第二章 同步发电机的数学模型及机端三相短路分析

(Mathematical Model of Synchronous Generator and Terminal 3-Phase Short Circuit Analysis)

第十讲 同步电机建模与派克变换

问题

1、同步机各绕组的**自感、互感有什么特点**?

2、基于abc绕组的电机方程有什么特点?

3、为什么要派克变换?如何进行派克变换?

4、有名值的派克方程有什么特点?

5、为什么采用标幺值方程?

6、机端三相短路,计算机如何算?

同步机定/转子绕组的磁链方程

$$\psi_a = -L_{aa}i_a - L_{ab}i_b - L_{ac}i_c + L_{af}i_f + L_{aD}i_D + L_{aQ}i_Q$$

$$\psi_b = -L_{ba}i_a - L_{bb}i_b - L_{bc}i_c + L_{bf}i_f + L_{bD}i_D + L_{bQ}i_Q$$

$$\psi_c = -L_{ca}i_a - L_{cb}i_b - L_{cc}i_c + L_{cf}i_f + L_{cD}i_D + L_{cQ}i_Q$$

$$\psi_f = -L_{fa}i_a - L_{fb}i_b - L_{fc}i_c + L_{ff}i_f + L_{fD}i_D + L_{fQ}i_Q$$

$$\psi_D = -L_{Da}i_a - L_{Db}i_b - L_{Dc}i_c + L_{Df}i_f + L_{DD}i_D + L_{DQ}i_Q$$

$$\psi_Q = -L_{Qa}i_a - L_{Qb}i_b - L_{Qc}i_c + L_{Qf}i_f + L_{QD}i_D + L_{QQ}i_Q$$

§1、磁链方程的电感参数（重点）

（1）定子绕组的自感L_{aa}，L_{bb}，L_{cc}

以a相为例，

$$\psi_a = -L_{aa}i_a - L_{ab}i_b - L_{ac}i_c + L_{af}i_f + L_{aD}i_D + L_{aQ}i_Q$$

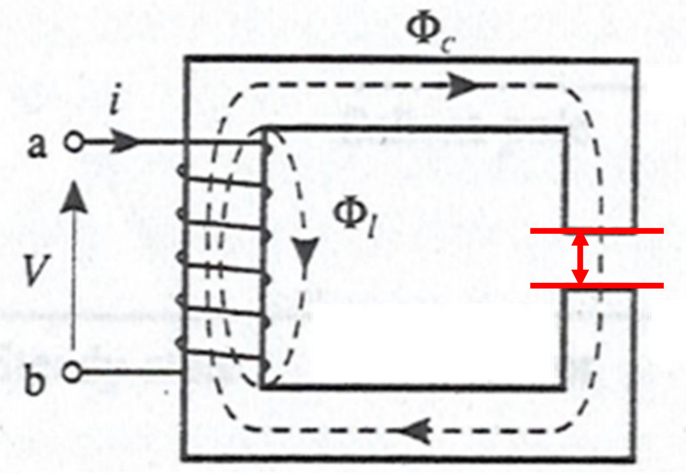
$$L_{aa} = \frac{\psi_a}{-i_a}\bigg|_{i_b=i_c=i_f=i_D=i_Q=0}$$

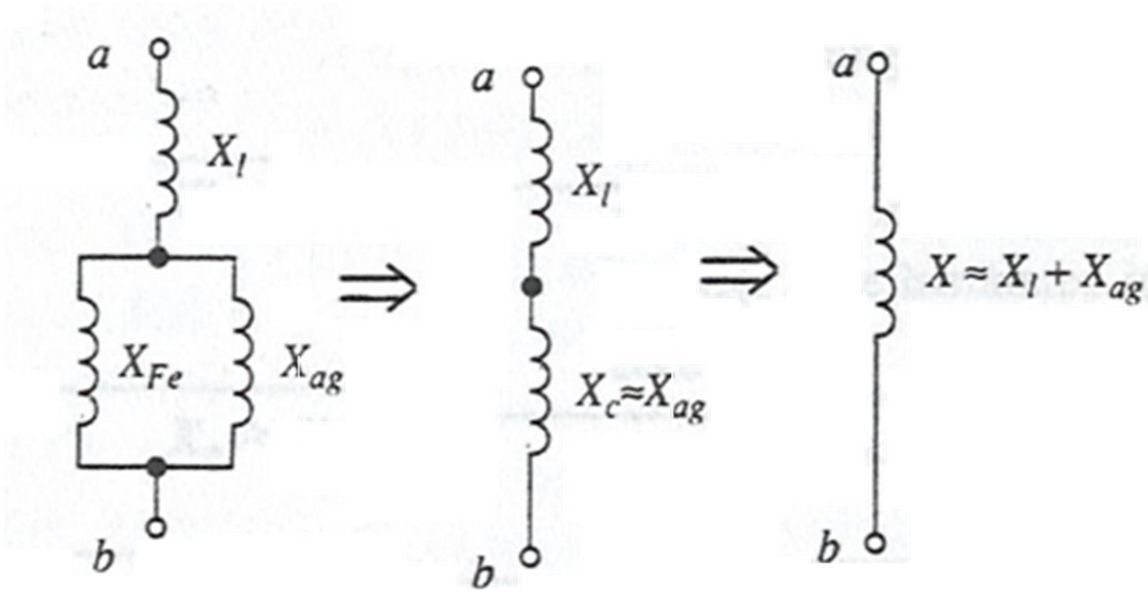
意义：a绕组中流过电流i_a，其它绕组开路，i_a产生的磁链ψ_a除以电流$-i_a$得a相绕组自感。

绕组的自感与绕组本身的几何形状及周围磁路有关。

一个绕组的电感与周围磁路的关系

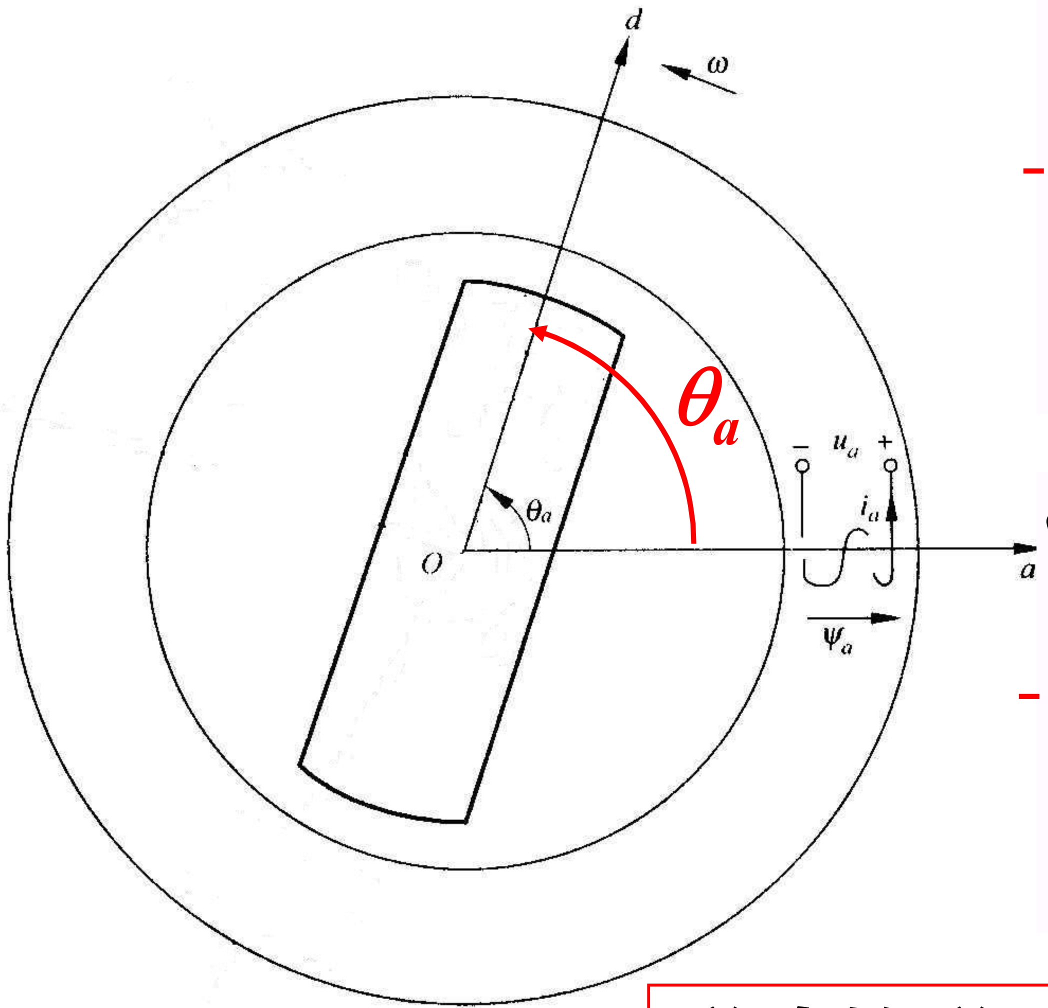
每一闭合磁路对应一总电感，磁导越大，电感越大；
每段磁路对应一分电感；
磁路并联，对应电感串联；
磁路串联，对应电感并联

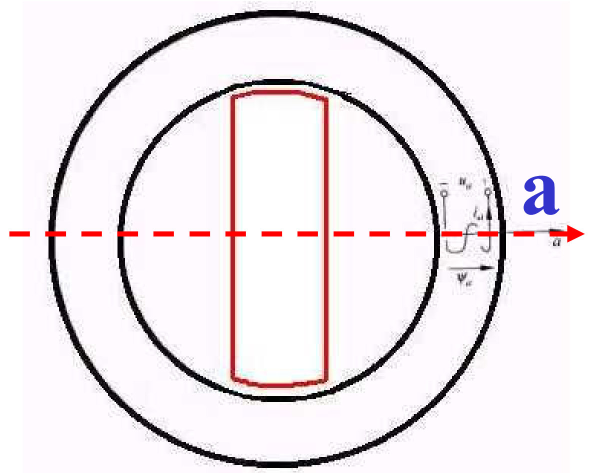




铁心（含气隙）绕组的电感

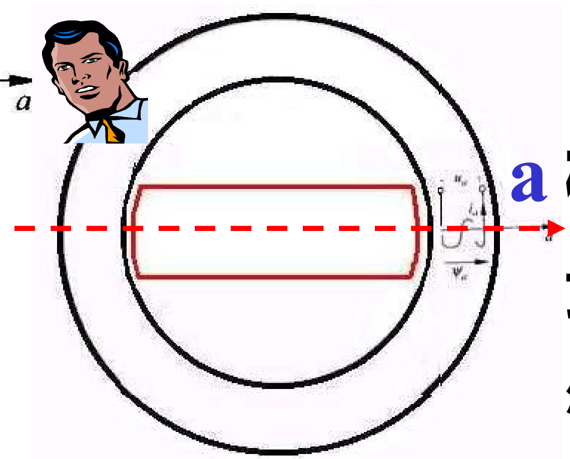
a相绕组主磁路磁阻（磁导）如何变化?





