

“概率论与数理统计” 第一次习题课题目

1. 设一个昆虫生产 k 个卵的概率为 $P(X = k) = e^{-\lambda} \lambda^k / k!$, ($\lambda > 0$ 为常数), 又设一个虫卵孵化成昆虫的概率为 p , 若卵能否孵化成虫是相互独立的, 求此昆虫的下一代有 r 条昆虫的概率。
2. 设罐中有 b 个黑球、 r 个红球, 每次随机地取出一个球, 取出后将原球放回, 再加入 $c(c>0)$ 个与取出球同色的球。试证明: 第 n 次取到黑球的概率为 $b/(b+r)$, $n=1,2,\dots$
3. 甲掷硬币 $n+1$ 次, 乙掷硬币 n 次, 求甲掷出的正面数目比乙掷出的正面数目多的概率。
4. 将单位长线段任意截成 3 段
 - (1) 求这三段能组成三角形的概率;
 - (2) 求它们中最长的一段不超过 $2/3$ 的概率。
5. 一对夫妇有一大一小两个孩子, 考虑以下问题:
 - (1) 已知大的那个孩子是男孩, 问小的那个孩子也是男孩的概率;
 - (2) 已知其中有一个孩子是男孩, 问另一个孩子也是男孩的概率;
 - (3) 已知其中有一个孩子是出生于星期二的男孩, 问另一个孩子也是男孩的概率;
6. 假设我在找一封信, 有 $1/5$ 的概率是我把它弄丢了, 不然就是我之前随机地把它放在 8 个抽屉中了。我打开了前 3 个抽屉, 没有发现我的信, 问信在剩余的 5 个抽屉中的概率是多大?
7. 将 n 个完全相同的球 (此时也称球是不可区分的) 随机地放入 N 个盒子中, 求:
 - (1) 某个指定的盒子中恰好有 k 个球的概率;
 - (2) 恰好有 m 个空盒的概率;
 - (3) 某指定的 m 个盒子中恰好有 j 个球的概率;
8.
 - (1) 设 $0 < P(B) < 1$, 证明事件 A 与 B 独立的一个充分必要条件是
$$P(A|B) = P(A|\bar{B})$$
 - (2) 设 A, B, C 三事件相互独立, 试证明 $A-B$ 与 C 独立。
9. 设有两个集合 A, B , 定义 $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, 称为 A 和 B 的对称差集。请用 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(AB)$ 来表示出 $P(A \triangle B)$; 再用 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(A \cup B)$ 来表示出 $P(A \triangle B)$ 。
10. 有两个火柴盒, 各自有 n 根火柴, 设每次取出都是从 2 个盒子里以等概率 $1/2$ 取出一根火柴, 求当发现一个盒子没火柴的时候, 另一个盒子剩下火柴数的概率分布。