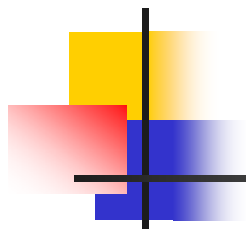




重要通知:

- ◆本周三（10月13日）课程不上，改做实验
- ◆实验地点：中央主楼5楼520室
- ◆实验内容：二阶系统阶跃响应
- ◆实验指示书：请注意上网络学堂下载，实验报告做为作业上交
- ◆实验安排：

周三下午第一节 电81班	周三下午第二节 电82班
周四下午第一节 电83班	周四下午第二节 电84班



今日作业在授课的PPT中！

答疑地点：西主楼 3区210室

联系电话：62794777



第2章小结

1、传递函数结构图变换和Mason公式

- ①用串联、并联、反馈和节点移动的方法进行结构图变换是一种基本方法。在结构图化简过程要思路明确。
- ② Mason公式可以直接写出结构图的传递函数，是求解复杂系统的重要工具，但容易出错，**必须对结果多次检查**。
- ③结构图中回路互相交叠的复杂结构适合用Mason公式，而回路互相无交叠的适合用结构图变换方式。

对结构图变换只要求掌握基本的内容。对十分复杂的题目，如回路数超过5个以上的，不作为基本要求。



Mason公式

■ Mason公式

$$G = \frac{\sum_k G_k \Delta_k}{\Delta}$$

G —— 从输入节点到输出节点的总增益
(系统传递函数)

$$\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_a L_b - \sum L_\alpha L_\beta L_\gamma + \dots$$

L_i —— 一个回路的总增益

$L_a L_b$ —— 两两互不接触的回路的总增益

$L_\alpha L_\beta L_\gamma$ —— 三个互不接触的回路的总增益

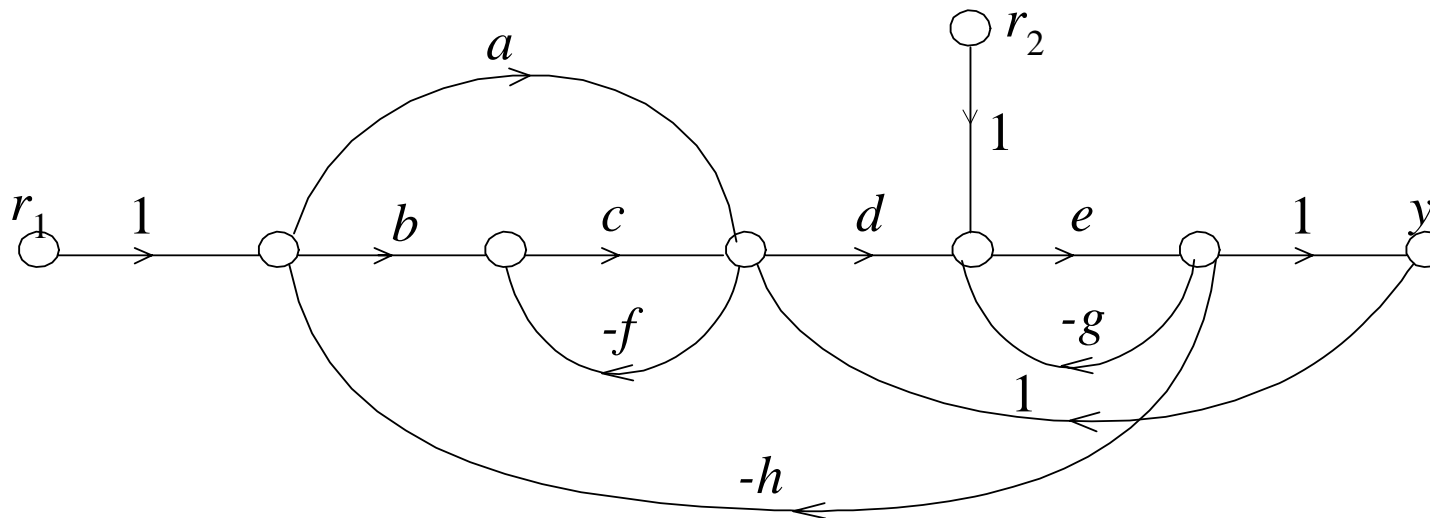
G_k —— 第 k 条通道从输入到输出的总增益

Δ_k —— Δ 中去掉与第 k 条通道接触的部分

第2章习题练习

$$G = \frac{\sum_k G_k \Delta_k}{\Delta}$$

例1、求传递函数 $\frac{y}{r_1}$ 和 $\frac{y}{r_2}$



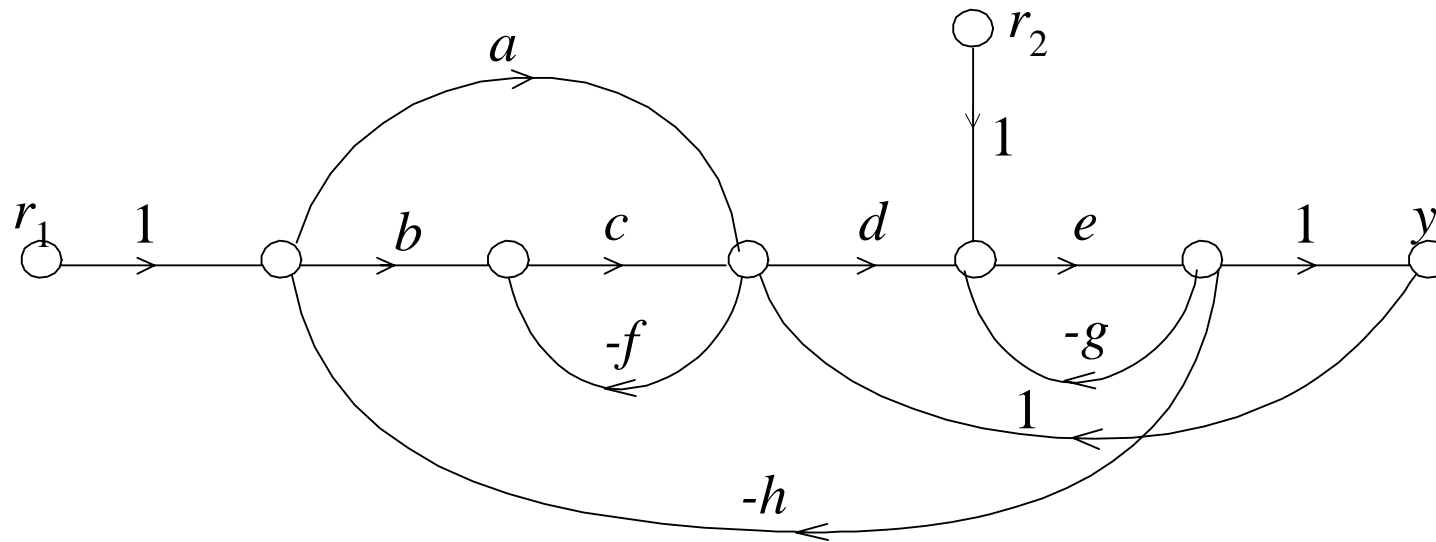
回路: $-cf$ $-eg$ de $-bcdeh$ $-adeh$

通道1: $bcde$ ade

$$G_1 = \frac{y}{r_1} = \frac{bcde + ade}{1 + cf + eg - de + bcdeh + adeh + cfeg}$$

