



清华大学电机工程与应用电子技术系  
Department of Electrical Engineering, Tsinghua University

# 电力系统分析与控制 (30220562-5)

## 第五讲 线性最优潮流

2024-3-21



# 课程提纲

## Outlines



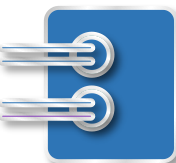
**线性最优潮流 Linear OPF**

**电力系统调度模型介绍**

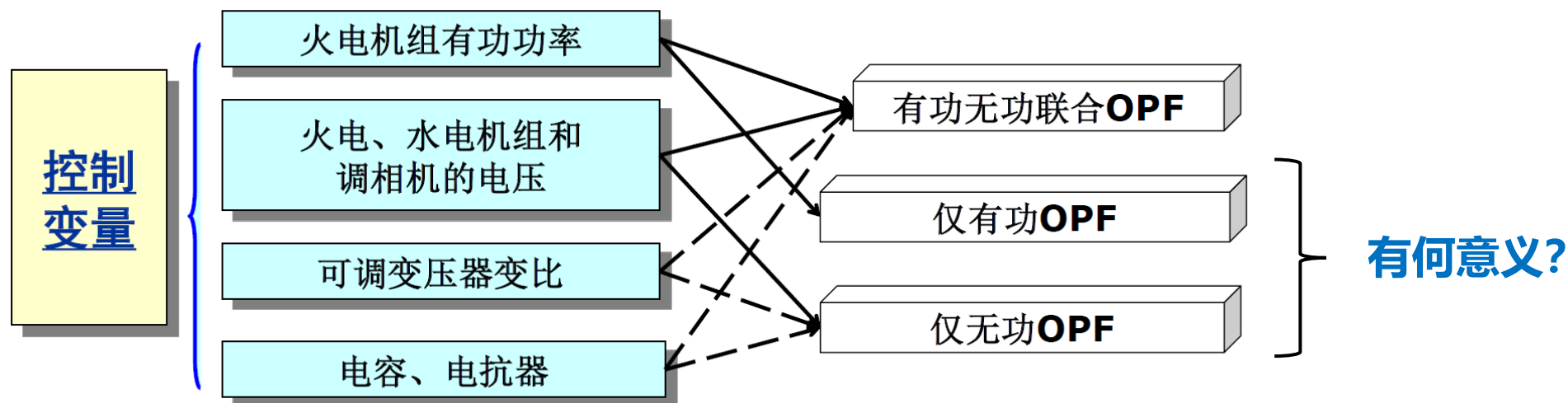
**基础任务讲解**

# 线性最优潮流

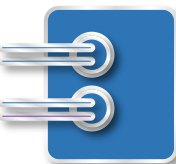
## Linear OPF



# 交流最优潮流 ACOPF



回顾：交流潮流等式约束是非线性约束、非凸约束！



# 直流最优潮流 DCOPF

## 有功-相角 近似解耦

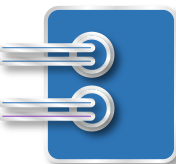
目标函数:  $\min c^T g$ ,  $g$ 为发电机有功出力向量,  $c$ 为成本向量

等式约束:  $B\theta = P$ ,  $\theta$ 为节点相角向量,  $B$ 为直流潮流对应的电纳矩阵,  $P$ 为节点有功注入

等式约束:  $P = g - d$ ,  $d$ 为节点负荷有功, 等式两边实际上应该是相同节点分量进行运算

不等式约束:

- $\theta \in [-\pi, \pi]$
- $g \in [g^{\min}, g^{\max}]$
- $(\theta_i - \theta_j)/x_l \in [P_l^{\min}, P_l^{\max}]$ ,  $l$ 表示第 $l$ 条线路, 起始节点为 $i$ , 终止节点为 $j$
- 其他特定约束 (如备用约束等) .....



