

第 9 周基础习题课题目

1. 二元随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为 $p(x, y) = \begin{cases} ke^{-2x-5y}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$,

则 $k = ?$

2. 设 (X, Y) 的密度为 $p(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $p_X(x)$, 并判断

随机变量 X, Y 是否相互独立。

3. 设 (X, Y) 的密度为 $p(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $P(X+Y < 3)$, 并计

算 $X+Y$ 的分布函数、密度函数与期望。

4. 已知随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$, $U = X+Y$, 求 U 的分布列。

5. 已知二元随机变量 (X, Y) 的联合分布列为
- | $X \backslash Y$ | 1 | 2 |
|------------------|---------------|---------------|
| 1 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |
| 2 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ |
- , 求

(1). $P(X \geq Y)$; (2). $Var(X)$; (2). $Cov(X, Y)$

6. $X \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$, $Y = X^2$, 求 $Cov(X, Y)$ 。

7. $X \sim Ge\left(\frac{1}{3}\right)$, 求 (1). $X|3 < X < 6$ 的分布; (2) $E(X|3 < X < 6)$ 。

8. 设 (X, Y) 的联合概率密度函数为 $p(x, y) = Ae^{-6x}, (x > 0, 0 < y < 0.5)$, 求 A 。