第四章 电力系统稳定分析
（Power System Stability Analysis ）

第十三讲 电力系统稳定的基本概念与数学模型
（Basic Concept of Power System Stability and Mathmatical Model）

专家的观点

新型电力系统的电力电量问题可以通过资金投入来解决；

新型电力系统的稳定性问题却无法通过投资来解决。

什么是稳定性问题？
潮流计算的结果：发电机出力、节点电压、线路潮流、负荷功率均确定了，真实的系统能否按此潮流运行？有干扰后，系统能否维持在该潮流运行？

问题

1、稳定性的含义? 两个要素是什么?

2、稳定性的数学描述?

3、线性系统与非线性系统稳定性分析方法?

4、同步发电机转子运动方程?

5、功角稳定分析时哪些动态可以忽略？为什么?

6、功角稳定分析中同步发电机的简化数学模型

7、凸、隐极机的相量图及功角方程

§1 稳定性的基本含义
一、什么是稳定性

稳定性：稳固安定。

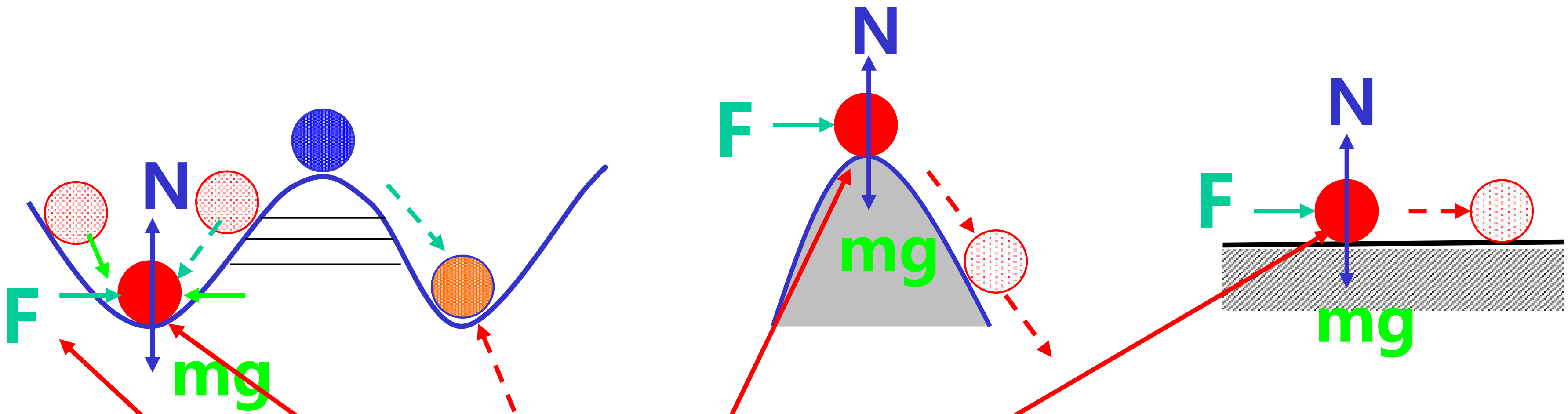
Stability：

the property of a body that causes it when disturbed from a condition of equilibrium or steady motion to develop forces or moments that restore the original condition。(Merriam-Webster's Collegiate Dictionary)

稳定性：物体（系统）维持某一平衡状态的一种能力和性质！

二、稳定与平衡

物理的概念



(a)稳定平衡点　　(b)不稳定平衡点　　(c)随动平衡

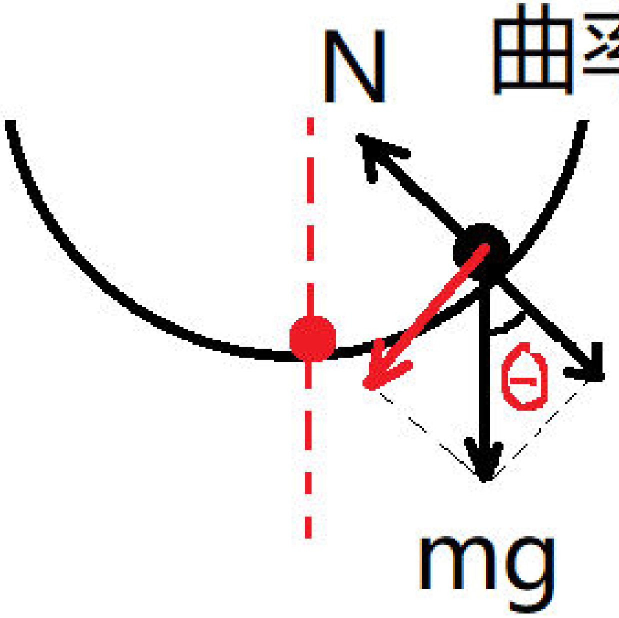
1、稳定性必然与平衡点相联系 - 平衡点稳定性

2、稳定与否与 干扰 的大小有关。

干扰--扰动！

平衡状态或
稳定状态

稳定分析背后的方程



$$\begin{cases} N = mg\cos\theta \\ ma = m\dfrac{d^2(L\theta)}{dt^2} = -mg\sin\theta \end{cases}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \approx -\frac{g}{L}\theta \quad |\theta| << 1$$

平衡状态：$\begin{cases} \theta = 0 \\ \dfrac{d\theta}{dt} = 0 \end{cases}$

$$\boxed{\theta(t) = C_1 e^{j\sqrt{\frac{g}{L}}t} + C_2 e^{-j\sqrt{\frac{g}{L}}t} = C\cos(\sqrt{\frac{g}{L}}t + \varphi)}$$

三、系统稳定性的数学描述

对于微分方程描述的自治动力学系统

$$\frac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{f}(\bar{x}(t)) \Longleftarrow \frac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{f}(\bar{x}(t)) + g(u(t))$$

$\bar{x}(t) \in R^n$, $\bar{f}$为$R^n \to R^n$的映射

如果 $\boxed{\bar{x}_e \in R^n \text{且} \bar{f}(\bar{x}_e) = 0}$

则称 $\boxed{\bar{x}_e}$ **为系统的平衡点，或平衡状态?**

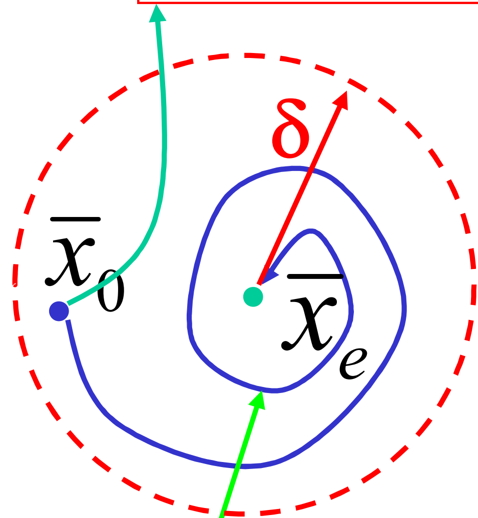
$\bar{x}(t) = \bar{x}_e$ **时，即系统处在平衡状态，**

若没有干扰，系统状态不会随时间变化即静止！

平衡点稳定的数学描述

对某一δ>0，如果对任意的与平衡点 $\bar{x}_e$ 距离小于δ的初始运行点 $\bar{x}_0$

不稳定！



即 $\boxed{\forall \bar{x}_0 \text{满足} \|\bar{x}_0 - \bar{x}_e\| < \delta}$

微分方程

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{f}(\bar{x}(t)) \\ \bar{x}(0^-) = \bar{x}_0 \end{cases}$$

的解满足 $\boxed{t \to +\infty, \bar{x}(t) \to \bar{x}_e}$ **称之为在平衡点 $\bar{x}_e$ 稳定。**

$\boxed{\bar{x}_0 \textbf{ 与平衡点 } \bar{x}_e \textbf{ 的距离反映干扰的大小}}$

系统稳定与什么有关?

平衡点的性质及干扰的大小有关。

线性系统的稳定性与干扰大小有无关系?