第2章习题练习

$$G = \frac{\sum_k G_k \Delta_k}{\Delta}$$



回路: $-cf$ $-eg$ de $-bcdeh$ $-adeh$

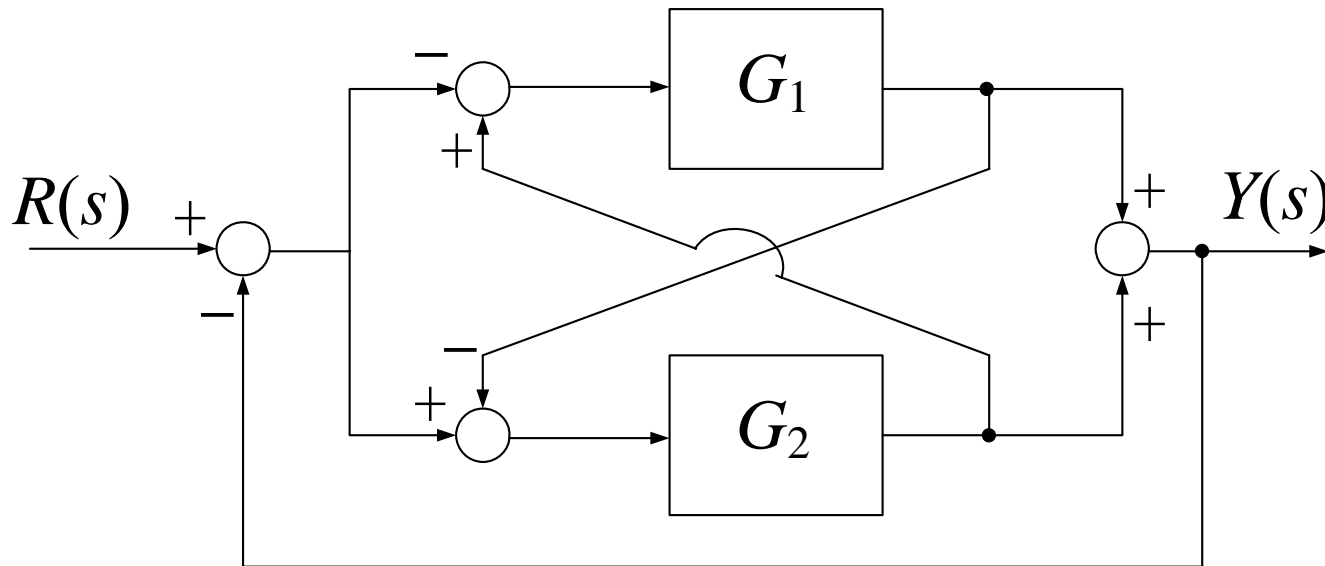
通道2: e

$$G_2 = \frac{y}{r_2} = \frac{e(1+cf)}{1+cf+eg-de+bcdeh+adeh+cfeg}$$

第2章习题练习

例2、求系统的传递函数

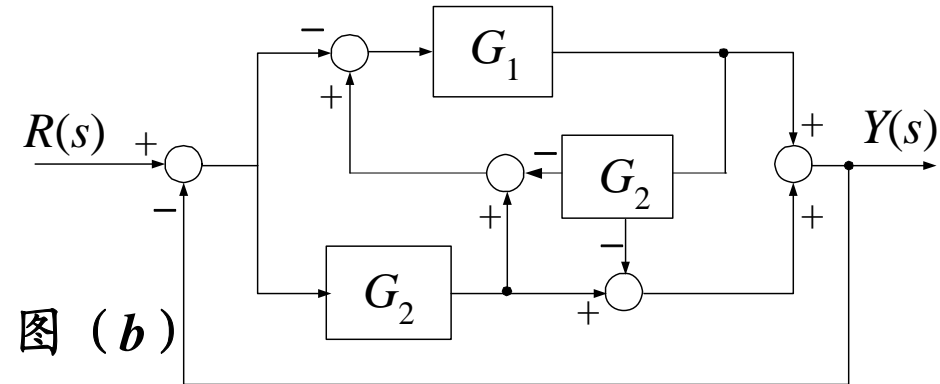
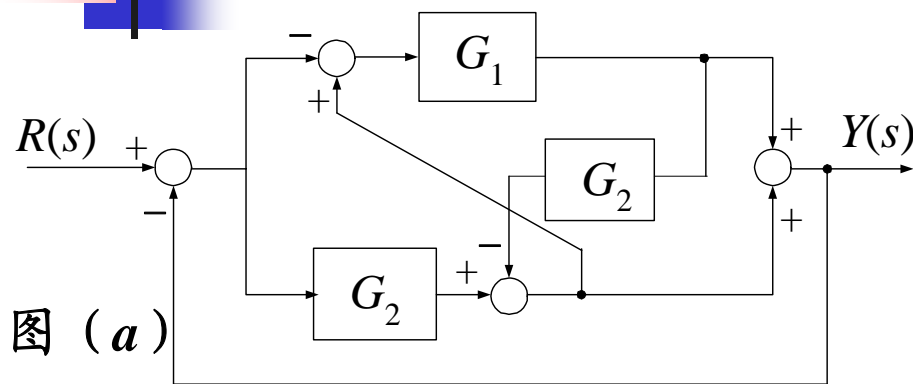
$$G = \frac{\sum_k G_k \Delta_k}{\Delta}$$



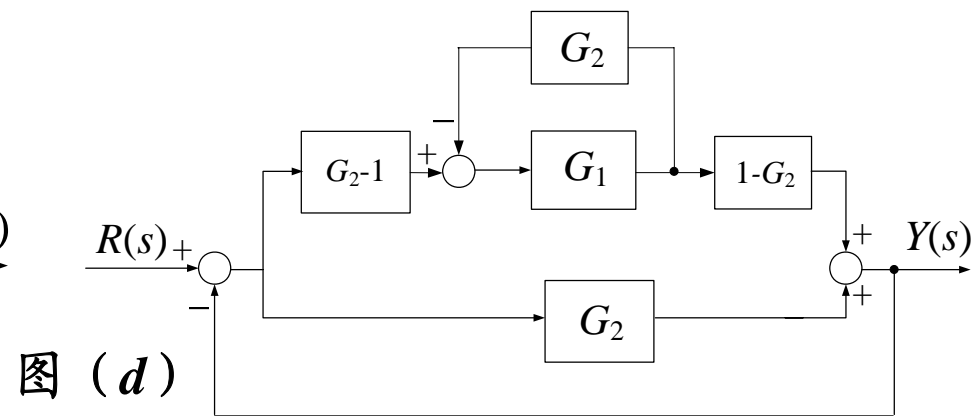
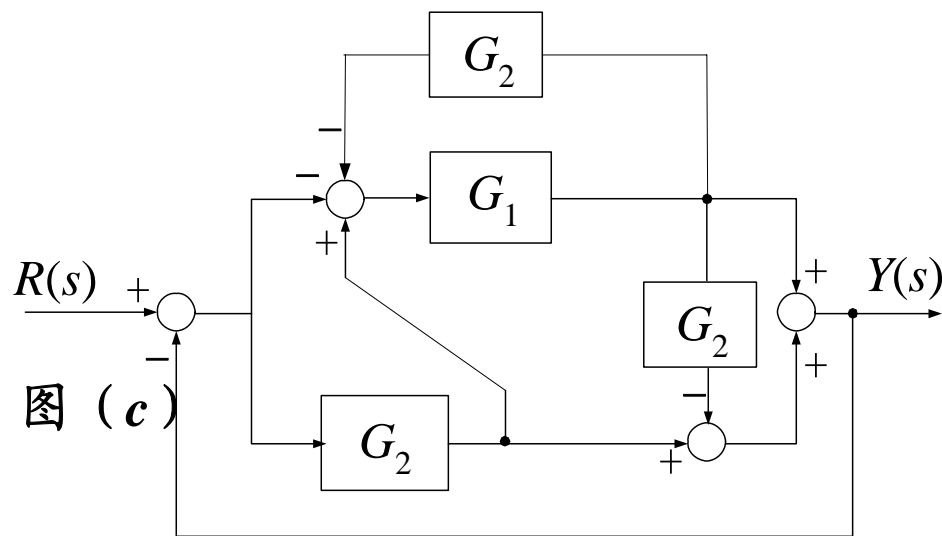
本题共有5个回路、4个通道。不要漏一个，且符号正确。

$$G = \frac{G_1 G_2 + G_1 G_2 - G_1 + G_2}{1 - (-G_1 G_2 - G_1 G_2 - G_1 G_2 + G_1 - G_2)} = \frac{2G_1 G_2 - G_1 + G_2}{1 + 3G_1 G_2 - G_1 + G_2}$$

第2章习题练习



从图(a)到(b), 分支点和综合点换位有复杂化的趋势, 如果没有以下的目标, 一般不能采用。



变换原则: 保持输入输出关系不变。

第2章习题练习

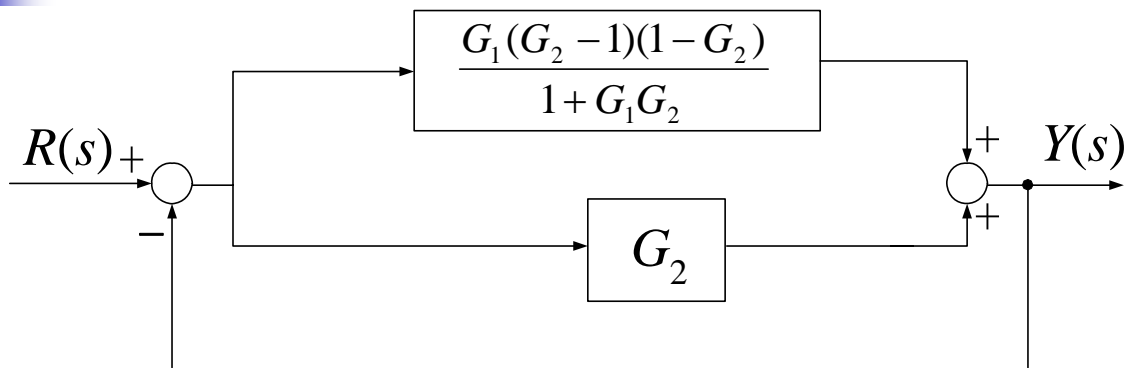


图 (e)

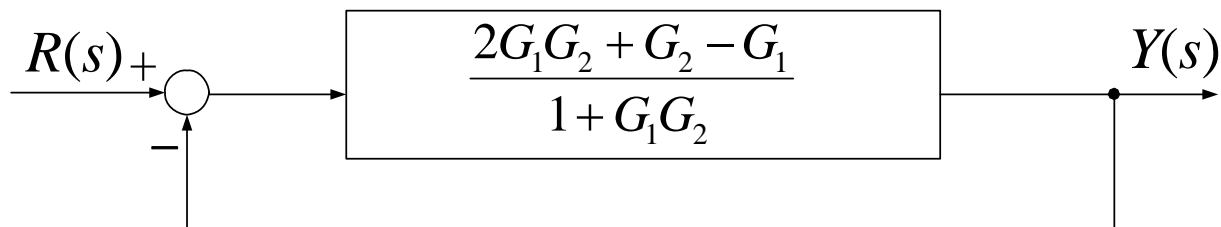


图 (f)

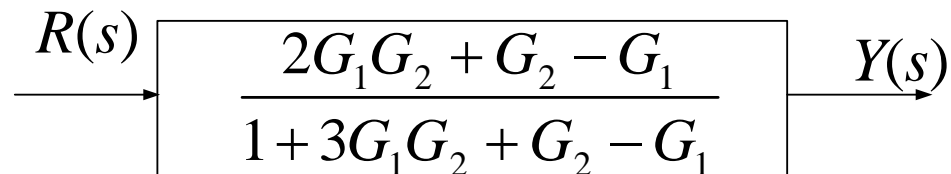
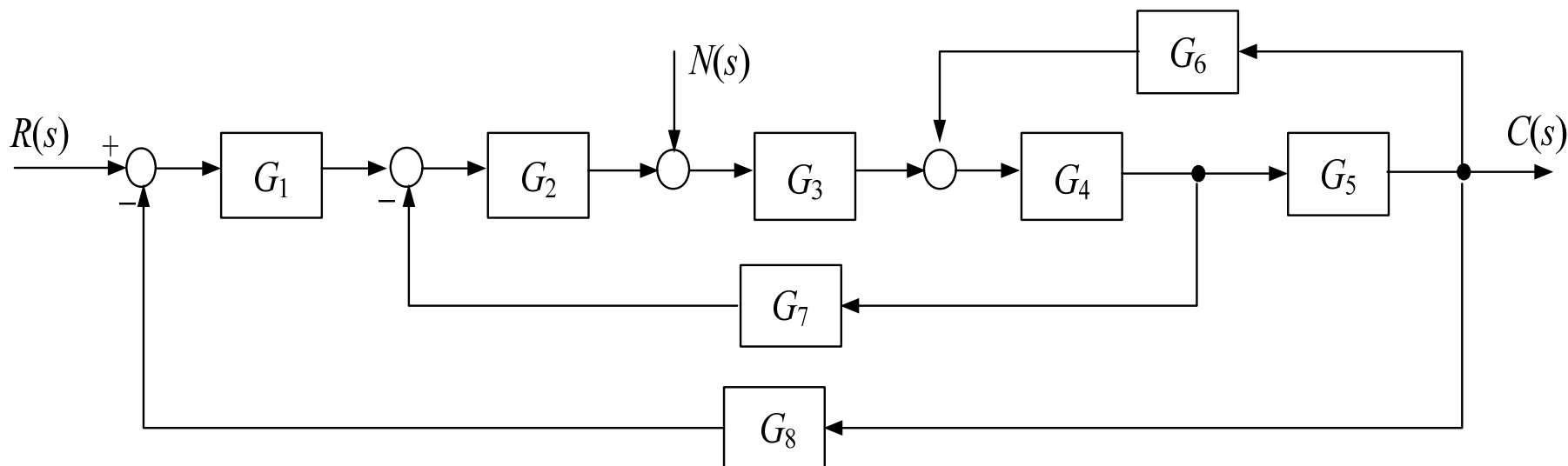


