

# 第九章

## 导 热

## Heat Conduction

# 作业 (1)

**9—1**

**9—4**

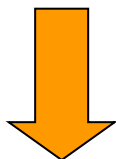
**9—5**

**9—7**

# 内容提示（一）

- 热传导：由温度梯度而产生的能量传输。

- 傅里叶定律

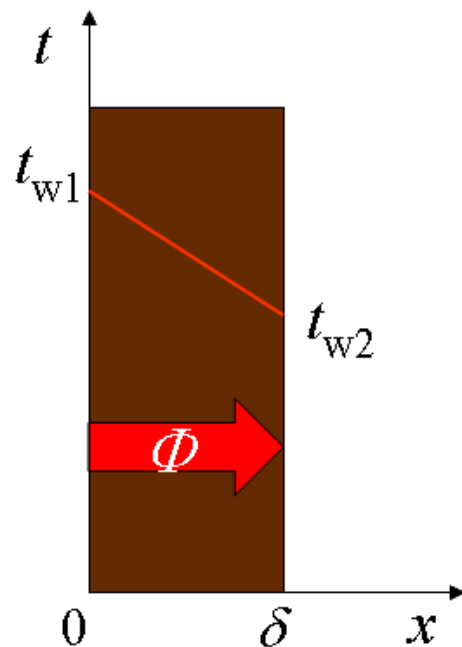


- 9-1 导热的基本概念、定律

- 9-2 稳态导热

- 9-3 瞬态导热

- 9-4 导热的数值解法



# 9-1 导热的基本概念、基本定律

- 一、导热的基本概念
- 二、导热基本定律
- 三、导热系数
- 四、导热问题的数学描述

# 9-1 导热的基本概念、基本定律

## 研究方法

- 由连续介质假设出发，从宏观的角度来讨论导热的基本规律及计算方法。
- (分子、自由电子、声子)平均自由程与物体宏观尺寸相比不能忽略的情形不在本章研究范畴之内。

# 一、导热的基本概念

## 1、温度场

某一时刻  $\tau$ ，物体内部所有各点的温度分布称为该物体在时刻的温度场。

温度场是空间坐标和时间的函数，在直角坐标系中，温度场可表示为

$$t = f(x, y, z, \tau)$$

$t$  表示温度， $x, y, z$  为空间直角坐标。

- 当温度场与时间有关时，称为**非稳态温度场**。  
稳态导热的温度场称为**稳态温度场**。

$$t = f(x, y, z, \tau) \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$$

- 根据在空间的变化情况温度场可分为：

一维温度场       $t = f(x, \tau)$                        $t = f(x)$

二维温度场       $t = f(x, y, \tau)$                        $t = f(x, y)$

三维温度场       $t = f(x, y, z, \tau)$                        $t = f(x, y, z)$

## 2、等温面与等温线

同一时刻温度场中温度相同的点所连成的曲面称为**等温面**。任何一个二维截面上，等温面表现为**等温线**。温度场可用等温面或等温线来表示。

**等温面和等温线的特征：**

- 同一时刻，等温面或等温线不相交；
- 连续介质假设下，等温面（或等温线）或者在物体中构成封闭的曲面（或曲线），或者终止于物体的边界，不可能在物体中中断。



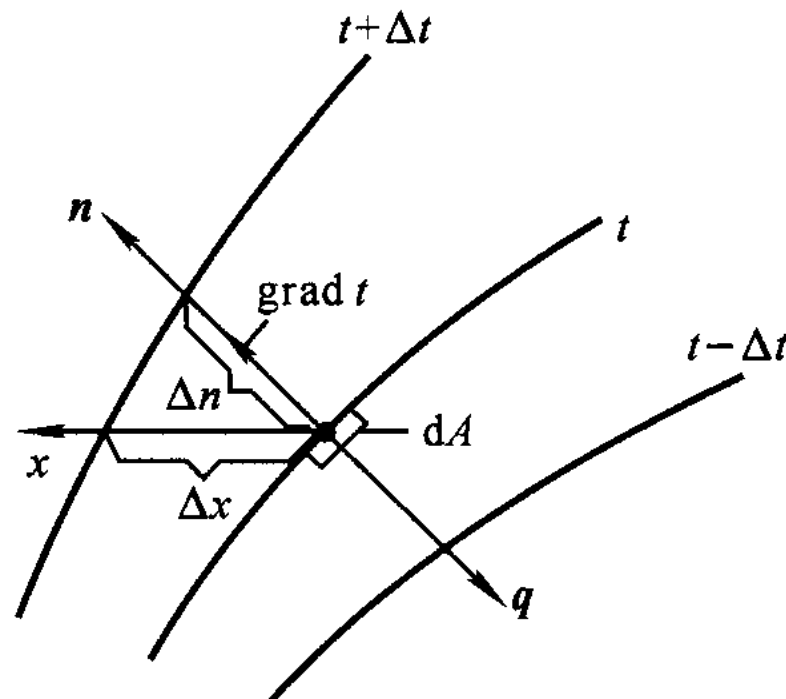
### 3、温度梯度(temperature gradient)

