清華大學电机工程与应用电子技术系
Department of Electrical Engineering, Tsinghua University

# 电力系统分析与控制
# (30220562-2)

# 第二讲 稳态运行主题——基础篇
# 潮流问题建模和求解

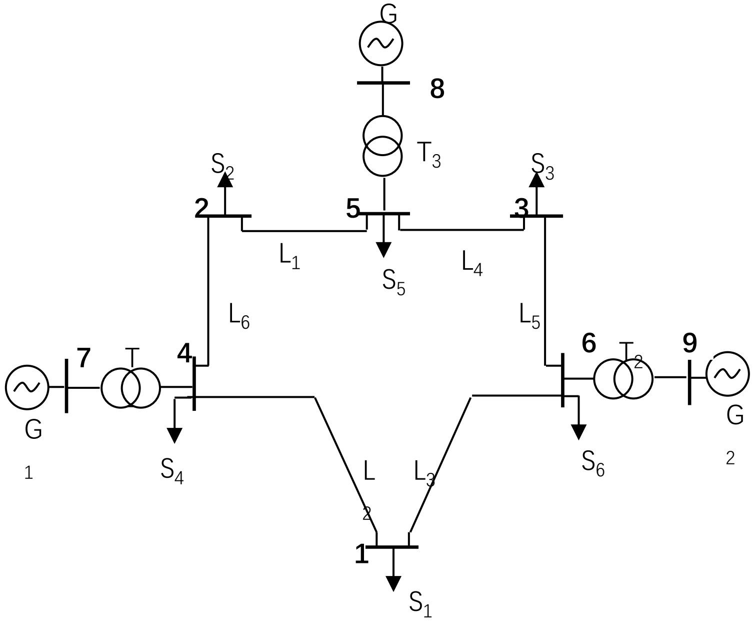
2025-2-28

# 上周作业分享

## ●随堂/课后作业

- IEEE 9节点系统的潮流文件构建输入

根据实际系统的连接图与相应参数，构建能够直接用于matpower计算的.m文件





# 潮流计算与分析

第一讲：输入数据文件 → 第二讲：潮流计算程序 → 第三讲：输出结果解析

- 建立电力系统潮流方程并求解（牛拉法、快速分解法、最优乘子法）
- 实际求解中的特殊问题（节点类型转化、多Vθ节点）

# 第一部分
# 潮流模型及求解方法

# 功率方程

**节点电压方程:** $\dot{I}_n = Y_n \dot{U}_n$

$$\dot{I}_i = \frac{(P_i + jQ_i)^*}{\overset{*}{U}_i} \longrightarrow \dot{I}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{\overset{*}{U}_i} = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

$$\Downarrow$$

**功率方程:** $P_i - jQ_i = \overset{*}{U}_i \sum_{j=1}^{n} Y_{ij} \dot{U}_j \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$

# 潮流方程（直角坐标形式）

令: $Y_{ij}=G_{ij}+jB_{ij},\quad \dot{U}_i=e_i+jf_i$

$$P_i-jQ_i=\overset{*}{U}_i\sum_{j=1}^{n}Y_{ij}\dot{U}_j$$

功率方程

$$P_i-jQ_i=(e_i-jf_i)\sum_{j=1}^{n}\left[(G_{ij}+jB_{ij})(e_j+jf_j)\right]$$

$$=(e_i-jf_i)\ (a_i+jb_i)$$

$$=(e_ia_i+f_ib_i)-j(f_ia_i-e_ib_i)$$

$$a_i=\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}e_j-B_{ij}f_j\right)\quad b_i=\sum_{j=1}^{n}\left(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j\right)$$

有功平衡方程: $\Delta P_i=P_i-(e_ia_i+f_ib_i)=0$

无功平衡方程: $\Delta Q_i=Q_i-(f_ia_i-e_ib_i)=0$

# 潮流方程（极坐标形式）

令: $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}, \dot{U}_i = U_i e^{j\delta i}$

$$P_i - jQ_i = U_i e^{-j\delta i} \sum_{j=1}^{n} (G_{ij} + jB_{ij}) U_j e^{j\delta j}$$

$$= U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij} + jB_{ij}) e^{-j\delta ij}$$

$$(G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) + j(B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij})$$

有功平衡方程: $\Delta P_i = P_i - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$

