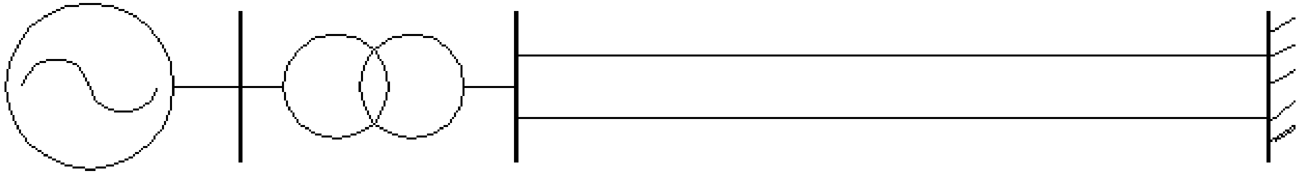
第四章 电力系统稳定分析

第十四讲 静态稳定分析
（Steady Stability Analysis ）

问题

1、单机无穷大系统的数学模型、平衡点?
2、电力系统稳定性的基本含义?
3、什么是静态稳定?
4、静态稳定的分析方法?
5、单机无穷大系统静态稳定的判据?
6、大型电力系统的静态稳定性如何分析?
7、哪些措施可以提高系统的静态稳定性?

2.1 电力系统的数学模型
单机无穷大系统的数学模型



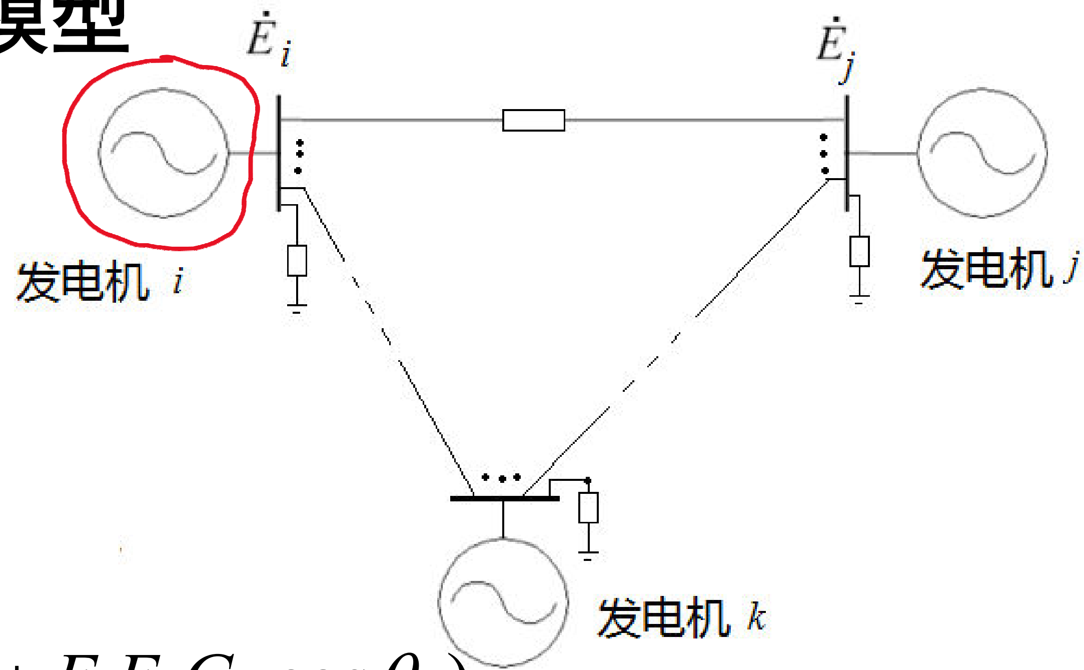
$$\begin{cases} U_d = X_{q\Sigma} I_q \\ U_q = -X_{d\Sigma} I_d + E_q = -X'_{d\Sigma} I_d + E'_q \\ E'_q = (X'_{d\Sigma} - X_{d\Sigma}) I_d + E_q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_j \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases}$$

$$P_m = \text{常数?} \text{，} \quad P_e = ? = \begin{cases} \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta + \dfrac{U^2}{2}\left(\dfrac{1}{X_{q\Sigma}} - \dfrac{1}{X_{d\Sigma}}\right)\sin 2\delta \\ \dfrac{E'_q U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta + \dfrac{U^2}{2}\left(\dfrac{1}{X_{q\Sigma}} - \dfrac{1}{X'_{d\Sigma}}\right)\sin 2\delta \\ \dfrac{E' U}{X'_{d\Sigma}} \sin\delta \text{(近似)} \end{cases}$$

多机系统的数学模型

机电暂态稳定性分析常用模型



$$\begin{cases} M_i \dfrac{d\omega_i}{dt} = P_{mi} - P_{ei} \\ \dfrac{d\delta_i}{dt} = \omega_0(\omega_i - 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} (E_i E_j B_{ij} \sin\theta_{ij} + E_i E_j G_{ij} \cos\theta_{ij}) \\ Q_{ei} = ?, \quad \dot{E}_i' = E_i' \angle\delta_i = E_i \angle\theta_i + jX_{di}' \dot{I}_i \\ \theta_{ij} = \theta_i - \theta_j, i, j = 1, 2, \cdots, n \\ 1, 2, \cdots, n-1 \text{为PV节点，} n \text{为平衡节点} \end{cases}$$

2.2 电力系统的平衡点

一、单机无穷大系统的平衡点

$$\begin{cases} U_d = X_{q\Sigma} I_q \\ U_q = -X_{d\Sigma} I_d + E_q = -X'_{d\Sigma} I_d + E'_q \\ E'_q = (X'_{d\Sigma} - X_{d\Sigma}) I_d + E_q \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_j \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \end{cases} \qquad P_m = \text{常数}，\ P_e = \frac{E_q U}{X} \sin\delta$$

平衡点 $\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = 0 \\ \dfrac{d\omega}{dt} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \omega_e = 1 \\ \delta_e = \boxed{\sin^{-1} \dfrac{P_m X}{E_q U}} \end{cases}$ …

二、多机系统的平衡点

$$
\begin{cases}
\omega_i = 1 \\
P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} (E_i E_j B_{ij} \sin\theta_{ij} + E_i E_j G_{ij} \cos\theta_{ij}) = P_{mi} \\
Q_{ei} = ? \\
E_n = 1,\ \theta_n = 0 \\
\dot{E}_i' = E_i \angle \theta_i + jX'_{di} \dot{I}_i \\
i = 1, 2, \cdots, n-1
\end{cases}
$$

潮流方程

求解可以得到平衡点（状态）

$$
\begin{cases}
\omega_{ie} = 1 \\
\delta_{ie} \\
i = 1, 2, \cdots, n-1 \\
\omega_{ne} = 1,\ \ \delta_{ne} = 0
\end{cases}
$$

电力系统平衡点稳定性的工程背景

交流系统中大量同步发电机并联运行，使其均保持同步是系统正常运行的基本条件。电力系统处于正常运行状态下，该状态即系统的一个平衡点（状态）。

正常运行状态下的各个状态变量（？）的值即对应平衡状态的数值。如果没有干扰，状态不会随时间而发生变化，系统处于相对静止的状态。

2.3 电力系统一般数学模型及平衡点

电力系统的数学模型—复杂大系统

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{f}(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \\ \bar{g}(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) = 0 \end{cases}$$

$\bar{f}(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) \longleftrightarrow$ **发电机等**

$\bar{g}(\bar{x}(t), \bar{y}(t)) = 0 \longleftrightarrow$ **网络 - 代数(潮流)方程**

电力系统的平衡状态： $\boxed{(\bar{x}_e, \bar{y}_e)}$

满足 $\begin{cases} \bar{f}(\bar{x}_e, \bar{y}_e) = 0 \\ \bar{g}(\bar{x}_e, \bar{y}_e) = 0 \end{cases}$