**定义：** 等温面法线方向的温度变化

$$\text{grad } t = \frac{\partial t}{\partial n} \mathbf{n}$$

$\frac{\partial t}{\partial n}$  — 等温面法线方向温度变化率；

$\mathbf{n}$  — 等温面法线方向的单位矢量。



温度梯度是矢量, 其方向沿等温面的法线指向温度增加的方向

**温度梯度是矢量，指向温度增加的方向。**

**直角坐标系中，温度梯度可表示为**

$$\text{grad } t = \frac{\partial t}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial t}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial t}{\partial z} \mathbf{k}$$

$\frac{\partial t}{\partial x}$   $\frac{\partial t}{\partial y}$   $\frac{\partial t}{\partial z}$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的偏导数；

$\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$  为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的单位矢量。

## 4、热流密度(heat flux)

垂直通过等温面 $t$ 上的微元面积 $dA$ 的热流量为 $d\Phi$ ，则 $dA$ 上的热流密度为：

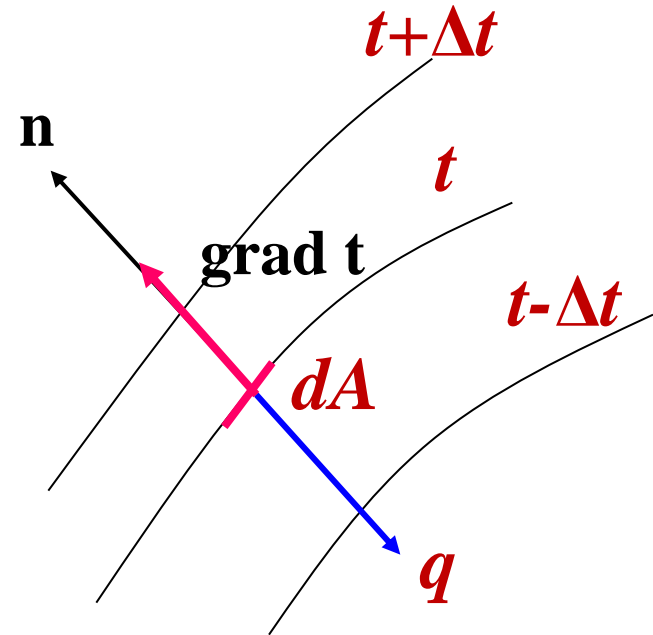
$$q = \frac{d\Phi}{dA}$$

热流密度的大小和方向可以用**热流密度矢量** $q$ 表示：

$$q = -\frac{d\Phi}{dA} n$$

在直角坐标系中, 热流密度矢量可以表示为

$$q = q_x i + q_y j + q_z k$$



## 二、导热基本定律

1822年，法国数学家傅里叶在实验研究基础上，通过理论分析和总结发现导热基本规律——傅里叶定律

### 1、均质各向同性材料导热的Fourier定律

$$q = -\lambda \text{grad } t$$

标量形式的Fourier定律表达式为： $q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$

- 热流密度的大小与温度梯度的绝对值成正比，其方向与温度梯度的方向相反；
- 要计算通过物体的导热热流量，除了物体材料的导热系数之外，还必须知道温度场。所以，求解温度场是导热分析的主要任务。

# Fourier定律的适用条件

- 适用于均质连续介质，工程上许多材料不满足此条件，但所取微元体内的性质基本均匀一致时亦可用，如砖、混凝土等；
- 各向同性材料，导热系数与方向无关。此时，由Fourier定律知： $q$ 与 $\text{grad}t$ 共线、反向，均垂直于等温面（线）；

# Fourier定律的适用条件

- 不适用于极低温导热问题、极短时间的瞬态导热问题、微纳米尺度导热问题
- Fourier定律假定热扰动以无限大的速度传播，  
即：在任何瞬间，温度梯度和热流密度都是相互对应的。当传播速度有限时

$$\frac{a}{c} \frac{\partial q}{\partial \tau} + q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$$