四、系统稳定性的分析方法

1. 线性系统稳定性的分析方法

$$\frac{d\overline{x}(t)}{dt}=\mathrm{A}\bullet\overline{x}(t)+\mathrm{B}$$

$\overline{x}(t)\in R^n,\mathrm{A}\in \mathrm{R}^{\mathrm{n}\times n}$为n阶可逆的常数阵，$\mathrm{B}\in R^n$为常向量

试分析系统的稳定性

解：

（1）先求平衡点

令$\dfrac{d\overline{x}(t)}{dt}=0$

得平衡点$\overline{x}_e=-\mathrm{A}^{-1}\mathrm{B}$

令 $\overline{y}(t)=\overline{x}(t)-\overline{x}_e=\overline{x}(t)+\mathrm{A}^{-1}\mathrm{B}$

得到

$$\frac{d\overline{y}(t)}{dt}=\mathrm{A}\bullet\overline{y}(t)$$

线性系统的稳定性

对于线性系统

$$\frac{d\overline{y}(t)}{dt} = \mathrm{A}\bullet\overline{y}(t)$$

（1）若A的特征根实部全为负，则系统在平衡点稳定；

（2）若A的特征根至少有一个实部为正，则系统在平衡点不稳定（发散）；

（3）A的特征根有纯虚数根，其它特征根实部全为负，则系统振荡。

例题

请分析如下微分方程描述系统的稳定性

(1) $$\frac{dx(t)}{dt} = 2$$

(2) $$\begin{cases} \dfrac{d^2\theta(t)}{dt^2} + D\dfrac{d\theta(t)}{dt} = -\dfrac{g}{L}\theta(t) \\ (D = 2, \mathrm{g} = 9.8\,, L = 1.0) \end{cases}$$

解：

（1）先求平衡点

令 $$\frac{dx}{dt} = 0$$

平衡点不存在，系统不稳定。

（2）一般先化为状态方程，令

$$x_1(t)=\frac{d\theta(t)}{dt}$$

则得到状态方程：

$$\begin{bmatrix}\frac{d\theta(t)}{dt}\\ \frac{dx_1(t)}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -9.8 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta(t)\\ x_1(t)\end{bmatrix} \qquad (*)$$

求平衡点 $\begin{bmatrix}\frac{d\theta(t)}{dt}\\ \frac{dx_1(t)}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$

得到平衡点（0，0）

求（*）的特征方程及特征根

$$\begin{vmatrix}\lambda & -1\\ 9.8 & \lambda+2\end{vmatrix}=0,\text{即}\lambda(\lambda+2)+9.8=0,\quad \text{得}\lambda_{1,2}=-1\pm j\sqrt{1.2}$$

是两个实部为负的复根，因此平衡点是稳定的。

非线性系统的稳定性分析方法

$$\begin{cases} \dfrac{d\overline{x}(t)}{dt} = \overline{f}(\overline{x}(t)) \\ \overline{x}_e\text{为平衡点} \end{cases} \qquad (1)$$

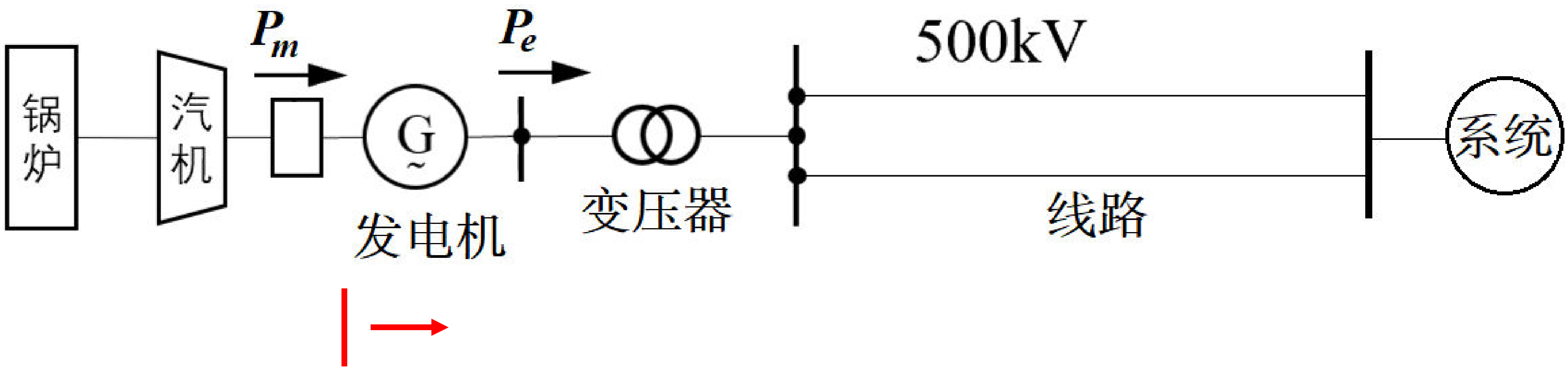
$\overline{x}(t) \in R^n, \overline{f}$为$R^n \to R^n$的非线性映射

非线性自治系统的稳定性分析方法分为：

（1）小扰动稳定性分析

（2）大扰动稳定性分析—尚无通用的方法

§2、电力系统稳定性的概念
2.1 电力系统的数学模型



单机无穷大系统

---分析电力系统机电稳定性的最重要模型

一、同步发电机的数学模型（重点）

绕组电压方程

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\psi_d - \omega\psi_q \\ p\psi_q + \omega\psi_d \\ p\psi_0 \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

绕组的磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d & 0 & 0 & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & 0 & 0 & X_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