# 线性最优潮流 Linear OPF

直流最优潮流的优点：

- 优化模型为线性模型，可高效求解。

直流最优潮流的不足：

- 不能考虑无功-电压，而电压问题在很多情况下是调度不可忽视的问题。

如何解决？

- 考虑 $PQV\theta$ 之间的耦合关系，但仍然建立线性等式近似。

可行域由线性约束构成的OPF称作线性最优潮流，概念上DCOPF也可算作其中之一。

# 线性潮流介绍

$$P_{ij} = g_{ij}V_i^2 - g_{ij}V_iV_j \cos \theta_{ij} - b_{ij}V_iV_j \sin \theta_{ij}$$

$$\sin \theta_{ij} \approx \theta_{ij}, \quad \cos \theta_{ij} \approx 1 - \theta_{ij}^2/2$$

$$P_{ij} \approx g_{ij}(V_i^2 - V_iV_j) - b_{ij}\cancel{V_iV_j}\theta_{ij} + g_{ij}\frac{\cancel{V_iV_j}\theta_{ij}^2}{2}$$

$$V_iV_j = \frac{V_i^2 + V_j^2 - (V_i - V_j)^2}{2}$$

$$P_{ij} \approx g_{ij}\frac{V_i^2 - V_j^2}{2} - b_{ij}\theta_{ij} + \frac{1}{2}g_{ij}(\cancel{\theta_{ij}^2} + \cancel{V_j^2})$$

思考:

- 此时潮流方程满足我们预期的线性了吗?
- 自行推导Q\_ij的线性化公式

$$Q_{ij} \approx -\frac{1}{2}b_{ij}(V_i^2 - V_j^2) - g_{ij}(\theta_i - \theta_j)$$

$$P_{ij} \approx \frac{1}{2}g_{ij}(V_i^2 - V_j^2) - b_{ij}(\theta_i - \theta_j)$$

# 线性潮流介绍

$$P_{ij} \approx \frac{1}{2} g_{ij} (V_i^2 - V_j^2) - b_{ij} (\theta_i - \theta_j)$$

$$Q_{ij} \approx -\frac{1}{2} b_{ij} (V_i^2 - V_j^2) - g_{ij} (\theta_i - \theta_j)$$

思考:

- 上述线性潮流推导过程中, 用到哪些假设近似?

$$U := V^2$$

$$P_i = \sum_{j \in i} P_{ij} + V_i^2 \sum_j G_{ij}$$

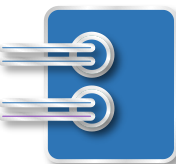
$$Q_i = \sum_{j \in i} Q_{ij} - V_i^2 \sum_j B_{ij}$$

节点并联支路

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{pa} & L_{pu} \\ L_{qa} & L_{qu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ U \end{bmatrix} =: L \begin{bmatrix} \theta \\ U \end{bmatrix}$$

节点注入功率P,Q是关于 $\theta, U$ 的线性函数!





# 线性最优潮流介绍

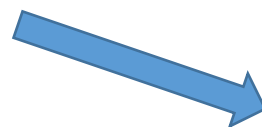
目标函数：可以仍然是发电机成本，与DCOPF相同

等式约束：线性潮流约束 
$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{pa} & L_{pu} \\ L_{qa} & L_{qu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ U \end{bmatrix} =: L \begin{bmatrix} \theta \\ U \end{bmatrix}$$

不等式约束：有功部分与DCOPF一致，新增

- 节点电压上下限约束  $U \in [V_{\min}^2, V_{\max}^2]$
- 发电机出力约束  $P_g^2 + Q_g^2 \leq S_{g,\max}^2$
- 线路潮流约束  $P_l^2 + Q_l^2 \leq S_{l,\max}^2$
- 其他特定约束.....

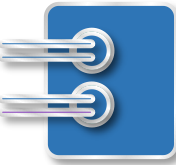
非线性不等式



$$\begin{aligned} P_{g,\min} &\leq P_g \leq P_{g,\max} \\ Q_{g,\min} &\leq Q_g \leq Q_{g,\max} \\ P_{l,\min} &\leq P_l \leq P_{l,\max} \\ Q_{l,\min} &\leq Q_l \leq Q_{l,\max} \end{aligned}$$

思考：

- 线路潮流约束是凸约束吗？
- 这种类型的约束可以精确建模求解吗？
- 还有哪些建模方法能近似表示这样的约束？



# 线性最优潮流介绍

## 损耗如何考虑?

- 迭代求解OPF，更新网损因子与虚拟分配量

[1] Y. Yu, Q. Hou, Y. Ge, G. Liu and N. Zhang, "A Linear LMP Model for Active and Reactive Power with Power Loss," *2019 IEEE Sustainable Power and Energy Conference (iSPEC)*, Beijing, China, 2019, pp. 1699-1704, doi: 10.1109/iSPEC48194.2019.8975321.