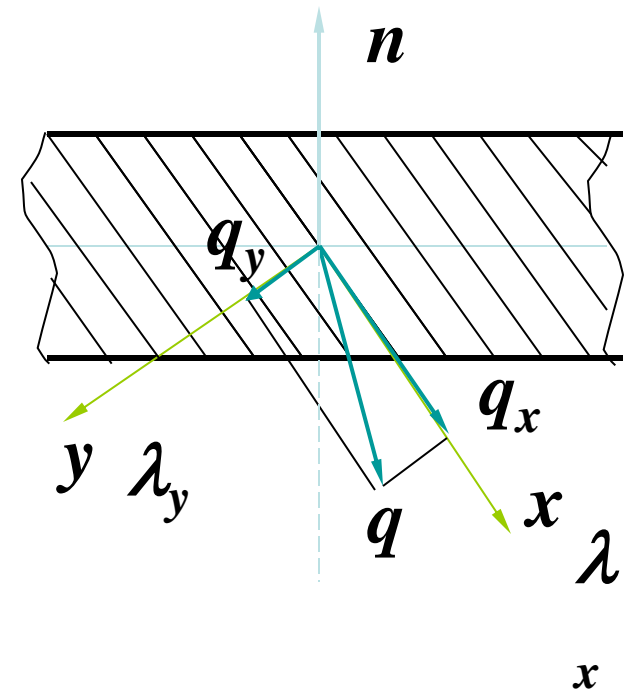
a: 热扩散率; c: 热传播速度

对于大多数工程实践问题（稳态及弱瞬态热过程），这个假设已经可以得出足够精确的解。但是，对于快速瞬态热过程，这个条件不能满足——非傅里叶效应

## 2、各向异性介质的导热

### 各向异性介质：

导热系数随方向变化。如木材、石英、沉积岩、经过冷冲压处理的金属、层压板、强化纤维板等。热流密度矢量的方向不仅与温度梯度有关,还与导热系数的方向性有关,因此热流密度矢量与温度梯度不一定在同一条直线上。



# 各向异性介质的导热定律

$$-q_x = \lambda_{xx} \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_{xy} \frac{\partial t}{\partial y} + \lambda_{xz} \frac{\partial t}{\partial z}$$

$$-q_y = \lambda_{yx} \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_{yy} \frac{\partial t}{\partial y} + \lambda_{yz} \frac{\partial t}{\partial z}$$

$$-q_z = \lambda_{zx} \frac{\partial t}{\partial x} + \lambda_{zy} \frac{\partial t}{\partial y} + \lambda_{zz} \frac{\partial t}{\partial z}$$

本课程不涉及各向异性介质材料导热的具体分析计算过程。



### 三、导热系数

导热系数是物质的重要热物性参数，表示该物质**导热能力**的大小。根据傅里叶定律，有：

$$\lambda = \frac{q}{|\text{grad } t|}$$

热导率的数值就是物体中单位温度梯度、单位时间、通过单位面积的导热量

- 绝大多数材料的导热系数都根据上式由实验测得。
- 材料的导热系数差别很大。

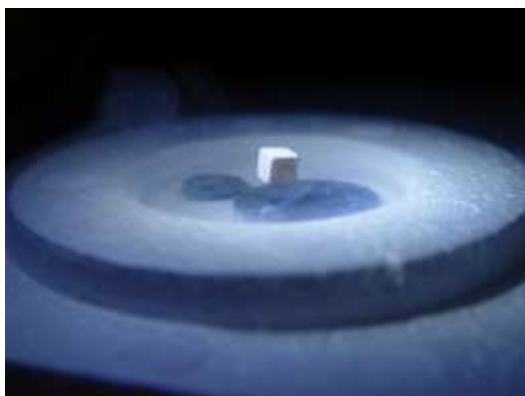
# 几种典型材料的导热系数

表 9-1 几种典型材料在 20 ℃ 时的热导率数值

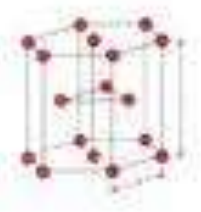
材料名称	$\lambda / [W/(m \cdot K)]$	材料名称	$\lambda / [W/(m \cdot K)]$
金属(固体):		松木(平行木纹)	0.35
纯银	427	冰(0 ℃)	2.22
纯铜	398	液体:	
黄铜(70% Cu, 30% Zn)	109	水(0 ℃)	0.551
纯铝	236	水银(汞)	7.90
铝合金(87% Al, 13% Si)	162	变压器油	0.124
纯铁	81.1	柴油	0.128
碳钢(约 0.5% C)	49.8	润滑油	0.146
非金属(固体):		气体:(大气压力)	
石英晶体(0 ℃, 平行于轴)	19.4	空气	0.025 7
石英玻璃(0 ℃)	1.13	氮气	0.025 6
大理石	2.70	氢气	0.177
玻璃	0.65~0.71	水蒸气(0 ℃)	0.183
松木(垂直木纹)	0.15		

## 典型材料导热系数的数值范围

纯金属	50~415	W/m·K
合金	12~120	W/m·K
非金属固体	1~40	W/m·K
液体(非金属)	0.17~0.7	W/m·K
隔热材料	0.03~0.12	W/m·K
气体	0.007~0.17	W/m·K



# 1、物质的导热机理



- 气体：分子的相互作用或碰撞；
- 非导电固体：晶格结构的振动，振动的传递称为弹性声波，弹性波能量的量子化称为“声子”；
- 导电固体：主要靠自由电子，声子也有微小贡献；
- 液体：目前的认识尚不很清楚，有两种代表性说法：  
(1) 稠密气体；(2) 非导电固体
- 高温固体或有缺陷、空隙的固体：辐射影响不可忽略，热载体为光子。