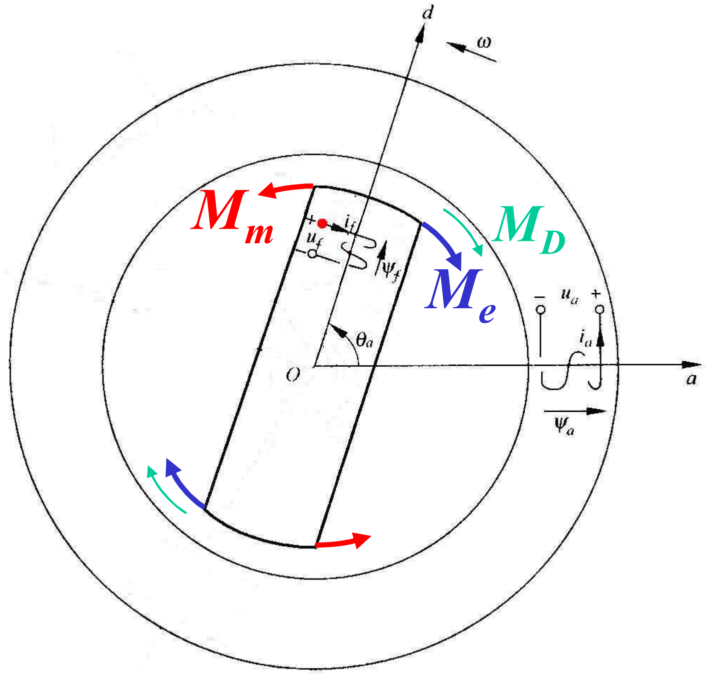
稳定性分析中ω变化，是重点关注的量

---转子运动方程（考虑机电暂态）

二、转子运动方程

假定**转子刚性**，有

$$\boxed{J\frac{d\Omega}{dt}=M_m-M_e-M_D}$$



J—转子的转动惯量

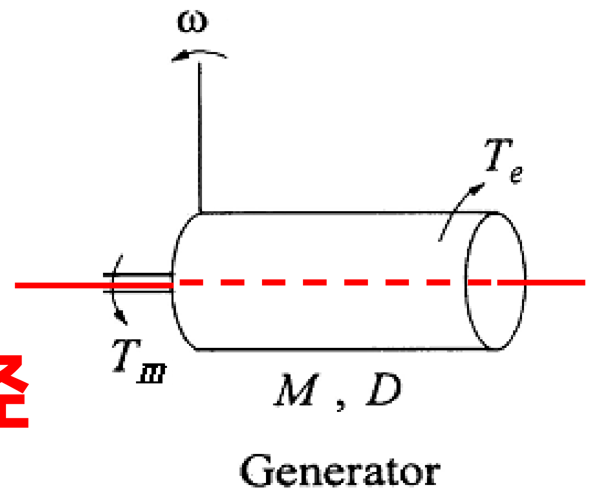
Ω—机械角速度

M_m、M_e、M_D - 机械转矩、电磁转矩、阻尼转矩

转子的转动惯量

$$J = mR_{等效}^2 = \frac{1}{4} mD_{等效}^2$$

$R_{等效}$为等效半径



半径为*R*的圆柱体

$$J = \frac{1}{2} mR^2 = \frac{1}{8} mD^2$$

制造厂家提供发电机的飞轮转矩： $\boxed{GD_{等效}^2}$

（G为重量，单位为公斤）

$$\boxed{J = \frac{GD_{等效}^2}{4}}$$

额定机械角速度为Ω_0，额定电角速度$\omega_0 = p_p\,\Omega_0$，转子额定转速时的动能为：

$$W_k = \frac{1}{2} J\Omega_0^2 \Rightarrow J = \frac{2W_k}{\Omega_0^2}$$

有

$$\frac{2W_k}{\Omega_0^2}\frac{d\Omega}{dt} = M_m - M_e - M_D$$

功率基值 - S_B，转矩基值$M_B=S_B/\ \Omega_0$

标幺化：

$$T_J\frac{d\Omega_*}{dt} = M_{m*} - M_{e*} - M_{D*} = \Delta M_*$$

$$T_J \frac{d\Omega_*}{dt} = M_{m*} - M_{e*} - M_{D*}$$

$$\boxed{T_J = \frac{2W_k}{S_B} = \frac{J\Omega_0^2}{S_B}}$$ **惯性时间常数，单位为秒。**

因

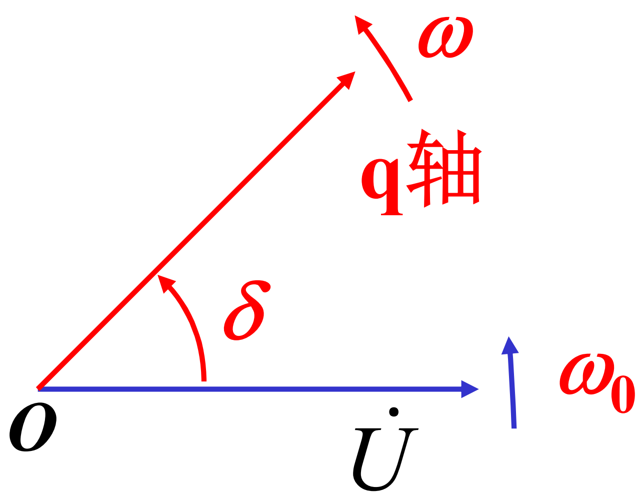
$$\omega_* = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{p_p\Omega}{p_p\Omega_0} = \Omega_*$$

∴

$$\boxed{\frac{T_J}{\omega_0}\frac{d\omega}{dt} = T_J \frac{d\omega_*}{dt} = M_{m*} - M_{e*} - M_{D*}}$$

设转子转速为ω，某参考相量$\dot{U}$转速为ω_0，转子q轴与$\dot{U}$的夹角δ称为发电机对$\dot{U}$的相对转子角。

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \\ \dfrac{d\delta^2}{dt^2} = \dfrac{d\omega}{dt} \end{cases}$$



$\therefore$

$$\boxed{\frac{T_J}{\omega_0}\frac{d\omega}{dt} = \frac{T_J}{\omega_0}\frac{d\delta^2}{dt^2} = M_{m*} - M_{e*} - M_{D*}}$$

假定$\omega \approx \omega_0 \leftrightarrow \Omega \approx \Omega_0$，什么意思?

功率与力矩：$P = M\Omega$

力矩的标幺值＝功率的标幺值?

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 \\ \dfrac{T_J}{\omega_0}\dfrac{d\omega}{dt} = M_{m*} - M_{e*} - M_{D*} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega_* - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega_*}{dt} = P_{m*} - P_{e*} - P_{D*} \end{cases}$$

省略标幺值的*号，得到标幺转子运动方程：

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e - P_D \end{cases}$$

除δ、t、T_J、 ω_0**外，其余变量为标幺值**

简化分析中常常忽略阻尼转矩!

发电机惯性时间常数（自学）

$$T_J = \frac{J\Omega_0^2}{S_B} = \frac{\frac{1}{4}GD^2 \cdot \Omega_0^2}{S_B} = \frac{GD^2}{4S_B}(\frac{2\pi n}{60})^2 = \frac{2.74GD^2}{1000S_B}n^2$$

厂家给出T_J时，取$S_B=S_N$为发电机额定容量，n为转子转速（转/分），T_J单位为秒。

T_J物理意义：

$$T_J\frac{d\omega}{dt} = \Delta M \Rightarrow T_J\int_0^1 d\omega = \int_0^{t_1}\Delta M dt$$

若$\Delta M = 1$，则

$$T_J = \int_0^{t_1} 1 \cdot dt = t_1$$

意义：在发电机转子上施加额定转矩使转子加速，转子由静止到额定转速所需的时间。

英美国家，用另一个参数H_J表示转子惯量

$$H_J = \frac{T_J}{2} = \frac{\text{转子额定转速时的动能}}{\text{容量基值}}$$

三、同步发电机的详细数学模型

绕组电压方程（考虑电磁暂态）

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\psi_d - \omega\psi_q \\ p\psi_q + \omega\psi_d \\ p\psi_0 \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

绕组的磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d & 0 & 0 & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & 0 & 0 & X_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

转子运动方程（考虑机电暂态）

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases} \qquad \begin{cases} P_e = u_d i_d + u_q i_q + u_0 i_0 \\ P_m = \text{常数} \end{cases}$$

发电机的微分方程组：

$$\overline{u}_{dq0fDQ} = p\overline{\psi}_{dq0fDQ} + \overline{R}\,\overline{i}_{dq0fDQ} + \overline{W}\,\overline{\psi}_{dq0fDQ}$$

$$\overline{\psi}_{dq0fDQ} = \overline{L}\,\overline{i}_{dq0fDQ}$$

化为一阶微分方程组形式（磁链用起来不方便）

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \overline{L}^{-1}\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} - \overline{L}^{-1}(\overline{R} + \overline{W}\cdot\overline{L})\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J\dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases} \qquad \begin{cases} P_e = u_d i_d + u_q i_q + u_0 i_0 \\ P_m = \text{常数} \end{cases}$$

详细数学模型的特点

多时间尺度全过程模型：
--可描述电磁暂态（快过程）
--可描述机电暂态过程（慢过程）

模型复杂，应根据应用中关心的时间尺度化简

故障分析时，关心电磁暂态，因机电暂态时间常数大，假定$\omega=1$，可不考虑转子运动方程；

稳定分析时，关心机电暂态（由转子运动方程描述，惯性大），可忽略电磁暂态。

详细数学模型的缺点

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \overline{L}^{-1}\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} - \overline{L}^{-1}(\overline{R} + \overline{W} \cdot \overline{L})\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

$$\overline{\psi}_{dq0fDQ} = \overline{L}\,\overline{i}_{dq0fDQ}$$

- 电压方程、磁链方程均很复杂
- 定子采用dq0量，与潮流中相量脱节 ？
- 磁链测量与控制不方便
- 转子侧的量难以测量

四、稳定分析中同步发电机的假设

主要考虑发电机能否保持同步运行，只关注

转子运动方程

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

已知：P_m-发电机原动力

未知：$P_e = u_d i_d + u_q i_q + u_0 i_0$

四、稳定分析中同步发电机的假设

重点考虑对P_e影响大的变量，忽略其它变量！

1、忽略定子电阻，即$r\approx 0$;

2、忽略定子绕组电磁暂态过程，即$p\psi_d \approx p\psi_q \approx 0$

3、发电机转速接近同步速，取

$$\omega\psi_d \approx \psi_d, \quad \omega\psi_q \approx \psi_q$$

4、忽略转子上阻尼绕组

5、忽略零分量及零绕组?