电力系统的平衡状态即一种可行的稳态潮流状态。

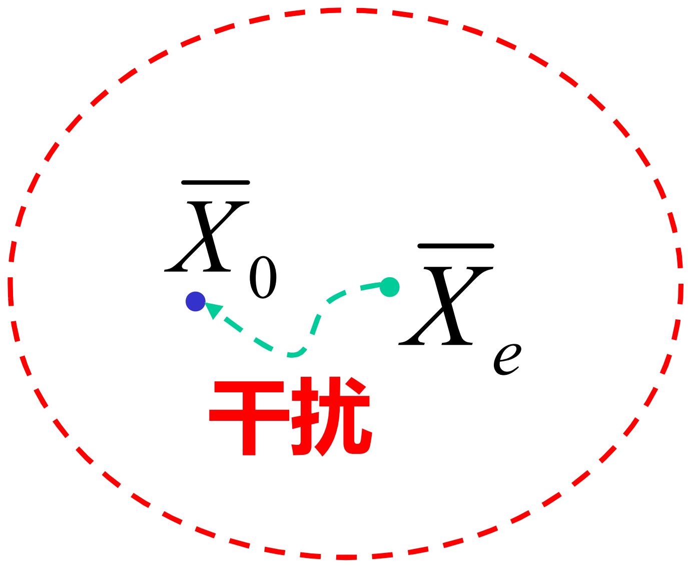
2.4 电力系统的干扰

小干扰：

小负荷投入、发电机出力小幅度增加等等

大干扰：

各种故障、切除线路等等。

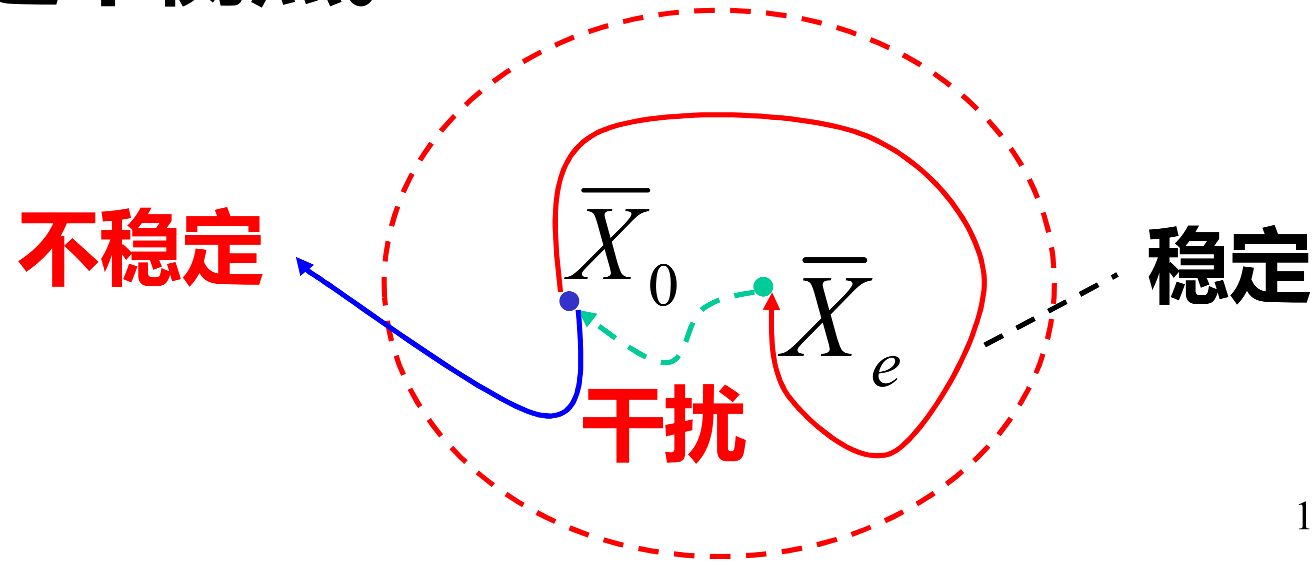


2.5 电力系统稳定性的基本含义

运行在**平衡状态** $\bar{x}_e$ 的系统，受**干扰**偏离 $\bar{x}_e$，到达 $\bar{x}_0$，干扰消除后，系统能否**回到** $\bar{x}_e$？

能 - 系统在 $\bar{x}_e$ 对该干扰是**稳定的平衡点**；

不能 - 不稳定平衡点。



2.6 电力系统稳定性的分类

1、按干扰的大小分：

静态稳定（Static Stability)

小干扰（理论上为无穷小干扰）后能否回到平衡点；

暂态稳定（Transient Stability)