## 2、导热系数的数学描述

物质的导热可归结为自由电子、声子、分子以及光子四种载体的运动和相互作用。

每一载体单独作用时：

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \bar{c} l$$

载体的体积热容    载体的平均速度    平均自由程

两种或两种以上载体同时存在时：

$$\lambda = \frac{1}{3} \sum_i C_{v,i} \bar{c}_i l_i$$

### 3、物质导热系数的特点

- ① 同一种物质的固态导热系数最大,气态导热系数最小;
- ② 金属导热系数大于非金属的导热系数(相差1~2个数量级);
- ③ 导电性能好的金属,导热性能也好。银是最好的导电体,也是最好的导热体;
- ④ 合金中杂质(或其他金属)破坏了晶格的结构,纯金属的导热系数大于它的合金。
- ⑤ 各向异性物体的导热系数与方向有关;
- ⑥ 同一种物质,晶体的导热系数大于非晶体的。

## 4、影响导热系数的因素

### (1) 温度

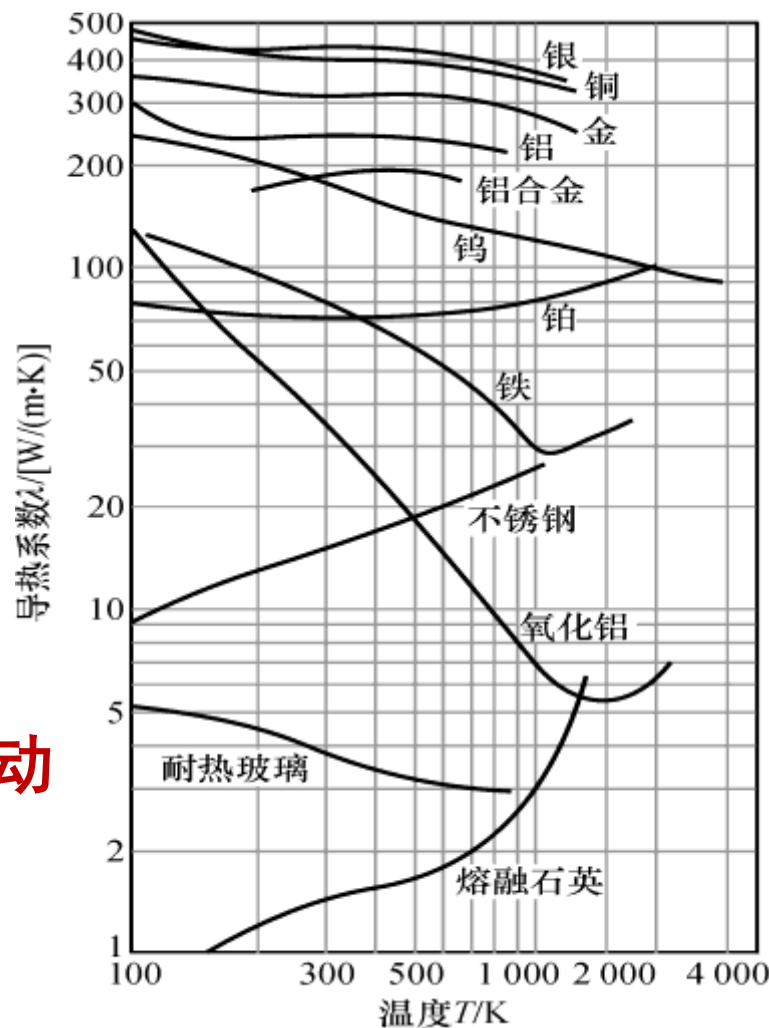
一般地说，所有物质的导热系数都是温度的函数，不同物质的热导率随温度的变化规律不同。