只考虑d、q、 f三绕组！

五、发电机方程的化简

绕组电压方程

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\psi_d - \omega\psi_q \\ p\psi_q + \omega\psi_d \\ p\psi_0 \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

根据假设，变为

$$\boxed{\begin{cases} u_d = -\psi_q \\ u_q = \psi_d \\ u_f = p\psi_f + r_f i_f \end{cases}}$$

绕组的磁链方程

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d & 0 & 0 & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & 0 & 0 & X_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

根据假设，变为

$$\boxed{\begin{cases} \psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f \\ \psi_q = -X_q i_q \\ \psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f \end{cases}}$$

简化后的发电机方程

$$\begin{cases} u_d = -\psi_q \\ u_q = \psi_d \\ u_f = p\psi_f + r_f i_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} \psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f \\ \psi_q = -X_q i_q \\ \psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

磁链应用不方便，均希望消去

$$\begin{cases} u_d = X_q i_q \\ u_q = -X_d i_d + X_{ad} i_f = -X_d i_d + E_q \\ u_f = p\psi_f + r_f i_f \\ \psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f \end{cases}$$

励磁

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

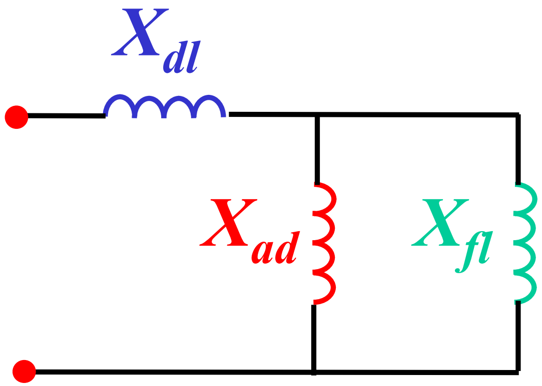
励磁绕组磁链方程-用定子侧量表示

$$\psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f$$

两边同乘X_{ad}，同除X_f

$$\frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f = -\frac{X_{ad}^2}{X_f} i_d + X_{ad} i_f$$

$$\boxed{X'_d = X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_f}}$$



$$E'_q \equiv \frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f \qquad E_q \equiv X_{ad} i_f$$

发电机q轴暂态电势、空载电势

（内电势）

$$\boxed{E'_q = (X'_d - X_d) i_d + E_q}$$

励磁绕组电压方程-用定子侧量表示

$$u_f = r_f i_f + p\psi_f$$

$$\frac{u_f}{r_f} = i_f + \frac{1}{r_f}\frac{d\psi_f}{dt}$$

两边同× X_{ad}

$$X_{ad}\frac{u_f}{r_f} = X_{ad} i_f + \frac{X_f}{r_f}\frac{d\left(\frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f\right)}{dt}$$

励磁绕组电压方程-用定子侧量表示

$$X_{ad}\frac{u_f}{r_f} = X_{ad}i_f + \frac{X_f}{r_f}\frac{d\left(\frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f\right)}{dt}$$

$$E_{qe} \equiv X_{ad}\frac{u_f}{r_f} \qquad E'_q = \frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f, E_q = X_{ad}i_f, T_{d0} = \frac{X_f}{r_f}$$

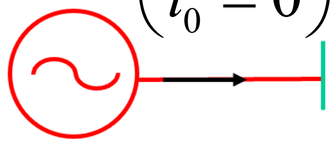
$$\boxed{T_{d0}\frac{dE'_q}{dt} = E_{qe} - E_q}$$

励磁绕组电压方程

简化后的发电机方程

$$\begin{cases} u_d = X_q i_q \\ u_q = -X_d i_d + E_q = -X'_d i_d + E'_q \\ E'_q = (X'_d - X_d) i_d + E_q \quad f\text{绕组磁链方程} \\ \boxed{\dfrac{dE'_q}{dt} = \dfrac{1}{T_{d0}}(E_{qe} - E_q)} \quad f\text{绕组电压方程} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 = 0 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 = 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

T_{d0}较大，简化分析中常不考虑励磁暂态！ E'_q=？

六、同步发电机的简化数学模型

dq0量表示与相量表示的一一对应关系

$$\begin{cases} u_a(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_1) \\ u_b(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t-\dfrac{2\pi}{3}+\varphi_1) \\ u_c(t)=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\dfrac{2\pi}{3}+\varphi_1) \end{cases} \Leftrightarrow \quad \begin{aligned} \dot{U} &= Ue^{j\varphi_1}=U_d+jU_q \\ &= U\cos\varphi_1+jU\sin\varphi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_a(t) \\ u_a(t) \end{bmatrix}=\sqrt{2}U\begin{bmatrix} \cos(\varphi_1-\varphi_0) \\ \sin(\varphi_1-\varphi_0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_a=\omega t+\varphi_0$$

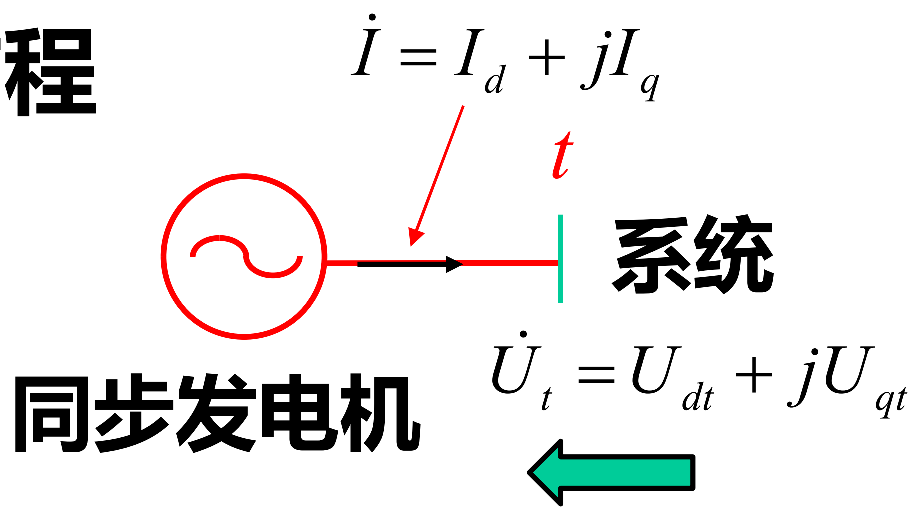
若取$\boldsymbol{\varphi_0}$**=0**，并标幺化

$$\boxed{\begin{cases} u_d=U_d \\ u_q=U_q \end{cases}}$$

六、同步发电机的简化数学模型

相量有效值表示的发电机方程

$$
\begin{cases}
U_{dt} = X_q I_q \\
U_{qt} = -X_d I_d + E_q = -X_d' I_d + E_q' \\
E_q' = (X_d' - X_d) I_d + E_q
\end{cases}
$$

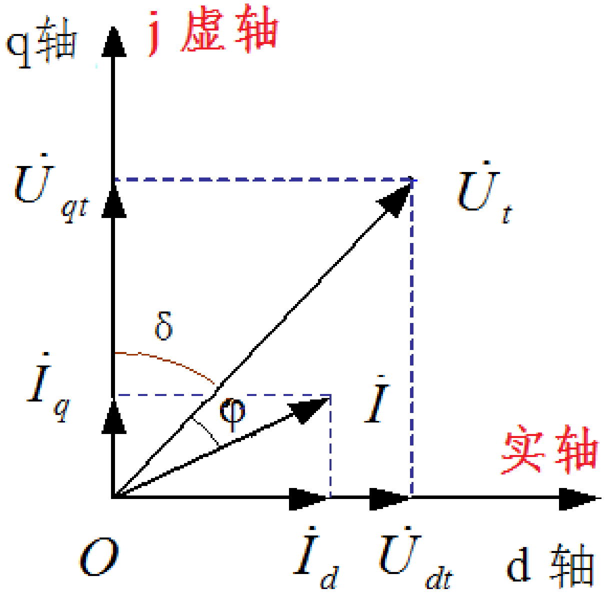


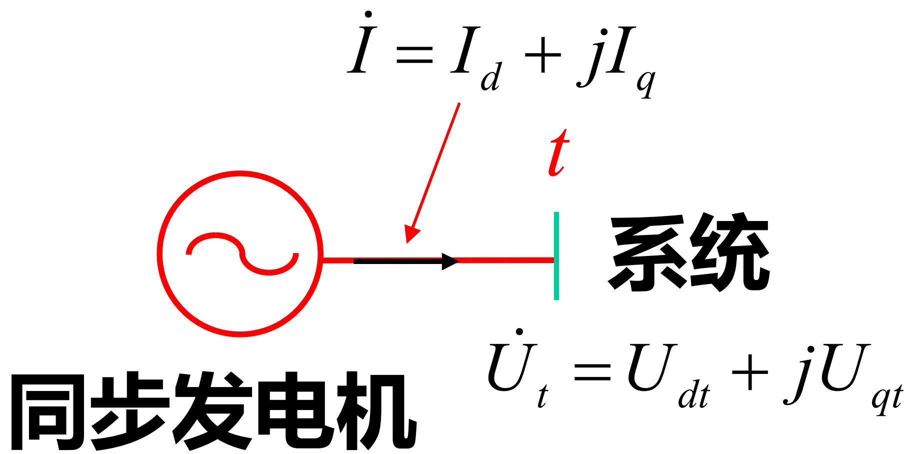
$$
\begin{cases}
\dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\
T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \\
P_e = U_{dt} I_d + U_{qt} I_q \\
P_m = const
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
0 = U_{dt} - X_q I_q \\
E_q = U_{qt} + X_d I_d \\
E_q' = U_{qt} + X_d' I_d
\end{cases}
$$