无功平衡方程: $\Delta Q_i = Q_i + U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (B_{ij}\cos\delta_{ij} - G_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$

# 牛顿-拉夫逊法：潮流方程形式

- 以极坐标为例
- PQ（n-1-r个）、PV（r个），未知数2(n-1)-r个，需要2(n-1)-r个潮流方程参与迭代。
- PQ节点:

$$\Delta P_i = P_i^{SP} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{SP} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\sin\delta_{ij} - B_{ij}\cos\delta_{ij}) = 0$$

- PV节点:

$$\Delta P_i = P_i^{SP} - U_i \sum_{j=1}^{n} U_j (G_{ij}\cos\delta_{ij} + B_{ij}\sin\delta_{ij}) = 0$$

# 牛顿-拉夫逊法：修正方程

$$f(x)=\begin{bmatrix}\Delta P(U,\delta)\\ \Delta Q(U,\delta)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}P^{SP}-P(U,\delta)\\ Q^{SP}-Q(U,\delta)\end{bmatrix}\begin{matrix}n-1\\ n-1-r\end{matrix}=0$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(r)})=-\mathbf{J}^{(r)}\Delta\mathbf{X}^{(r)}$$

●为便于计算，将J中对U的偏导恢复成U二次函数：对U偏导乘U，ΔU除U

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\Delta P}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta P}{\partial U^T}\\ \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial U^T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\dfrac{\partial\Delta P}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta P}{\partial U^T}U\\ \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial\delta^T} & \dfrac{\partial\Delta Q}{\partial U^T}U\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U/U\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta U_1/U_1\\ \Delta U_2/U_2\\ \vdots\\ \Delta U_{n-1-r}/U_{n-1-r}\end{bmatrix}$$

# 牛顿-拉夫逊法：雅可比矩阵

$$J=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial \delta^T} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial U^T}U \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \delta^T} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial U^T}U \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} n-1 & n-1-r & \\ \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} & & \begin{array}{c} n-1 \\ n-1-r \end{array} \end{array}$$

$$\begin{cases} H_{ii}=\dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_i}=-U_i\sum\limits_{\substack{j\neq i\\ j=1}}^{n}U_j(-G_{ij}\sin\delta_{ij}+B_{ij}\cos\delta_{ij})=Q_i+U_i^2B_{ii} \\ H_{ij}=\dfrac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}=-U_iU_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}) \end{cases}$$

$$\Delta Q_i=Q_i^{SP}-U_i\sum_{j=1}^{n}U_j(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij})=0$$

# 牛顿-拉夫逊法：程序步骤

① 设电压初值：$v^{(0)}, \theta^{(0)}$

② 求误差：$\Delta P^{(0)}, \Delta Q^{(0)}$

③ 置迭代次数：**r=0**

④ 求：$J^{(r)}$

⑤ 解修正方程，求：$\Delta v^{(\mathrm{r})}, \Delta\theta^{(\mathrm{r})}$

⑥ 修正：$v^{(\mathrm{r}+1)} = v^{(\mathrm{r})} + \Delta v^{(\mathrm{r})}$, $\theta^{(\mathrm{r}+1)} = \theta^{(\mathrm{r})} + \Delta\theta^{(\mathrm{r})}$

⑦ 求：$\Delta P^{(r+1)}, \Delta Q^{(r+1)}$

⑧ 检验收敛$\left|\Delta P^{(r+1)}, \Delta Q^{(r+1)}\right| < \varepsilon$

**如不收敛，返④迭代；如收敛, 求平衡节点功率、PV节点Q、支路功率和损耗（检查潮流约束）**

# 快速分解法

●将N-R法的迭代求解：

$$-\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}^T} & \dfrac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}^T}V \\ \dfrac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}^T} & \dfrac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}^T}V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} / V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}$$

●简化成交替求解P-Q方程：

$$-\mathbf{B}' V \Delta \boldsymbol{\theta} = \Delta \mathbf{P} / V \qquad -\mathbf{B}'' \Delta \mathbf{V} = \Delta \mathbf{Q} / V$$