## 其他线性化方法?

- 以  $U := \log V$  为电压决策变量
- 以  $\phi := V^2 \theta$  为相角决策变量
- 在标准运行点附近近似线性化
- 对  $\cos \theta$  分段线性化 (0-1变量)
- 数据驱动方法

[2] Z. Li, J. Yu and Q. H. Wu, "Approximate Linear Power Flow Using Logarithmic Transform of Voltage Magnitudes With Reactive Power and Transmission Loss Consideration," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 4593-4603, July 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2776253.

[3] Fatemi, S.M., Abedi, S., Gharehpetian, G.B., Hosseini, S.H., & Abedi, M. (2015). Introducing a Novel DC Power Flow Method With Reactive Power Considerations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 30, 3012-3023.

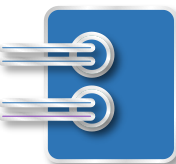
[4] J. Yang, N. Zhang, C. Kang and Q. Xia, "A State-Independent Linear Power Flow Model With Accurate Estimation of Voltage Magnitude," in *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 5, pp. 3607-3617, Sept. 2017, doi: 10.1109/TPWRS.2016.2638923.

[5] M. Jiang, Q. Guo, H. Sun and H. Ge, "Decoupled piecewise linear power flow and its application to under voltage load shedding," in *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, vol. 7, no. 5, pp. 976-985, Sept. 2021, doi: 10.17775/CSEEJPES.2019.02900.

[6] Y. Liu, N. Zhang, Y. Wang, J. Yang and C. Kang, "Data-Driven Power Flow Linearization: A Regression Approach," in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 3, pp. 2569-2580, May 2019, doi: 10.1109/TSG.2018.2805169.

# 电力系统调度模型介绍

## 稳态大作业



# 电力系统调度问题的产生

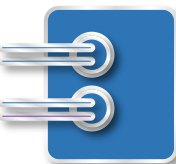
## 电力调度的产生

电力调度的产生是由电力生产的特点决定的：

- 发、输、供、用电的同时性，电能不能储存
- 电厂、线路、变电站、用户之间互联，不可分割
- 电能传输过程接近光速，发、用电在瞬间实现。

## 电力调度的职责和任务

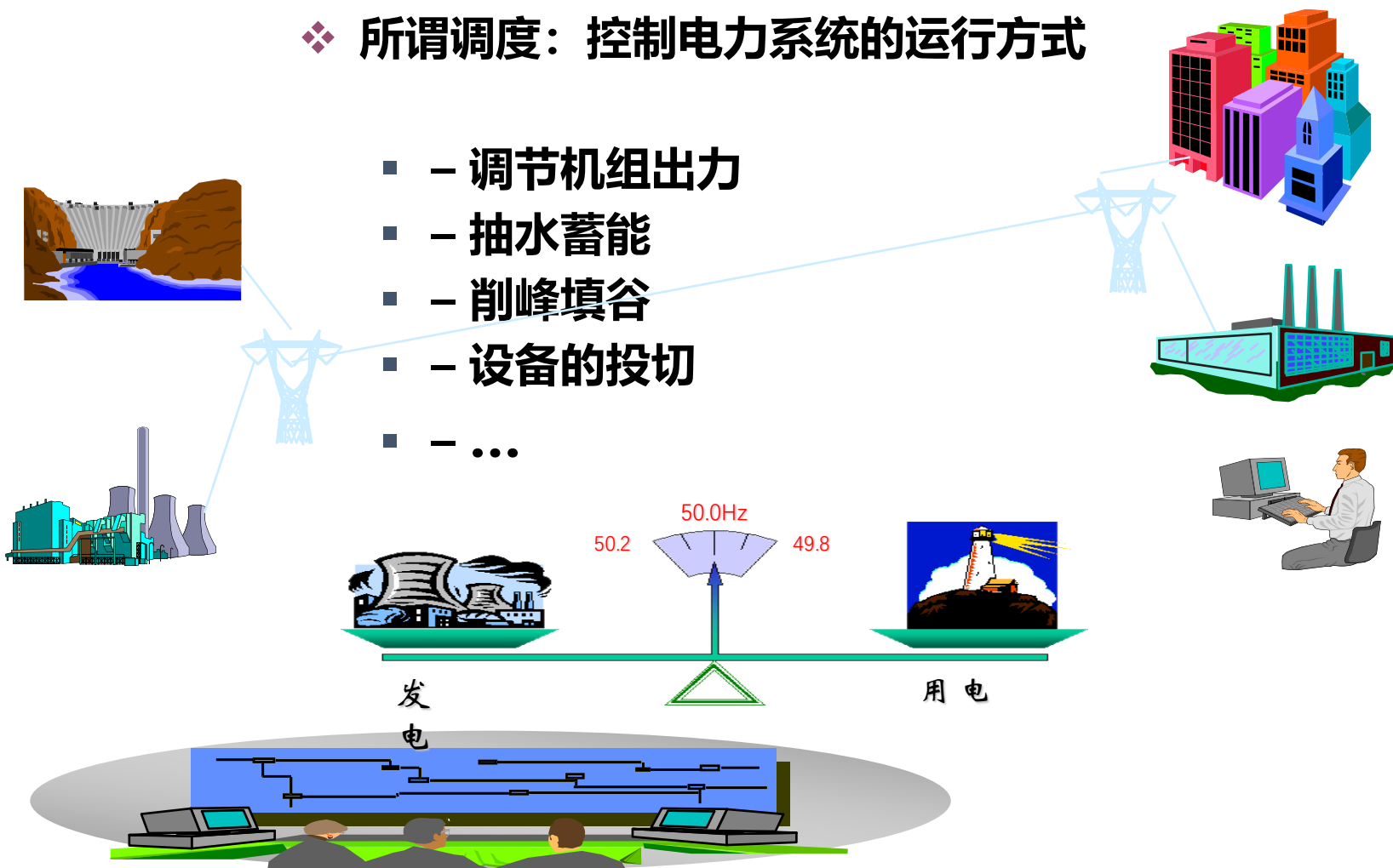
- 保障电网的安全稳定运行
- 保证发电与用电的瞬间平衡
- 保证主网电能质量符合国家标准
- 优化资源利用获得整体最大效益