图 (g)

变换的思路必须清楚，对本题就是“解套”。其中 (a)(b)(c) 三步是关键，其余好理解。

第2章习题练习

例3、求系统的传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 和 $\frac{C(s)}{N(s)}$

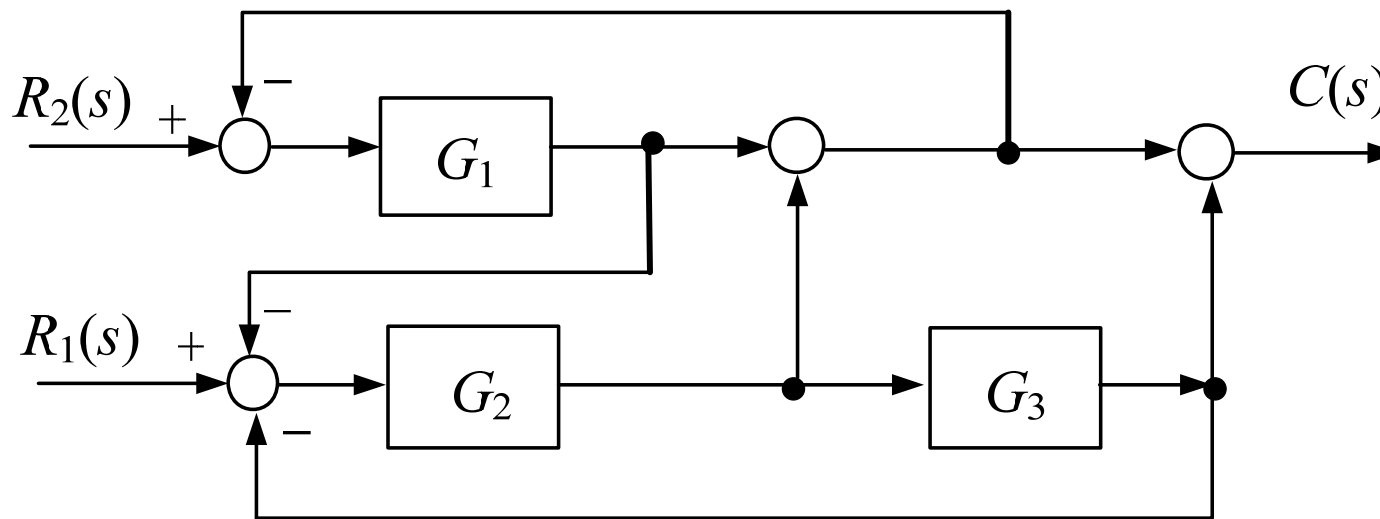


假设 $N(s)=0$ ，系统共有3个回路、1个通道，没有不接触回路

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4 G_5}{1 - (-G_2 G_3 G_4 G_7 - G_1 G_2 G_3 G_4 G_5 G_8 + G_4 G_5 G_6)}$$

第2章习题练习

例4、求系统系统输出量 $C(s)$ 的表达式



系统共有3个回路，有2个互不接触回路

$$L_1 = -G_1$$

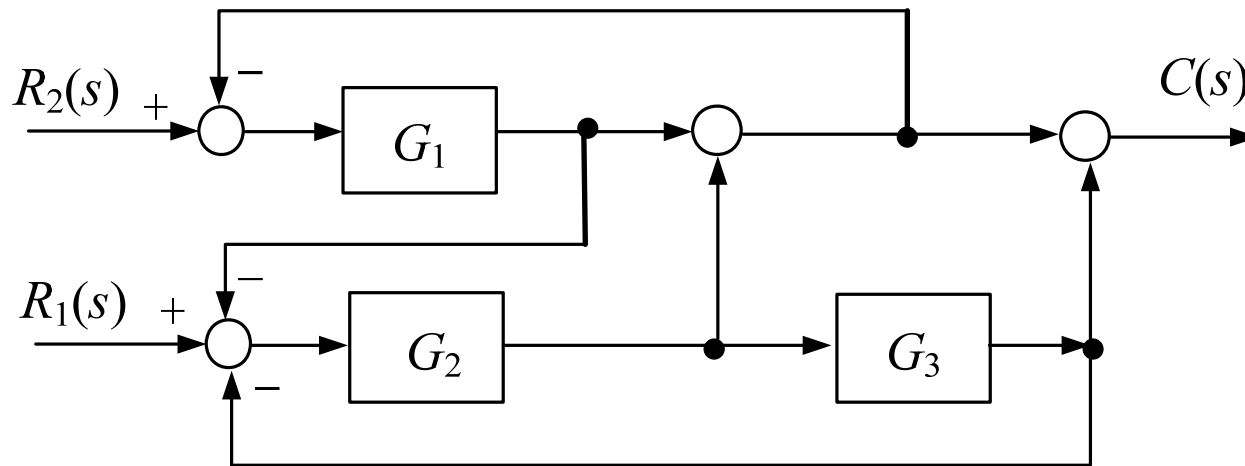
$$L_2 = -G_2G_3$$

$$L_3 = G_1G_2$$

$$L_1 \cdot L_2 = (-G_1) \cdot (-G_2G_3) = G_1G_2G_3$$

第2章习题练习

例4、求系统输出量 $C(s)$ 的表达式



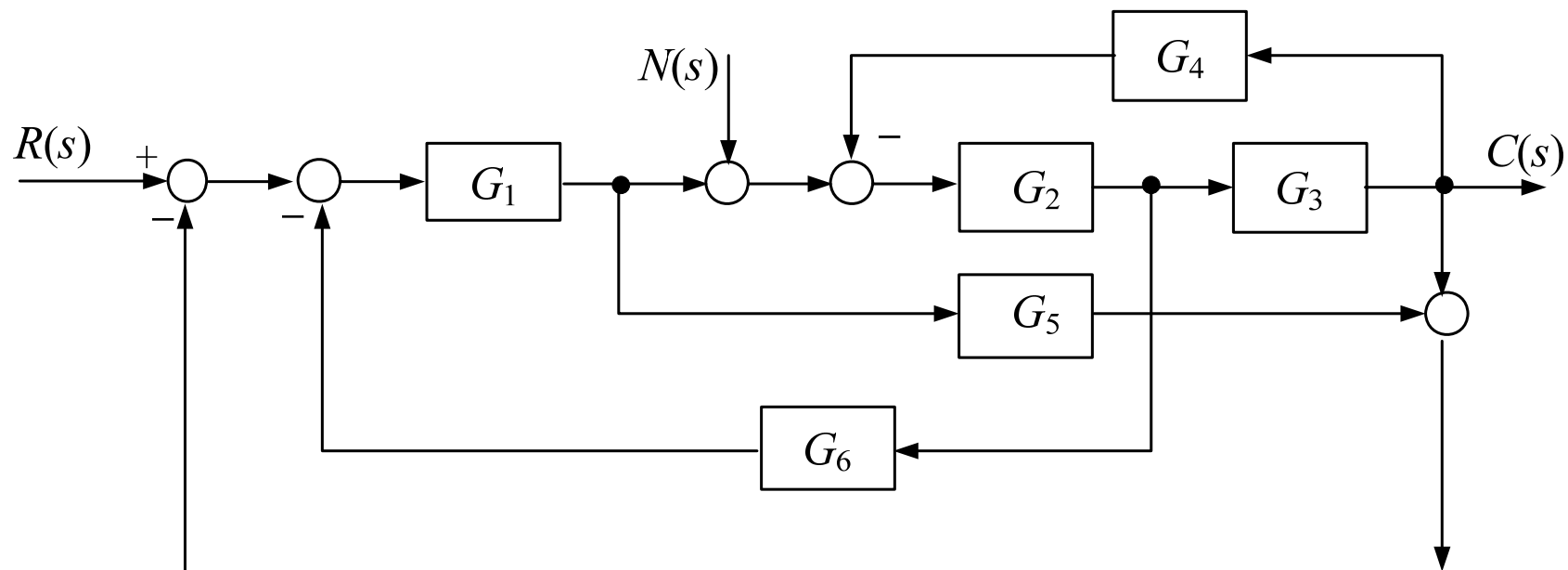
$$\frac{C(s)}{R_1(s)} = \frac{G_2 G_3 (1 + G_1) + G_2}{1 - (-G_1 - G_2 G_3 + G_1 G_2) + G_1 G_2 G_3} = \frac{G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 + G_2}{1 + G_1 + G_2 G_3 - G_1 G_2 + G_1 G_2 G_3}$$

$$\frac{C(s)}{R_2(s)} = \frac{G_1 (1 + G_1 G_2) - G_1 G_2 - G_1 G_2 G_3}{1 - (-G_1 - G_2 G_3 + G_1 G_2) + G_1 G_2 G_3} = \frac{G_1 - G_1 G_2}{1 + G_1 + G_2 G_3 - G_1 G_2 + G_1 G_2 G_3}$$

$$C(s) = \frac{(G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 + G_2) R_1(s) + (G_1 - G_1 G_2) R_2(s)}{1 + G_1 + G_2 G_3 - G_1 G_2 + G_1 G_2 G_3}$$

第2章习题练习

作业1: 求系统输出量 $C(s)$ 的表达式





第2章小结

2、两种模式变换、状态图

①状态空间方程到传递函数(SISO)

$$G(s) = c^T (sI - A)^{-1} b$$

要点：记住公式；求逆不出错

②传递函数到状态空间方程 (SISO)

能控型、能观型

要点：记住能控能观型的特征；

对角型（约当型不要求）

传递函数要求 $n > m$

③状态图

由状态图 → 状态方程

要点：如果状态图中存在回路，
不要忘记Mason公式

由状态方程 → 状态图



第2章习题练习

例3、已知系统的传递函数，求能控、能观和对角标准型

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^3 + 8s^2 + 12s + 9}{s^3 + 7s^2 + 14s + 8} = 1 + \frac{s^2 - 2s + 1}{s^3 + 7s^2 + 14s + 8}$$

能控标准型

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -8 & -14 & -7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad -2 \quad 1]x + u$$

能观标准型

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -8 \\ 1 & 0 & -14 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [0 \quad 0 \quad 1]x + u$$



