

# 用三线摆、扭摆测量刚体的转动惯量 实验报告

姓名: 吴晨聪 学号: 2022010311 实验日期: 2023年10月20日 实验台号: 11

## 一. 实验目的

- (1) 加深对转动惯量概念和平行轴定理等的理解;
- (2) 了解用三线摆和扭摆测转动惯量的原理和方法;
- (3) 学习电子天平、游标高度尺和多功能数字测量仪等仪器的使用, 掌握质量和周期等量的测量方法。

## 二. 实验仪器

1. 三线摆
2. 扭摆
3. 电子天平
4. 游标高度尺
5. 游标卡尺
6. 多功能数字测量仪
7. 螺旋测微器
8. 大钢球
9. 小钢球
10. 大圆环
11. 小圆环

## 三. 数据处理

1. 用三线摆测定下圆盘对中心轴 OO' 的转动惯量和大钢球对其质心轴的转动惯量。

查表得:

下圆盘的质量  $m_0 = 77.01g$

上盘半径  $r = 14.81mm$

下盘半径  $R = 34.17mm$

实验测得:

垂直距离  $H = 432.58mm$

下圆盘的摆动周期平均值  $T_0 = 1.458s$

重力加速度  $g_0$  取  $9.80 m/s^2$ 。

根据公式:

$$J_0 = \frac{m_0 g R r}{4\pi^2 H} T_0^2$$

计算得下圆盘对中心轴 OO' 的转动惯量

$$J_0 = 4.754 \times 10^{-5} kg \cdot m^2。$$

实验测得:

大钢球质量  $m_1 = 110.88g$ ,

加大球的垂直距离  $H = 433.42mm$

周期  $T = 1.027s$ 。

根据公式:

$$J_1 = \frac{(m_0 + m) g R r}{4\pi^2 H} T^2$$

计算得下圆盘加大钢球对中心轴 OO' 的转动惯量

$$J_1 = 5.743 \times 10^{-5} kg \cdot m^2$$

根据平行轴定理：

$$J = J_1 - J_0$$

得大球对中心轴转动惯量

$$J = 9.89 \times 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

理论值公式：

$$J = \frac{1}{10} m D^2$$

其中  $D = 30.00 \text{mm}$ ，故理论值为

$$9.979 \times 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

测量相对误差D为

$$\frac{|9.979 \times 10^{-6} - 9.89 \times 10^{-6}|}{9.979 \times 10^{-6}} \times 100\% = 0.891\%$$

相对误差小于5%。

## 2. 用三线摆验证平行轴定理。

查表得：

小球中心到圆盘中心距离  $R_1 = 21.90 \text{mm}$

实验测得：

小球质量平均值  $m_2 = 32.78 \text{g}$ ，

加小球的垂直距离  $H = 432.94 \text{mm}$ ，

周期  $T = 1.406 \text{s}$ 。

根据公式：

$$J_1 = \frac{(m_0 + 3m_2)gRr}{4\pi^2 H} T^2$$

得下圆盘加大钢球对中心轴 00” 的转动惯量

$$J = 1.005 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

根据平行轴定理：

$$J_x = J_1 - J$$

得三小球对中心轴转动惯量

$$J_x = 5.304 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

其中理论值为

$$5.13 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

测量相对误差D为

$$\frac{|5.304 \times 10^{-5} - 5.13 \times 10^{-5}|}{5.13 \times 10^{-5}} \times 100\% = 3.391\%$$

相对误差小于5%。

## 3. 用扭摆测定三爪盘的转动惯量和悬线的切变模量。

由公式

$$J_0 = \frac{T_0^2}{T^2 - T_0^2} J_1$$

$$J_1 = \frac{m}{8} (D_1^2 + D_2^2)$$

可以求得三爪盘转动惯量

$$J_0 = 4.834 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

同时根据公式

$$K = \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0^2} J_1$$

可以求得

$$K = 1.551 \times 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

求出K后再根据公式

$$G = \frac{32KL}{\pi d^4}$$

悬线的切变模量

$$G = 7.166 \times 10^{10} \text{Pa}$$

#### 四. 实验总结

1. 实验结果支持了实心球、圆环的转动惯量计算公式和平行轴定理，加深了对转动惯量及平行轴定理的认识，而三线摆和扭摆测转动惯量的实验测得结果较为满意，误差都在5%以内。
2. 实验操作较为简单，但需要一定耐心，比如对同一仪器进行尺寸测量及等待测定摆动周期时。
3. 实验过程需要小心保护仪器，因为钢丝有机会在摆动的过程中脱落，因此在做实验前需要仔细检查实验仪器，确保无误后再开始实验。
4. 在实验过程中也要注意比对实验数据与理论值，若在理论无误的情况下数据差别较大，则应即使停止实验进行检查。