$\theta_a = \pm\pi/2$

磁路磁导最小，自感最小

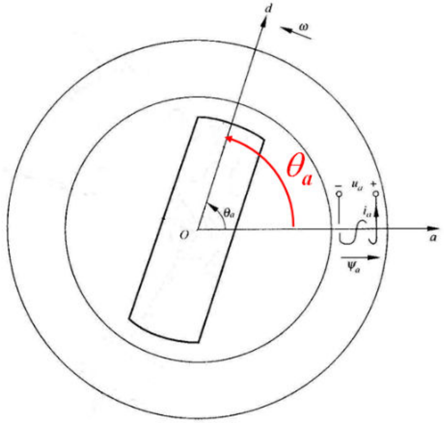


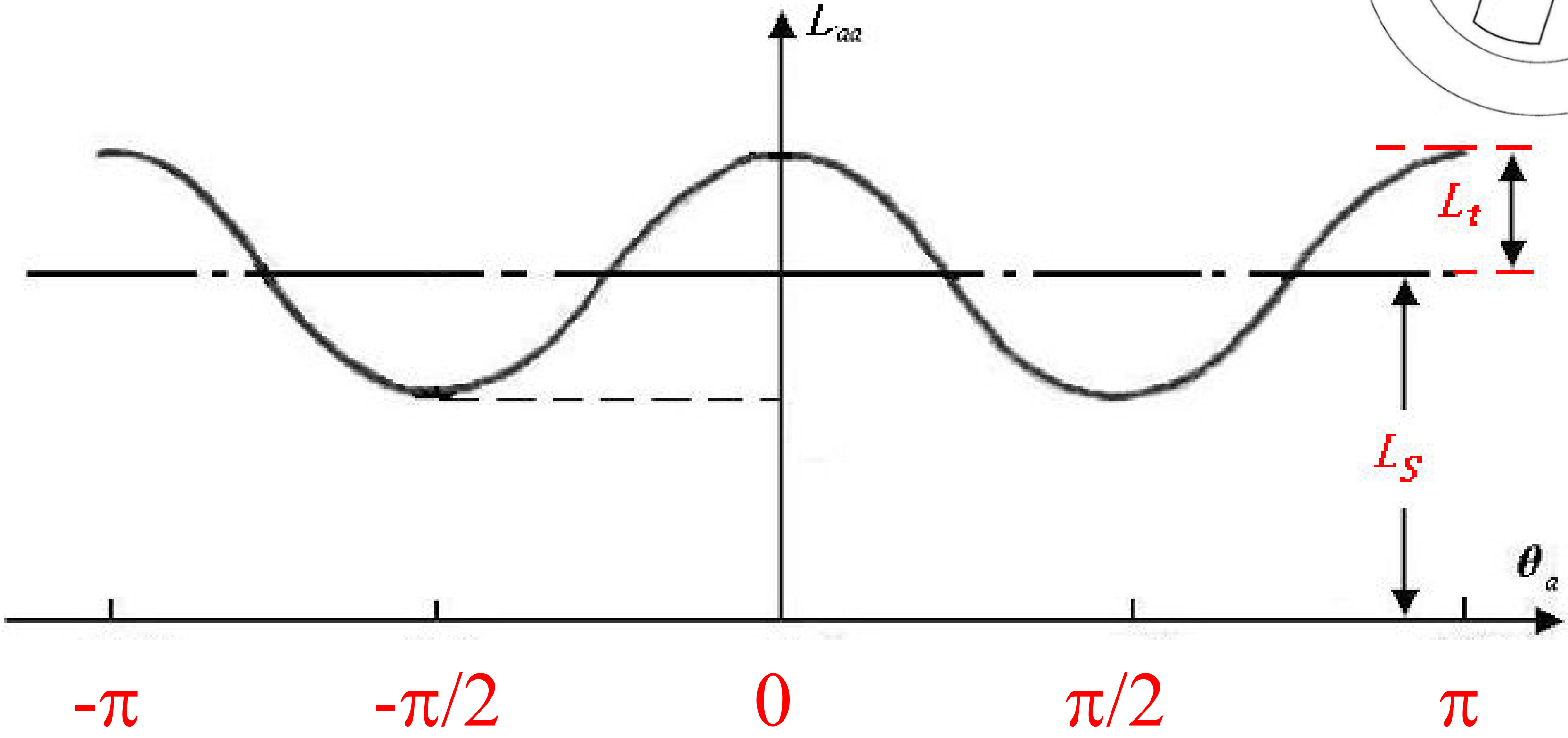
$\theta_a = 0，\pi$

磁路磁导最大，自感最大

磁路的磁导λ_{aa},自感L_{aa}为θ_a的周期函数，周期为π。

a相绕组自感(含漏感)的变化规律





a绕组的自感为

$$\boxed{L_{aa} = L_s + L_t \cos 2\theta_a}$$

$$\theta_a = \boxed{\omega} t + \theta_0$$

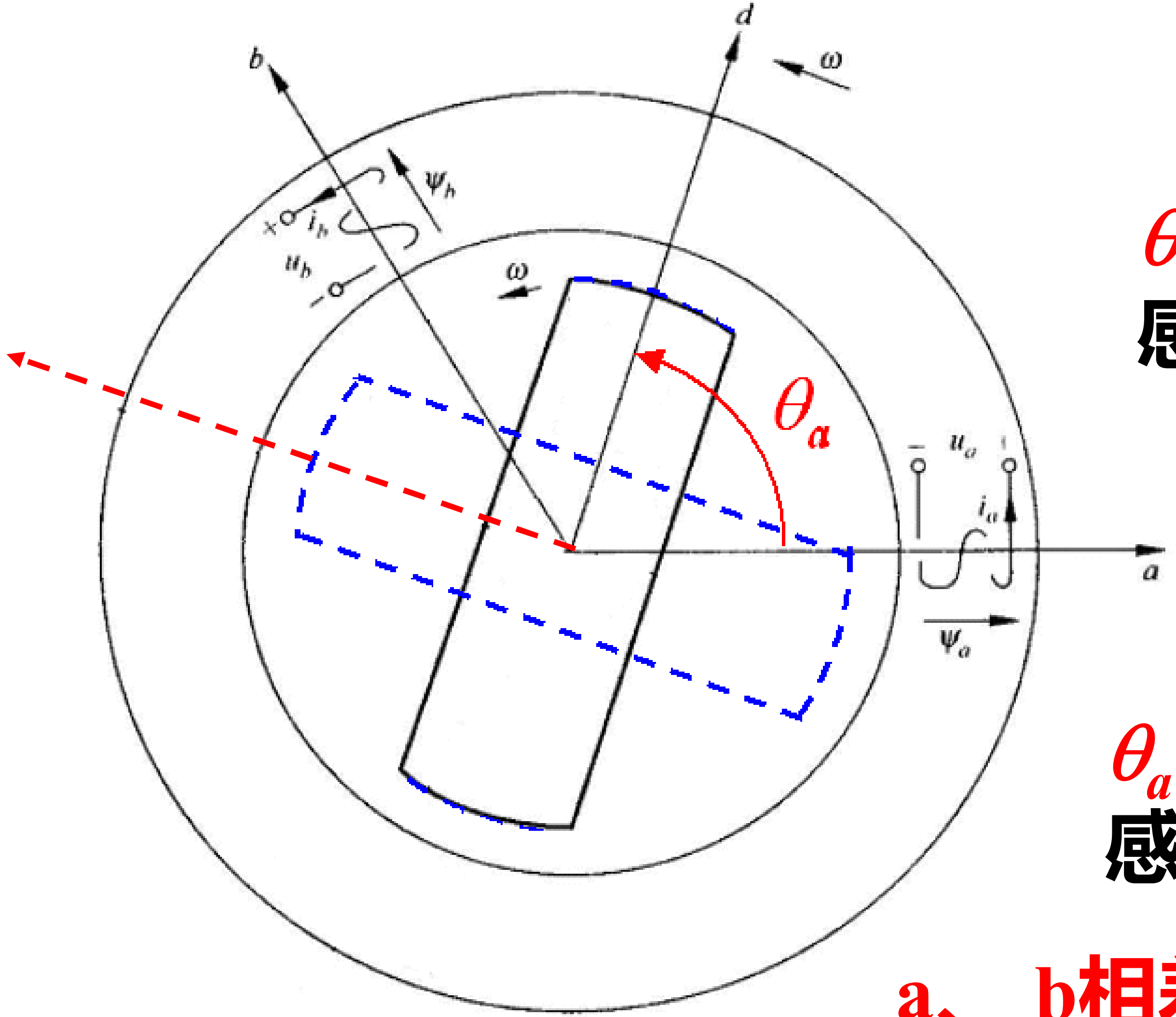
b、c相绕组

$$\begin{cases} L_{bb} = L_s + L_t \cos 2\theta_b = L_s + L_t \cos 2(\theta_a - 120°) \\ L_{cc} = L_s + L_t \cos 2\theta_c = L_s + L_t \cos 2(\theta_a + 120°) \end{cases}$$

（2）定子绕组之间的互感(ab间为例)

a、b相绕组之间磁路磁导如何变化?

转子转动时，磁导周期变化，周期为π。

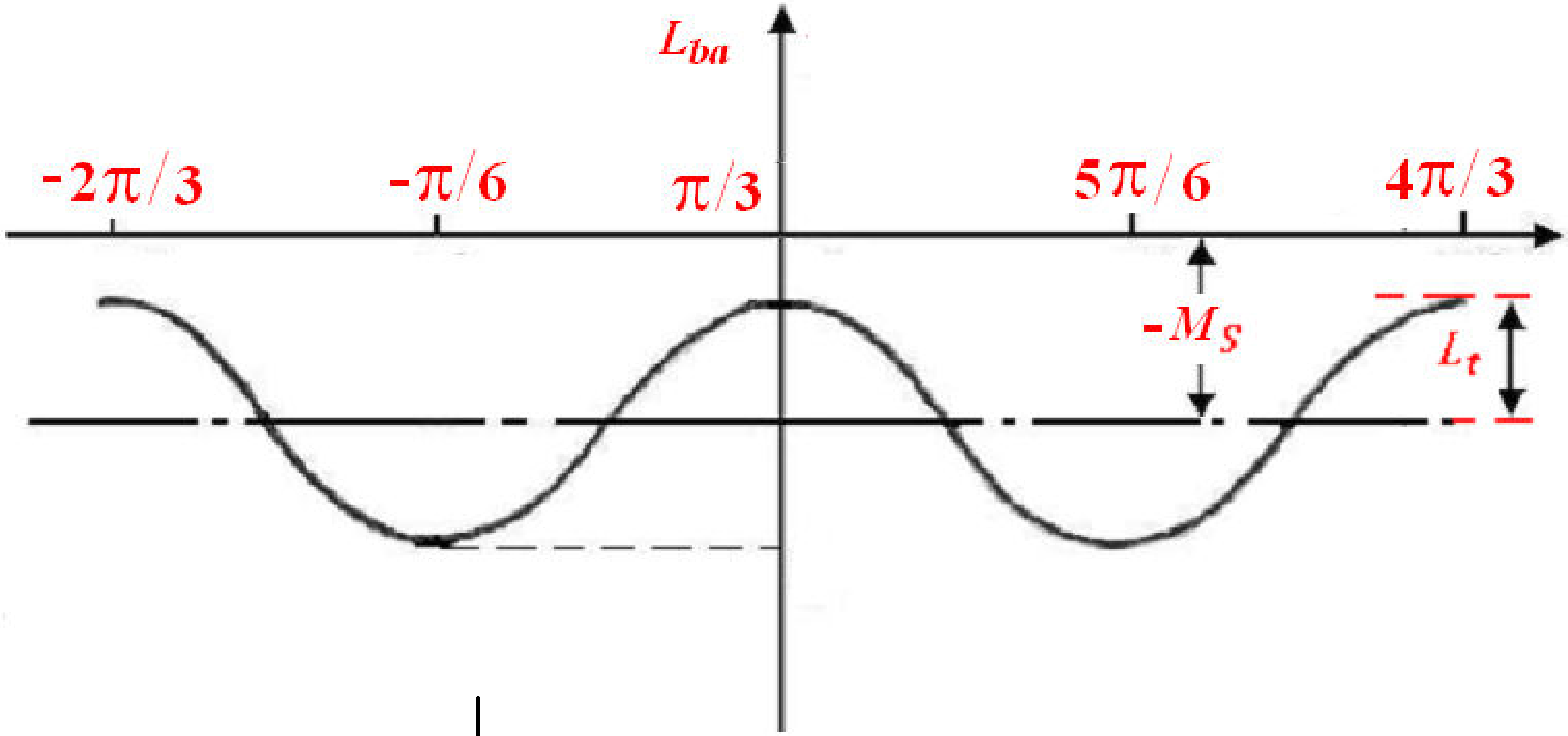


$\theta_a = \pi/3$ 磁导最小，互感绝对值最小

$\theta_a = 5\pi/6$ 磁导最大，互感绝对值最大

a、 b相差120度，互感为负!

a、b相绕组之间互感的变化规律



$$L_{ba} = \left.\frac{\psi_b}{-i_a}\right|_{i_b, i_c, i_f, i_D, i_Q = 0}$$

$$= -M_s - L_t \underline{\cos 2(\theta_a + 30^\circ)}$$

定子绕组之间的互感公式

$$\begin{cases} L_{ba} = L_{ab} = -M_s - L_t \cos 2(\theta_a + 30^\circ) \\ L_{bc} = L_{cb} = -M_s - L_t \cos 2(\theta_b + 30^\circ) \\ L_{ca} = L_{ac} = -M_s - L_t \cos 2(\theta_c + 30^\circ) \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} \theta_{\mathrm{a}} = \omega t + \theta_0 \\ \theta_b = \theta_{\mathrm{a}} - 2\pi/3 \\ \theta_c = \theta_a + 2\pi/3 \end{cases}$$

（3）转子绕组的自感（f绕组为例）

$$L_{ff}=\frac{\psi_f}{i_f}\bigg|_{i_a,i_b,i_c,i_D,i_Q=0}=L_f$$ ＝常数?