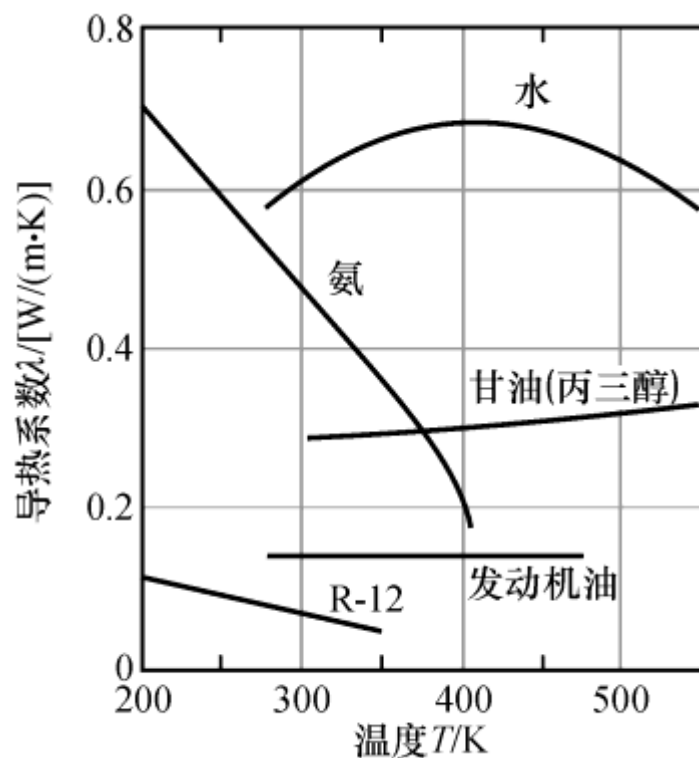
纯金属的导热系数随温度的升高而减小。

$$T \uparrow \Rightarrow \lambda \downarrow$$

— 晶格振动的加强 干扰自由电子运动

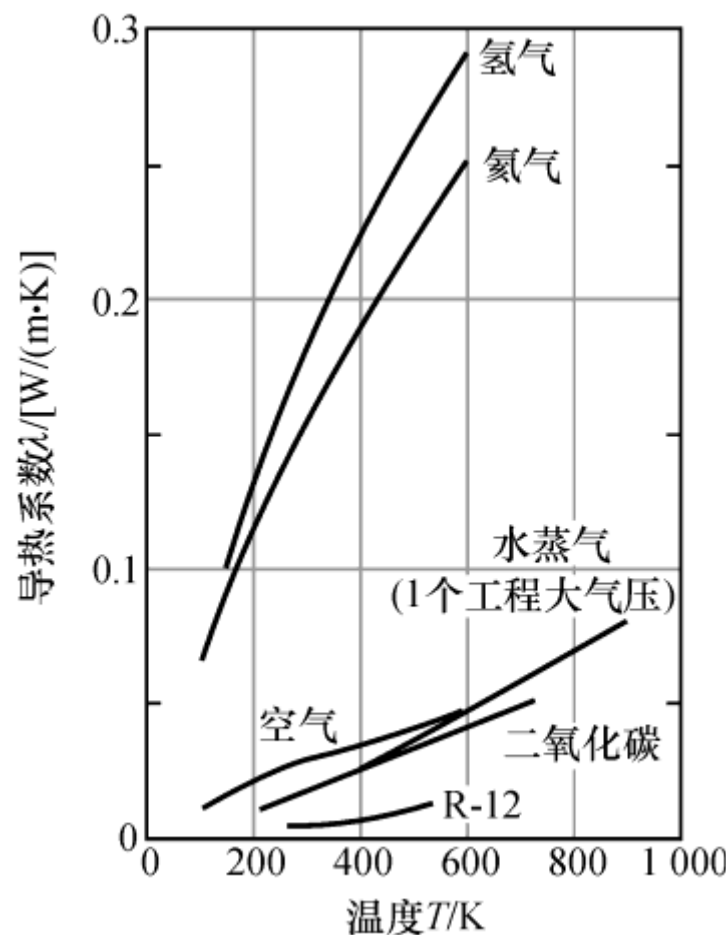
一般合金和非金属的导热系数随温度的升高而增大。





大多数液体（水和甘油除外）的导热系数随温度的升高而减小。

$$\lambda = A c_p \rho^{4/3} / M^{1/3}; A c_p = \text{const}$$



所有气体的导热系数均随温度升高而增大。

$$T \uparrow \Rightarrow \rho \downarrow \Rightarrow \lambda \downarrow$$



## (2) 压力

- 气体：随压力增加而增大。

稀薄气体( $P < 100\text{Pa}$ )导热系数与压力近似成正比；

低压气体( $100\text{Pa} \sim 1\text{MPa}$ )压力影响可忽略不计；

高压气体压力影响明显，尤其是临界区。

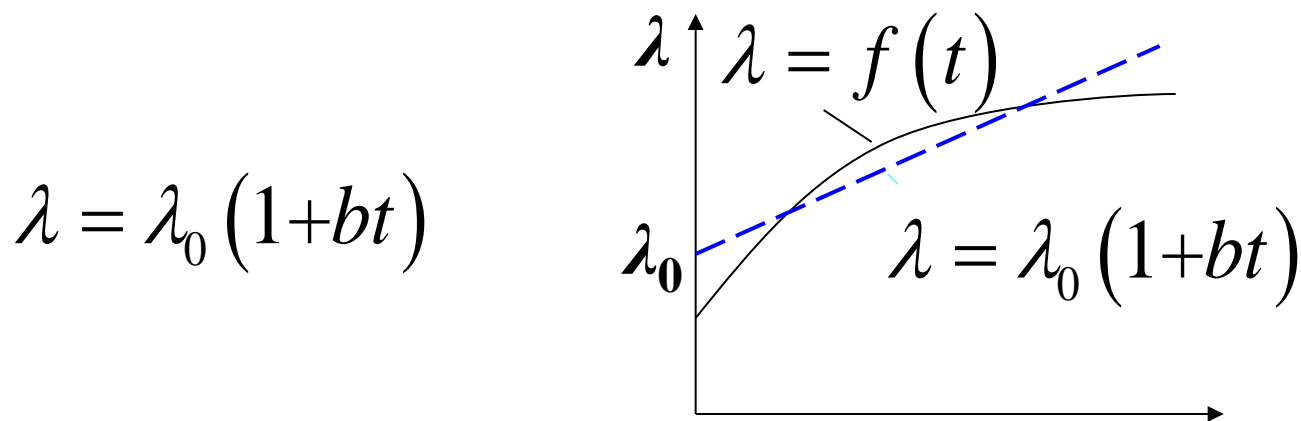
- 液体：压力影响可忽略不计。

- 固体：

晶体：压力达到足以使晶格变形时，导热系数随压力增大而减小；

非晶体：压力增大促使导热系数增大。

对特定物质作导热分析计算时，通常只需考虑温度对导热系数的影响。所研究的温度范围较小时，材料的导热系数可以近似认为随温度线性变化：



$\lambda_0$  为按上式计算  $0^\circ\text{C}$  下的导热系数值，并非材料在  $0^\circ\text{C}$  下的导热系数真实值，如图所示； $b$  为由实验确定的实常数，与物质的种类有关。