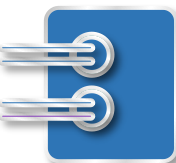


# 电力系统调度问题的内核

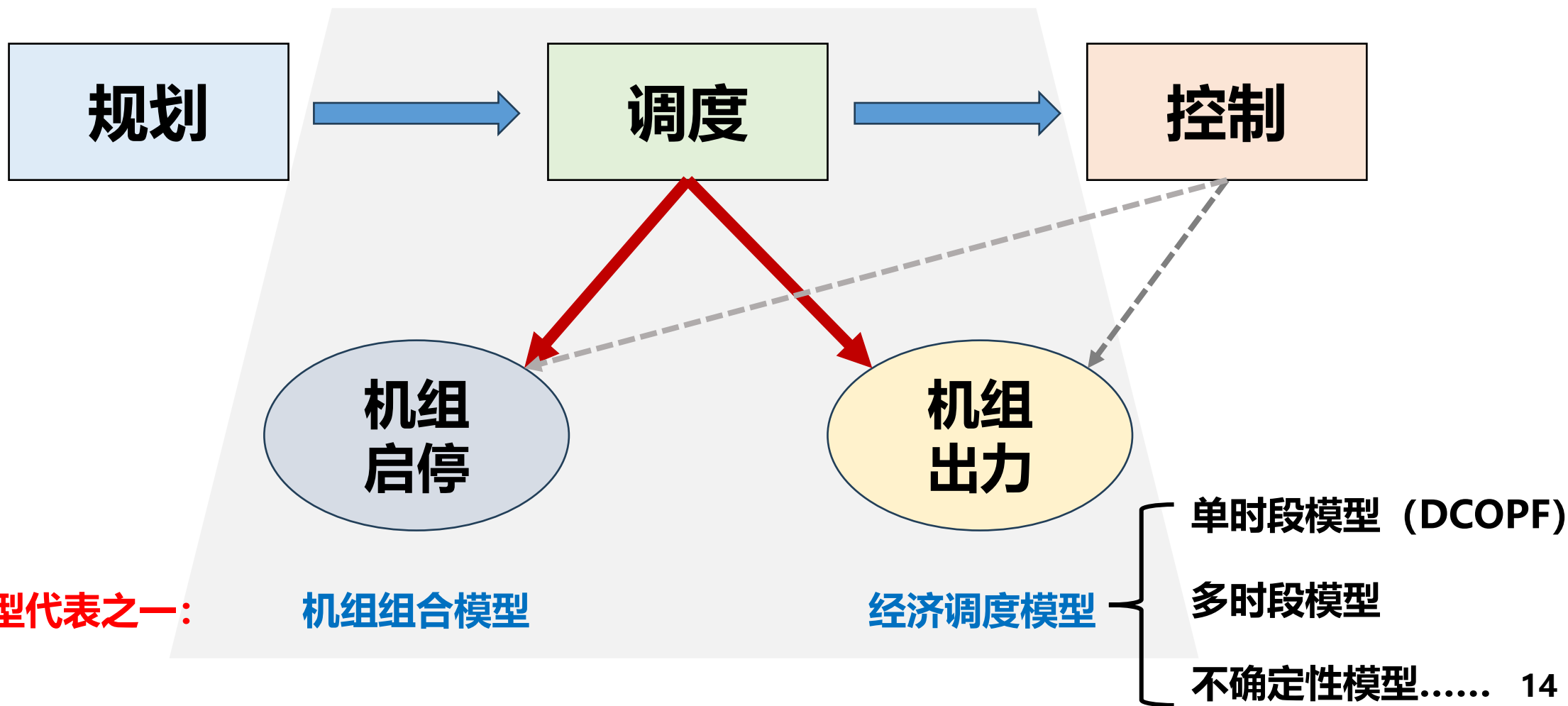
❖ 所谓调度：控制电力系统的运行方式

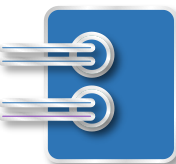
- - 调节机组出力
- - 抽水蓄能
- - 削峰填谷
- - 设备的投切
- - ...





# 电力系统调度问题的定位





# 国家电网电力系统调度体系

国调 (1)



网调 (5)



省调 (26)

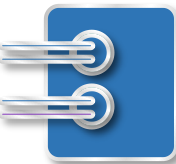


地调 (309)



县调 (1702)

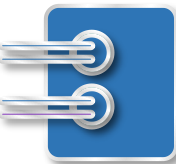




# 电力系统调度问题的挑战

- 高比例新能源接入电网（2023：风电光伏总装机超过10亿千瓦）
  - 电力平衡的不确定性大幅增加
  - 电力系统安全稳定性的严重恶化
  - 气象等外部因素影响越来越大
- 跨省跨区互济更加频繁
  - 调度规模扩大，计算复杂度指数增长
  - 直流输电等多样化跨区域输电方式建模需求增加
- 发用电主体更加多样化（2023：仅电化学储能已达到3400万千瓦）
  - 储能、电动汽车等主体规模逐渐庞大，建模、计算需求增加
  - 虚拟电厂等新型调度单元推动既有调度模式转变
- .....





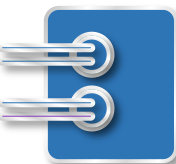
# 有功调度进阶大作业任务描述

## ●基础任务

### 1. 基于直流潮流建立多时段经济调度模型。

以机组燃料成本最小为目标，考虑直流潮流约束、机组出力约束、线路阻塞约束、以及时段耦合的机组出力的爬坡约束。

其中，以15分钟颗粒度考虑一日共96个时段。