#### 五. 思考题

1. 三线摆在摆动过程中要受到空气的阻尼，振幅会越来越小，它的周期是否会随时间而变？  
振幅的减小并不会直接影响三线摆的周期。单摆运动周期只和摆长相关，摆长保持不变，周期不会变化，即使振幅减小，三线摆的周期不会随时间而变。
2. 在三线摆下圆盘上加上待测物体后的摆动周期是否一定比不加时的周期大？  
不一定。如果待测物体的质量较小且几何形状对系统的惯量影响较小，那么摆动周期可能不会有显著变化。然而，如果待测物体的质量较大或者几何形状对系统的惯量产生较大影响。

#### 六. 原始数据记录

三线摆和扭摆实验-数据记录表格  
 班级 电25 姓名 张晨 学号 20200111 座位号 11

1. 三线摆实验

(1) 基础参数测量

	测量值	不确定度 $\Delta$ /mm	相对不确定度
上盘半径r/mm	14.81(查表)	0.02	0.135%
下盘半径R/mm	34.17(查表)	0.02	0.058%
下盘质量 $m_0$ /g	77.01(查表)	0.05	0.064%
三圆孔圆心距R1/mm	21.90(查表)	0.02	0.091%
上盘下沿H1/mm	503.42	0.02	
下盘上沿H2/mm	70.84	0.02	
垂直距离H=H1-H2/mm	432.58	$\sqrt{2} \times 0.02$	0.0065%
大球直径D1/mm	30.00	30.00	均值: 30.00
大球质量m1/g	110.88		
小球直径D2/mm	19.84	19.84	均值: 19.87
小球质量m2/g	32.78	32.78	均值: 32.78

(2) 实验数据

估算应采用的周期数 $n_0$ : 首先随意选取周期数(如10),记录10个周期用时 $10T_0$ , 从而估算出 $T_0$ , 按照以下公式进行计算

$$n \geq \frac{2\Delta_{n_0}}{\frac{T_0}{3} \left\{ \frac{\Delta_r}{r} + \frac{\Delta_R}{R} + \frac{\Delta_{m_0}}{m_0} + \frac{\Delta_H}{H} \right\}_{\max}}$$

$$10T_0 = 14.493$$

$$n \geq \frac{0.02}{\frac{1}{3} \times 1.4493 \times 0.00155}$$

其中,  $\Delta t$  仪=0.01s,  $T_0$  为以上估计值, 且通常

$$\left\{ \frac{\Delta_r}{r} + \frac{\Delta_R}{R} + \frac{\Delta_{m_0}}{m_0} + \frac{\Delta_H}{H} \right\}_{\max} = \frac{\Delta_r}{r}$$

$$n \geq 30.67$$

代入数据计算得到  $n_0 \geq$  某个数, 取  $n_0$  为整数, 进行后续测量。

测量空摆,  $n_0 = 31$ ,  $H_0 = 432.58$ ,  $m_0 = 77.01$

次数	1	2	3	4	5	6	均值	$T_0$
$n_0 T_0$ /s	45.281	45.372	45.031	44.971	45.372	45.137	45.187	1.458

$$47.672 \times 10^{-6}$$

加大球,  $n_0 = 31$ ,  $H_1 = 433.42$ ,  $m_1 = 110.88$ ,  $m_0 + m_1 = 187.89$

次数	1	2	3	均值	$T_0$
$n_0 T_1$ /s	31.887	31.827	31.818	31.844	1.027

$$57.710 \times 10^{-6}$$

$$57.710 - 47.672 = 10.038 \times 10^{-6}$$

$$\frac{1}{10} m d^2 = \frac{1}{10} \times 110.88 \times 30^2 = 9.919 \times 10^{-6}$$

加三小球,  $n_0 = 31$ ,  $H_2 = 432.94$ ,  $m_2 = 32.78$ ,  $m_0 + m_2 = 110.79$

次数	1	2	3	均值	$T_2$
$n_0 T_2$ /s	43.727	43.521	43.573	43.607	1.406

2. 扭摆实验

(1) 基础参数测量

次数	1	2	3	4	5	6	均值
千分尺零位/mm	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
钢丝直径d/mm	0.534	0.532	0.536	0.534	0.536	0.534	0.534
实际直径d/mm	(均值测量-均值零位)						
钢丝长度 L/mm	501.87 - 133.01 = 368.86						
大环质量m大	101.52						
小环质量m小	60.73						
次数	1	2	3	均值			
大环内径d大内	72.36	72.32	72.34	72.34			
大环外径d大外	82.64	82.58	82.62	82.61			
小环内径d小内	64.14	64.14	64.08	64.12			
小环外径d小外	71.84	71.84	71.84	71.84			

(2) 实验数据

取周期  $n=20$ , 钢丝直径  $d=0.534$ , 钢丝长度  $L=368.86$

空摆

	1	2	3	4	5	6	均值	$T_0$
$20T_0$ /s	22.214	22.248	22.254	22.148	22.188	22.112	22.194	1.109

加小环

	1	2	3	均值	$T_1$
$20T_1$ /s	34.380	34.411	34.461	34.417	1.721

加大环

	1	2	3	均值	$T_2$
$20T_2$ /s	45.257	45.273	45.311	45.280	2.264

扭摆  
10.20