第2章习题练习

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = 1 + \frac{s^2 - 2s + 1}{s^3 + 7s^2 + 14s + 8} = 1 + \frac{\frac{4}{3}}{s+1} + \frac{-\frac{9}{2}}{s+2} + \frac{\frac{25}{6}}{s+4}$$

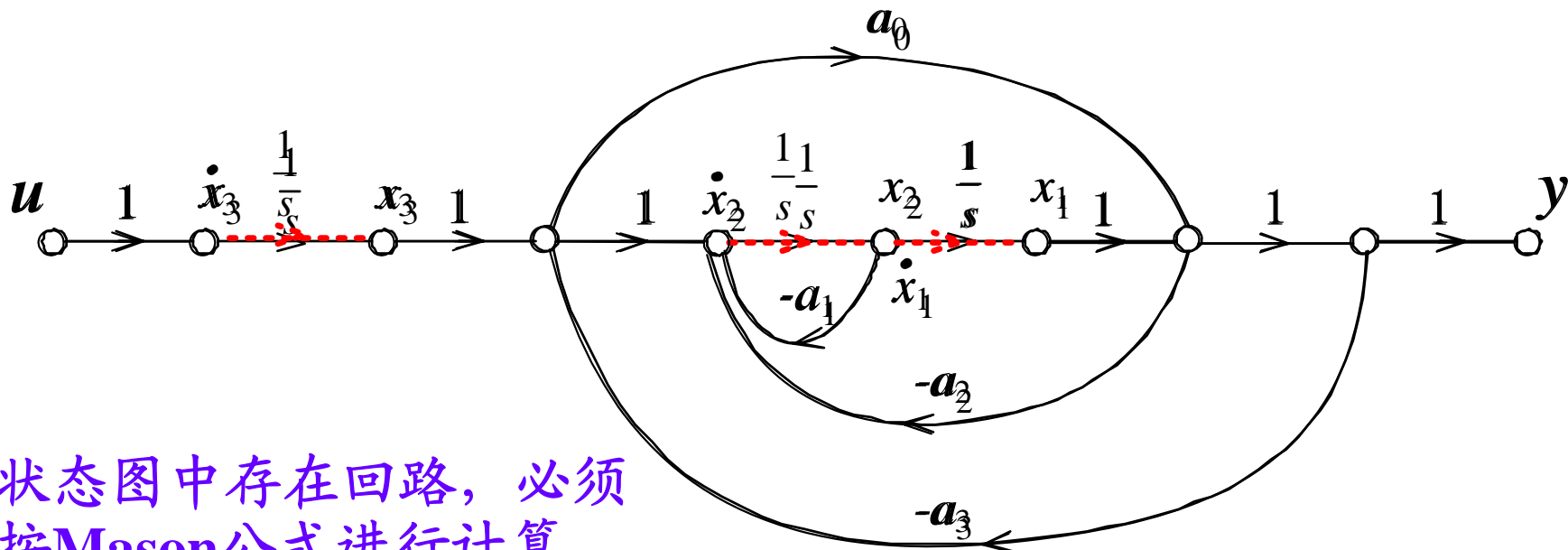
对角标准型

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{25}{6} \end{bmatrix} x + u$$

第2章习题练习

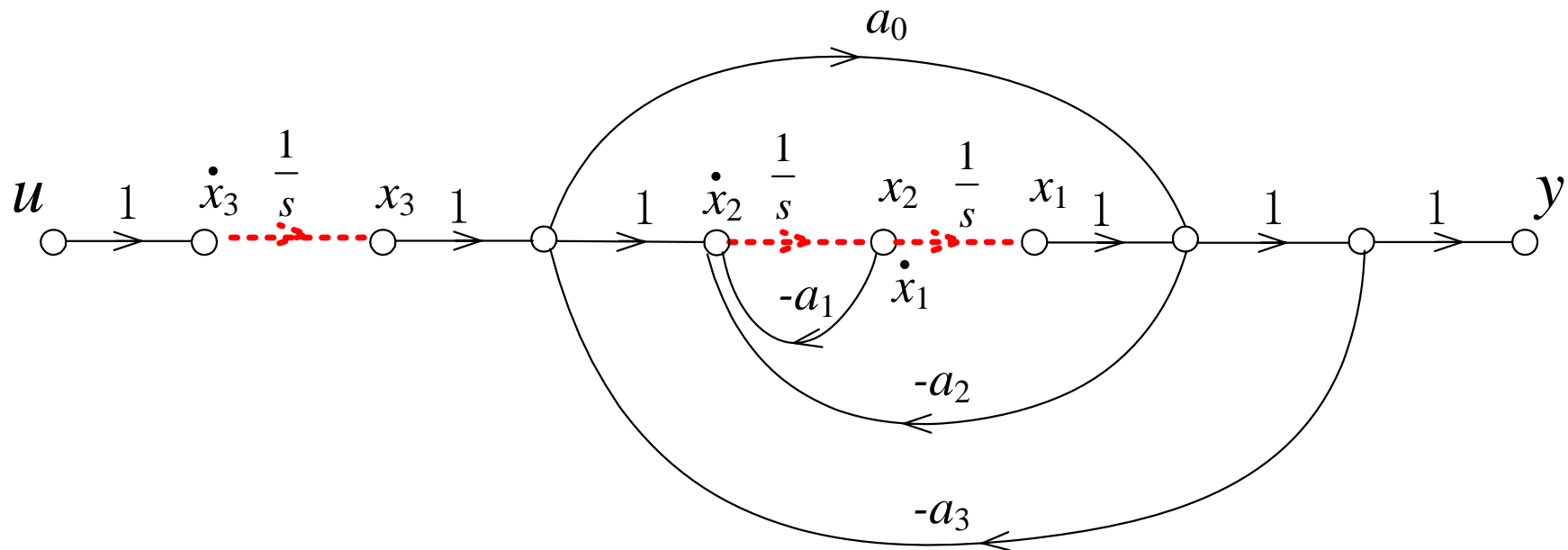
例4、已知系统的状态图，求其状态方程和输出方程



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-(a_2 + a_3)}{1 + a_0 a_3} & -a_1 & \frac{1 - a_0 a_2}{1 + a_0 a_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

第2章习题练习

例4、已知系统的状态图，求其状态方程和输出方程

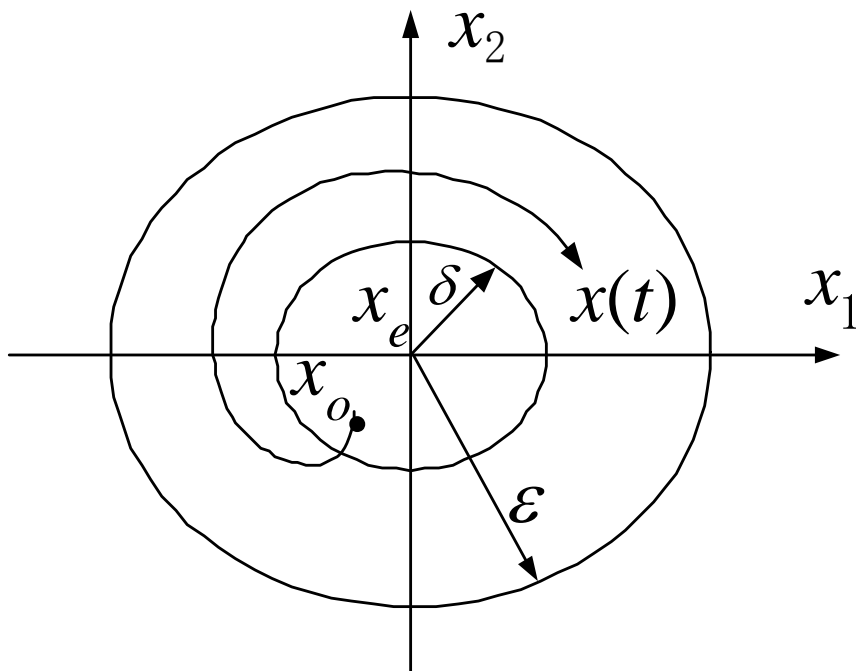


$$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{1 + a_0 a_3} & 0 & \frac{a_0}{1 + a_0 a_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

第3章小结

1、系统的稳定性

■ Lyapunov 稳定



■ 渐进稳定

特征方程的全部根位于左半开平面

■ BIBO 稳定

传递函数的极点位于左半开平面



第3章小结

2、Routh判据

①在已知系统传递函数或特征方程的条件下，Routh判据的运算量最小。关键是灵活应用

② Routh表的运算容易掌握，但仍需通过练习才能到手。

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

系统稳定的必要条件是特征方程各项系数全为正，且不缺项。



Routh稳定判据

Routh表 $a_0s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n = 0$

s^n	a_0	a_2	a_4	\cdots
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	\cdots
s^{n-2}	$b_1 = \frac{a_1a_2 - a_0a_3}{a_1}$	$b_2 = \frac{a_1a_4 - a_0a_5}{a_1}$	$b_3 = \cdots$	\cdots
s^{n-3}	$c_1 = \frac{b_1a_3 - a_1b_2}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1a_5 - a_1b_3}{b_1}$	$c_3 = \cdots$	\cdots
\cdots	\cdots	\cdots	\cdots	\cdots
s^0	\cdots	0	0	0

系统稳定的充要条件是**Routh表**中第一列元素均为正。

特征方程具有正实部根的个数等于**Routh表**第一列中系数改变符号的次数。



第3章习题练习

例1、已知系统特征方程，判断系统的稳定性

$$(s-1)^2(s+2) = s^3 - 3s + 2 = 0$$

s^3	1	-3
s^2	δ^+	2
s^1	$\frac{-3\delta^+ - 2}{\delta^+}$	0
s^0	2	

但是，Routh表的第1列有零元素时，并不意味着一定存在虚轴上的根（可能存在），本题就是一个例子。本题的 s^2 行存在零元素，但在虚轴上没有根。



第3章习题练习

例2 $2s^5 + s^4 + 6s^3 + 3s^2 + s + 1 = 0$

s^5	2	6	1
s^4	1	3	1
s^3	δ^+	-1	0
s^2	$\frac{1}{\delta^+} + 3$	1	0
s^1	-1	0	0
s^0	1	0	0

第1列符号改变2次，故有2个根在右半平面。其余3个根在左半平面。(在虚轴上没有根)



第3章习题练习

例3、一个4阶线性系统的状态方程如下， 其中常系数 $b_1 \neq 0$, $b_2 \neq 0$, $b_3 \neq 0$, $b_4 \neq 0$,求使系统渐近稳定的充分必要条件。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -b_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b_2 & -b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