大干扰后能否回到**原**（或新的可接受）平衡点，如可以称为暂态稳定，否则称为暂态不稳定。

2、按时间长短分：

短期稳定分析：

中期稳定分析：

长期稳定分析：

3、按引起稳定问题的主要原因分：

功角稳定性：

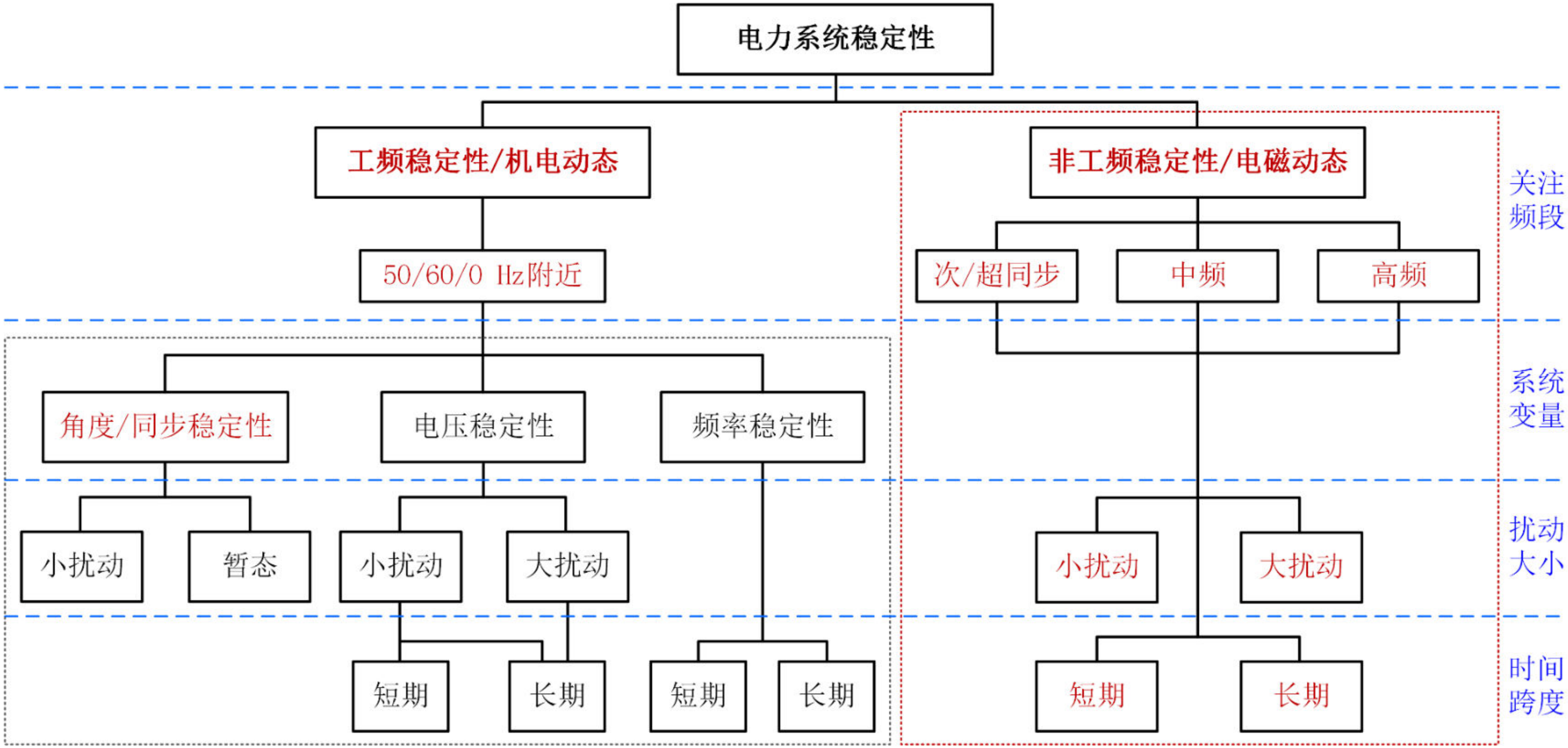
频率稳定性：

电压稳定性：

负荷稳定性：

IEEE关于电力系统稳定性的分类

新型电力系统的稳定性分类—研究中



2.7 电力系统稳定性的分析方法

按求解方法分为：

直接法： 直接分析或根据能量函数估计

时域仿真法： 计算机时域仿真

根据干扰的大小采用不同的方法：

静态稳定 - 将非线性方程在平衡点线性化，利用分析线性系统的方法如特征根分析稳定性 - 小干扰；

暂态稳定 - 非线性方程，没有通用的方法，一般通过时域仿真分析或能量法分析 - 大干扰

§3 电力系统静态稳定的概念

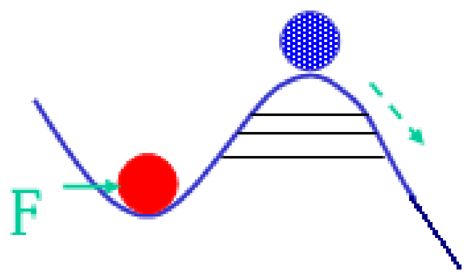
一、静态(功角)稳定的定义

电力系统受到小干扰后维持同步运行状态的能力，即系统受到小干扰偏离平衡点（微小不同步），小干扰消除后，系统能否回到原有平衡点（恢复同步）的能力。

问题：

•多大的干扰为小干扰?

•小干扰的类型?



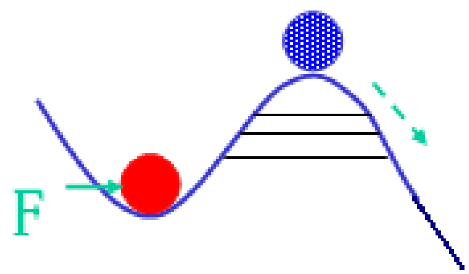
小负荷的投入、切除；

发电机原动机出力（P_m）的轻微变化

二、静态稳定分析的理论基础

如何分析非线性系统在平衡点经历小干扰后的稳定性？

$$\begin{cases} \dfrac{d\overline{x}(t)}{dt} = \overline{f}(\overline{x}(t)) \\ \overline{x}_e \text{为平衡点} \end{cases} \quad (1)$$



（1）按定义分析？--根本

$$\boldsymbol{\overline{x}_e} \xRightarrow{\text{小干扰}} \boldsymbol{\overline{x}_e} + \Delta \boldsymbol{x} \qquad \begin{cases} \dfrac{d\overline{x}(t)}{dt} = \overline{f}(\overline{x}(t)) \\ \overline{x}(t_0) = \overline{x}_e + \Delta x \end{cases} \quad \overline{x}(t) \to ?(t > t_0)$$

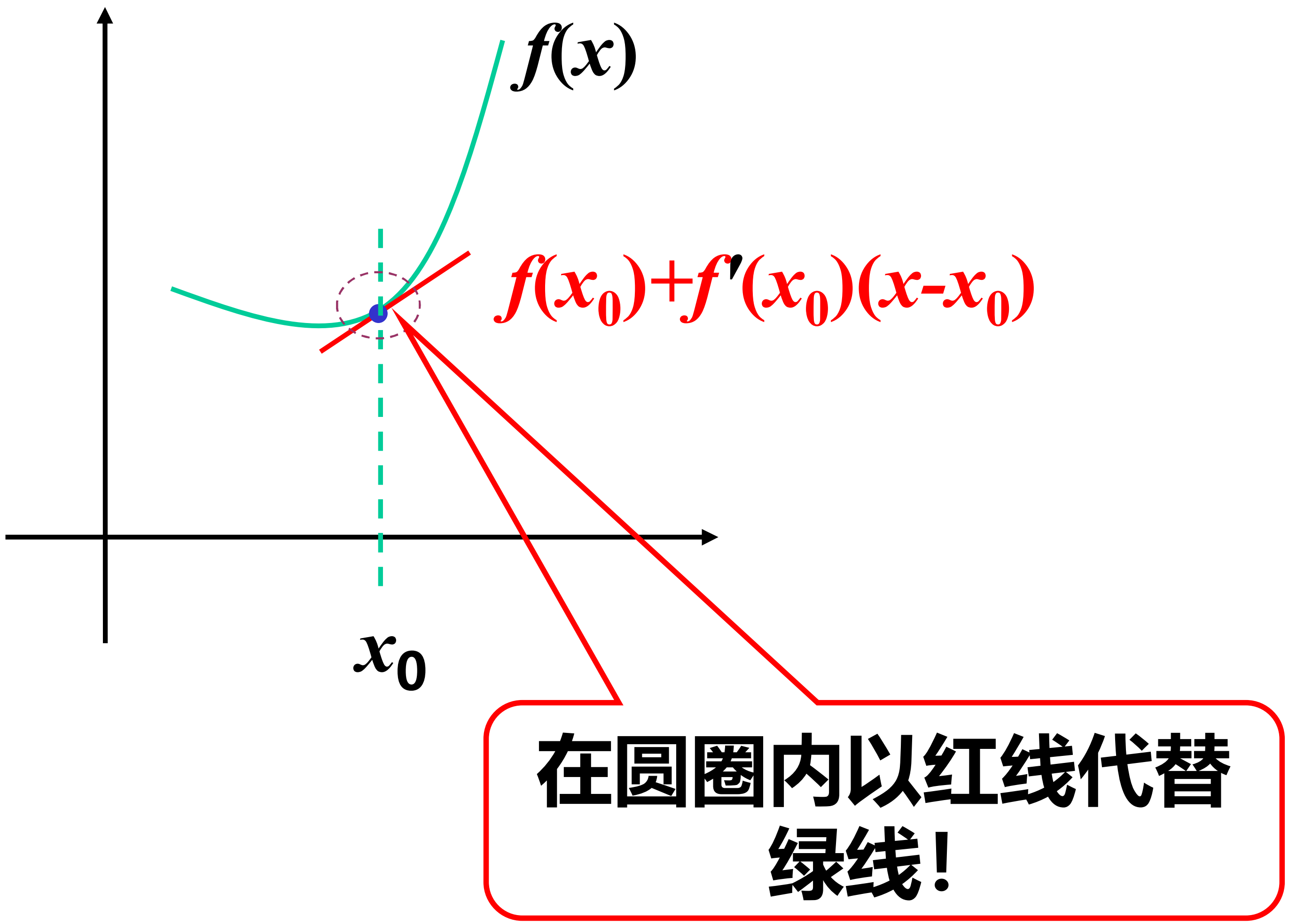
（2）利用李雅普诺夫稳定性理论分析

$$\begin{cases} \dfrac{d\bar{x}(t)}{dt} = \bar{f}(\bar{x}(t)) \\ \bar{x}_e \text{为平衡点} \end{cases} \quad (1) \quad \xrightarrow{\text{平衡点线性化}} \quad \begin{cases} \dfrac{d\Delta\bar{x}(t)}{dt} = \bar{A}\Delta\bar{x}(t) \\ \Delta\bar{x}(t) = \bar{x}(t) - \bar{x}_e \end{cases} \quad (2)$$

李雅普诺夫第一定理：

如果（2）的特征根实部全为负，则（2）稳定，对应（1）在该平衡点静态稳定；若（2）特征根至少有一个实部为正，则（2）不稳定，对应（1）在该平衡点静态不稳定。其它情况?