# 快速分解法：通过大量实验寻找最优迭代格式

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\mathbf{V}/V \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \\ & \mathbf{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\mathbf{V}/V \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{B}' & \\ & \mathbf{B}'' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V\Delta\boldsymbol{\theta} \\ \Delta\mathbf{V} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P}/V \\ \Delta\mathbf{Q}/V \end{bmatrix}$$

- 解耦（对角化）
- 系数矩阵如何取值
- 右手项的形式
- 迭代格式，迭代次序： 1P-1Q; 1P-2Q…

# 快速分解法：迭代格式

- $B'$由$-1/x$生成（忽略支路电阻）
- $B''$是节点导纳阵虚部

P和Q 依次迭代：

1P-1Q

$$\begin{cases} -\mathbf{B}''\Delta\mathbf{V}^k = \underbrace{\Delta\mathbf{Q}\left(\boldsymbol{\theta}^k, \mathbf{V}^k\right)/V^k} \\ \mathbf{V}^{k+1} = \mathbf{V}^k + \Delta\mathbf{V}^k \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\mathbf{B}'\Delta\boldsymbol{\theta}^k = \underbrace{\Delta\mathbf{P}\left(\boldsymbol{\theta}^k, \mathbf{V}^{k+1}\right)/V^{k+1}} \\ \boldsymbol{\theta}^{k+1} = \boldsymbol{\theta}^k + \Delta\boldsymbol{\theta}^k \end{cases}$$

状态变量更新后立即使用

$\Delta P/V$ 和 $\Delta Q/V$ 都是右手项

# 快速分解法：求解注意点

（1）P-θ和Q-V应交替迭代，这种模式收敛性最好

（2）计算ΔP或ΔQ时使用最新的θ和V

（3）$B'$和$B''$不同: 维数不同，参数不同，考虑接地支路不同； $B'$形成时不考虑接地支路

（4）快速分解法和PQ分解法中的$B'$与$B''$不同，迭代过程也不同

（5）右手项用ΔP/V，ΔQ/V； Δθ用VΔθ 代替，有时取电压V = 1

（6）还有BX算法，P-θ迭代用$B''$，Q-V迭代用$B'$

（7）P-θ迭代的系数矩阵应忽略接地支路贡献，原因是接地支路没有有功潮流

（8）快速分解法计算结果是准确的，因为收敛判据是ΔP和ΔQ小于ε

（9）该算法具有一阶收敛性，迭代次数多，但计算速度快。总计算时间比N-R法快几倍

# 最优乘子法：思路

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \mu \Delta x^{(k)}$$

$$\min_{\mu} \left\| f\left(x^{(k)} + \mu \Delta x^{(k)}\right) \right\|_2$$

●优化变量μ是标量， μ=1时就是普通的Newton法，μ=0就是不做修正，也决不会发散， 0<μ<1时，收敛到一个解

● $\left\| f(x^*) \right\|_2 = 0$ 是潮流方程的解

● $\left\| f(x^*) \right\|_2 > 0$ 是潮流方程的最小二乘解

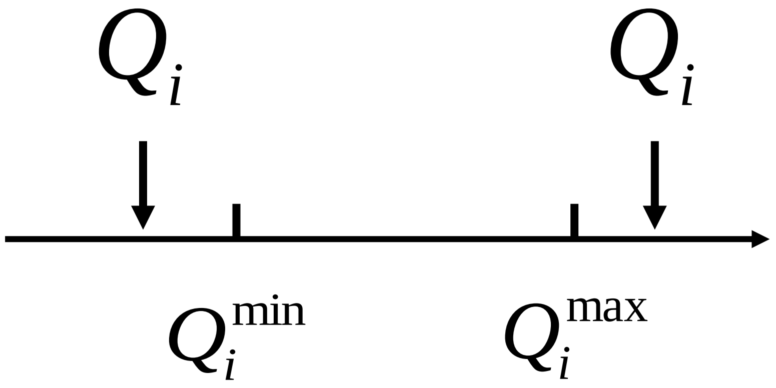
●数学上叫阻尼牛顿法（参考《非线性代数方程的数值解法》）

# 第二部分
# 潮流求解中的特殊问题

# 节点类型转换：PV到PQ

- 发电机**节点无功越界**时，说明发电机PV节点电压给定值不合适，需要调整。调整到发电机节点无功不越界为止。计算中将发电机无功固定在界值上，变成PQ节点。

$$\Delta Q_i = \begin{cases} Q_i^{\max} - Q_i < 0 \\ Q_i^{\min} - Q_i > 0 \end{cases}$$