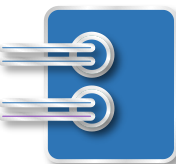


# 有功调度进阶大作业任务描述

## ●进阶任务

### 2. 建立决策机组启停状态的机组组合模型。

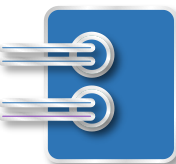
在多时段经济调度模型的基础上，增加考虑机组启停的相关约束。



# 有功调度进阶大作业任务描述

## ●探索任务

3. 建立考虑新能源出力不确定性的多时段经济调度模型。
4. 考虑市场出清的机组调度模型。



# 任务进度安排

第5周:

- 完成基础任务（1），建立多时段经济调度模型

第6周:

- 完成进阶任务（2），建立机组组合模型

第8周:

- 完成探索任务（3），建立考虑不确定性的多时段经济调度模型

第9周:

- 完成探索任务（4），考虑市场出清的机组调度模型

第10-11周:

- 随堂展示与跨班交流

# 稳态部分大作业提示

## 基础任务

# 单时段经济调度模型（基础DCOPF模型）

目标函数：  $\min c^T g$  ,  $g$ 为发电机有功出力向量,  $c$ 为成本向量

等式约束：  $B\theta = P$  ,  $\theta$ 为节点相角向量,  $B$ 为直流潮流对应的电纳矩阵,  $P$ 为节点有功注入

等式约束：  $P = g - d$  ,  $d$ 为节点负荷有功, 等式两边实际上应该是相同节点分量进行运算

不等式约束：

- $\theta \in [-\pi, \pi]$ 或其他更紧的约束
- $g \in [g^{\min}, g^{\max}]$
- $(\theta_i - \theta_j)/x_l \in [P_l^{\min}, P_l^{\max}]$  ,  $l$ 表示第 $l$ 条线路, 起始节点为 $i$ , 终止节点为 $j$
- 其他特定约束（如备用约束、N-1约束等）暂不考虑