非线性系统一点线性化的示意图



三、静态稳定的一般分析方法

电力系统微分代数方程 → 求平衡点

平衡点附近线性化

对应平衡点的系统线性微分方程 → 分析特征根

物理分析判断

确定电力系统在该平衡点的静态稳定性

§4 电力系统静态稳定分析

一、静态稳定分析的步骤

1、建立系统数学模型；

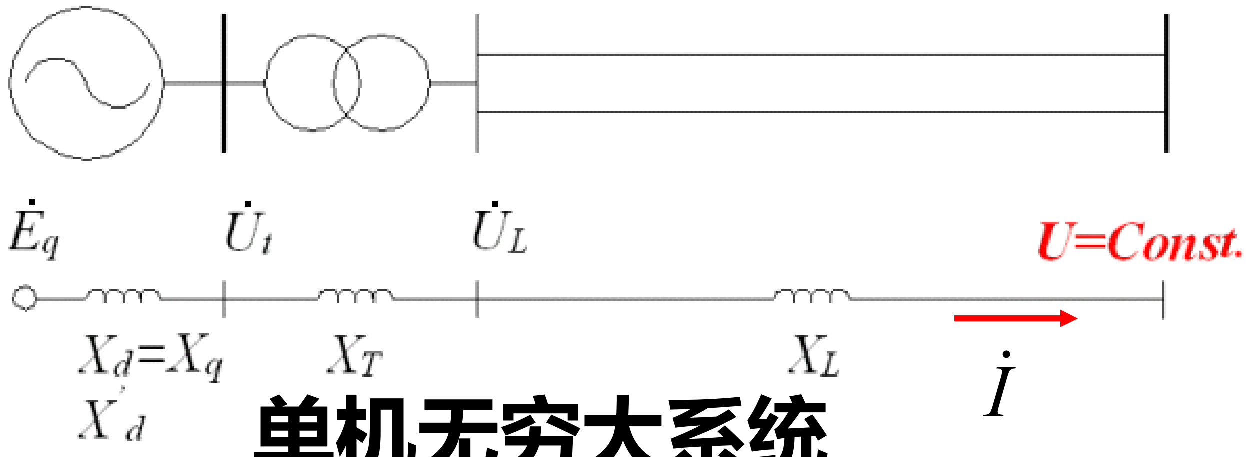
2、求平衡点(潮流计算，再求发电机内部状态量？）；

3、非线性数学模型在平衡点线性化，得出线性的数学模型；

4、分析线性模型稳定性，得出原系统静态稳定性。

二、单机无穷大系统静态稳定分析
--小干扰下系统的物理响应过程分析

隐极机



单机无穷大系统

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_e \\ \dot{E}_q = \dot{U}_t + jX_q\dot{I} = \dot{U} + jX_{q\Sigma}\dot{I} \end{cases}$$

$$X_{d\Sigma} = X_{q\Sigma} = X_T + X_L + X_d$$

P_e要用**状态变量**表示！

有多种形式的功角方程，**用哪个？**

假设：

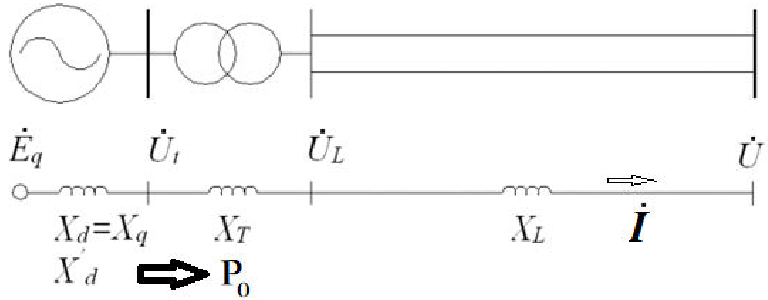
1、励磁电流 i_f不变，$E_q = E_{q0}$

2、调速器不起作用P_m=P_0；

建立整个系统的数学模型

励磁电流 i_f 不变：$E_q = X_{ad} i_f = \text{const.}$

发电机的功角特性：$P_e \equiv P_{E_q} = \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta$

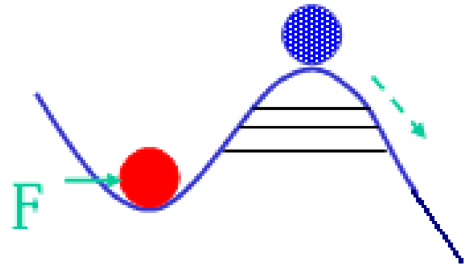


系统模型

$$
\begin{cases}
\dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\[2ex]
T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_m - P_{E_q} = P_0 - \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta \\[2ex]
\dot{E}_q = \dot{U} + jX_{d\Sigma}\dot{I} \\[1ex]
\dot{U} = 1.0\angle 0^\circ,\ E_q = \text{const.}
\end{cases}
$$

潮流计算，可计算电流 I 及其滞后无穷大电压的相角 φ

求系统的平衡点



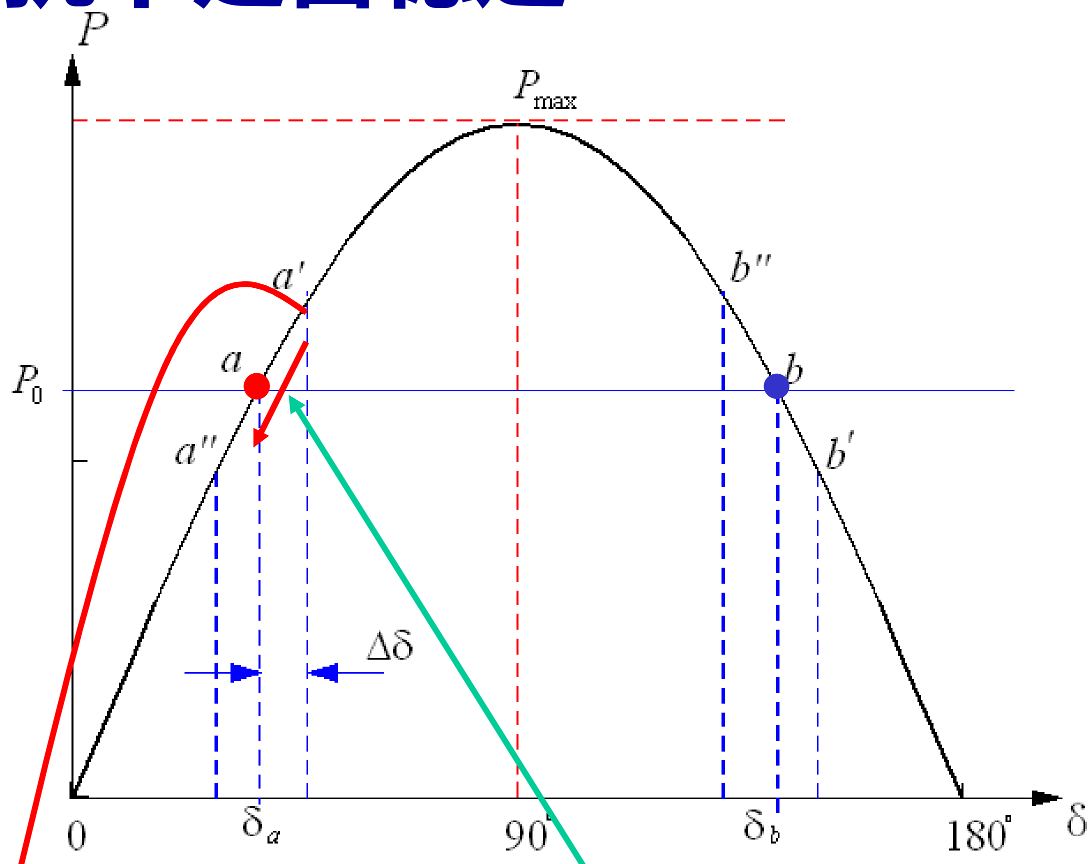
$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = 0 \\ \dfrac{d\omega}{dt} = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{解出}} \begin{cases} \omega = 1 \\ \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta = P_0 \end{cases}$$

