

# 第四次作业

1. 判断以下不等式组是否有解

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - 2x_3 &\geq 2 \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 &\geq 0 \\ x_2 + x_3 &\geq 1\end{aligned}\tag{P1}$$

$$\begin{aligned}x + y + 2z &\geq 1 \\ -x + y + z &\geq 2 \\ x - y + z &\geq 1 \\ -y - 3z &\geq 0\end{aligned}\tag{P2}$$

2. 用傅里叶消元法求解以下线性规划问题

$$\begin{array}{ll} \min & x \\ \text{s.t.} & x + y \geq 2 \\ & x - 2y + z \geq 0 \\ & y - 2z \geq -1 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \min & x + y \\ \text{s.t.} & x + 2y \geq 2 \\ & 3x + 2y \geq 6 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{array}\tag{P1} \quad \tag{P2}$$

3. 标准形式线性规划问题的系数矩阵如下

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad c = [0 \quad 0 \quad 1]^\top$$

$B = \{1, 2\}$  是一组基的索引。

(1) 证明  $B$  是最优基索引。

(2) 向量  $b$  的第一个元素  $b_1$  从 4 变为  $\theta$ ,  $B$  仍为最优基索引, 求  $\theta$  的取值范围。

(3) 矩阵  $A$  第 2 行第 2 列的元素  $a_{22}$  从 1 变为  $\theta$ ,  $B$  仍为最优基索引, 求  $\theta$  的取值范围。

4. 考虑线性规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & -x_1 - 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- (1) 任选一种方法方法求出最优解。
- (2) 将约束右端项  $[6; 6]$  改变为  $[6 - \lambda; 6 + \lambda]$ ,  $\lambda \geq 0$ , 若起作用约束不变, 求参数  $\lambda$  的取值范围以及最优解与  $\lambda$  的关系。
- (3) 在第 (2) 问右端项的设定下,  $\lambda$  在什么范围内变化时线性规划依然有解 (起作用约束可以不同)? 写出最优值与  $\lambda$  的关系。