同步
发电机
运行动画

定子圆形对称，转子转到任何角度，d轴、q轴对应的磁路均不变化。

同理

$$\begin{cases} L_{DD}=L_D=const \\ L_{QQ}=L_Q=const \end{cases}$$

（4）转子绕组之间的互感

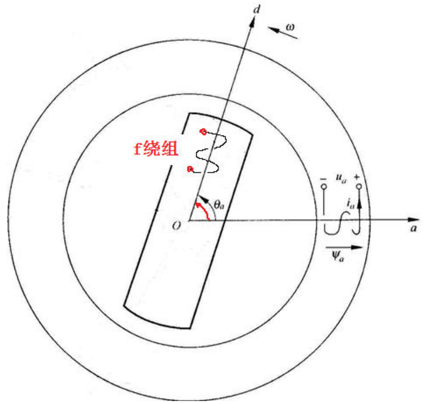
$$L_{fD} = L_{Df}\ , L_{fQ} = L_{Qf}\ , L_{DQ} = L_{QD}$$

$$\begin{cases} L_{fD} = L_{Df} = M_R = const \\ L_{fQ} = L_{Qf} = const = 0 \\ L_{DQ} = L_{QD} = const = 0 \end{cases}$$

d轴与q轴正交，d轴上绕组与q轴上绕组互感为0

(5) 定子、转子绕组之间的互感

$$L_{af} = L_{fa}, L_{bf} = L_{fb}, \dots, L_{cQ} = L_{Qc}$$



a与f绕组间互感

$$L_{af} = L_{fa} = \left.\frac{\psi_f}{-i_a}\right|_{i_b, i_c, i_f, i_D, i_Q = 0} = M_f \cos\theta_a$$

a与Q绕组间互感

$$L_{aQ} = L_{Qa} = \left.\frac{\psi_Q}{-i_a}\right|_{i_b, i_c, i_f, i_D, i_Q = 0}$$

$$= M_Q \cos(\theta_a + 90°) = -M_Q \sin\theta_a$$

其它的定子绕组、转子绕组之间的互感

$$\begin{cases} L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos\theta_b \\ L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos\theta_c \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos\theta_a \\ L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos\theta_b \\ L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos\theta_c \end{cases} \qquad (M_D = const > 0)$$

$$\begin{cases} L_{bQ} = L_{Qb} = -M_Q \sin\theta_b \\ L_{cQ} = L_{Qc} = -M_Q \sin\theta_c \end{cases}$$

§2、同步机的abc三相数学模型

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = p\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \\
&\text{转子运动方程}(\omega\text{的方程})
\end{aligned}
\right.
$$

$$
\begin{cases} u_D \equiv 0 \\ u_Q \equiv 0 \end{cases}
$$

a、b、c、f绕组的接口方程

变系数微分方程组

计算机求解容易

解析分析困难?

§3、派克变换

（1）abc数学模型分析的困难

$$\bar{u}_{abcfDQ} = p\bar{\psi}_{abcfDQ} + \bar{R}\bar{i}_{abcfDQ}$$

$$\bar{i}_{abcfDQ} = \begin{bmatrix} -i_a & -i_b & -i_c & i_f & i_D & i_Q \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \bar{L}_t \bar{i}_{abcfDQ}$$

周期变化

为常数！

$$\bar{u}_{abcfDQ} = \bar{f}(\bar{i}_{abcfDQ}) = ?$$ (接口方程)

模型的特点、优点与缺点

- 特点

---电感周期变化，时变系数微分方程组

- 优点

---电路模型，好理解，好计算；精确！

- 缺点

---电感参数不易获得，阶数高，难分析-变系数

---与电机学中相量模型脱节，物理概念差

1、变成常系数

2、降阶(稳定分析)

3、用相量表示

（2）派克（Park）变换的提出

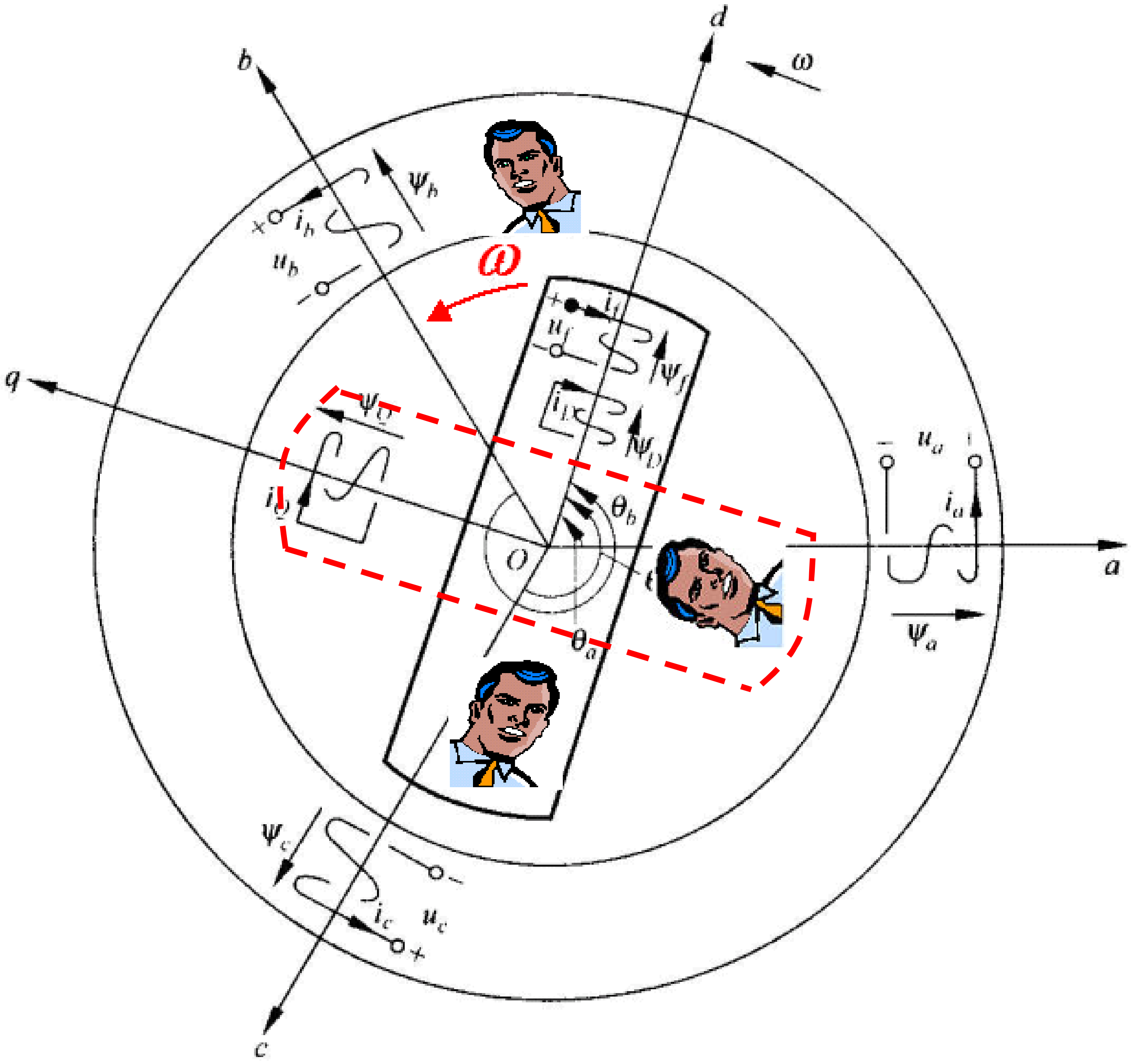
如何变成常系数?

- 电感周期变化的原因？

转子旋转时，定子绕组的磁路发生变化，定转子绕组之间的相对位置发生变化

- **转子绕组自感、互感是常数，为什么?**
- **如果站在转子上观察，电感会如何变化?**
- **如何站在转子上观察?**

旋转坐标变换 - 派克（Park）变换


d
ω
b
q
a
c
O
ω
ψ_b
i_b
u_b
i_f
u_f
ψ_f
i_D
ψ_D
ψ_Q
i_Q
θ_b
θ_a
u_a
i_a
ψ_a
ψ_c
i_c
u_c