存在的两个问题

1、只知道$\dot{U}_t$和$\dot{I}$如何求U_{dt}，U_{qt}，I_d，I_q？





只需找到d、q轴的位置即可！

2、P_e=？需要用状态量（δ，ω）表示

$$P_e = \mathrm{Re}(\dot{U}_t \hat{I}) = U_{dt}I_d + U_{qt}I_q$$

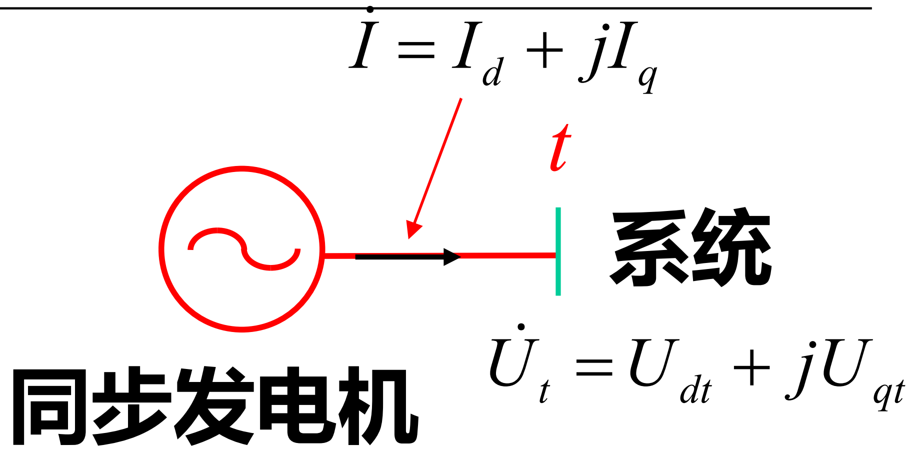
如何用状态量表示？-功角方程

七、同步发电机的相量图

- 找d、q轴位置?

$$\begin{cases} E_q = U_{qt} + X_d I_d \\ 0 = U_{dt} - X_q I_q \end{cases}$$

乘j



$$\begin{cases} jE_q = jU_{qt} + jX_d I_d \\ 0 = U_{dt} + jX_q (jI_q) \end{cases}$$

$+$

$$jE_q = (U_{dt} + jU_{qt}) + jX_d I_d + jX_q (jI_q)$$

$$\dot{E}_q = jE_q, \dot{U}_t = U_{dt} + jU_{qt}, \dot{I} = I_d + jI_q$$

$$\boxed{jE_q = (U_{dt} + jU_{qt}) + jX_d I_d + jX_q (jI_q)}$$

$$\dot{E}_q = \underbrace{\dot{U}_t + jX_q \dot{I}}_{在?} + j(X_d - X_q)I_d$$

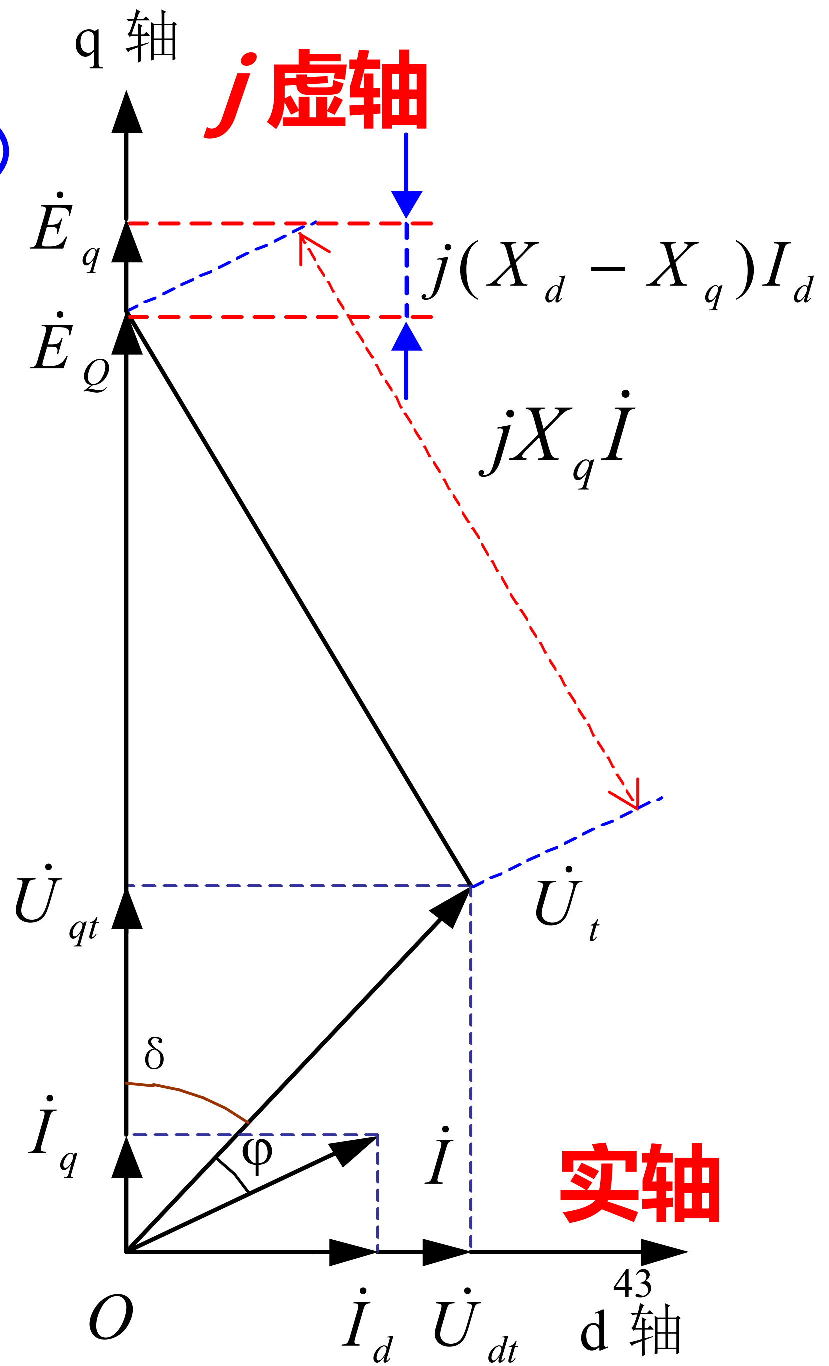
在? q轴上

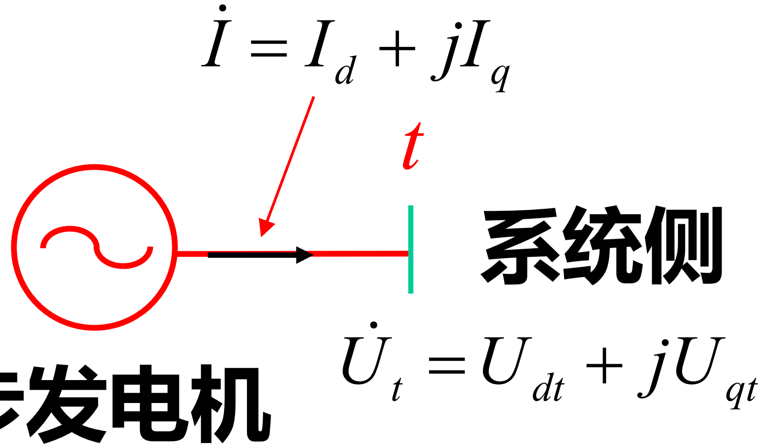
$$\dot{E}_Q \stackrel{\Delta}{=} \dot{U}_t + jX_q \dot{I}$$ - 计算电势

