

第二十三章

23.1 有一单缝,缝宽 $a=0.10\text{ mm}$,在缝后放一焦距为 50 cm 的会聚透镜,用波长 $\lambda=546.1\text{ nm}$ 的平行光垂直照射单缝,试求位于透镜焦平面处屏上中央明纹的宽度。

解: $\Delta x = 2f \tan \theta_1 \approx 2f \sin \theta_1 \approx 2f \theta_1 = 2f \cdot \frac{\lambda}{a} = 2 \times 50 \times 10^{-2} \times \frac{546.1 \times 10^{-9}}{0.1 \times 10^{-3}} = 5.46 \times 10^{-3} \text{ m}$

23.3 一单色平行光垂直入射一单缝,其衍射第3级明纹位置恰与波长为 600 nm 的单色光垂直入射该缝时衍射的第2级明纹位置重合,试求该单色光波长。

解: 由 $a \sin \theta = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ 知 $(2k_1+1) \cdot \frac{\lambda_1}{2} = (2k_2+1) \frac{\lambda_2}{2}$, 故

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{(2k_2+1)\lambda_2}{2k_1+1} \\ &= \frac{(2 \times 2 + 1) \times 600}{2 \times 3 + 1} \\ &= 429 \text{ nm} \end{aligned}$$

23.5 用肉眼观察星体时,星光通过瞳孔的衍射在视网膜上形成一个小亮斑。

(1) 瞳孔最大直径为 7.0 mm ,入射光波长为 550 nm 。星体在视网膜上的像的角宽度多大?

(2) 瞳孔到视网膜的距离为 23 mm 。视网膜上星体的像的直径多大?

(3) 视网膜中央小凹(直径 0.25 mm)中的柱状感光细胞每平方毫米约 1.5×10^5 个。星体的像照亮了几个这样的细胞?

解: (1) $\delta = 2\theta_1 = 2 \times 1.22 \times \frac{\lambda}{D} = 2 \times 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-9}}{7 \times 10^{-3}} = 1.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$

(2) $D_2 = \delta l = 1.9 \times 10^{-4} \times 23 = 4.4 \times 10^{-3} \text{ mm}$

(3) $N = \pi D_2^2 \cdot \frac{n}{4} = \pi \times (4.4 \times 10^{-3})^2 \times \frac{1.5 \times 10^5}{4} = 2.3$ 个

23.6 有一种利用太阳能的设想是在 $3.5 \times 10^4\text{ km}$ 的高空放置一块大的太阳能电池板,把它收集到

习题

271

的太阳能用微波形式传回地球。设所用微波波长为 10 cm ,而发射微波的抛物天线的直径为 1.5 km 。此天线发射的微波的中央波束的角宽度是多少?在地球表面它所覆盖的面积直径多大?

解: $\delta = 2\theta_1 = 2 \arcsin \left(\frac{1.22\lambda}{D_1} \right) = 2 \arcsin \left(\frac{1.22 \times 10 \times 10^{-2}}{1.5 \times 10^3} \right) = 1.6 \times 10^{-4} \text{ rad}$

$D_2 = r\delta + D_1 = 3.5 \times 10^4 \times 1.6 \times 10^{-4} + 1.5 \times 10^3 = 7.1 \times 10^3 \text{ m}$

23.9 被誉为“中国天眼”的 500 m 口径球面射电望远镜(简称 FAST, 见图 23.31)于 2016 年 9 月在贵州省黔南布依族自治州平塘县落成启用。计算这台望远镜在瞬时“物镜”镜面口径为 300 m, 工作波长为 20 cm(L 波段)时的角分辨率。

$$\text{解: } \delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{20 \times 10^{-2}}{300} = 8.13 \times 10^{-4}$$

23.13 一光栅, 宽 2.0 cm, 共有 6 000 条缝。今用钠黄光垂直入射, 问在哪些角位置出现主极大?

$$\text{解: 由光栅方程知主极大出现在 } \theta = \arcsin\left(\pm \frac{k\lambda}{d}\right) = \arcsin\left(\pm \frac{k\lambda}{N}\right) = \arcsin\left(\frac{\pm k \times 589.3 \times 10^{-9} \times 2 \times 10^{-6}}{6000}\right)$$

$$= \arcsin(\pm 0.1768k)$$

$$\text{又 } \sin\theta \leq 1, \text{ 故 } k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{位置为 } 0^\circ, \pm 10^\circ 11', \pm 20^\circ 42', \pm 32^\circ 2', \pm 46^\circ, \pm 62^\circ 7'$$

23.15 试根据图 23.23 所示光谱图, 估算所用光栅的光栅常量和每条缝的宽度

$$\text{解: 取 H}\alpha \text{ 的 2 级谱线, 则 } k=2, \theta=41^\circ, \lambda=656.3 \text{ nm, 故 } d = \frac{k\lambda}{\sin\theta} = \frac{2 \times 656.3 \times 10^{-9}}{\sin 41^\circ} = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{又由于主极大第 3 级, 故缝宽 } a = \frac{d}{3} = \frac{2 \times 10^{-6}}{3} = 6.7 \times 10^{-7} \text{ m}$$

23.16 一光源发射的红双线在波长 $\lambda=656.3 \text{ nm}$ 处, 两条谱线的波长差 $\Delta\lambda=0.18 \text{ nm}$ 。今有一光栅可以在第 1 级中把这两条谱线分辨出来, 试求该光栅所需的最小刻线总数。

$$\text{解: 由 } \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN \text{ 知 } N = \frac{\lambda}{k\Delta\lambda} = \frac{656.3}{1 \times 0.18} = 3646$$

23.18 在图 23.28 中, 若 $\varphi=45^\circ$, 入射的 X 射线包含有从 0.095~0.130 nm 这一波带中的各种波长。已知晶格常数 $d=0.275 \text{ nm}$, 问是否会有干涉加强的衍射 X 射线产生? 如果有, 这种 X 射线的波长如何?

$$\text{解: 由 } 2d\sin\varphi = k\lambda \text{ 知 } \lambda = 2d \frac{\sin\varphi}{k} = 2 \times 0.275 \times \frac{\sin 45^\circ}{k} = \frac{0.389}{k} \text{ nm}$$

故 $0.095 \leq \lambda \leq 0.130$ 的 k 有

$$k=3, \lambda_3 = \frac{0.389}{3} = 0.130 \text{ (nm)}$$

$$k=4, \lambda_4 = \frac{0.389}{4} = 0.097 \text{ (nm)}$$