平面坐标上看三相电压的几何意义

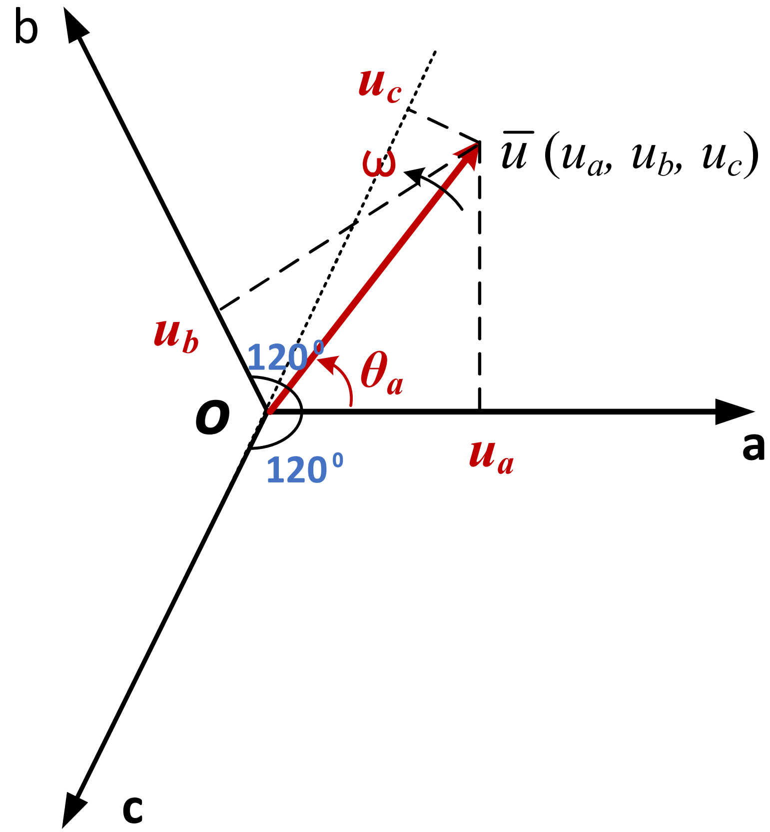
- 数与形结合，理解与启发
- 只要$u_a+u_b+u_c=0$，

  u_a，u_b，u_c可以看成

  综合电压矢量$\bar{u}$在a、b、c

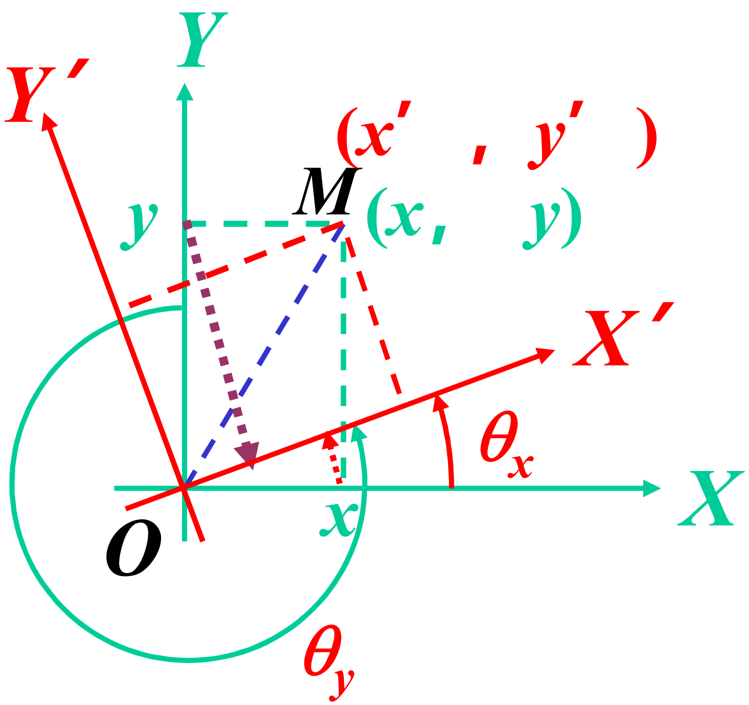
  三个坐标轴上的投影。

$$\begin{cases} u_a = |\bar{u}|\cos\theta_a\ , & \theta_a = \omega t + \theta_0 \\ u_b = |\bar{u}|\cos\theta_b\ , & \theta_b = \theta_a - 120° \\ u_c = |\bar{u}|\cos\theta_c\ , & \theta_c = \theta_a + 120° \end{cases}$$



平面旋转坐标变换

$XOY \text{ - >} X'\ OY'$



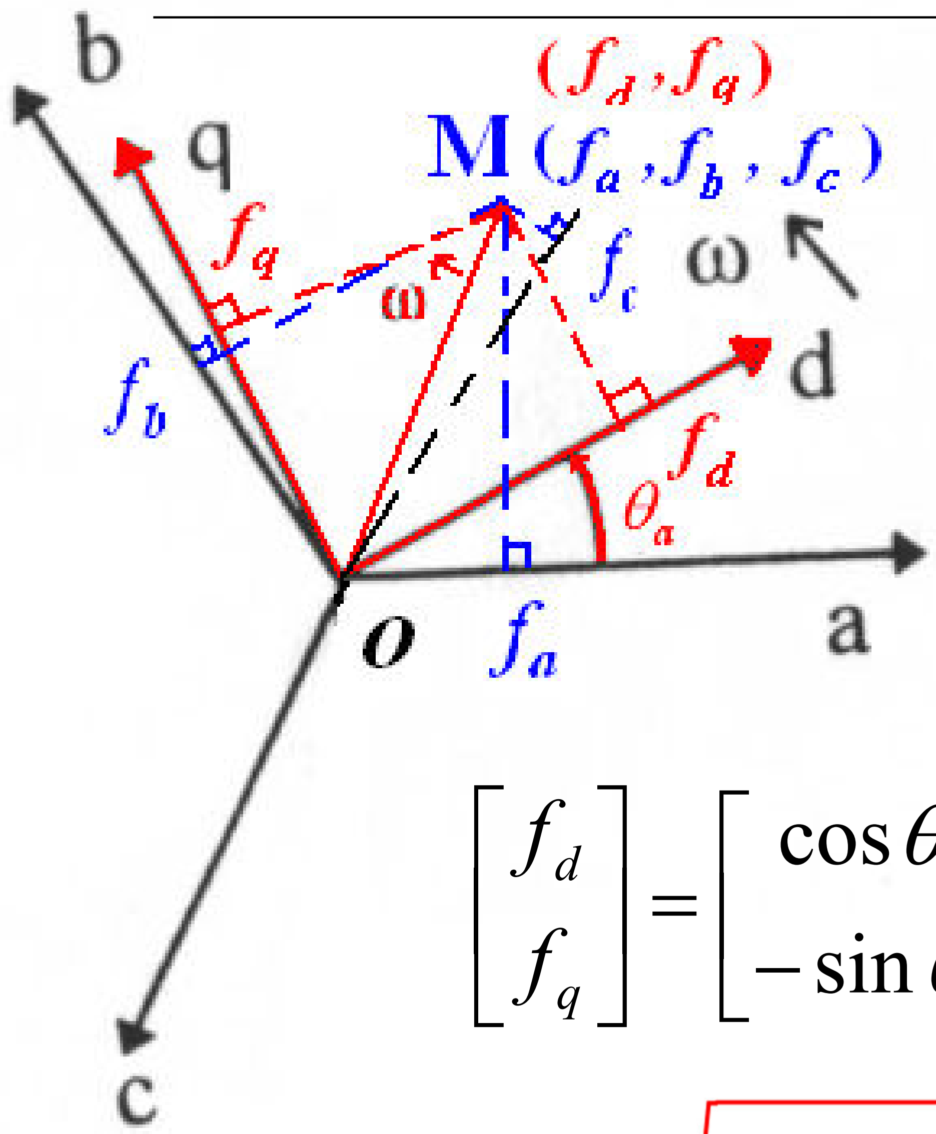
$\theta_y = \theta_x + 270°$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = ?\ x' + jy' = e^{-j\theta_x}(x + jy)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_x & \sin\theta_x \\ -\sin\theta_x & \cos\theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta_x & \cos\theta_y \\ \cos(\theta_x + 90°) & \cos(\theta_y + 90°) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

(3）经典Park变换



问题：

1、3坐标不独立，变2坐标后，长度(电机磁势)发生变化；

2、变换不可逆。

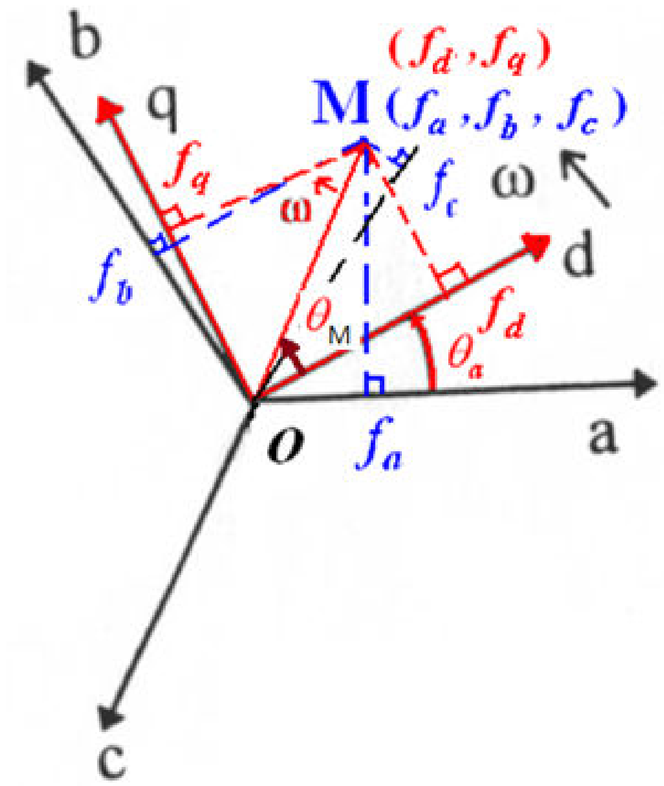
$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

$$\theta_a = \omega t + \theta_0$$

$$OM \neq \sqrt{f_a^2 + f_b^2 + f_c^2} \neq \sqrt{f_d^2 + f_q^2}$$

计算说明

$$\begin{cases} f_a = OM\cos(\theta_a + \theta_M) \\ f_b = OM\cos(\theta_b + \theta_M) \\ f_c = OM\cos(\theta_c + \theta_M) \end{cases}$$



$$f_a + f_b + f_c = 0$$

$$(f_a + f_b + f_c)^2 = 0$$

$$f_a f_b + f_b f_c + f_c f_a = -\frac{1}{2}(f_a^2 + f_b^2 + f_c^2)$$

$$f_d^2 + f_q^2 = (f_a\cos\theta_a + f_b\cos\theta_b + f_c\cos\theta_c)^2 + (f_a\sin\theta_a + f_b\sin\theta_b + f_c\sin\theta_c)^2$$

$$\boxed{f_d^2 + f_q^2 = \frac{3}{2}(f_a^2 + f_b^2 + f_c^2) = \frac{9}{4}OM^2}$$

经典Park变换 - 1928年 Park 提出

1.为保证长度不变($f_a+f_b+f_c=0$)，乘系数：2/3 $OM=\sqrt{f_d^2+f_q^2}$

2.为了保证变换可逆，加入0坐标

$$\boxed{f_0=\frac{1}{3}(f_a+f_b+f_c)=\frac{2}{3}[\frac{1}{2}f_a+\frac{1}{2}f_b+\frac{1}{2}f_c]}$$

经典Park变换：

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}=\overline{C}\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

为时变系数的矩阵，是线性变换?

经典派克变换的逆

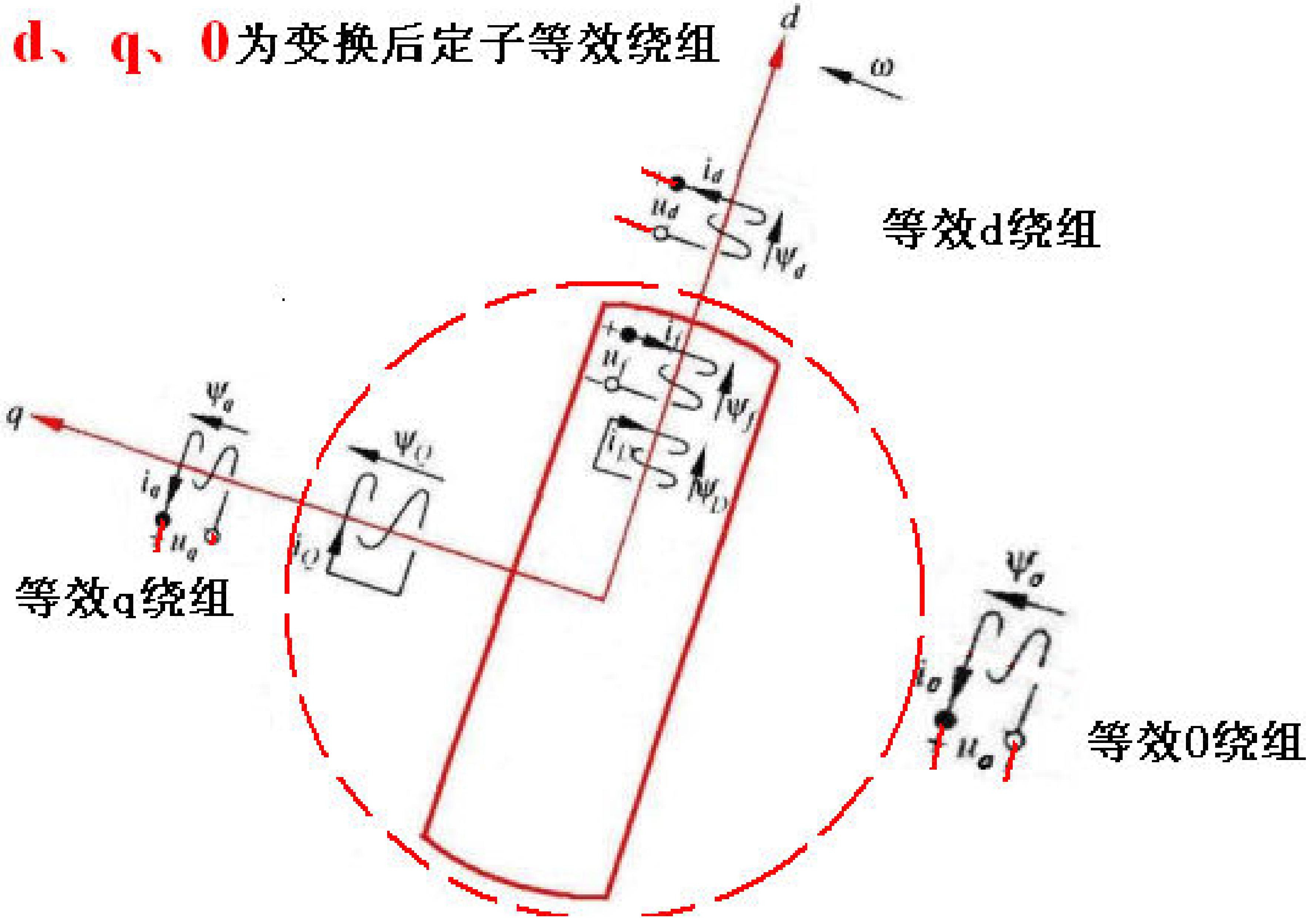
$$\overline{C} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$\overline{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_a & -\sin\theta_a & 1 \\ \cos\theta_b & -\sin\theta_b & 1 \\ \cos\theta_c & -\sin\theta_c & 1 \end{bmatrix}$$

$$\overline{C} \bullet \overline{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \overline{E}$$

是不是正交变换?