隐极机： $X_d = X_q$

$$\dot{E}_q = \dot{U}_t + jX_d \dot{I}$$

- **发电机的相量图**



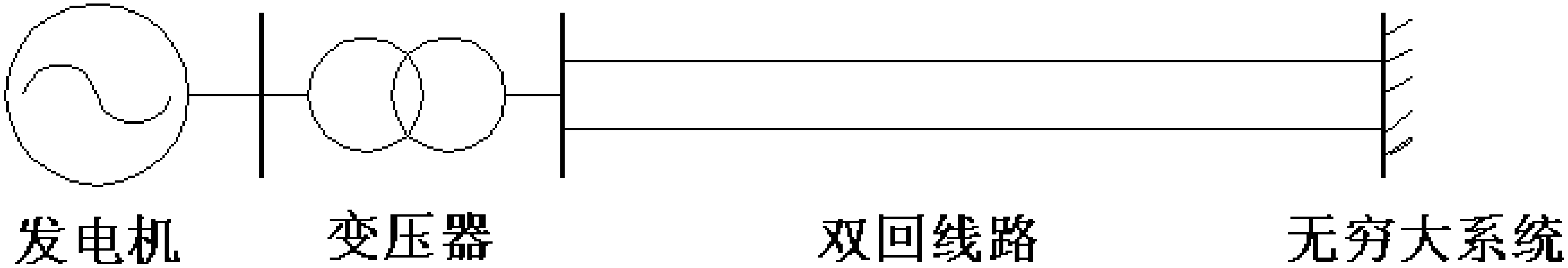


已知发电机参数及机端电压、电流相量，如何找到发电机d、q轴的位置?

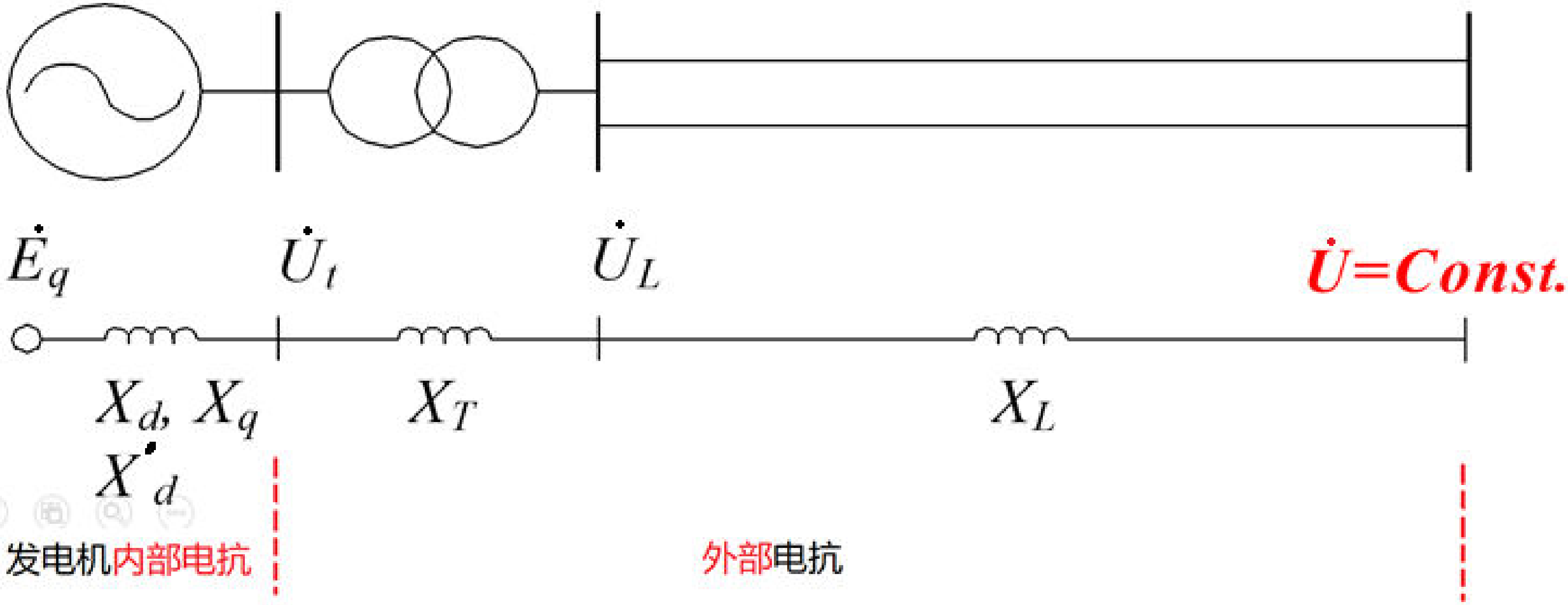
$$\dot{E}_Q \overset{\Delta}{=} \dot{U}_t + jX_q\dot{I}$$ - 计算电势

在q轴上，d轴在顺时针90度处

八、单机无穷大系统的功角方程
单机无穷大系统



常用的功角稳定分析的系统模型！



单机无穷大系统的相量图

$$X_{d\Sigma} / X_{q\Sigma} / X'_{d\Sigma} = X_d / X_q / X'_d + X_T + X_L$$

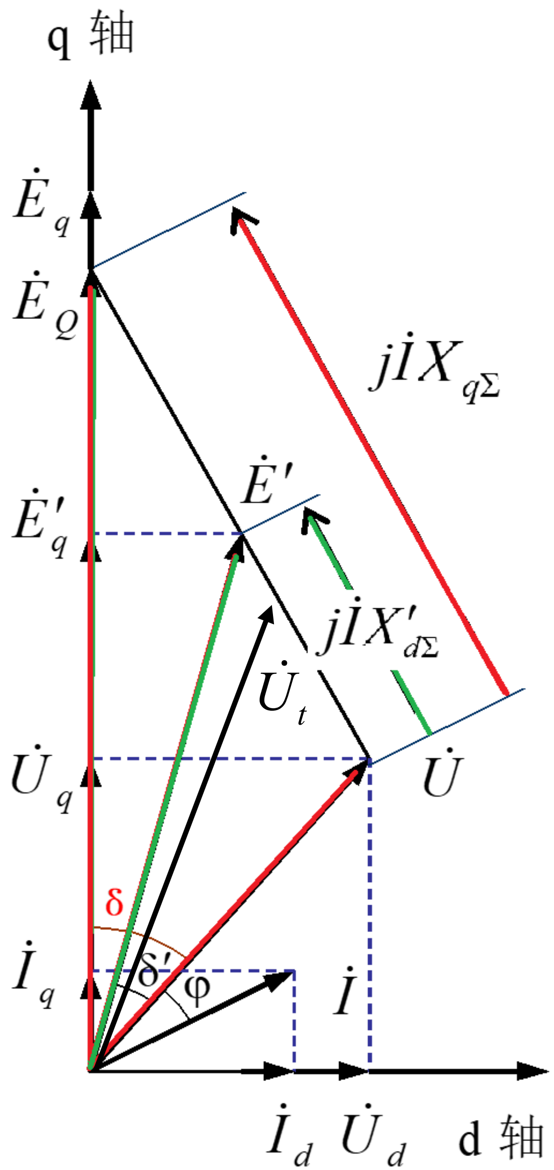
$$\dot{U}_t = \dot{U} + j(X_T + X_L)\dot{I}$$

$$\dot{E}_q = \dot{U}_t + jX_q\dot{I} + j(X_d - X_q)I_d$$

$$= \dot{U} + jX_{q\Sigma}\dot{I} + j(X_{d\Sigma} - X_{q\Sigma})I_d$$

$$= \dot{E}_Q + j(X_{d\Sigma} - X_{q\Sigma})I_d$$

凸极机单机无穷大系统相量图



凸极机

$$X_{d\Sigma} \neq X_{q\Sigma}$$

$$\begin{cases} 0 = U_d - X_{q\Sigma} I_q \\ E_q = U_q + X_{d\Sigma} I_d \\ E'_q = U_q + X'_{d\Sigma} I_d \end{cases}$$