说明发生越界，越界量是 $\Delta Q_i$

- 思考：**使用牛拉法，应该如何进行处理?**

# 节点类型转换：PV到PQ

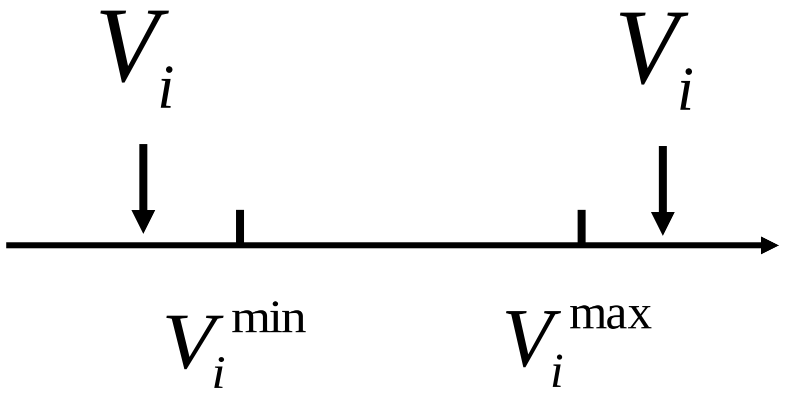
- 增加一个无功方程， Jacobi矩阵增加一阶，因为N-R法每次迭代都重新形成Jacobi矩阵，所以计算量上不需要变化。
- 实用的算法是，开始就不区分PV节点和PQ节点，全按PQ节点来建模，在Jacobi矩阵的相应对角元处加个大数M来模拟PV节点；当PV→PQ时，加上个负大数-M，即可恢复为PQ节点。好处是Jacobi矩阵的结构不用变化。

- 如果是快速分解法呢?

# 节点类型转换：PQ到PV

- 负荷**节点电压越界**时，说明负荷PQ节点无功给定值不合适，需要调整。调整到负荷节点电压不越界为止。计算中可以将负荷节点电压固定在界值上，作为PV节点。

$$\Delta V_i = \begin{cases} V_i^{\max} - V_i < 0 \\ V_i^{\min} - V_i > 0 \end{cases}$$




说明发生越界，越界量是 $\Delta V_i$

- 思考：**使用牛拉法，具体应该如何进行处理?**

# 多Vθ节点

- 有s个Vθ节点时，对于极坐标

  有N-s个P-θ方程，

  有N-r-s个Q-V方程。 r为PV节点数

- 当s=1时就是常规潮流。

- s个节点的Vθ由状态估计给出，可建立N阶方程，然后对Vθ节点在Jacobi矩阵的相应的对角元上加大数M。

# 多Vθ节点

- 多Vθ节点潮流和将Vθ节点作为PQ节点时的潮流，两者计算结果是否一致？ 在什么情况下两者一致。
- 是否可能一个节点给定1个已知量， 另一个节点给定3个已知量， 然后计算潮流？ 什么条件下可以？

- 参考文献


- 王鲁， 相年德， 王世缨， “广义潮流计算”， 中国电机工程学报， Vol.10，No.6， 63-67页， 1990年
- Ye Guo, Boming Zhang, Wenchuan Wu, Qinglai Guo, andHongbin Sun. "Solvability and solutions for bus-type extended load flow." International Journal of ElectricalPower & Energy Systems, 51 (2013): 89-97.

# 作业

- 课上：分析MATPOWER中的runpf和newtonpf函数。在阅读最优乘子法相关文献后，在newtonpf函数中添加最优乘子法求解潮流的程序， 使用牛顿法和最优乘子法求解case3375wp，并对计算结果和迭代次数进行比较。
- 课后：对case3375wp进行平启动，将所有节点电压幅值初值设为1，相角初值设为0。分别用牛顿法、快速分解法及最优乘子法求解该系统的潮流方程， 并尝试分析导致算法收敛或不收敛可能的原因。
- 附最优乘子法参考文献：

[1] Iwamoto S, Tamura Y. A load flow calculation method for ill-conditioned power systems[J]. IEEE transactions on power apparatus and systems, 1981 (4): 1736-1743.