## 5、多孔材料的导热系数

绝大多数建筑材料和绝热材料都具有多孔或纤维结构(如砖、混凝土、石棉、炉渣等),不是均匀介质。应用傅里叶定律的条件:孔隙大小与物体总体几何尺寸相比非常小,近似看作均匀介质。

多孔材料的导热系数是指它的**表观（有效）导热系数**,或称作**折算导热系数**,它相当于和多孔材料物体具有相同的形状、尺寸和边界温度,且通过的导热热流量也相同的某种均质物体的导热系数。最简单的表观导热系数的计算式为:

$$\lambda_e = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s$$

effective thermal conductivity

porosity

# 多孔材料导热系数的特点

## 多孔材料的导热系数随温度的升高而增大

- 孔隙中气体的导热系数随温度的升高而增大
- 孔隙内壁面间的辐射传热加强

## 多孔材料导热系数与密度关系

- 一般密度愈小，多孔材料的空隙率愈大，导热系数愈小
- 密度小到一定程度后，由于孔隙较大，空隙中的空气出现宏观流动，由于对流传热的作用反而使多孔材料的表观导热系数增大

# 多孔材料导热系数的特点

多孔材料的导热系数受湿度的影响较大

例如：干砖导热系数  $0.35 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ，水的导热系数  $0.60 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ，湿砖导热系数  $1.0 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$

多孔介质是典型的保温材料（或绝热材料）

膨胀塑料、膨胀珍珠岩、矿渣绵， .....

我国国标规定， $\lambda < 0.12 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  ( $t < 350 \text{ }^\circ\text{C}$ ) 的材料为保温材料。

## 四、导热问题的数学描述（数学模型）

建立数学模型的目的：

求解温度场  $t = f(x, y, z, \tau)$

导热数学模型的组成：

导热微分方程式+单值性条件

# 导热微分方程式的导出

**假设:** 1) 物体由各向同性的连续介质组成;  
2) 有内热源, 强度为  $\dot{\Phi}_V$ , 表示单位时间、单位体积内的生成热, 单位为  $\text{W}/\text{m}^3$ 。

**步骤:** 1) 根据物体的形状选择坐标系, 选取物体中的微元体作为研究对象;  
2) 根据能量守恒, 建立微元体的热平衡方程式;  
3) 根据傅里叶定律及已知条件, 对热平衡方程进行归纳、整理。

## 导热过程中微元体的热平衡：

单位时间内，净导入微元体的热流量  $\Phi_\lambda$  与微元体内热源的生成热  $\Phi_V$  之和等于微元体热力学能的增加  $dU$ ，即

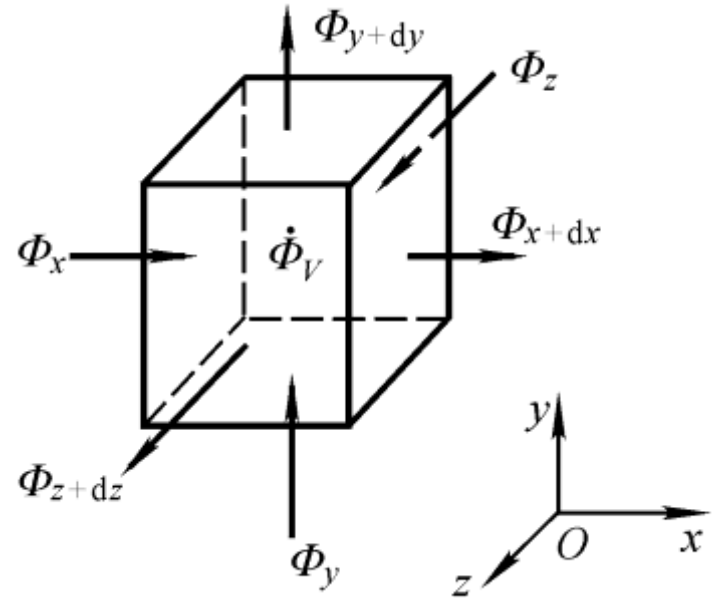
$$\Phi_\lambda + \Phi_V = dU$$

$$\Phi_\lambda = \Phi_{l_x} + \Phi_{l_y} + \Phi_{l_z}$$

$$\Phi_{l_x} = \Phi_x - \Phi_{x+dx} = q_x dydz - q_{x+dx} dydz$$

$$= q_x dydz - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dydz = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydz$$

$$= -\frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dydz = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) dx dydz$$