派克变换后电机等效图（重点）



派克变换将定子abc坐标变换到与转子同步旋转的dq0坐标

定子绕组abc变量 ⟷ **dq0绕组变量**

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \underset{\boxed{\overline{C}^{-1}}}{\overset{\boxed{\overline{C}}}{\rightleftarrows}} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}$$

注：本课程中全部采用经典派克变换。

(4) 正交Park变换

$$\overline{C} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$$

正交化

$$\overline{C}_m = \sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

正交矩阵

正交变换?

各种衍生的变换

取$\theta_a=0$，得到α β 0变换

$$\overline{C}_{\alpha\beta 0}=\frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

正交α β 0变换

$$\overline{C}_{m\alpha\beta 0}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

••••••

§4、同步电机的Park方程

(1) 定子绕组电压方程的变换

abc绕组电压方程

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} - r\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

令

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

abc坐标变换为dq0坐标

$$\overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\left(\overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}\right) - r\cdot\overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = \overline{C}\frac{d}{dt}\left\{\overline{C}^{-1}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}\right\} - r\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

关键

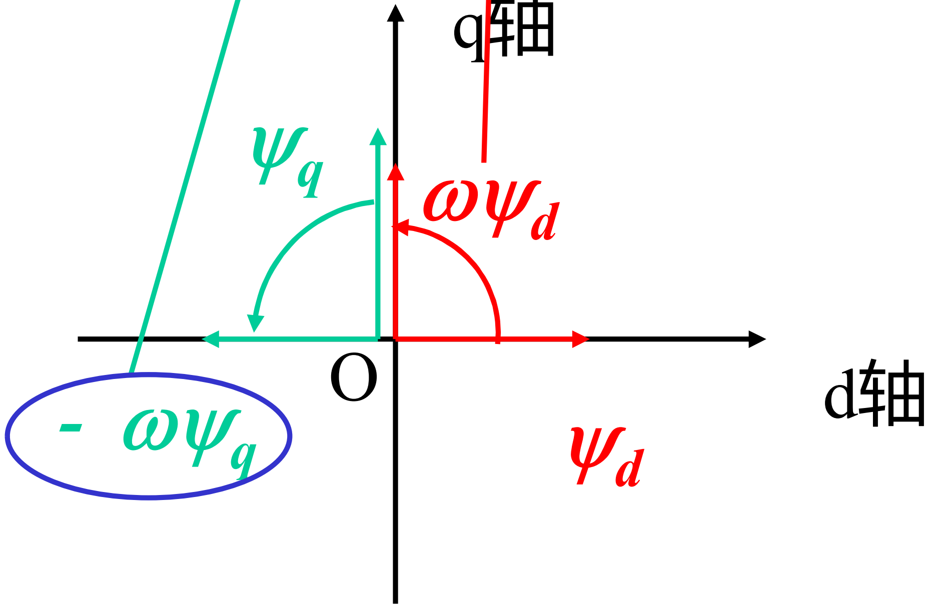
$$\therefore \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 \\ \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} - r\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

定子绕组电压方程

切割电势 变压器电势

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega\psi_q \\ \omega\psi_d \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} + r\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \end{bmatrix}$$

如何记?



（2）Park电压方程

绕组电压方程特点：多出切割电势项！

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p\psi_d \boxed{-\omega\psi_q} \\ p\psi_q \boxed{+\omega\psi_d} \\ p\psi_0 \\ p\psi_f \\ p\psi_D \\ p\psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

(3）绕组磁链方程的变换

矩阵分块与简写

$$\begin{array}{c} \boxed{\bar{\psi}_{abc}} \\ \boxed{\bar{\psi}_{fDQ}} \end{array} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \hline \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ \hline L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{array}\right] \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ \hline i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \begin{array}{c} \boxed{-\bar{i}_{abc}} \\ \boxed{\bar{i}_{fDQ}} \end{array}$$

$$\boxed{\bar{L}_{11}} \qquad \boxed{\bar{L}_{12}^T} \qquad \boxed{\bar{L}_{12}} \qquad \boxed{\bar{L}_{22}}$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} \bar{\psi}_{abc} \\ \bar{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{L}_{11} & \bar{L}_{12} \\ \bar{L}_{12}^T & \bar{L}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\bar{i}_{abc} \\ \bar{i}_{fDQ} \end{bmatrix}}$$

令

$$\bar{i}_{dq0}=\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix},\ \bar{\psi}_{dq0}=\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\psi}_{abc} \\ \bar{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{L}_{11} & \bar{L}_{12} \\ \bar{L}_{12}^T & \bar{L}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\bar{i}_{abc} \\ \bar{i}_{fDQ} \end{bmatrix}$$

进行Park变换

$$\begin{bmatrix} \bar{C}^{-1}\bar{\psi}_{dq0} \\ \bar{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{L}_{11} & \bar{L}_{12} \\ \bar{L}_{12}^T & \bar{L}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\bar{C}^{-1}\bar{i}_{dq0} \\ \bar{i}_{fDQ} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \bar{\psi}_{dq0} \\ \bar{\psi}_{fDQ} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{C}\bar{L}_{11}\bar{C}^{-1} & \bar{C}\bar{L}_{12} \\ \bar{L}_{12}^T\bar{C}^{-1} & \bar{L}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\bar{i}_{dq0} \\ \bar{i}_{fDQ} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{L}_{ss} & \bar{L}_{sr} \\ \bar{L}_{rs} & \bar{L}_{rr} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -\bar{i}_{dq0} \\ \bar{i}_{fDQ} \end{bmatrix}$$

Park变换后磁链方程

特点：电感为常数但互感不可逆！

$$\begin{bmatrix}\psi_d\\ \psi_q\\ \psi_0\\ \psi_f\\ \psi_D\\ \psi_Q\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}L_d & 0 & 0 & M_f & M_D & 0\\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & M_Q\\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0\\ \frac{3}{2}M_f & 0 & 0 & L_f & M_R & 0\\ \frac{3}{2}M_D & 0 & 0 & M_R & L_D & 0\\ 0 & \frac{3}{2}M_Q & 0 & 0 & 0 & L_Q\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-i_d\\ -i_q\\ -i_0\\ i_f\\ i_D\\ i_Q\end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned}&L_{df}(M_f)\neq L_{fd}(\frac{3}{2}M_f)\\ &L_{dD}(M_D)\neq L_{Dd}(\frac{3}{2}M_D)\\ &L_{qQ}(M_Q)\neq L_{Qq}(\frac{3}{2}M_Q)\end{aligned}}$$

问题：

1、系数矩阵不对称

2、电感参数不易得到

怎么办？

（4）同步机的有名值Park方程

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = p\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \overline{u}_{dq0fDQ} = p\overline{\psi}_{dq0fDQ} + \overline{R}\,\overline{i}_{dq0fDQ} + \overline{W}\,\overline{\psi}_{dq0fDQ} \\ \overline{\psi}_{dq0fDQ} = \overline{L}\,\overline{i}_{dq0fDQ} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & M_f & M_D & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & M_Q \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ 3/2\cdot M_f & 0 & 0 & L_f & M_R & 0 \\ 3/2\cdot M_D & 0 & 0 & M_R & L_D & 0 \\ 0 & 3/2\cdot M_Q & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

§5、标幺值派克方程

（1）基值选取的原则

1、标幺值方程与有名值方程**形式一致**；

2、选取电感基值，解决dq0有名值磁链方程中互感不可逆的问题，即**标幺值方程中，互感要完全可逆**；

3、使传统电机参数（如X_d、X_q，X_{ad}、X_{aq}**的标幺值**）保留在标幺值方程中，可以大大减少参数准备的工作量。**电感的标幺值等于电抗的标幺值！**

（2） 标幺值Park方程

电压方程：

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \\ u_f \\ u_D \\ u_Q \end{bmatrix} = p\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix}$$

磁链方程：

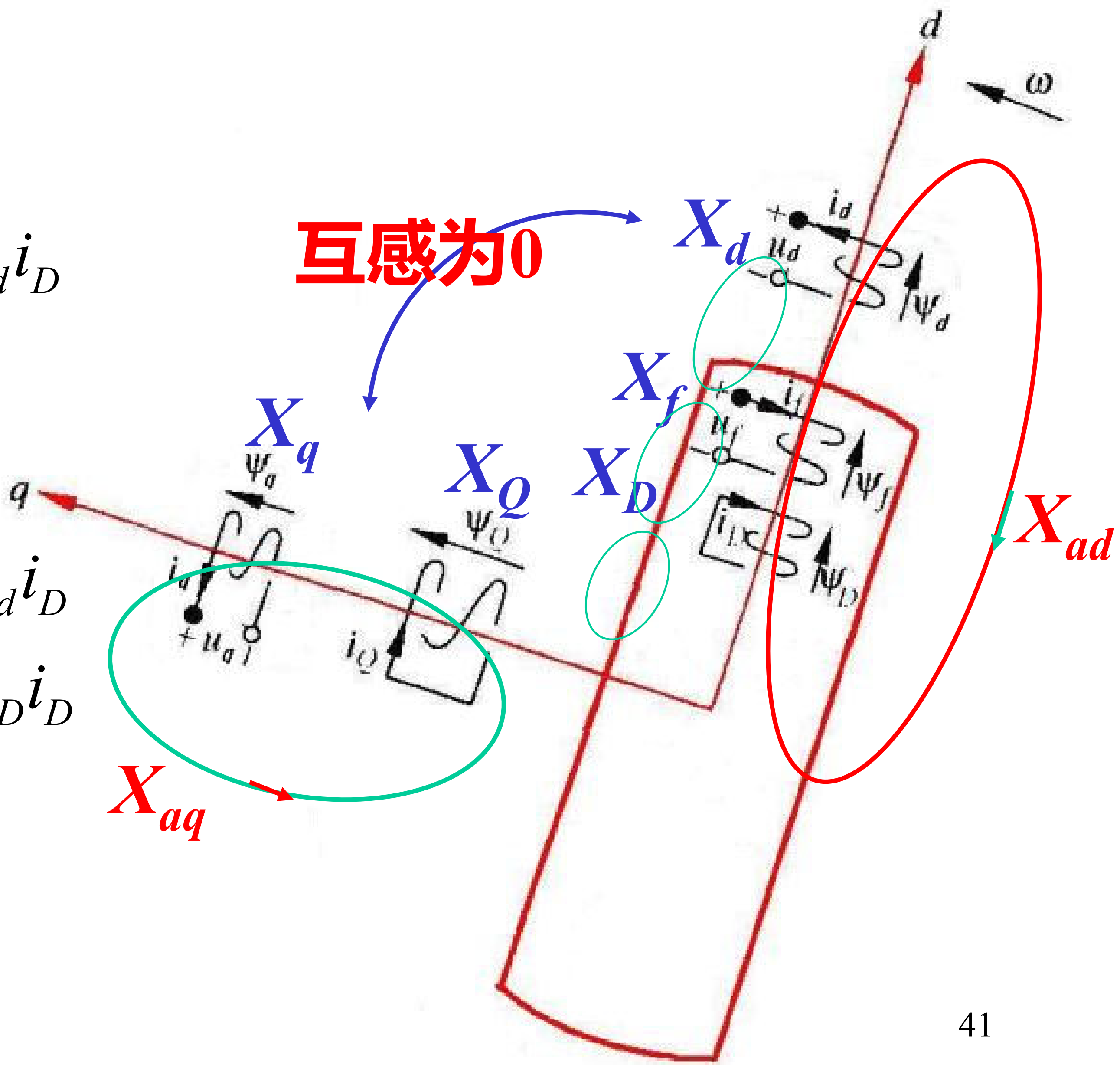
电感为常数且可逆

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_D \\ \psi_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d & 0 & 0 & X_{ad} & X_{ad} & 0 \\ 0 & X_q & 0 & 0 & 0 & X_{aq} \\ 0 & 0 & X_0 & 0 & 0 & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_f & X_{ad} & 0 \\ X_{ad} & 0 & 0 & X_{ad} & X_D & 0 \\ 0 & X_{aq} & 0 & 0 & 0 & X_Q \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_0 \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}$$