求出平衡点（只列出状态变量）为：

$$(a) \begin{cases} \omega_a = 1 \\ \delta_a = \sin^{-1} \dfrac{P_0 X_{d\Sigma}}{E_q U} \end{cases} ,\quad (b) \begin{cases} \omega_b = 1 \\ \delta_b = \pi - \sin^{-1} \dfrac{P_0 X_{d\Sigma}}{E_q U} \end{cases}$$

两个平衡点！（一般规定$0 \le \delta \le \pi$）

分析平衡点在小干扰下是否稳定



平衡点a

小干扰(Δδ>0)

$\delta_a \longrightarrow \delta_a + \Delta\delta$

a点 ----→ a'点

由于 $\delta_a + \Delta\delta < 90°$ $\therefore P_{E_q} = \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin(\delta_a + \Delta\delta) > P_0 = P_m$

回摆

$T_J \dfrac{d\omega}{dt} < 0 \xrightarrow[\omega=1]{} \omega \downarrow \xrightarrow[\omega<1]{} \delta \downarrow$

→ a点 $\boxed{\dfrac{d\omega}{dt}=0\,,\,\omega<1}$

→ $\delta\downarrow$ 越过a点

$$P_{E_q}<P_0\,,\,\frac{d\omega}{dt}>0$$

$\omega<1$

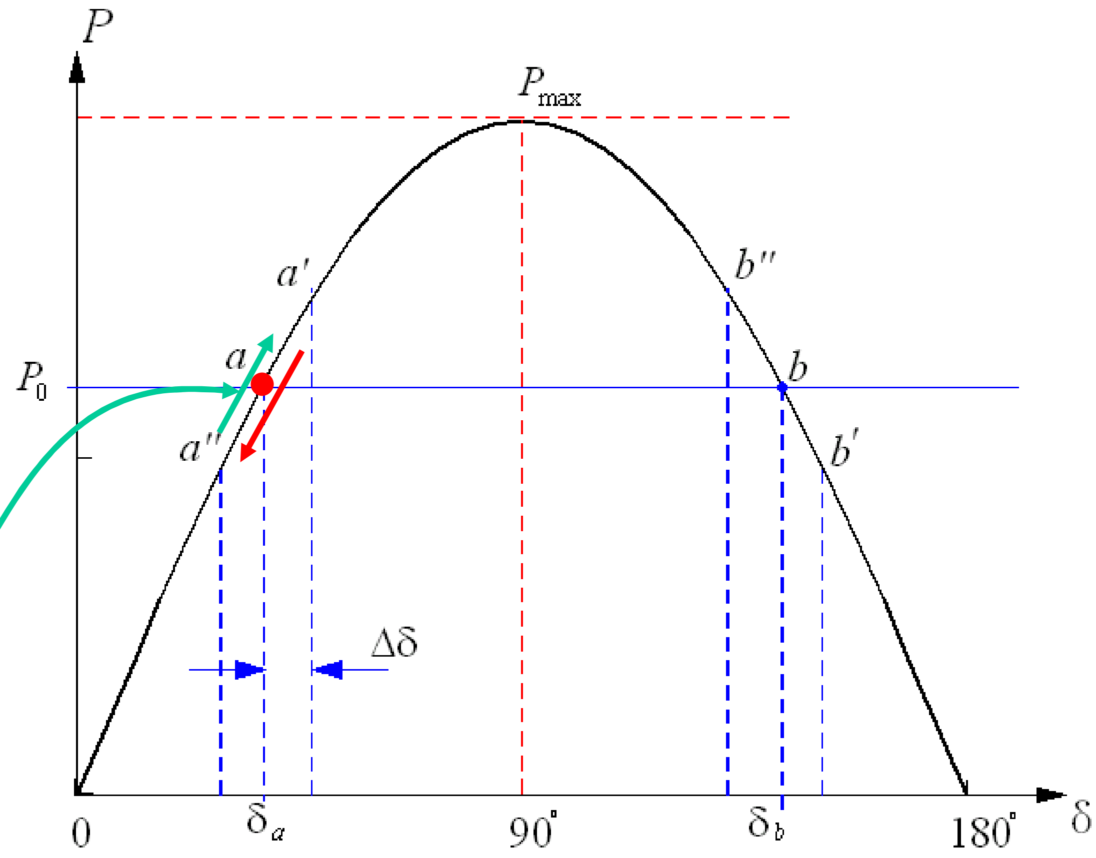
→ $\omega\uparrow$ 到a''时$\omega=1$

转子角停止减小

$$P_{E_q}<P_0\,,\,\frac{d\omega}{dt}>0$$

→ $\omega\uparrow$ → $\delta\uparrow$ 在忽略阻尼情况下，加速过程持续到a'点 → ...

$\omega>1$

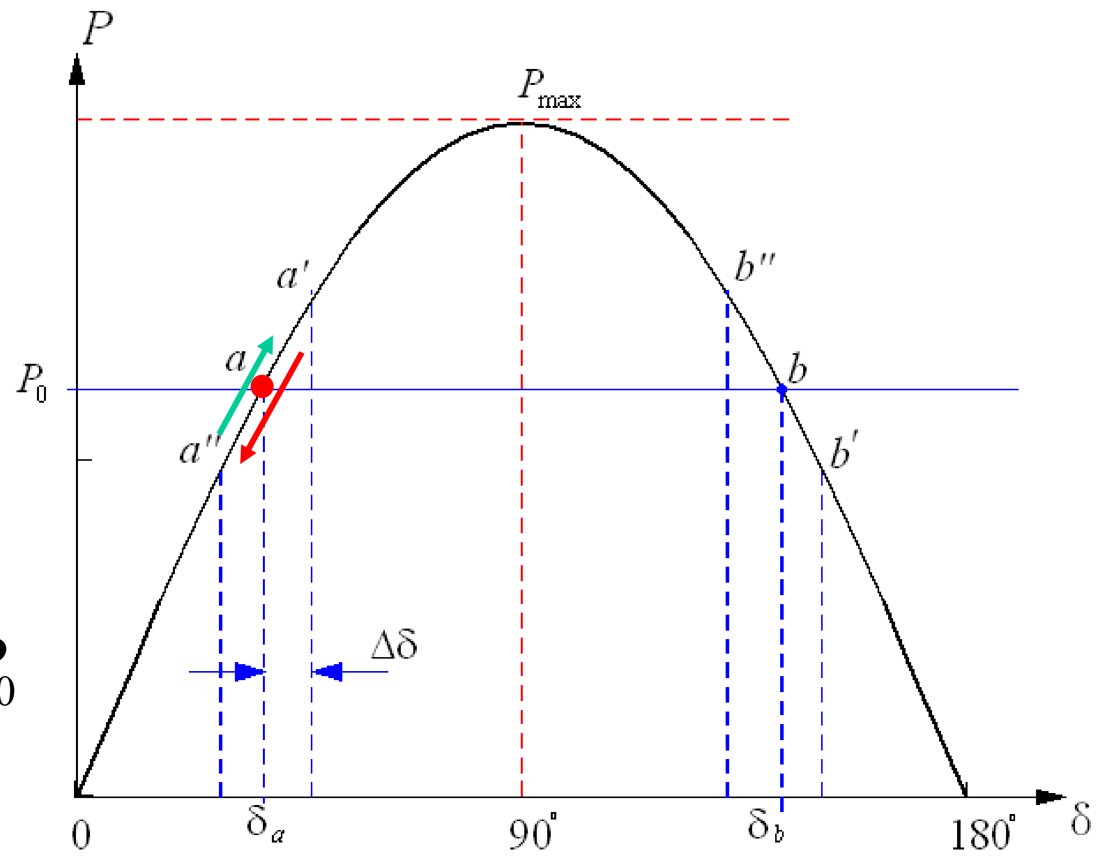


小干扰($\Delta\delta<0$)