同理可得从 $y$ 和 $z$ 方向净导入微元体的热流量分别为

$$\Phi_{\lambda_y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) dx dy dz \quad \Phi_{\lambda_z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) dx dy dz$$

于是, 在单位时间内净导入微元体的热流量为

$$\Phi_{\lambda} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] dx dy dz$$

单位时间内微元体内热源的生成热:  $\Phi_V = \dot{\Phi}_V dx dy dz$

单位时间内微元内能的增加:

$$dU = \rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} dx dy dz$$

导热微分  
方程式

根据微元体的热平衡表达式  $\Phi_{\lambda} + \Phi_V = dU$  可得

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] + \dot{\Phi}_V$$

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] + \dot{\Phi}_V$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

**热扩散率(导温系数, thermal diffusivity) [m<sup>2</sup>/s]**

$$a = \frac{\lambda}{\rho c} \quad \text{—— 物质的储热能力}$$

是对非稳态导热过程有重要影响的热物性参数，其大小反映瞬态加热或冷却时物体内部温度变化的快慢。  
**表征物体内部温度趋于一致的能力。**热扩散率愈大，对突然加热与冷却，物体内部达到热平衡愈快。

例：

木材热扩散率约为  $a = 1.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  ,

纯铜热扩散率约为  $a = 5.33 \times 10^{-5}$  , 是木材的355倍。<sup>35</sup>

# 导热微分方程式的简化

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

(1) 物体无内热源:  $\dot{\Phi}_V = 0$   $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$

式中 $\nabla^2$ 是拉普拉斯算符, 在直角坐标系中,

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$

(2) 稳态导热:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$   $a \nabla^2 t + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c} = 0$

(3) 稳态导热、无内热源:

$$\nabla^2 t = 0, \text{ 即 } \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$$

## 例9-1

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right]$$

无内热源、常物性二维导热物体在某一瞬时的温度分布为  $t = 2y^2 \cos x$ ，试分析该物体在  $x=0, y=1$  处温度随时间的变化趋势。

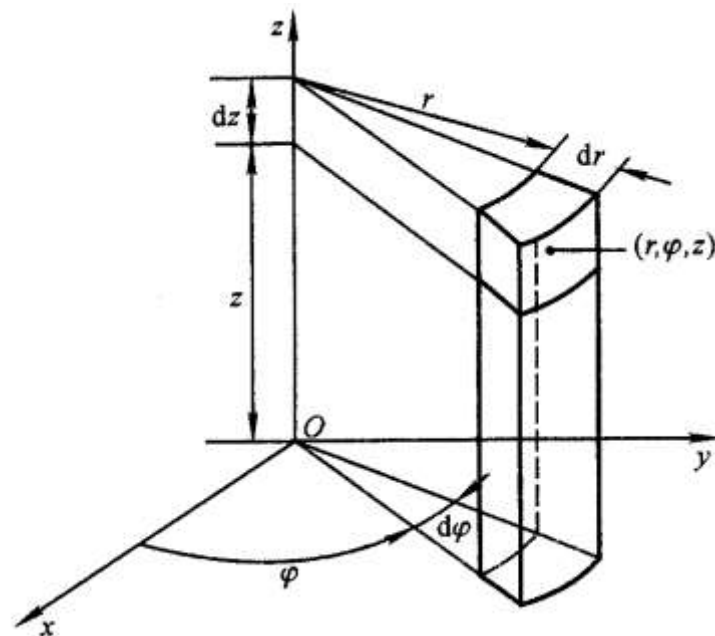
**解：**  $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = -2y^2 \cos x$      $\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 4 \cos x$

代入导热微分方程  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right)$  得：

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a(4 - 2y^2) \cos x \quad \text{当 } x = 0, y = 1 \text{ 时,}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 2a > 0 \quad \text{所以, 该点温度随时间增加而升高。}$$

# 圆柱坐标系下的 导热微分方程式



$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) \right] + \dot{\Phi}_V$$

如果 $\lambda$ 为常数：

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[ \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right] + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

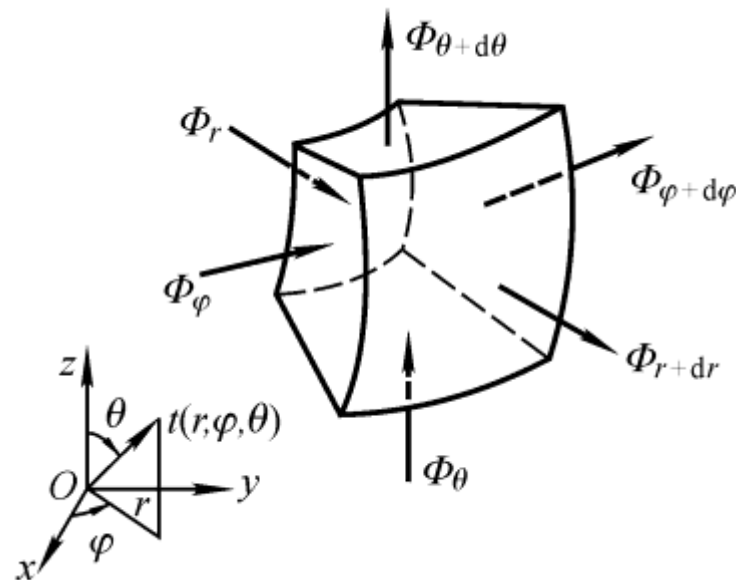
# 球坐标系下的导热微分方程式

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r^2 \frac{\partial t}{\partial r} \right) +$$