磁链方程按自感互感直接列写

$$\begin{cases}\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{ad} i_D \\ \psi_q = -X_q i_q + X_{aq} i_Q \\ \psi_0 = -X_0 i_0\end{cases}$$

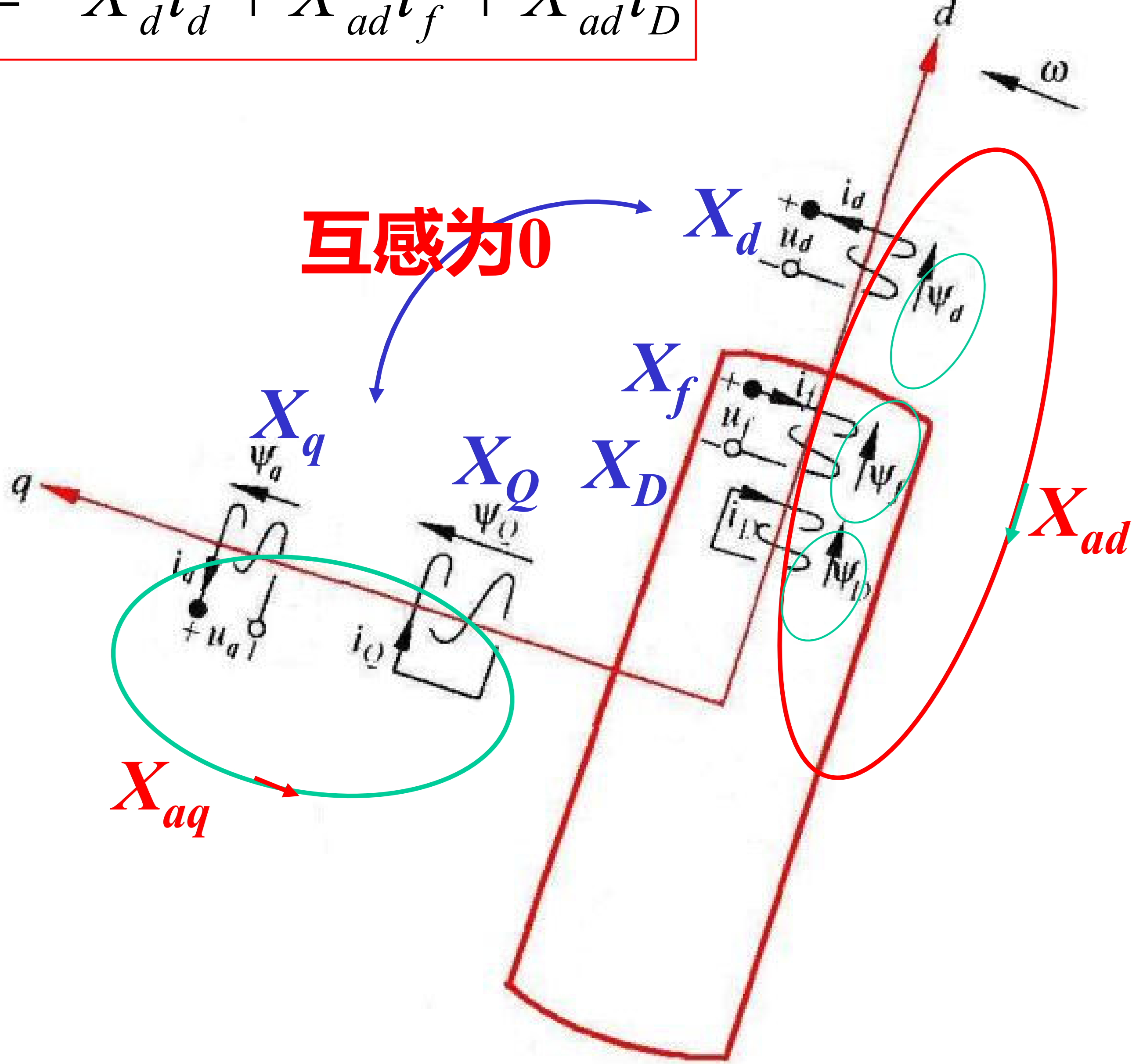
$$\begin{cases}\psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f + X_{ad} i_D \\ \psi_D = -X_{ad} i_d + X_{ad} i_f + X_D i_D \\ \psi_Q = -X_{aq} i_q + X_Q i_Q\end{cases}$$



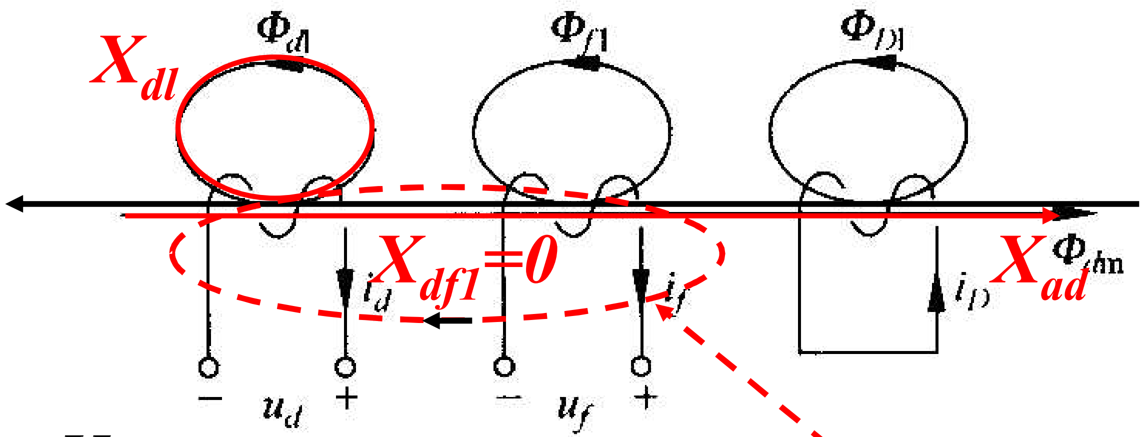
Ψ_d=?　$\boxed{\psi_d = -X_d i_d + X_{df} i_f + X_{dD} i_D}$　（一般情况）

Park方程　$\boxed{\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{ad} i_D}$

差别?



注意：假定d、f、D绕组之间不存在只链接两个绕组而不链接第三个绕组的磁链，即绕组的磁链要么只链接自己，要么同时链接3个绕组。



$$\begin{cases} X_d = X_{ad} + X_{dl} \\ X_f = X_{ad} + X_{fl} \\ X_D = X_{ad} + X_{Dl} \end{cases}$$

同样：

$$\begin{cases} X_q = X_{aq} + X_{ql} \\ X_Q = X_{aq} + X_{Ql} \end{cases}$$

漏抗

§6、机端短路的计算机计算

（1）微分方程组数值解法（复习）

一阶微分方程组的初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{X}}{dt} = \bar{f}(\bar{X}, t) \\ \bar{X}(t_0) = \bar{X}_0 \end{cases} \qquad (t \geq t_0)$$

$\bar{X} \in R^m$, $\quad \bar{f} : R^m \times R \to R^m$的向量函数

如何数值上求解$t>t_0$后 $\bar{X}$ 的值

微分方程组数值解法：四阶龙格 - 库塔公式

$$\bar{X}_{n+1} = \bar{X}_n + \frac{\bar{K}_1 + 2\bar{K}_2 + 2\bar{K}_3 + \bar{K}_4}{6} \bullet h$$