本题可以得到系统的特征方程，因此采用Routh判据较好，如采用Liapunov判据，则运算量大一些。



第3章习题练习

首先计算系统特征方程

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -b_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b_2 & -b_1 \end{bmatrix} \rightarrow |sI - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ b_4 & s & -1 & 0 \\ 0 & b_3 & s & -1 \\ 0 & 0 & b_2 & s + b_1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} |sI - \mathbf{A}| &= s[s^2(s + b_1) + sb_2 + b_3(s + b_1)] + b_4[s(s + b_1) + b_2] \\ &= s^4 + b_1s^3 + (b_2 + b_3 + b_4)s^2 + (b_1b_3 + b_1b_4)s + b_2b_4 \end{aligned}$$



第3章习题练习

$$|sI - A| = s^4 + b_1 s^3 + (b_2 + b_3 + b_4) s^2 + (b_1 b_3 + b_1 b_4) s + b_2 b_4$$

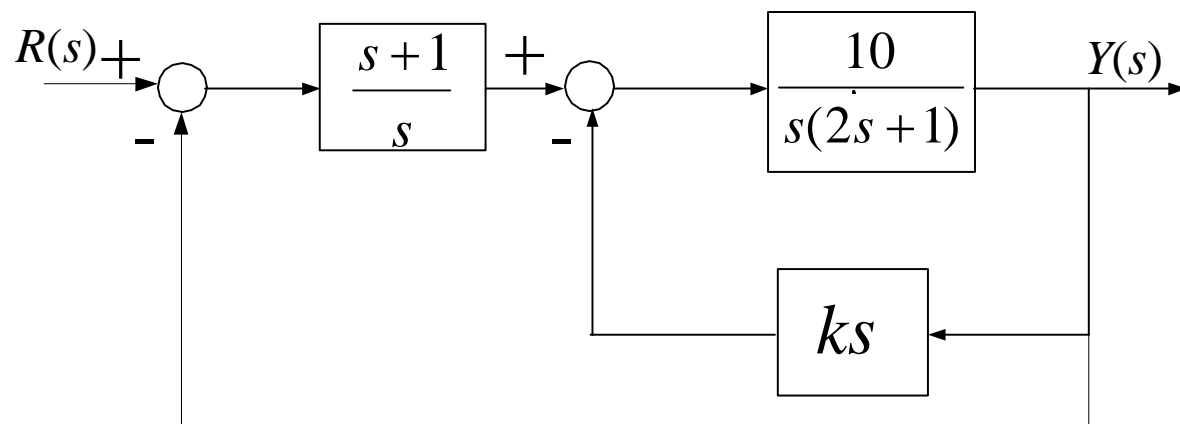
s^4	1	$b_2 + b_3 + b_4$	$b_2 b_4$
s^3	b_1	$b_1 b_3 + b_1 b_4$	0
s^2	b_2	$b_2 b_4$	0
s^1	$b_1 b_3$	0	0
s^0	$b_2 b_4$	0	0

故系统渐近稳定的条件是:

$$b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0, b_4 > 0$$

第3章习题练习

例4 求使系统稳定的 k 的取值范围。



$$k > 0.1$$

内环结构

$$\frac{\frac{10}{s(2s+1)}}{1 + ks \cdot \frac{10}{s(2s+1)}} = \frac{10}{s(2s+1) + 10ks} = \frac{10}{2s^2 + (10k+1)s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{s+1}{s} \cdot \frac{10}{2s^2 + (10k+1)s}}{1 + \frac{s+1}{s} \cdot \frac{10}{2s^2 + (10k+1)s}} = \frac{10(s+1)}{2s^3 + (10k+1)s^2 + 10s + 10}$$

第3章习题练习

例5 已知单位负反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+3)(s+5)}$$

若要求闭环极点的实部均小于-1，试确定 K 的取值范围。

闭环特征方程 $s^3 + 8s^2 + 15s + K = 0$

令 $s_1 = s + 1$ $(s_1 - 1)^3 + 8(s_1 - 1)^2 + 15(s_1 - 1) + K = 0$

$$s_1^3 + 5s_1^2 + 2s_1 + K - 8 = 0$$

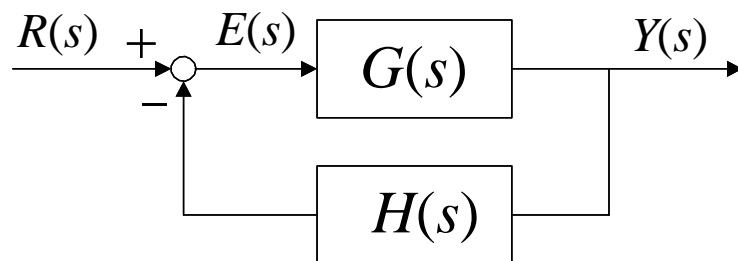
$$\begin{cases} 5 \times 2 > K - 8 \\ K - 8 > 0 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad 18 > K > 8$$

第3章小结

3、稳态误差

①稳态误差的概念

★稳态误差一般按“输入误差”的定义计算（图中 $E(s)$ ）



如果题目对稳态误差有定义，则应该按题义去计算。

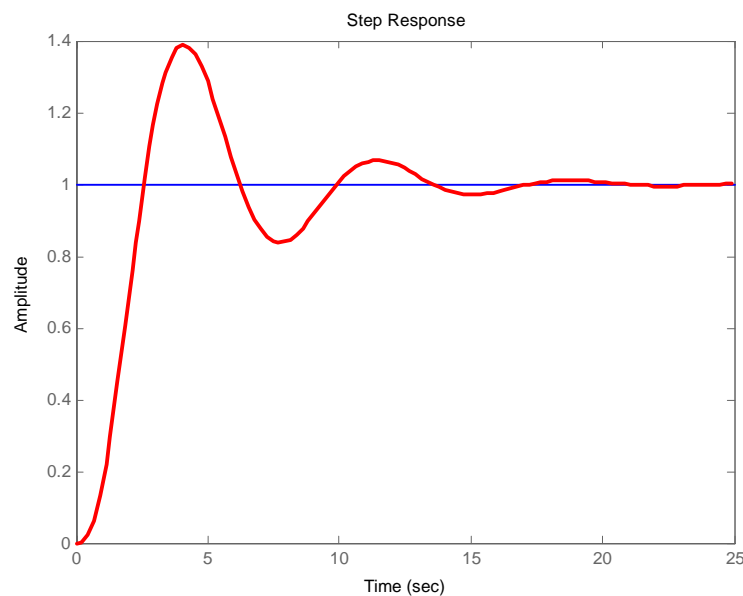
★一个稳定的系统，其稳态误差才有意义

计算稳定误差前，要判系统的稳定性。

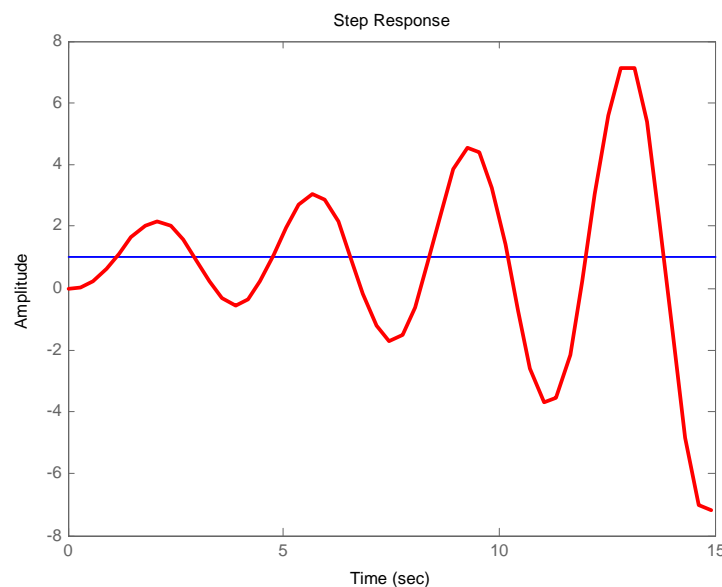
第3章小结

计算稳定误差前，要判系统的稳定性

$$G_0(s) = \frac{k}{s(s+1)(0.5s+1)}$$



$k = 1$ 单位阶跃响应



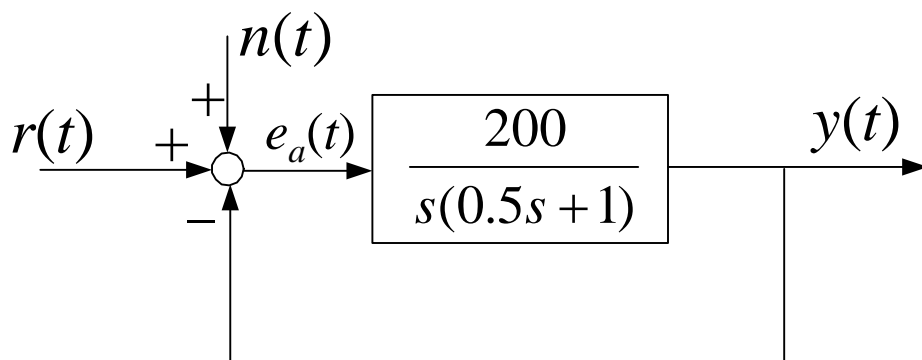
$k = 5$ 单位阶跃响应

第3章小结

②稳态误差的计算: **终值定理** $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$

终值定理由误差的传递函数表达式推导稳态误差值, 具有一般性, 但不适用于稳态误差无极限的情况。

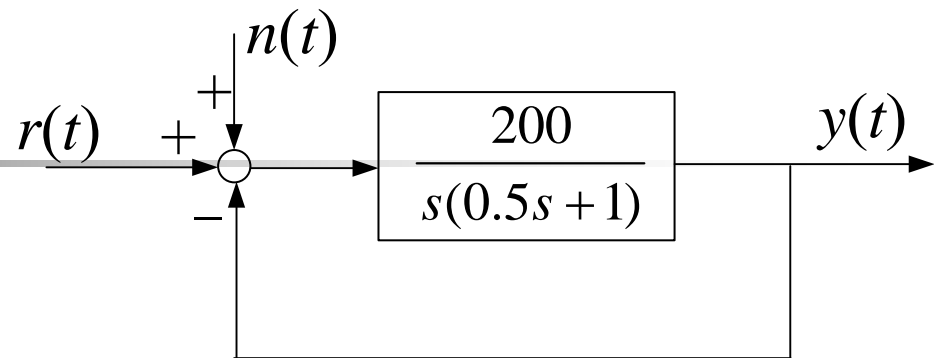
例6 已知输入为 $r(t)=1(t)$, 干扰输入为 $n(t)=0.1 \times 1(t)$, 定义系统的误差为 $e(t)=r(t)-y(t)$, 求系统的稳态误差。