计算电势： $\dot{E}_Q = \dot{U} + jX_{q\Sigma}\dot{I}$

$\dot{E}_q$与$\dot{U}$ **之间的夹角δ，发电机转子角（功角， q轴与 $\dot{U}$之夹角）。**

E'电势： $\dot{E}' \triangleq \dot{U} + jX'_{d\Sigma}\dot{I}$

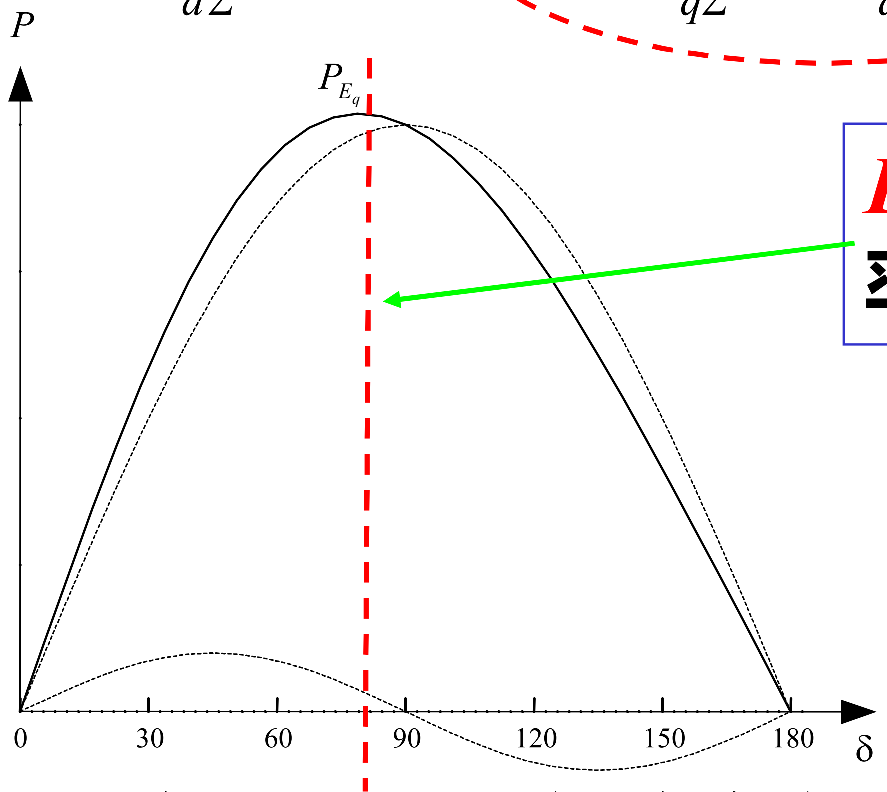
$$\begin{cases} U_d = U\sin\delta, U_q = U\cos\delta \\ I_d = \dfrac{E_q - U_q}{X_{d\Sigma}} = \dfrac{E'_q - U_q}{X'_{d\Sigma}}, I_q = \dfrac{U_d}{X_{q\Sigma}} \end{cases}$$

发电机功角方程

（1）E_q表示的凸极发电机输出的有功功率

$$P_{E_q} = \mathrm{Re}(\dot{U}\hat{I}) = U_d I_d + U_q I_q$$

$$= \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}}\sin\delta + \frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{X_{q\Sigma}} - \frac{1}{X_{d\Sigma}}\right)\sin 2\delta \longleftrightarrow \text{磁阻功率}$$

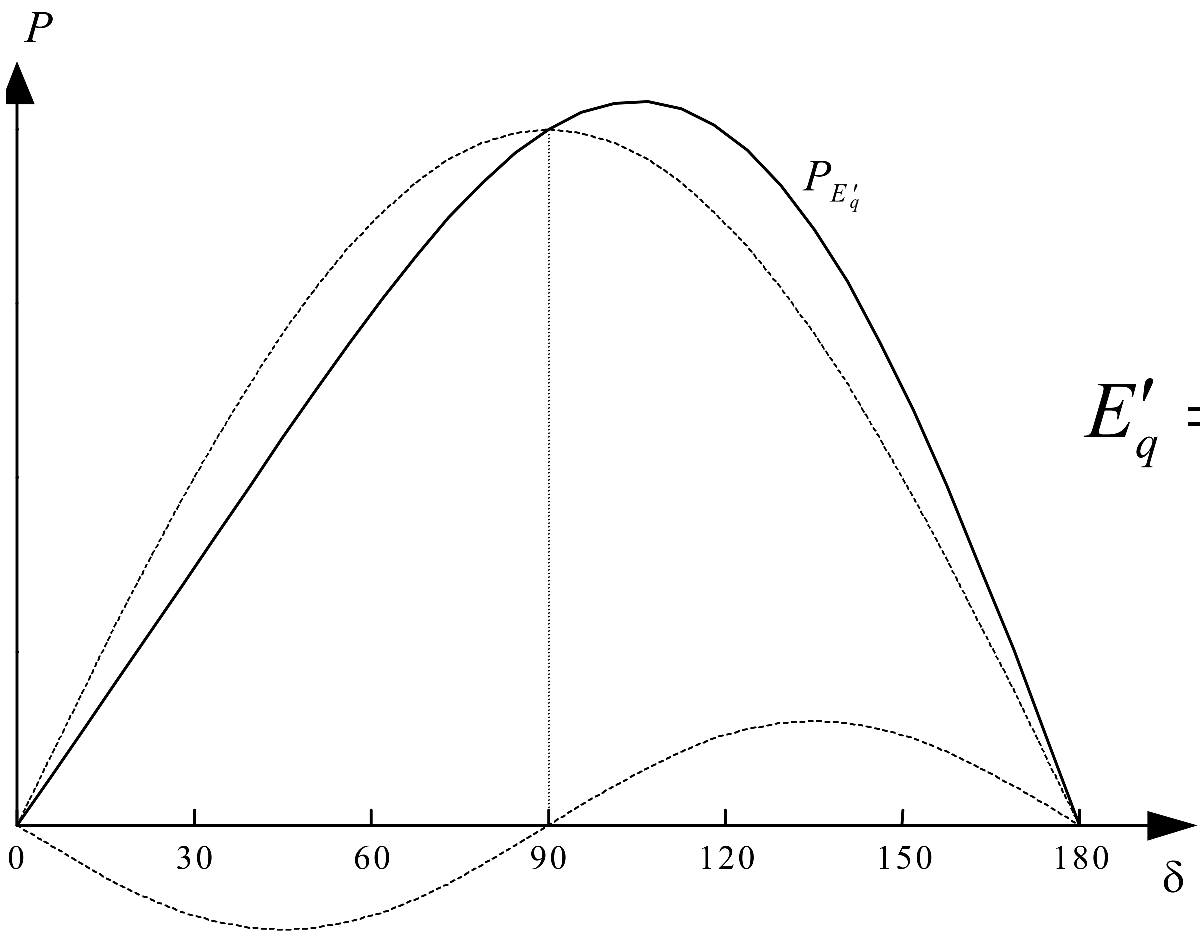


E_q恒定时，最大输出功率对应转子角<90度

$E_q = X_{ad} i_f$恒定（？）时凸极机的功角方程及曲线

(2) E_q' 表示的功角方程及恒定时功角曲线

$$P_{E_q'} = \frac{E_q'U}{X_{d\Sigma}'}\sin\delta - \frac{U^2}{2}\frac{(X_{q\Sigma} - X_{d\Sigma}')}{X_{q\Sigma}X_{d\Sigma}'}\sin 2\delta$$



$$E_q' = \frac{X_{ad}}{X_f}\psi_f$$ 恒定（？）

$\boxed{E_q'}$ 恒定功角方程较复杂，假定E'恒定！

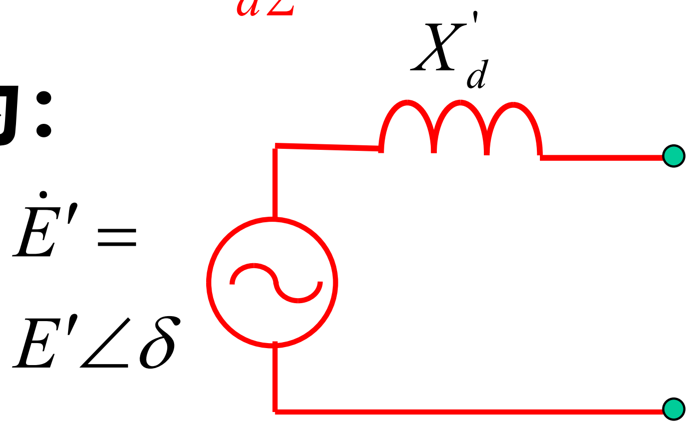
若E'恒定，输出功率 $P_{E'} = \dfrac{E'U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta'$