$$\text{where } \bar{K}_1 = \bar{f}(\bar{X}_n, t_n)$$

$$\bar{K}_2 = \bar{f}(\bar{X}_n + \frac{h}{2}\bar{K}_1, t_n + \frac{h}{2})$$

$$\bar{K}_3 = \bar{f}(\bar{X}_n + \frac{h}{2}\bar{K}_2, t_n + \frac{h}{2})$$

$$\bar{K}_4 = \bar{f}(\bar{X}_n + h\bar{K}_3, t_n + h)$$

*h*为步长

（2）机端短路所用的数学模型

a、采用abc三相有名值模型计算（自学）

已知条件

电阻，各自感、互感中的常数；

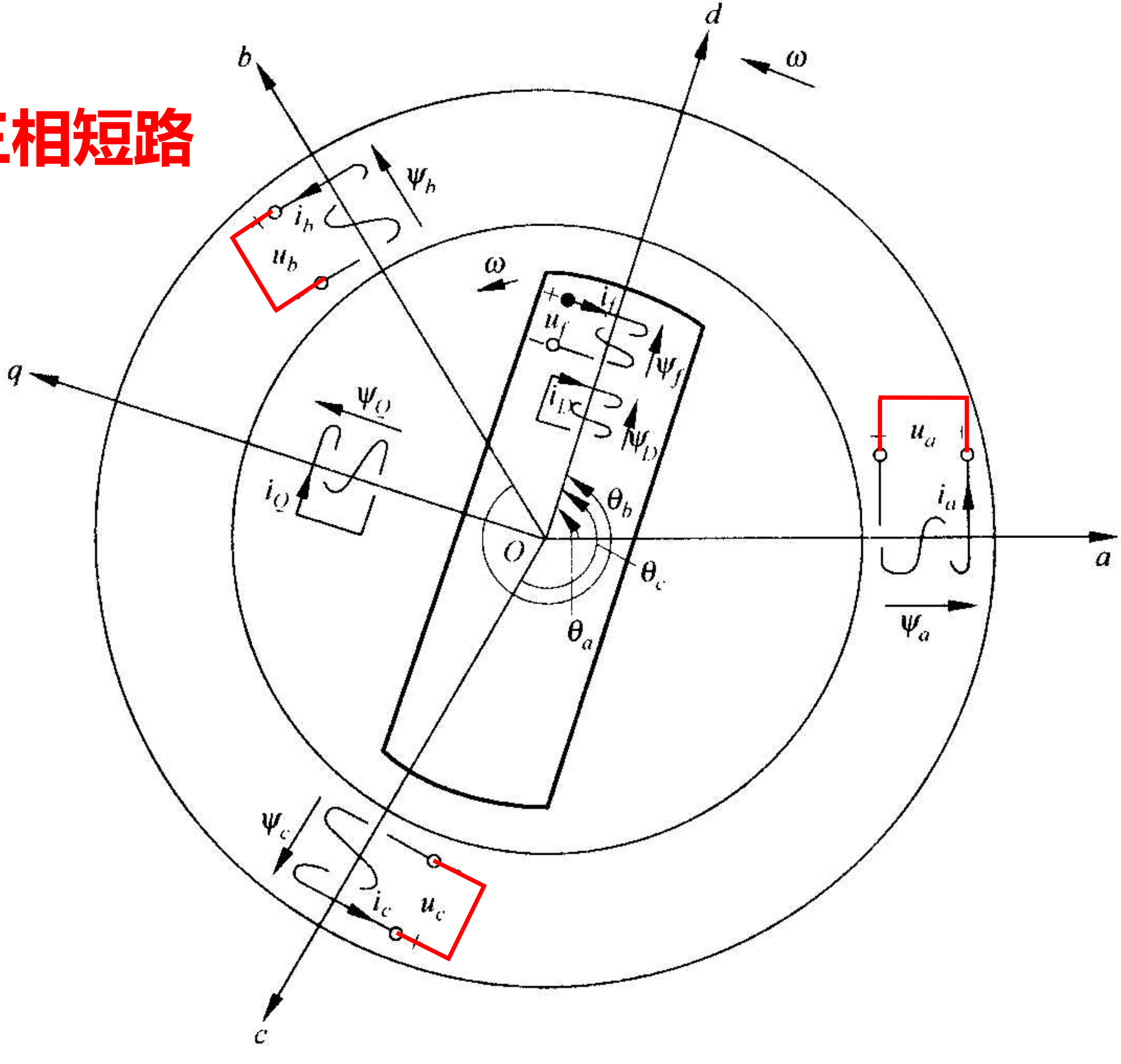
各电流在短路前瞬间的值；

短路发生后各绕组电压电流的接口关系。

求解

短路后各绕组的电压，电流，磁链数值随时间变化的情况。

机端三相短路



采用矩阵形式表示

$$\begin{cases} \overline{u}_{abcfDQ} = p\overline{\psi}_{abcfDQ} + \overline{R}\overline{i}_{abcfDQ} \\ \overline{\psi}_{abcfDQ} = \overline{L}_t \overline{i}_{abcfDQ} \end{cases}$$

$$p\overline{\psi}_{abcfDQ} = (p\overline{L}_t)\overline{i}_{abcfDQ} + \overline{L}_t p\overline{i}_{abcfDQ}$$ 代入

化为一阶微分方程组形式

$$\boxed{p\overline{i}_{abcfDQ} = \overline{L}_t^{-1}\overline{u}_{abcfDQ} - [\overline{L}_t^{-1} p\overline{L}_t + \overline{L}_t^{-1}\overline{R}]\overline{i}_{abcfDQ}}$$

已知条件

（1）短路前瞬间的电流值：

$$\begin{bmatrix} -i_a(0^-) \\ -i_b(0^-) \\ -i_c(0^-) \\ i_f(0^-) \\ i_D(0^-) \\ i_Q(0^-) \end{bmatrix}$$

（2）短路时刻转子所处位置：$\theta_a(0^-)$

（3）短路后定子绕组a、b、c的接口方程，励磁绕组f的接口方程。如机端三相短路且励磁绕组电压不变，有

$$\begin{cases} u_a(t)=0 \\ u_b(t)=0 \\ u_c(t)=0 \\ u_f(t)=u_f(0^-) \\ u_D=0 \\ u_Q=0 \end{cases} \quad (t>0)$$

机端三相短路后的微分方程组及初值

$$
\begin{cases}
p\bar{i}_{abcfDQ} = \bar{L}_t^{-1}\bar{u}_{abcfDQ} - [\bar{L}_t^{-1}p(\bar{L}_t) + \bar{L}_t^{-1}\bar{R}]\bar{i}_{abcfDQ} \\
\bar{i}_{abcfDQ}(0^-) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & u_f(0^-)/r_f & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \\
\bar{u}_{abcfDQ}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & u_f(0^-) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T
\end{cases}
$$

利用计算机求出三相短路后各绕组电流、磁链数值

abc三相有名值方程计算的优缺点

优点：简单明了，得出数值即为电机的实际电流、电压、磁链数值。

缺点：变系数微分方程，数值计算**收敛速度慢一些**；各个电感、互感参数的常数不易获得，因为厂家只给出传统参数，要求这些参数需要转换（**较繁琐**）。

b、采用dq0有名值模型计算

要求：1.描述短路后的微分方程组

2.初始条件

已知：

(1) 发电机的数学模型、各电感、电阻参数

（2）短路时刻转子所处位置： $\theta_a(0^-)$

（3）短路前瞬间的电流值：

$$\begin{bmatrix} -i_a(0^-) \\ -i_b(0^-) \\ -i_c(0^-) \\ i_f(0^-) \\ i_D(0^-) \\ i_Q(0^-) \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -i_d(0^-) \\ -i_q(0^-) \\ -i_0(0^-) \\ i_f(0^-) \\ i_D(0^-) \\ i_Q(0^-) \end{bmatrix}$$

（4）三相短路后定子*a*、*b*、*c*绕组的接口方程，转子*f*、*D*、*Q*绕组的接口方程。

$$\begin{cases} u_a(t)=0 \\ u_b(t)=0 \\ u_c(t)=0 \\ u_f(t)=u_f(0^-) \\ u_D=0 \\ u_Q=0 \end{cases} (t>0) \rightarrow \begin{cases} u_d(t)=0 \\ u_q(t)=0 \\ u_0(t)=0 \\ u_f(t)=u_f(0^-) \\ u_D=0 \\ u_Q=0 \end{cases} (t>0)$$

发电机的微分方程组：

$$\overline{u}_{dq0fDQ} = p\overline{\psi}_{dq0fDQ} + \overline{R}\overline{i}_{dq0fDQ} + \overline{W}\overline{\psi}_{dq0fDQ}$$

$$\overline{\psi}_{dq0fDQ} = \overline{L}\overline{i}_{dq0fDQ}$$

化为一阶微分方程组形式

$$\boxed{p\overline{i}_{dq0fDQ} = \overline{L}^{-1}\overline{u}_{dq0fDQ} - \overline{L}^{-1}(\overline{R} + \overline{W}\cdot\overline{L})\overline{i}_{dq0fDQ}}$$

机端三相短路后的微分方程组及初值

$$
\begin{cases}
\begin{cases}
p\bar{i}_{dq0fDQ} = \bar{L}^{-1}\bar{u}_{dq0fDQ} - \bar{L}^{-1}(\bar{R} + \bar{W}\cdot\bar{L})\bar{i}_{dq0fDQ} \\
\bar{u}_{dq0fDQ}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & u_f(0^-) & 0 & 0 \end{bmatrix}^T
\end{cases} \\
\bar{i}_{dq0fDQ}(0^-) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & u_f(0^-)/r_f & 0 & 0 \end{bmatrix}^T
\end{cases}
$$

利用计算机求解

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&\bar{i}_{dq0fDQ}(t) = ? \\
&\bar{\psi}_{dq0fDQ}(t) = \bar{L}\cdot\bar{i}_{dq0fDQ}(t)
\end{aligned}
}
$$