本例应按题意所定义的误差去计算。如果自认为右图的 $e_a(t)$ 为系统误差, 则与题意不同, 只会得到稳态误差为零的错误结论。

第3章习题练习

(1)判断系统的稳定性



$$G(s) = \frac{\frac{200}{s(0.5s+1)}}{1 + \frac{200}{s(0.5s+1)}} = \frac{200}{0.5s^2 + s + 200}$$

系统的特征方程系数全为正，故系统稳定。

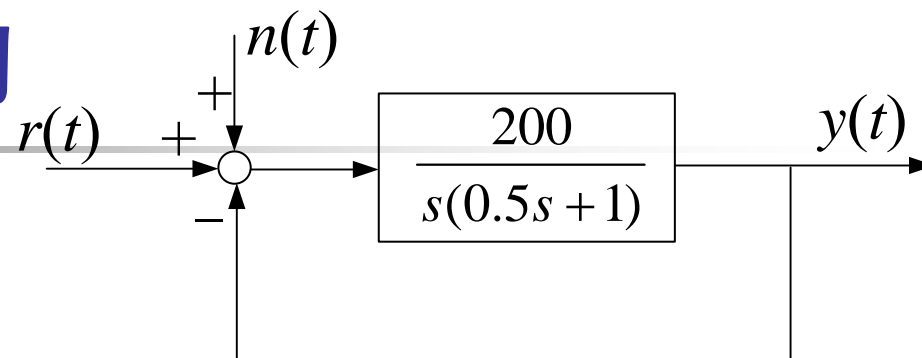
(2)根据终值定理推导系统稳态误差的计算公式

由题意，稳态误差的定义为， $E(s)=R(s)-Y(s)$ ，故有

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - G(s)[R(s) + N(s)] = \frac{1}{s} - \frac{200}{0.5s^2 + s + 200} \left(\frac{1}{s} + \frac{0.1}{s} \right) \\ &= \frac{1}{s} \cdot \frac{0.5s^2 + s - 20}{0.5s^2 + s + 200} \end{aligned}$$

第3章习题练习

(3) 计算稳态误差



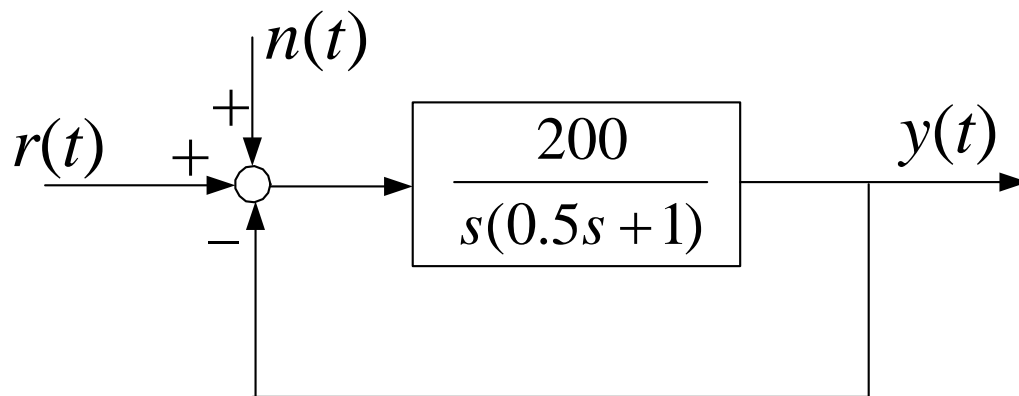
$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - G(s)[R(s) + N(s)] = \frac{1}{s} - \frac{200}{0.5s^2 + s + 200} \left(\frac{1}{s} + \frac{0.1}{s} \right) \\ &= \frac{1}{s} \cdot \frac{0.5s^2 + s - 20}{0.5s^2 + s + 200} \end{aligned}$$

$$E(s) = R(s) - G(s)[R(s) + N(s)] = \frac{1}{s} \cdot \frac{0.5s^2 + s - 20}{0.5s^2 + s + 200}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{0.5s^2 + s - 20}{0.5s^2 + s + 200} = -0.1$$

第3章习题练习

另一种算法——用叠加原理的算法:

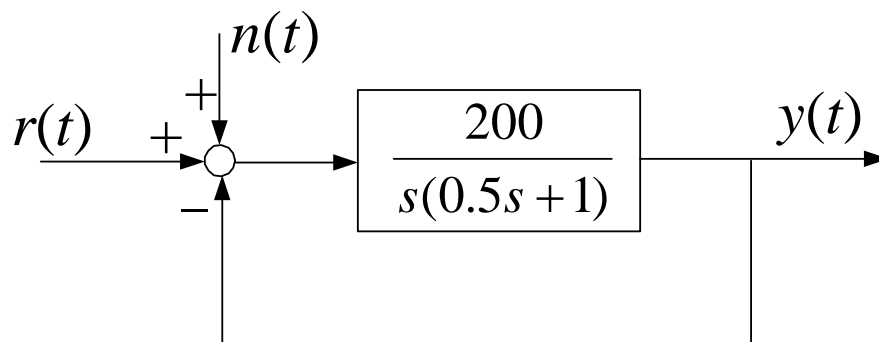


(1)判断系统的稳定性（从略）

(2)设 $n(t)=0$ ，求 $r(t)=1(t)$ 时的 e_{ssr}

$e(t)=r(t)-y(t)$ ，系统为无差系统，单位阶跃输入时， $e_{ssr}=0$

第3章习题练习



(3) 设 $r(t)=0$, 求 $n(t)=0.1 \times 1(t)$ 时的 e_{ssn}

由题意, $e(t)=r(t)-y(t)=-y(t)$

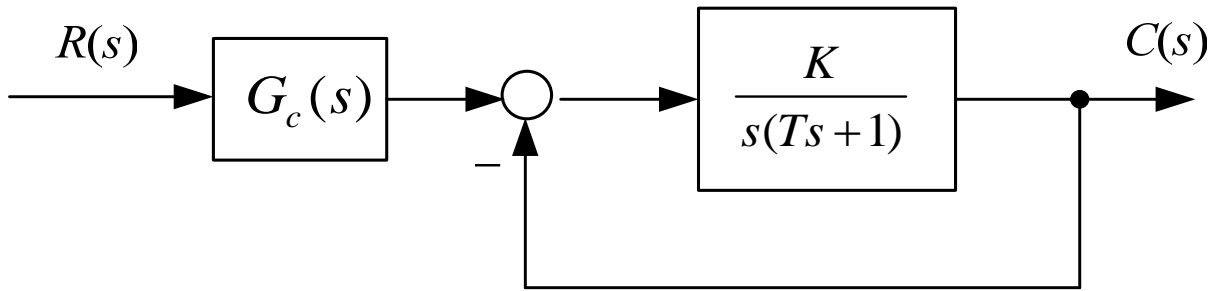
$$E_n(s) = -G(s)N(s) = \frac{-200}{0.5s^2 + s + 200} \cdot \frac{0.1}{s}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE_n(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-200}{0.5s + s + 200} \cdot \frac{0.1}{s} = -0.1$$

由本例说明, 系统对输入稳态无差, 但对扰动仍有稳态误差。

(4) 系统的稳态误差 $e_{ss} = e_{ssr} + e_{ssn} = 0 + (-0.1) = -0.1$

例7 已知输入为 $r(t)=1+at$, $G_c(s)=1+bs$ 为比例微分控制器, 定义系统的误差为 $E(s)=R(s)-C(s)$, 试证明通过适当调节微分时间常数 b , 可以使得系统对于输入 $r(t)$ 的稳态误差为零。



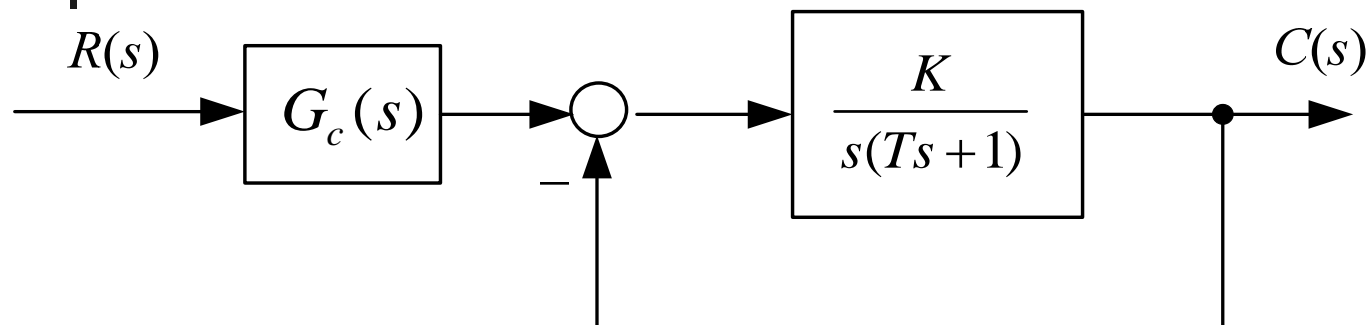
$T>0, \quad K>0$

闭环传递函数 $G(s) = \frac{K(1+bs)}{s(Ts+1)+K}$

因为 $T>0$ 且 $K>0$ ，故系统闭环稳定

第3章习题练习

$$G(s) = \frac{K(1+bs)}{s(Ts+1)+K}$$



$$T>0, K>0$$

$$E(s) = R(s) - C(s) = \frac{s(Ts+1-Kb)}{Ts^2+s+K} R(s) \quad R(s) = \frac{1}{s} + \frac{a}{s^2} = \frac{s+a}{s^2}$$