$$\delta_a \longrightarrow \delta_a + \Delta\delta$$

$$\text{a点} \xrightarrow{\omega=1} \text{a''点}$$

由于$\delta_a + \Delta\delta < 90°$

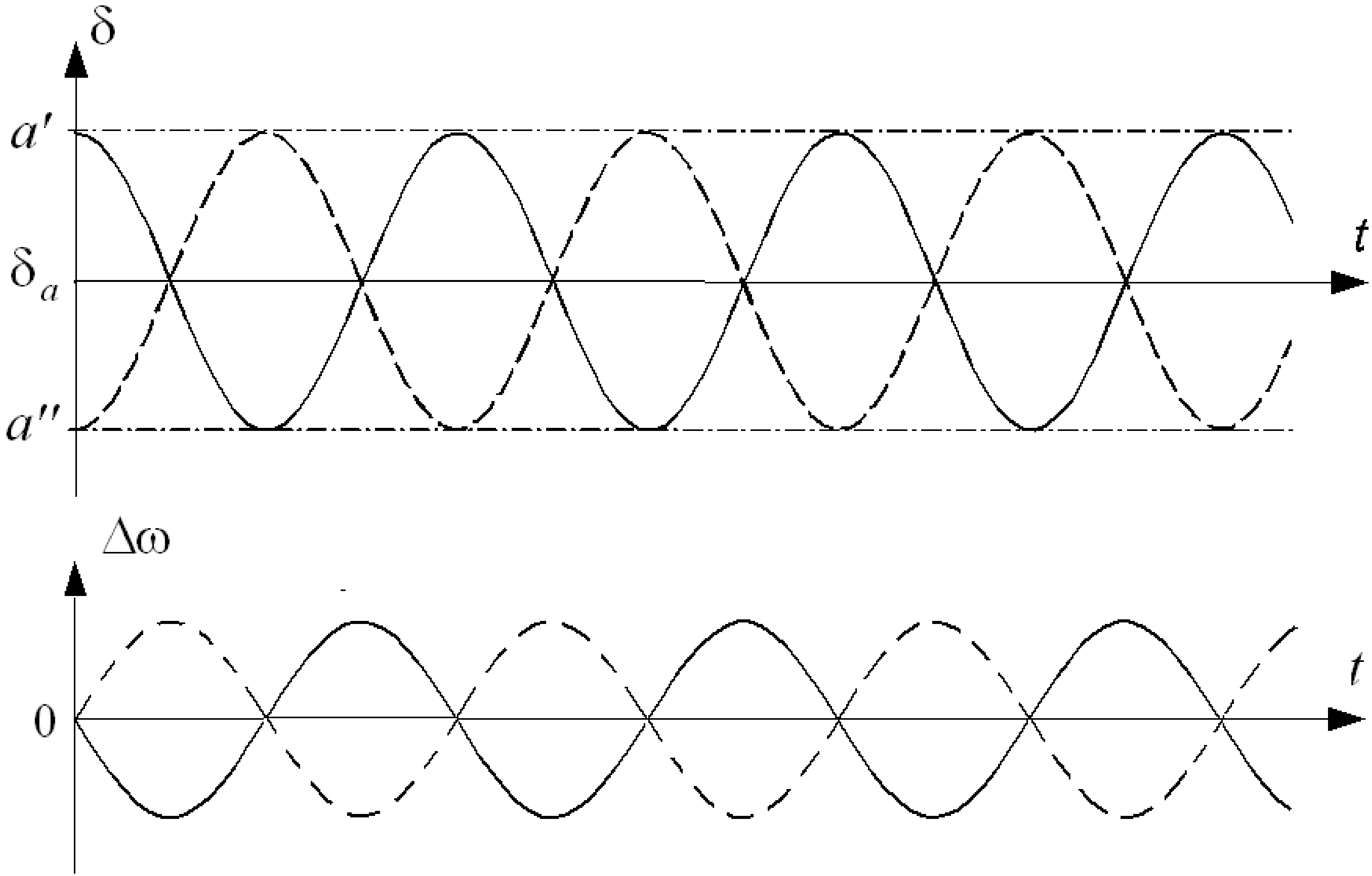


$$\begin{cases} P_{E_q} = \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin(\delta_a + \Delta\delta) < P_0 \\ \dfrac{d\omega}{dt} > 0 \end{cases}$$

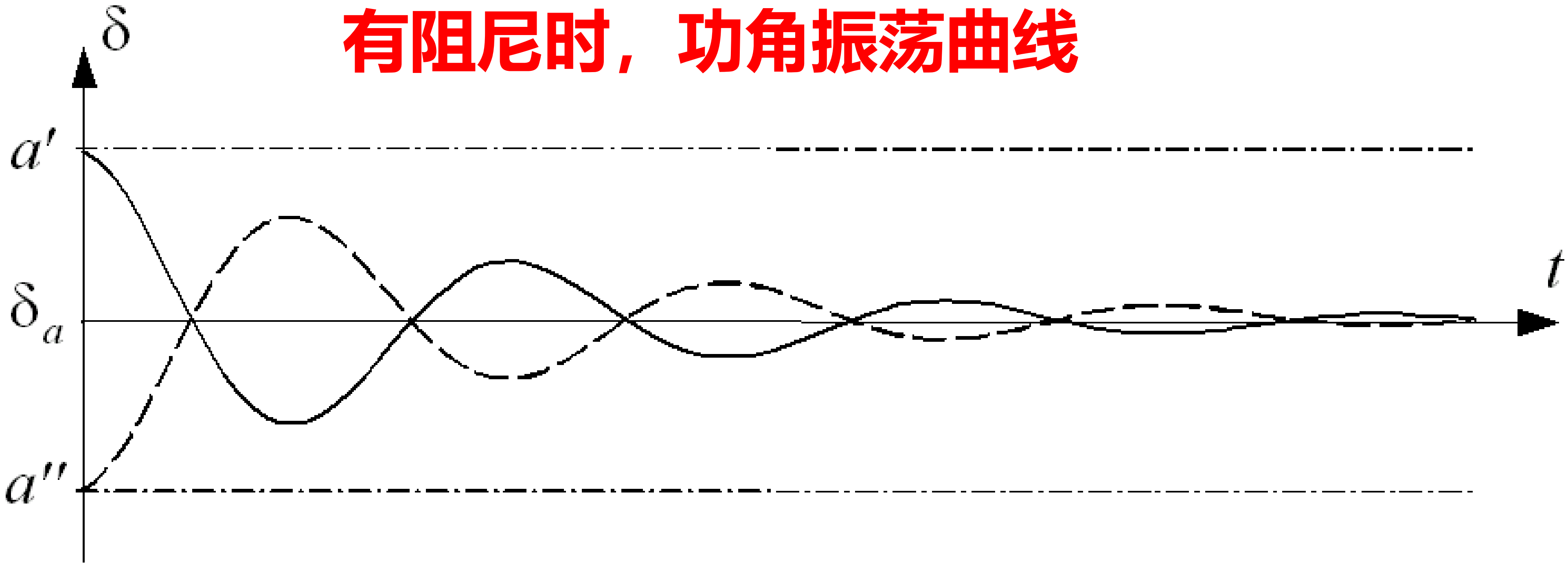
$$\xrightarrow[\omega>1]{} \delta\uparrow \longrightarrow \text{a点}\ \frac{d\omega}{dt} = 0\ ,\ \omega > 1 \longrightarrow \delta\uparrow\ P_{E_q} > P_0,\ \frac{d\omega}{dt} < 0$$

$$\longrightarrow \text{a'点}\ \frac{d\omega}{dt} < 0\ ,\ \omega = 1 \xrightarrow[\omega<1]{} \delta\downarrow \longrightarrow \text{a''点} \longrightarrow \ldots$$

无阻尼时，功角、转速振荡曲线



转子存在阻尼时 - 衰减振荡



对于平衡点a，受到小干扰后偏离a点，干扰消除后系统最终又回到a点，是稳定平衡点！

平衡点b

小干扰($\Delta\delta>0$)

