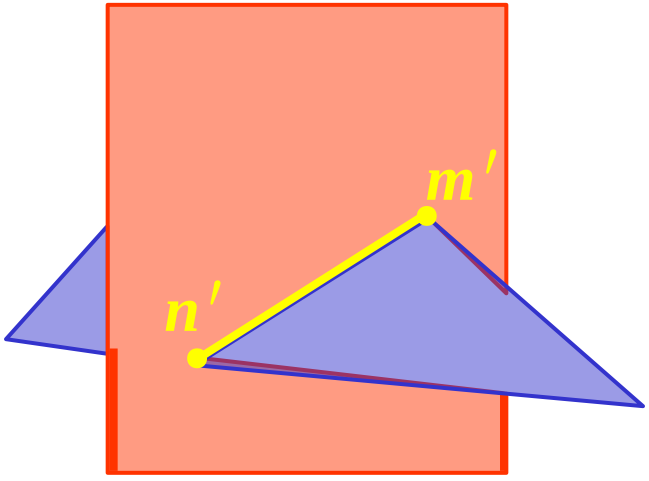
例：求两平面的交线*MN*，并判别可见性。



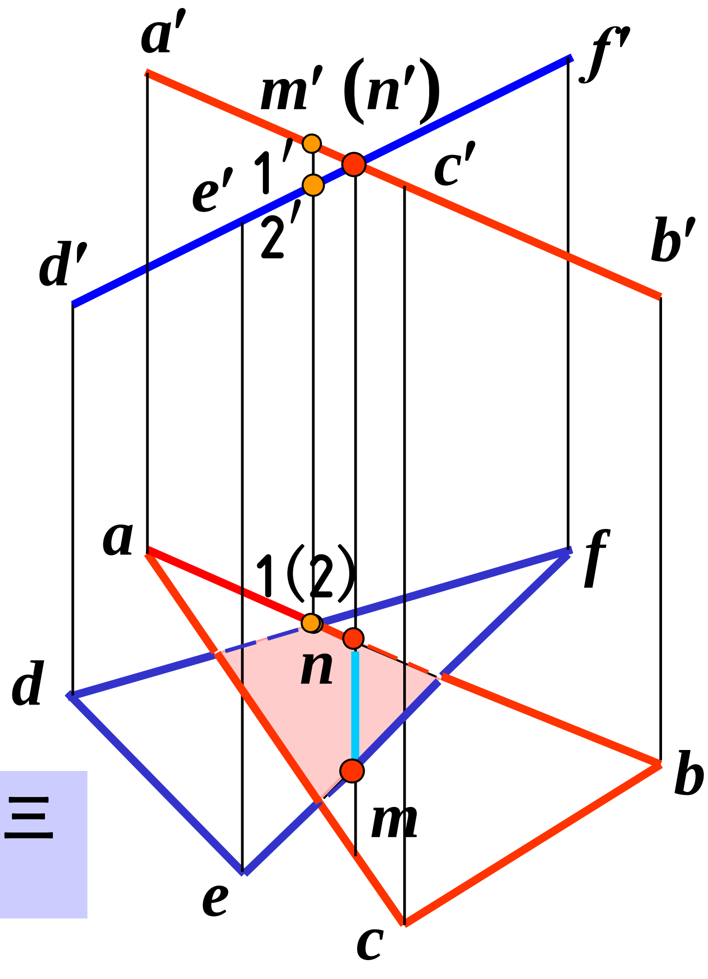
- 分析
- 作图

① 求交线

② 判别可见性



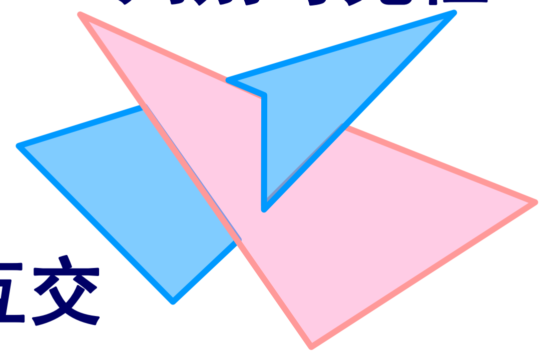
例：求两平面的交线。



交线为两三角形之交

交线为正垂线

判别可见性



互交