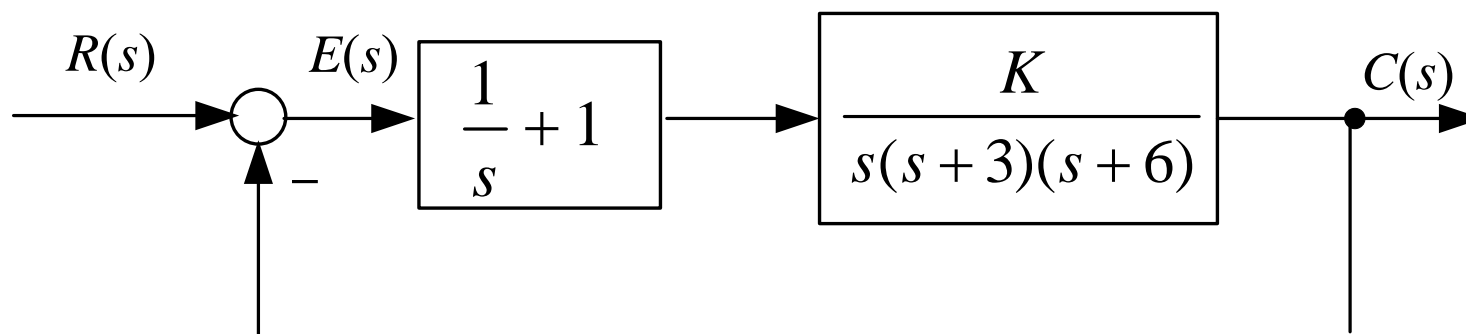
稳态误差

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \frac{s(Ts+1-Kb)}{Ts^2+s+K} \frac{s+a}{s^2} \right]$$
$$= \lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{(Ts+1-Kb)(s+a)}{Ts^2+s+K} \right] = \frac{a(1-Kb)}{K}$$

如果调节 b , 使得 $b=1/K$, 则必有 $e_{ss}=0$

第3章习题练习

例8 已知系统结构图如下，要求系统在 $r(t)=t^2$ 作用下的稳态误差 $e_{ss}<0.5$ ，试确定 K 的取值范围。



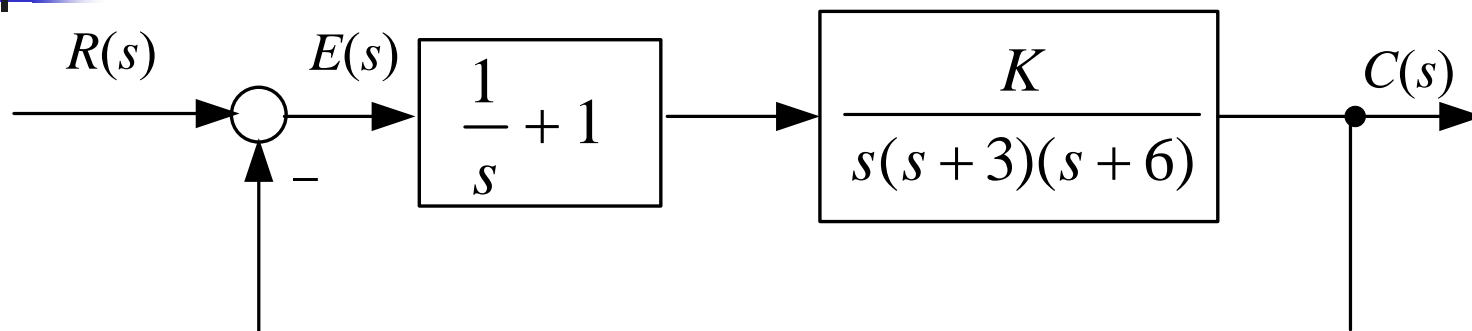
闭环系统特征方程 $s^2(s+3)(s+6) + K(s+1) = 0$

整理后得: $s^4 + 9s^3 + 18s^2 + Ks + K = 0$

由劳斯判据可知，使得闭环系统稳定的 K 满足 $81 > K > 0$

第3章习题练习

$$81 > K > 0$$



开环系统传递函数

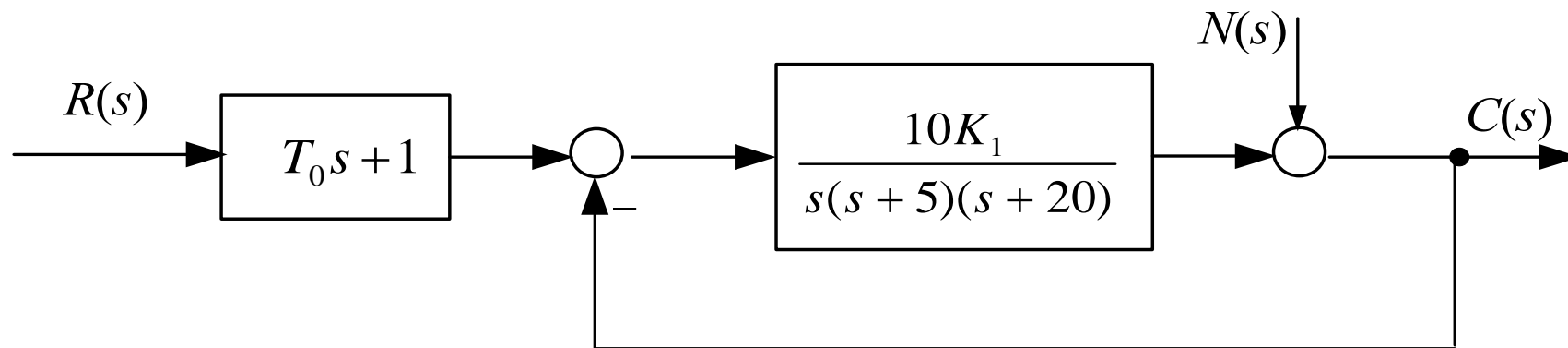
$$G_0(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s+3)(s+6)} = \frac{\frac{K}{18}(s+1)}{s^2\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{6}+1\right)}$$

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_0(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{s^2[1 + G_0(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{2}{s^2 \left[1 + \frac{\frac{K}{18}(s+1)}{s^2\left(\frac{s}{3}+1\right)\left(\frac{s}{6}+1\right)} \right]} = \frac{36}{K} < 0.5$$

满足要求的 K 值范围是: $81 > K > 72$

第3章习题练习

作业2 定义系统的误差为 $E(s)=R(s)-C(s)$ ，试确定系统的参数 K_1 和 T_0 ，使得系统同时满足以下条件：(1)在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差；(2)在 $n(t)=t$ 作用下，稳态误差的绝对值不大于0.05。



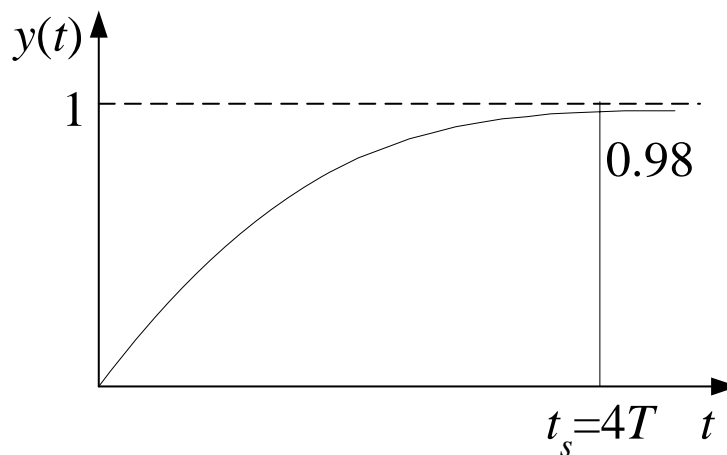
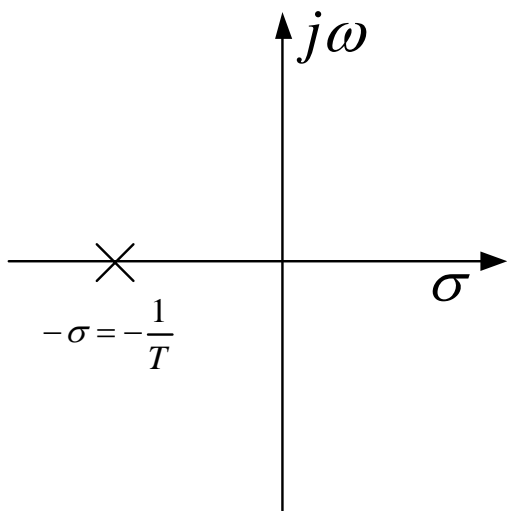
第3章小结

4、动态响应

①1阶和2阶系统，由极点位置估算单位阶跃响应特征

1阶系统 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$

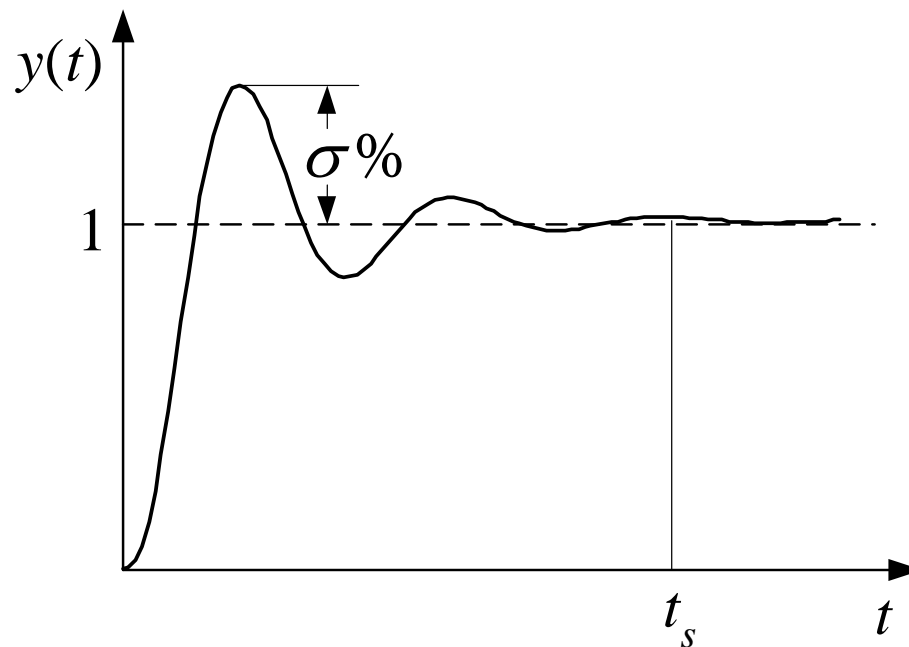
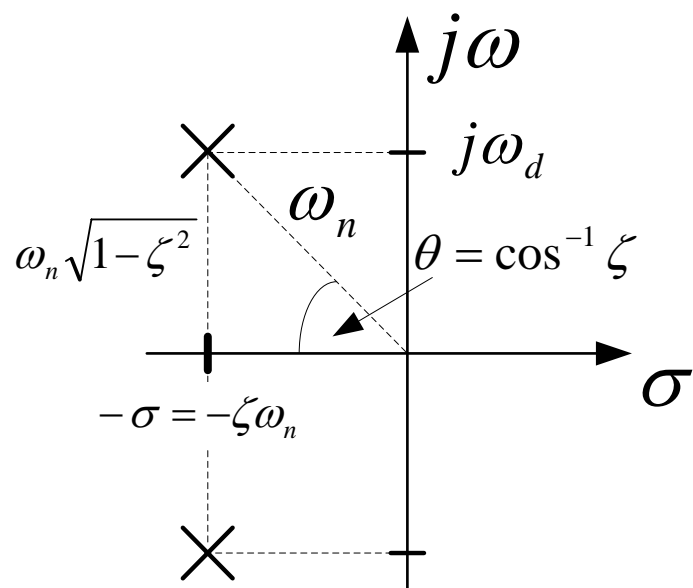
动态响应根据
于系统闭环传递函
数，不是开环传递
函数。