$\delta_b \longrightarrow \delta_b + \Delta\delta$

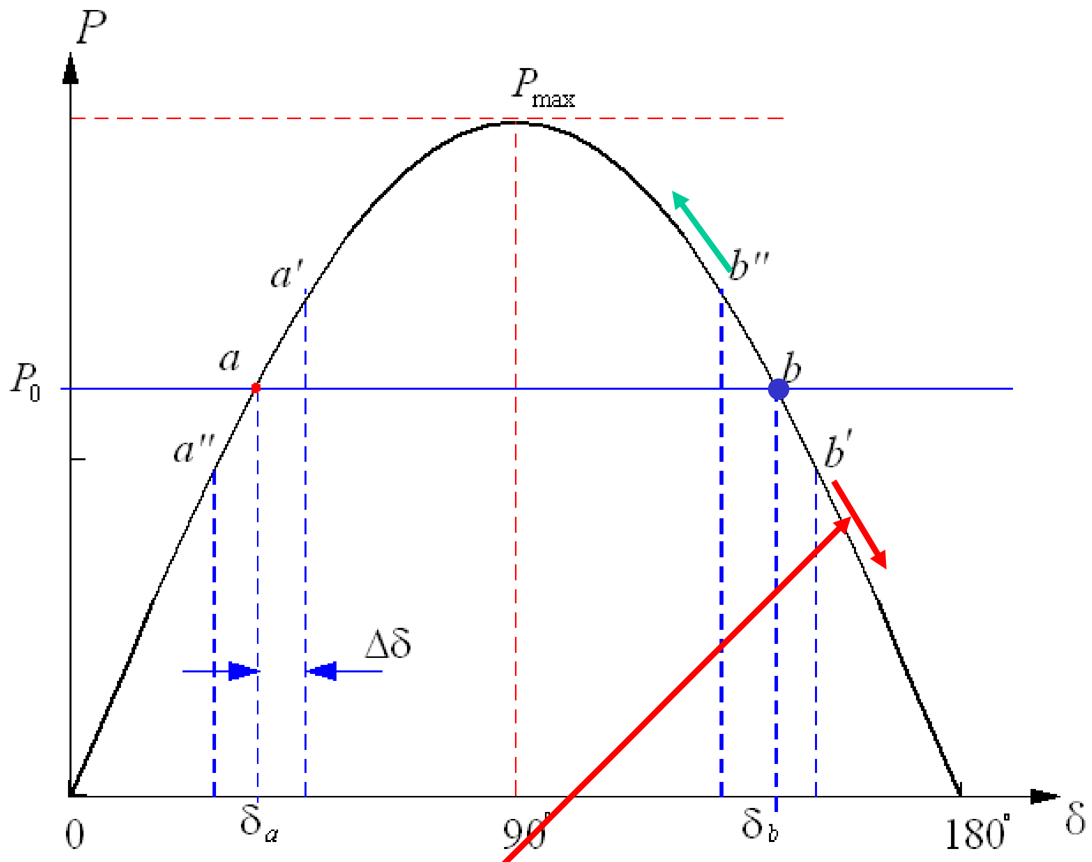
b点 ⇢ b'点

由于 $\delta_b + \Delta\delta > 90°$

$$P_{E_q} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin(\delta_b + \Delta\delta) < P_0$$

$$\frac{d\omega}{dt} > 0 \longrightarrow \omega\uparrow \xrightarrow{\omega>1} \delta\uparrow \longrightarrow \text{远离b点}$$

$\omega = 1$



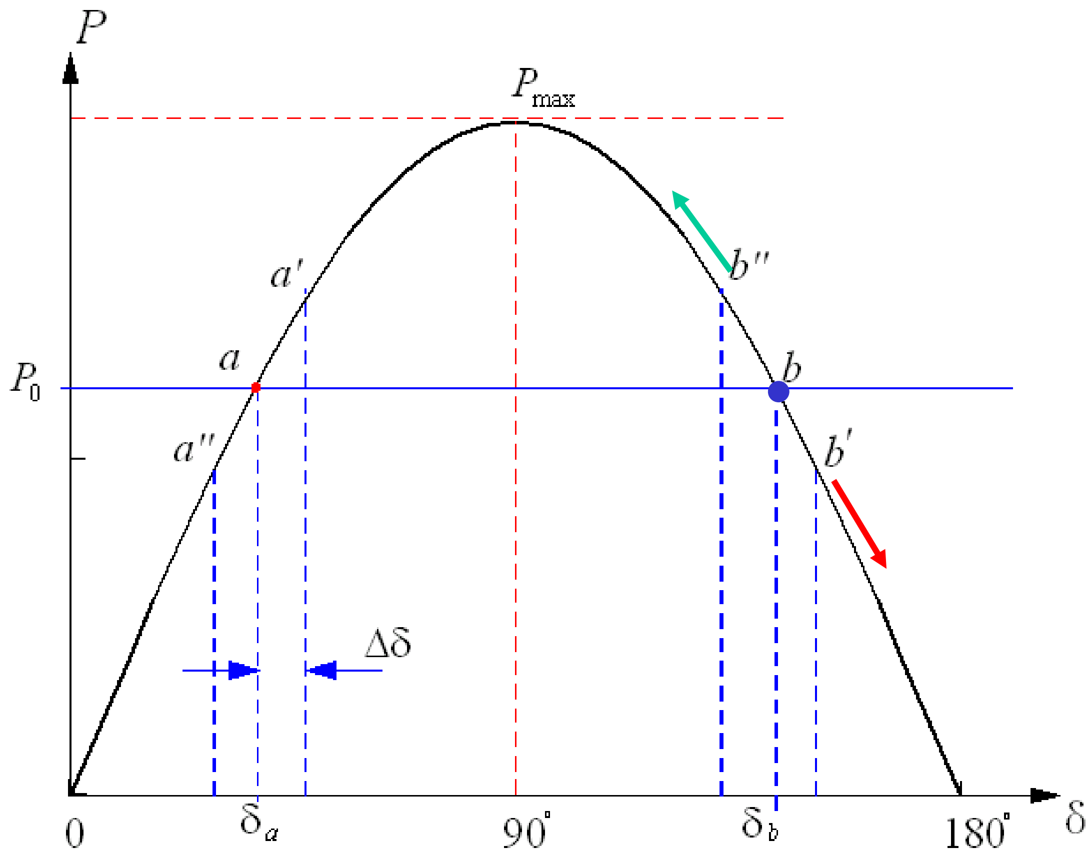
b点为不稳定平衡点!

小干扰($\Delta\delta<0$)

$\delta_b \longrightarrow \delta_b + \Delta\delta$

b点 ⇢ b''点

由于$\delta_b + \Delta\delta > 90°$



$$P_{E_q} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin(\delta_b + \Delta\delta) > P_0$$

