

第 10 周基础习题课题目

1. 设 (X, Y) 的密度为 $p(x, y) = \begin{cases} x+y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $E(XY)$ 。
2. (X, Y) 的联合密度函数为 $p(x, y) = \begin{cases} 3y, & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $p_X\left(\frac{1}{3}\right) + p_Y\left(\frac{1}{3}\right)$ 。
3. 已知随机变量 X 与 Y 的联合概率分布如下, 若 X 与 Y 不相关, 求 α, β 。

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	0	1
0	α	β
1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

4. 将一枚硬币重复掷 n 次, 以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数, 求 X 和 Y 的相关系数。
5. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 独立同分布, 其期望 $E(X_1) = 100$, 方差 $\sigma^2 = 144$, 令 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, 则当 $n = 9$ 时, $\text{Cov}(X_1, \bar{X})$ 为多少?
6. 设随机变量 X, Y 独立且均在 $(0, 15)$ 上服从均匀分布, 求 $E(\min(X, Y))$ 。
7. 设 X 和 Y 独立, 均服从二项分布 $b(3, p)$, 求 $P(X = 1 | X + Y = 3)$ 。
8. 设 (X, Y) 的密度为 $p(x, y) = \begin{cases} x+y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $E\left(X \middle| Y = \frac{1}{3}\right)$ 。
9. 设 $X_1, X_2 \stackrel{i.i.d}{\sim} \text{Exp}\left(\frac{1}{3}\right)$, 求 $Y = 2X_1 + X_2$ 与 $Z = X_2 - 2X_1$ 的相关系数。
10. 设随机变量 X, Y 独立且均在 $(0, 6)$ 上服从均匀分布, 求 $\text{Var}(\min(X, Y))$ 。
11. 随机向量 (X, Y) 服从 $N(1, 0, 9, 16, -0.5)$, $Z = \frac{X}{3} + \frac{Y}{2}$ 。求 $\text{Var}(Z)$ 。