第3章小结

①1阶和2阶系统，由极点位置估算单位阶跃响应特征

$$G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$$



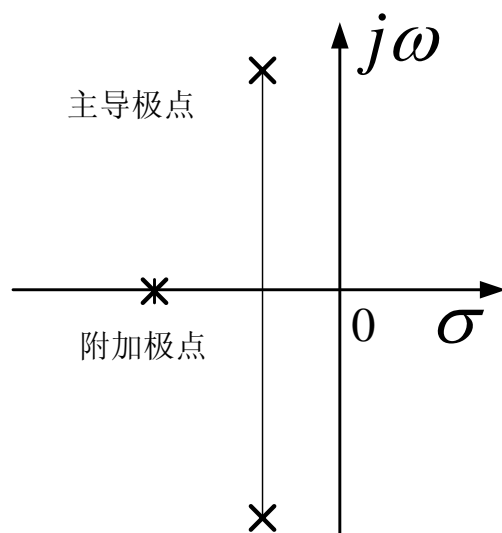
调整时间 $t_s = \frac{4}{\sigma}$

超调量 $\sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

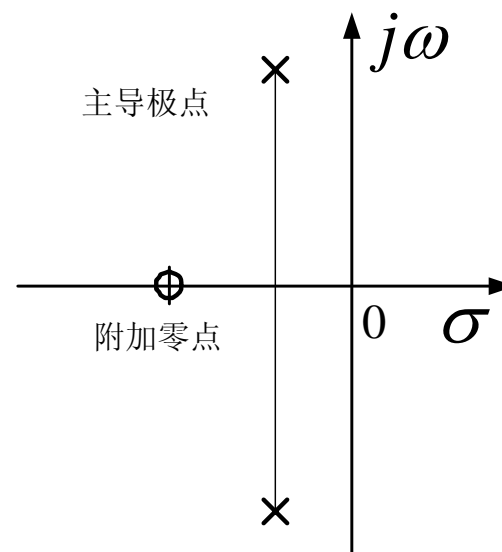
第3章小结

②估计高阶系统单位阶跃响应的方法

用**主导极点**决定的1阶或2阶系统代替高阶系统。并考虑非主导极点和零点的影响。估计的趋势虽然很近似，但对设计和调整系统很重要。



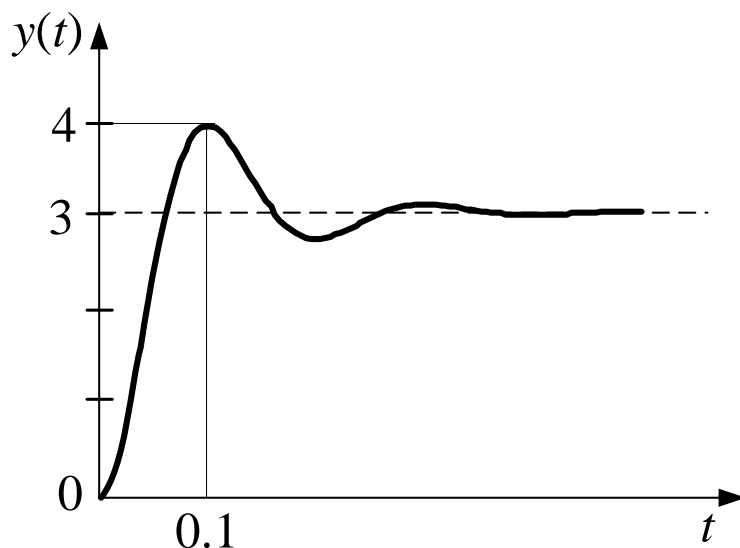
非主导极点使系统响应变慢，超调减小。



零点使系统响应变快，超调增大。

第3章习题练习

例8 已知2阶系统单位阶跃响应，求系统的传递函数



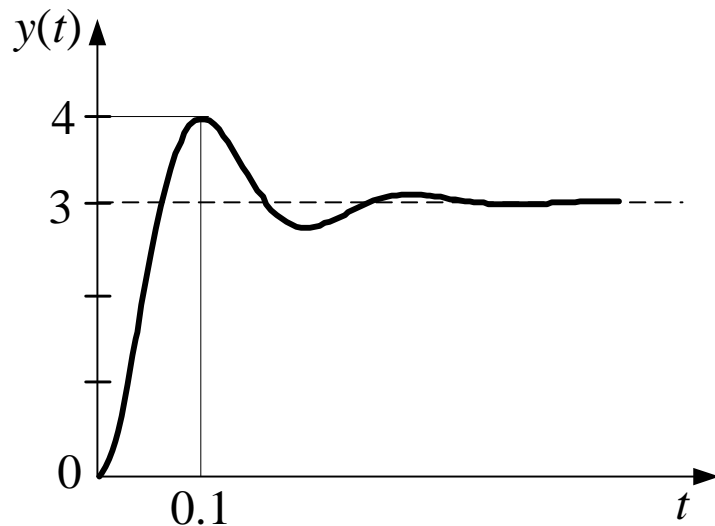
系统的稳态值，可由
终值定理计算。即，

$$\lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \cdot \frac{1}{s} = G(0)$$

系统在单位阶跃输入作用下，响应的稳态值是3，故系统的增益为3，不是1。设系统的模型(闭环传递函数)为，

$$G(s) = \frac{3}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} = \frac{3\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

第3章习题练习



$$G(s) = \frac{3}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}$$
$$= \frac{3\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

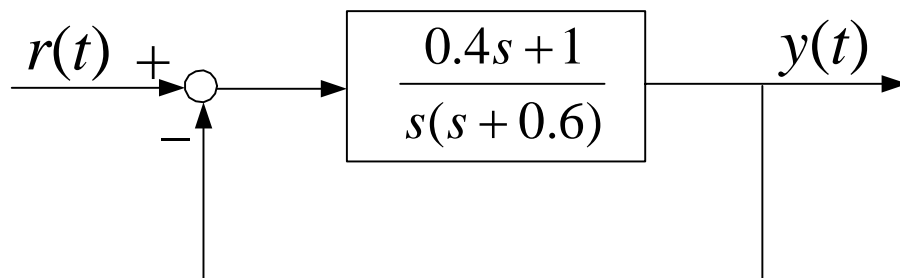
(1) 由图得, $\sigma\% = (4-3)/3 = 33\%$, $t_p = 0.1$

(2) 由公式 $\sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = 0.33$ $\zeta = 0.33$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = 0.1$$
$$\omega_n = 33.2$$

第3章习题练习

例9 已知单位反馈系统如图所示。估计当 $r(t)=1(t)$ 时的系统响应特征，超调量 $\sigma\%$ 和调整时间 t_s 。



闭环传递函数

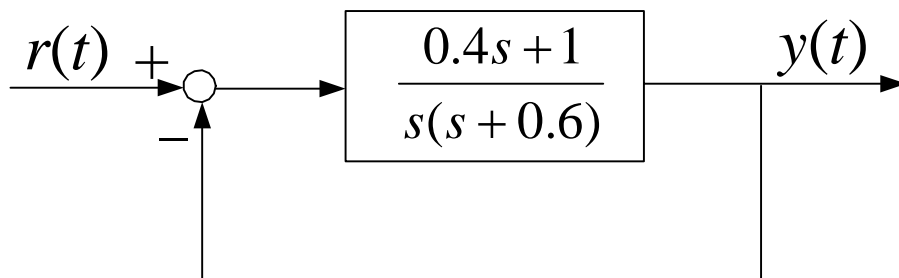
$$G(s) = \frac{0.4s + 1}{s^2 + s + 1}$$

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_n = 1 \\ \omega_n^2 = 1 \end{cases} \longrightarrow \zeta = 0.5 \quad \omega_n = 1$$

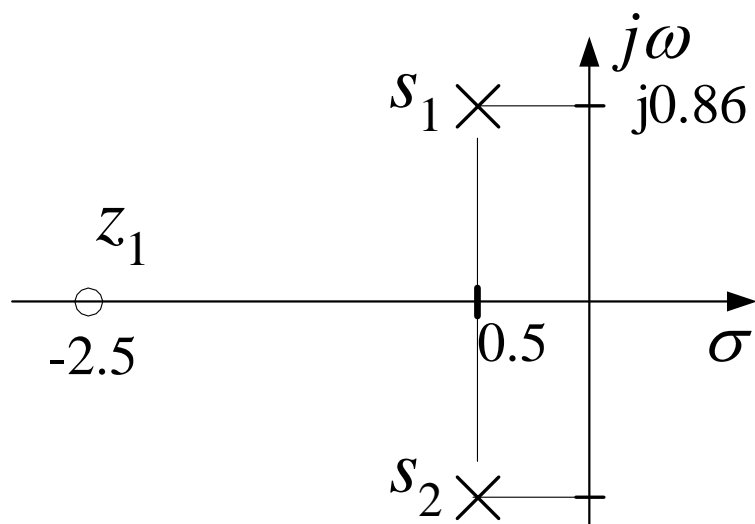
系统特征根 $s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$

s_1 、 s_2 为系统的主导极点，由此估计系统响应特性。

第3章习题练习



系统特征根 $s_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$



闭环传递函数

$$G(s) = \frac{0.4s + 1}{s^2 + s + 1}$$

$$\zeta = 0.5 \quad \omega_n = 1$$

$$\sigma\% = e^{-\frac{0.5\pi}{\sqrt{1-0.5^2}}} = 16.3\%$$

(精确值为18%)

$$t_s = \frac{4}{0.5 \times 1} = 8s$$

(精确值为7.8s)

由于零点的影响，超调量略大，调整时间略短。

第3章习题练习

作业3 已知控制系统如图所示。欲保证阻尼比 $\zeta=0.7$ 和单位斜坡响应的稳态误差 $e_{ss}=0.25$ ，试确定系统参数 K 和 τ ，并计算系统的超调量 $\sigma\%$ 和调整时间 t_s 。