最大输出功率

$$P_{E'\max} = \frac{E'U}{X'_{d\Sigma}},\text{对应}\ \delta' = 90^\circ$$

简化认为δ′≈δ，$P_{E'} = \dfrac{E'U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta$

发电机等效电路为：



（3）隐极单机无穷大系统的功角方程

对凸极机情形令 $X_d = X_q \Leftrightarrow X_{d\Sigma} = X_{q\Sigma}$

E_q表示的功角方程

$$P_{E_q} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta + \frac{U^2}{2}\left(\frac{1}{X_{q\Sigma}} - \frac{1}{X_{d\Sigma}}\right)\sin 2\delta = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta$$

E_q' 表示的功角方程

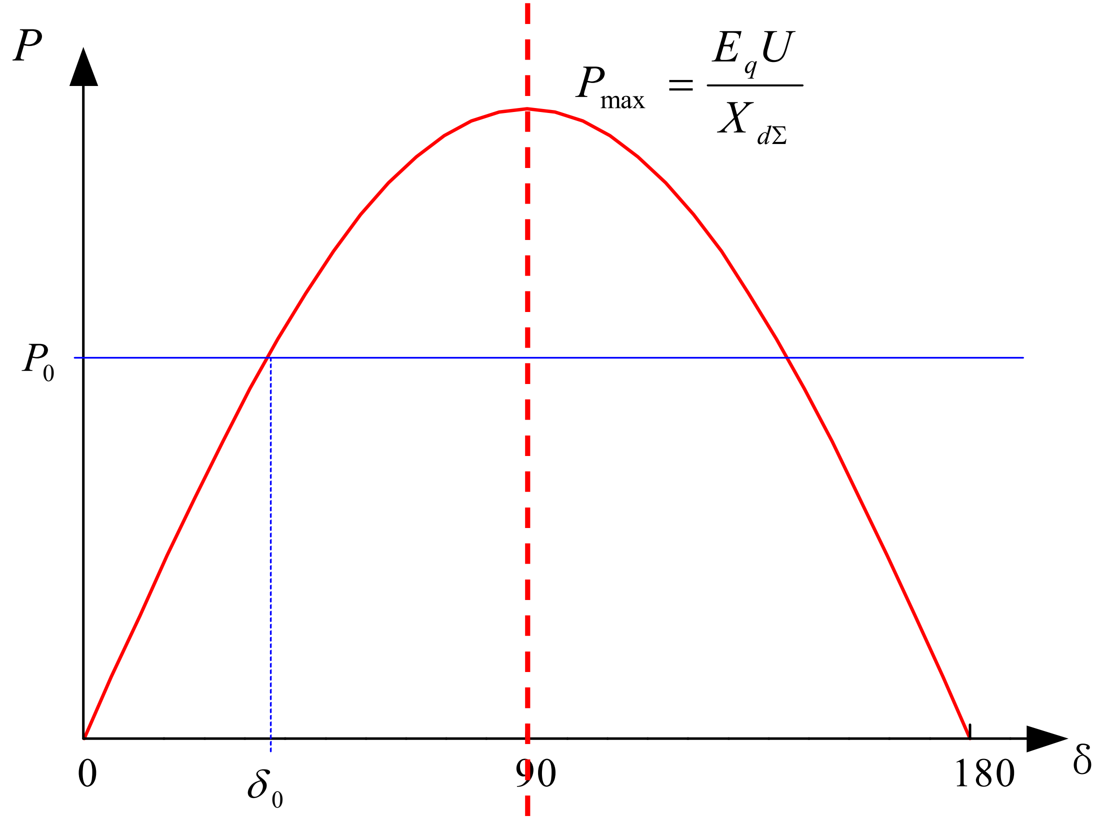
$$P_{E_q'} = \frac{E_q' U}{X_{d\Sigma}'} \sin\delta - \frac{U^2}{2} \frac{(X_{q\Sigma} - X_{d\Sigma}')}{X_{q\Sigma} X_{d\Sigma}'} \sin 2\delta$$

$$\boxed{P_{E_q}=\frac{E_qU}{X_{d\Sigma}}\sin\delta}$$

$$Q_{E_q}=\mathrm{Im}(S)$$

$$=\frac{E_q^2}{X_{d\Sigma}}-\frac{E_qU}{X_{d\Sigma}}\cos\delta$$

E_q恒定时功角方程及曲线



E_q恒定时，最大输出功率 $P_{\max}=\dfrac{E_qU}{X_{d\Sigma}}$ 对应转子角90度

作业

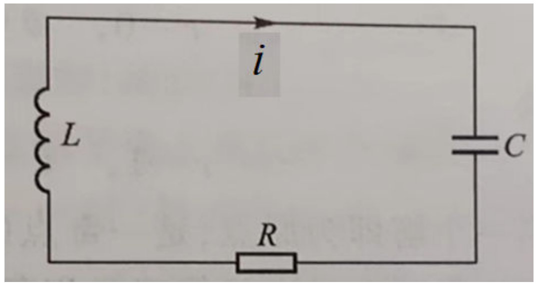
1. 求下列系统的平衡点，并分析其稳定性。

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - 7y + 9 \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 2y + 5 \end{cases}$$

2. *LRC* 振动回路中电流变化规律满足微分方程

$$L\frac{di^2}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$$

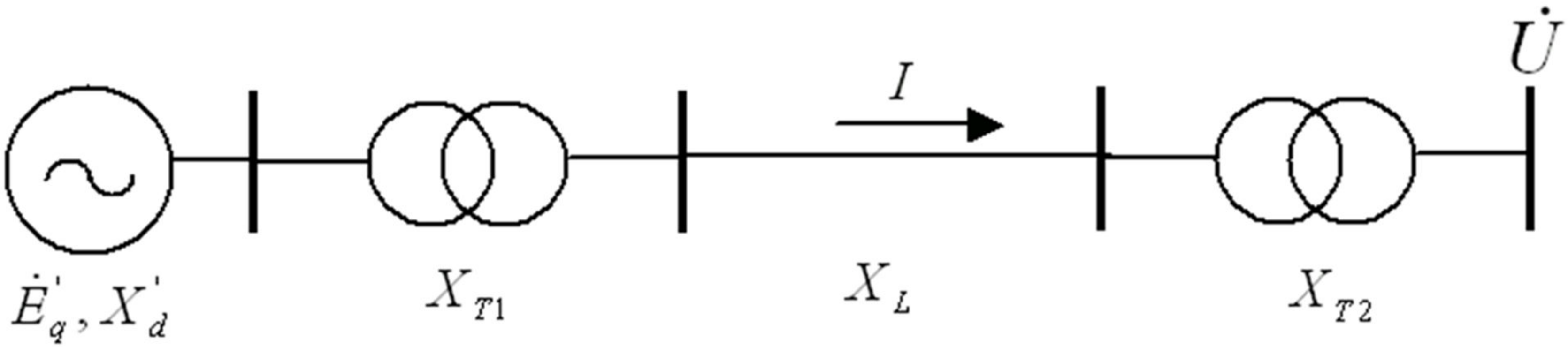
$$(L > 0\,, R > 0\,, C > 0)$$



试讨论这一系统平衡状态的稳定性。

作业

3、如图所示的单机无穷大系统，采用标幺值时无穷大母线的电压$\dot{U}=1.0\angle 0°$，电流$\dot{I}=1.05\angle -15°$，线路电抗$X_L=0.285$，变压器电抗$X_{T1}=0.12, X_{T2}=0.14$，设发电机为凸极机，同步电抗$X_d=0.85$，$X_q=0.55$，次同步电抗为$X_d'=0.25$，试计算发电机的**计算电势及**内电势E_q'，**画出相量图**并求E_q'为常数时发电机的功角特性，绘出功角特性曲线。



图

4、写出上述系统研究稳定的标幺值数学模型，假定发电机转子时间常数为T_J，原动机转矩不变，忽略阻尼，并假定E′恒定。

暂态部分大作业—网络学堂