# 单时段经济调度模型（基础DCOPF模型）

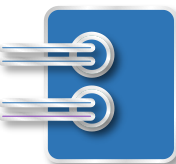
目标函数：  $\min c^T g$  ,  $g$ 为发电机有功出力向量,  $c$ 为成本向量

等式约束：  $P = g - d$ ,  $d$ 为节点负荷有功, 等式两边实际上应该是相同节点分量进行运算

不等式约束：

- $g \in [g^{\min}, g^{\max}]$
- $HP \in [P_l^{\min}, P_l^{\max}]$ ,  $H$ 为功率传输分布因子矩阵（PTDF）,  $HP$ 表示支路潮流
- 其他特定约束（如备用约束、N-1约束等）暂不考虑

思考：两种模型有何区别？



# 多时段经济调度模型

目标函数：  $\min \sum_{t=1}^T c^T g_t$ ,  $g_t$  为发电机在  $t$  时刻有功出力向量,  $c$  为成本向量

等式约束：与单时段类似

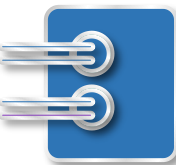
不等式约束：

- 与单时段约束类似
- 增加机组爬坡约束（时段间耦合）

$$-R_d \leq g_t - g_{t-1} \leq R_u$$

其中  $R_d, R_u$  分别为机组单位时段内下爬坡与上爬坡的极限





# 作业算例信息说明

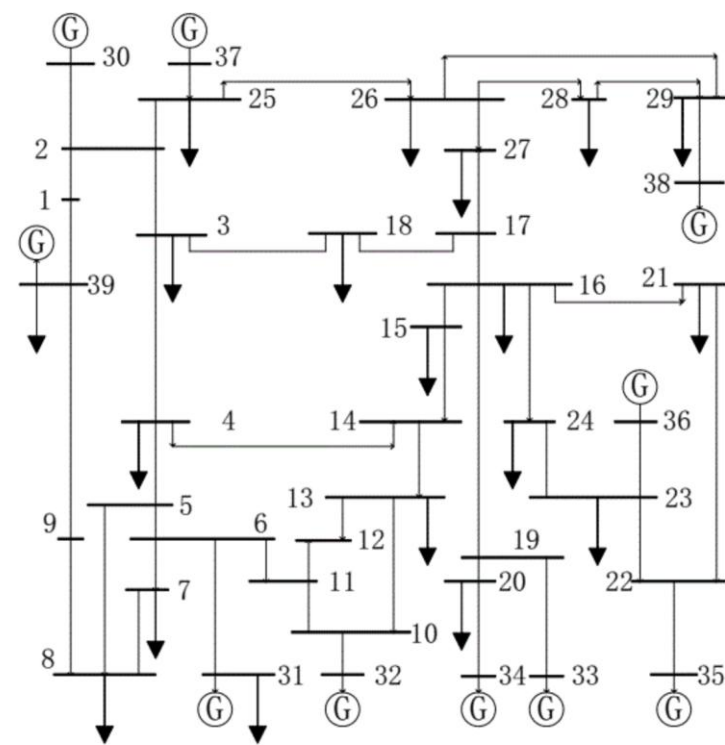
## IEEE39节点算例

题目给定的边界条件:

- (1) 负荷文件 (15分钟颗粒度, 共含96个时段)
- (2) 机组出力上下限在mpc.gen中给出
- (3) 线路潮流上下限:  $P_{\max} = \text{mpc.branch}(:, 6)$ ,  $P_{\min} = -P_{\max}$
- (4) 机组运行成本和启停成本在mpc.gencost中给出 (仅考虑线性成本)
- (5) 最大爬坡限制  $R_u = R_d = 0.4 P_{\max}$  (MW/h) (即  $0.1 P_{\max}$  (MW/15min))

鼓励自行思考电力系统经济调度中的其他约束

网络学堂已上传case文件 “case39\_ED.m” 和负荷文件 “load\_3996.mat”



Case39系统接线图

# 谢谢!