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \lambda \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \dot{\Phi}_V$$

$\lambda$ 为常数时,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rt)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial t}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$



# 导热微分方程式的单值性条件

- 导热微分方程式适用于无穷多个导热过程，有无穷多个解。
- 完整的描写具体导热过程，必须说明导热过程的具体特点，即给出导热微分方程的**单值性条件**（或称**定解条件**），使导热微分方程式具有唯一解。
- 导热微分方程式与单值性条件一起构成具体导热过程完整的数学描述。
- 单值性条件一般包括：几何条件、物理条件、时间条件、边界条件。

# 1.几何条件

说明参与导热物体的几何形状及尺寸。几何条件决定温度场的空间分布特点和分析时所采用的坐标系。

# 2.物理条件

说明导热物体的物理性质,例如物体有无内热源以及内热源的分布规律,给出热物性参数( $\lambda$ 、 $\rho$ 、 $c$ 、 $a$ 等)的数值及其特点等。

# 3.时间条件

说明导热过程时间上的特点,是稳态导热还是非稳态导热。对于非稳态导热,应该给出过程开始时物体内部的温度分布规律(称为初始条件):

$$t|_{\tau=0} = f(x, y, z)$$



## 4.边界条件

说明导热物体边界上的热状态以及与周围环境之间的相互作用,例如,边界上的温度、热流密度分布以及边界与周围环境之间的热量交换情况等。

常见的边界条件分为以下三类:

### (1) 第一类边界条件

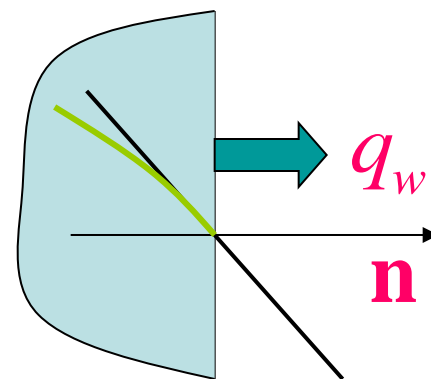
给出边界上的温度分布及其随时间的变化规律:

$$t_w = f(x, y, z, \tau)$$

### (2) 第二类边界条件

给出边界上的热流密度分布及其随时间的变化规律:

$$q_w = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_w \Rightarrow \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = -\frac{q_w}{\lambda}$$



如果物体的某一表面是绝热的, 即  $q_w = 0$ , 则

$$\left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = 0$$

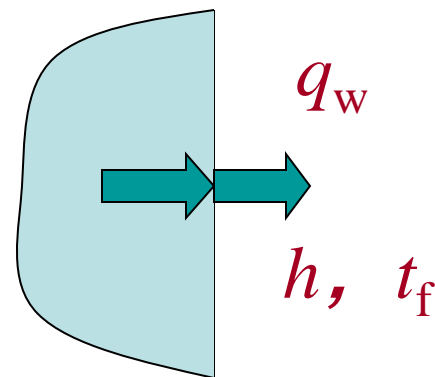
物体内部的等温面或等温线与该绝热表面垂直相交。

### (3) 第三类边界条件

给出了与物体表面进行对流换热的流体的温度  $t_f$  及表面传热系数。

根据边界面的热平衡, 由傅里叶定律和牛顿冷却公式可得

$$-\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = h(t_w - t_f)$$



第三类边界条件建立了物体内部温度在边界处的变化率与边界处对流换热之间的关系, 也称为**对流换热边界条件**。

上式描述的第三类边界条件为**线性边界条件**，反映了导热问题的大部分实际情况。

如果导热物体的边界处除了对流换热还存在与周围环境之间的辐射换热, 边界面的热平衡表达式为

$$-\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_w = h(t_w - t_f) + q_r$$

$q_r$  为物体边界面与周围环境之间的净辐射换热热流密度。这种对流换热与辐射换热叠加的复合换热边界条件是**非线性的边界条件**。

具体导热过程完整的数学描述（数学模型）应该包括

(1)导热微分方程式;

(2)单值性条件。

建立合理的数学模型，是求解导热问题的第一步，也是最重要的一步。

对数学模型进行求解，就可以得到物体的温度场进而根据傅里叶定律就可以确定相应的热流分布。

目前应用最广泛的求解导热问题的方法:(1)分析解法;(2)数值解法;(3)实验方法。这也是求解所有传热学问题的三种基本方法。