$\xrightarrow{\overline{C}^{-1}}$ abc三相电压、电流、磁链

$\theta_a(0^-)$

c、采用dq0标幺值模型计算

计算方法与采用有名值模型相同！

优点： 参数容易获得，常系数微分方程，计算速度快。

缺点： 不够直接，需转化为有名值，再转化为abc分量两步。

（3）用有名值Park方程计算短路（例题）

已知：额定容量为500MVA，额定电压30kV，额定频率50Hz的空载运行的同步发电机，励磁电压400V恒定，其参数如下：

$$L_d = 0.0072H, L_q = 0.0070H, L_D = 0.0068H, r_D = 0.015\Omega,$$

$$L_Q = 0.0016H, r_Q = 0.015\Omega, L_f = 2.50H, r_f = 0.40\Omega,$$

$$M_f = 0.10H, M_D = 0.0054H, M_Q = 0.0026H, M_R = 0.125H,$$

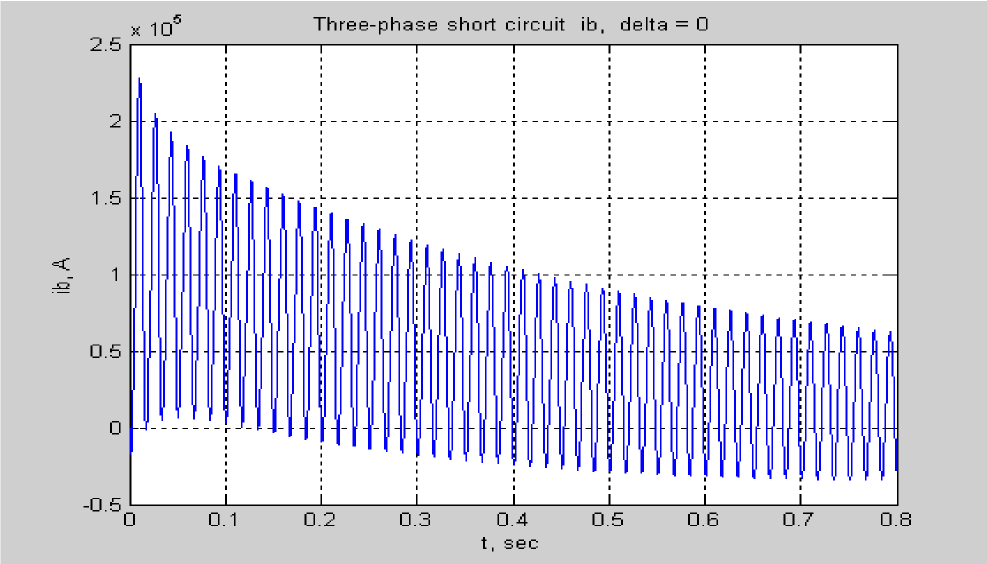
$$r = 0.0020\Omega, L_0 = 0.001H$$

机端在$\theta_a = 0$时刻突然发生三相短路，试用Matlab计算其abc三相的短路电流。

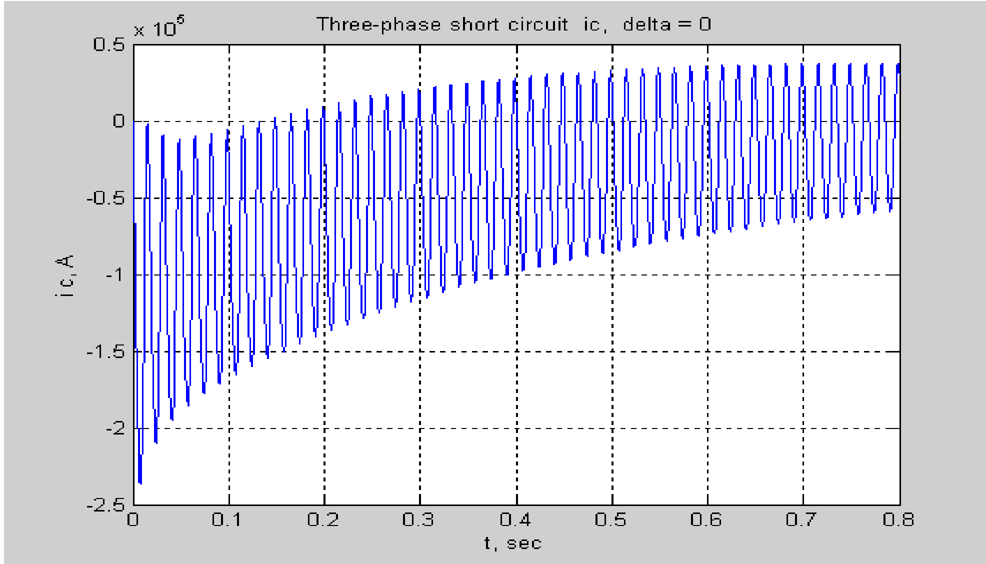
Matlab 计算 程序

短路电流计算的结果

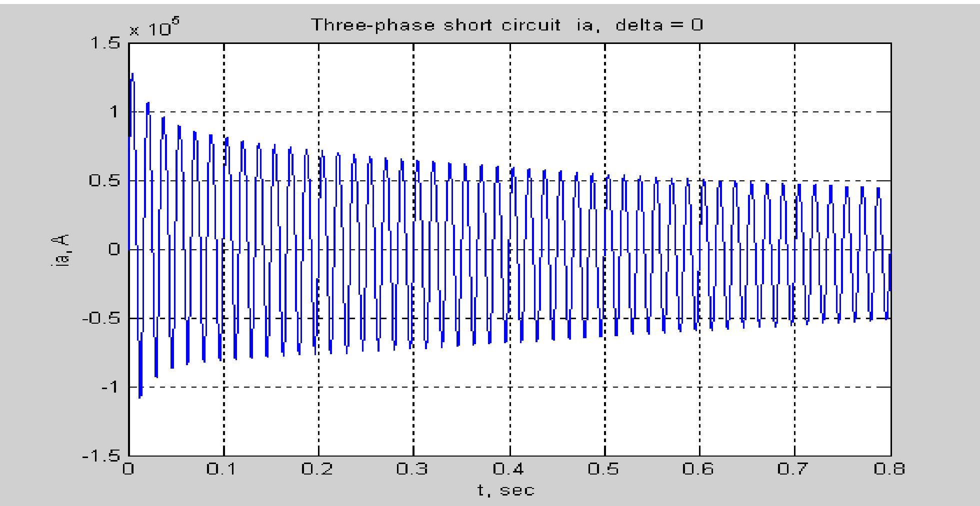
i_a



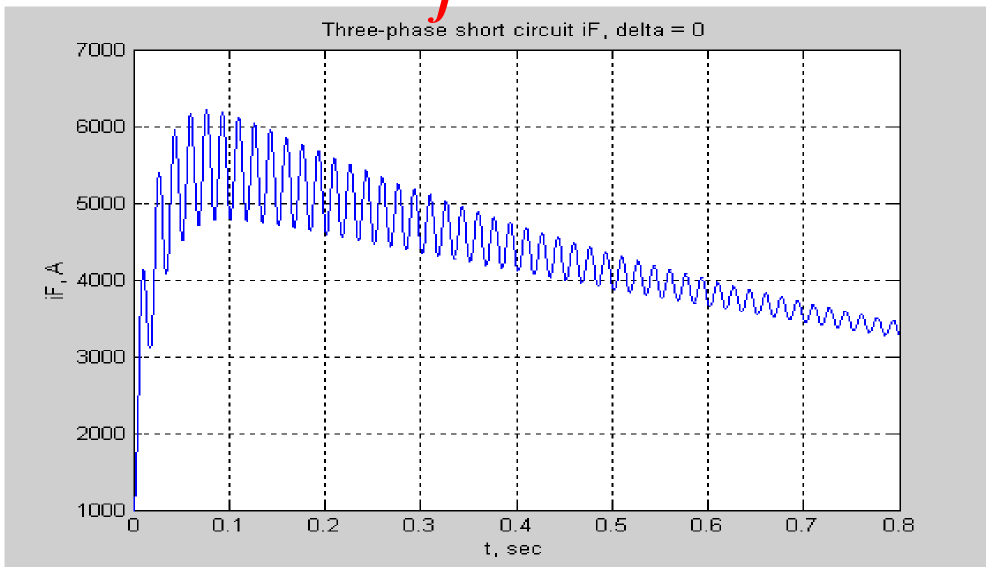
i_b



i_c



i_f



作业

1、对于理想同步发电机，转子以匀角速度ω逆时针旋转，定子abc三相通以角频率为ω的正弦电流i_a、i_b、i_c，已知$i_a+i_b+i_c=0$，试问当$\theta_a=0°$和$\theta_a=90°$时a相绕组的等值电感$L_a=-\psi_a/i_a$等于多少?

2、已知：$\boxed{\bar{C}_m}$为正交派克变换矩阵，$\theta_a=\omega t+\theta_0$

$$\begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\omega t+\varphi_0) \\ \sin(\omega t+\varphi_0-2\pi/3) \\ \sin(\omega t+\varphi_0+2\pi/3) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\omega t+\varphi_0) \\ \sin(\omega t+\varphi_0+2\pi/3) \\ \sin(\omega t+\varphi_0-2\pi/3) \end{bmatrix}$$

求：$\begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \\ i_{01} \end{bmatrix} = \bar{C}_m \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{b1} \\ i_{c1} \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} i_{d2} \\ i_{q2} \\ i_{02} \end{bmatrix} = \bar{C}_m \begin{bmatrix} i_{a2} \\ i_{b2} \\ i_{c2} \end{bmatrix}$

并从几何上解释结果为什么是交流量与直流量。

3、对于理想电机，转子以匀角速度ω逆时针旋转，转子d轴面对磁路的磁导为λd；q轴面对磁路的磁导为λq，证明

$$L_{ba}=\frac{\psi_b}{-i_a}\bigg|_{i_b,\ i_c,\ i_f,\ i_D,\ i_Q=0}=\frac{W\varphi_b}{-i_a}=-M_s-L_t\cos 2(\theta_a+30^\circ)$$

其中*W*为b绕组匝数，*M*s>0，*L*t>0，θa=ωt。（提示：阅读讲义Chap 2.1.3）

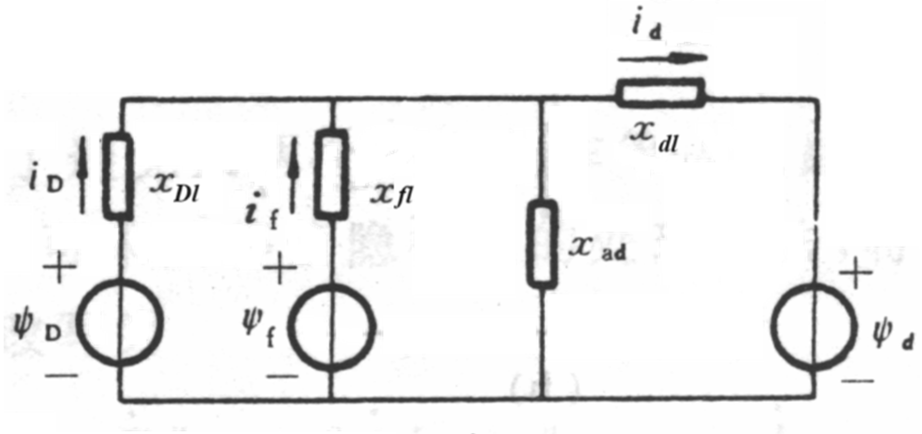
4、简述：（1）为什么要进行派克变换？（2）为什么要对派克方程进行标幺化？

5、标幺值Park磁链方程可用电路等效如图所示

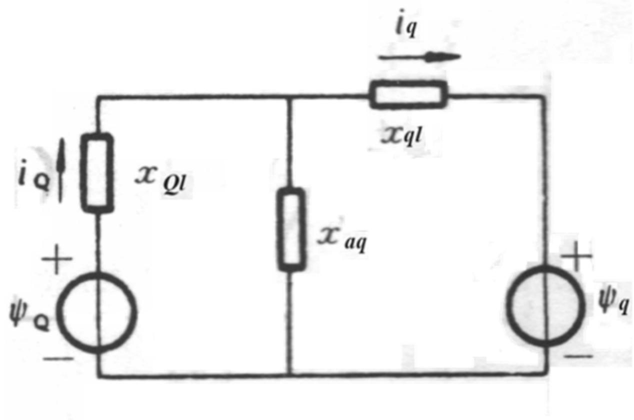
$$
\begin{cases}
\psi_d = -X_d i_d + X_{ad} i_f + X_{ad} i_D = X_{ad}(-i_d + i_f + i_D) + X_{dl}(-i_d) \\
\psi_q = -X_q i_q + X_{aq} i_Q = X_{aq}(-i_q + i_Q) + X_{ql}(-i_q) \\
\psi_0 = -X_0 i_0 \\
\psi_f = -X_{ad} i_d + X_f i_f + X_{ad} i_D = X_{ad}(-i_d + i_f + i_D) + X_{fl} i_f \\
\psi_D = -X_{ad} i_d + X_{ad} i_f + X_D i_D = X_{ad}(-i_d + i_f + i_D) + X_{Dl} i_D \\
\psi_Q = -X_{aq} i_q + X_Q i_Q = X_{aq}(-i_q + i_Q) + X_{Ql} i_Q
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
X_d = X_{ad} + X_{dl} \\
X_f = X_{ad} + X_{fl} \\
X_D = X_{ad} + X_{Dl}
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
X_q = X_{aq} + X_{ql} \\
X_Q = X_{aq} + X_{Ql}
\end{cases}
$$

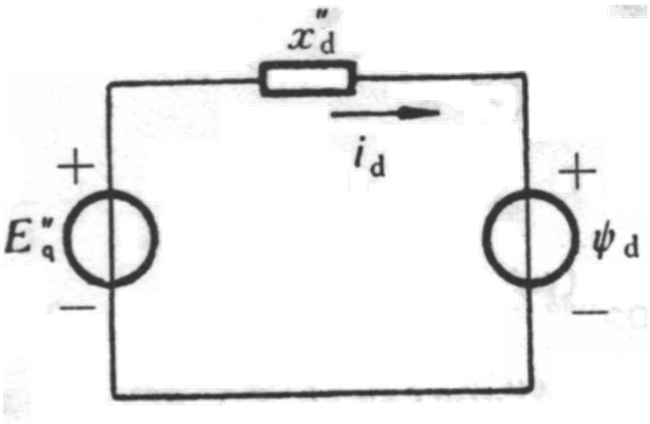


(a)

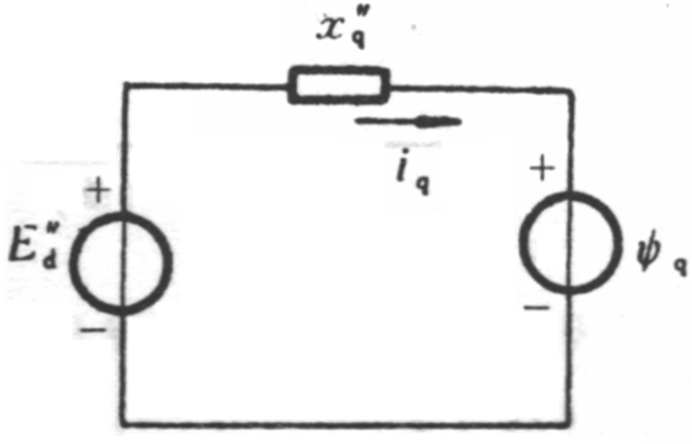


(b)

可分别用戴维南等效为如下电路，试写出 E_q'' , X_d'' , E_d'' , X_q'' **的表达式并画出** X_d'' , X_q'' **的等效电路。**



(a)



(b)

6、已知：额定容量为500MVA，额定电压30kV，额定频率50Hz的空载运行的同步发电机，励磁电压400V恒定，其参数如下：

$$L_d = 0.0072H, L_q = 0.0070H, L_D = 0.0068H, r_D = 0.015\Omega,$$

$$L_Q = 0.0016H, r_Q = 0.015\Omega, L_f = 2.50H, r_f = 0.40\Omega,$$

$$M_f = 0.10H, M_D = 0.0054H, M_Q = 0.0026H, M_R = 0.125H,$$

$$r = 0.0020\Omega, L_0 = 0.001H$$

机端突然发生三相短路，试用Matlab计算其abc三相的短路电流， 分别找出a相短路电流达到最大值的时刻。（$\theta_a(0)$分别为0，π/2，π；时间 0 - 1.0秒）。

研讨题：如何建立风电机组的暂态模型，并阐述与理想同步发电机的异同点。（试选取一种风电机组进行讨论）