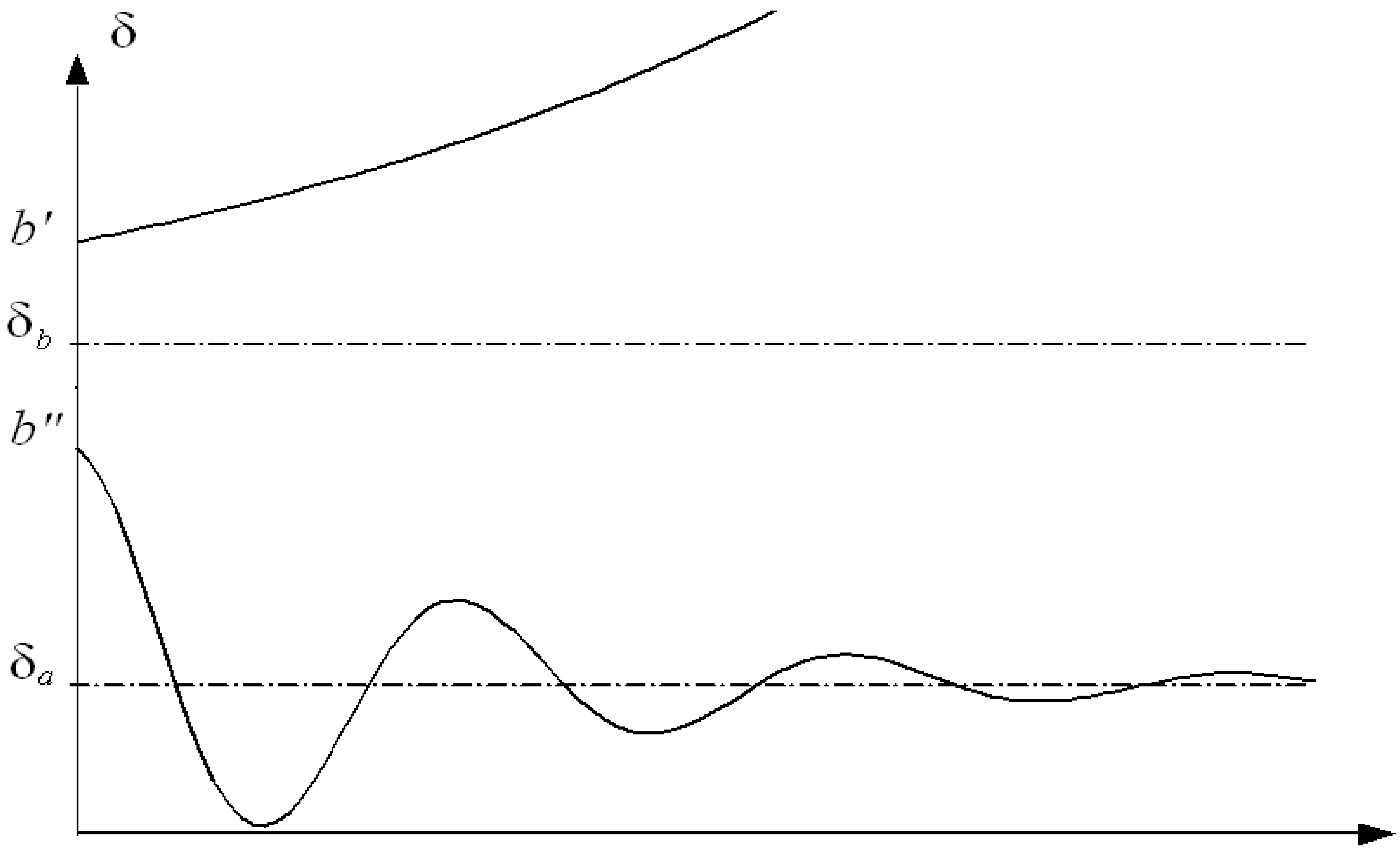
$$\frac{d\omega}{dt} < 0 \longrightarrow \omega \downarrow \xrightarrow{\omega<1} \delta \downarrow \longrightarrow$$ **远离b点,最后回到a点**

$\omega = 1$

(为什么？)

b点为不稳定平衡点!

有阻尼时，功角变化曲线



对于平衡点b，受到小干扰后偏离b点，干扰消除后远离b点，是不稳定平衡点！

三、单机无穷大系统的静态稳定判据

两个平衡点：平衡点a（稳定）、平衡点b（不稳定）

特点:

$\delta\uparrow$ 即$\Delta\delta>0$，$P_E\uparrow$ 即$\Delta P_E>0$

$\delta\downarrow$ 即$\Delta\delta<0$，$P_E\downarrow$ 即$\Delta P_E<0$

$\delta\uparrow$ 即$\Delta\delta>0$，$P_E\downarrow$ 即$\Delta P_E<0$

$\delta\downarrow$ 即$\Delta\delta<0$，$P_E\uparrow$ 即$\Delta P_E>0$

$\Delta P_E=P_E-P_0$

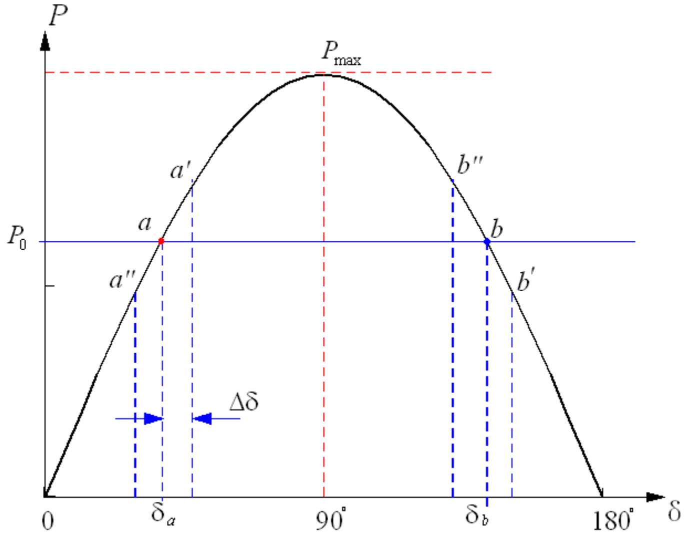
$$\boxed{\frac{\Delta P_E}{\Delta\delta}>0}$$

$$\boxed{\frac{\Delta P_E}{\Delta\delta}<0}$$

电功率与功角同方向变化使功角的变化趋势被抑制，系统有能力维持当前的工作点。

电功率与功角反方向变化使功角的变化趋势被加强，系统无法维持当前的工作点。

静态稳定判据



$$\Delta P_E = P_{E_q} - P_0 = P_{E_q}(\delta) - P_{E_q}(\delta_a\ or\ \delta_b)$$

$$= \frac{dP_{E_q}}{d\delta}\bigg|_{\delta=\delta_a\ or\,\delta_b} \cdot \Delta\delta + O(\Delta\delta^2)$$

$\boxed{\Delta\delta \to 0}$ （对应无穷小干扰），$\boxed{\dfrac{\Delta P_E}{\Delta\delta} \to \dfrac{dP_{E_q}}{d\delta}}$

令

$$S_{E_q} = \frac{dP_{E_q}}{d\delta}$$

S>0时，系统在该点是静态稳定的；
S<0时，系统在该点是静态不稳定的。

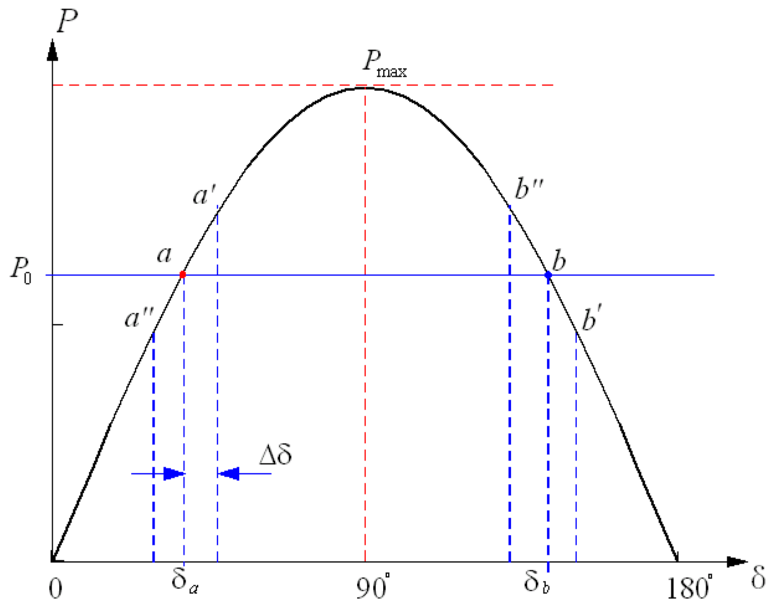
$$S_{E_q} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \cos\delta$$

称为E_q恒定时的同步功率系数。
越大，发电机稳定程度越高；
<0，发电机不能稳定运行。

四、静态稳定储备系数

$$\boxed{\delta = 90°, S_{E_q} = 0}$$

系统处在稳定与不稳定的分界点，称为静态稳定**极限点**，对应角度为静态稳定**极限角**，对应的P_{max}为系统的**极限功率**。



静态稳定储备系数

$$\boxed{K_p = \frac{P_{\max} - P_0}{P_0} \times 100\%}$$

K_p越大，P_0离P_{max}越远，裕度越大，发电机越易稳定。

五、提高发电机静态稳定的措施

系统的静态稳定储备系数K_P越大，静态稳定性越好。

$$K_p = \frac{P_{max} - P_0}{P_0} = \frac{P_{max}}{P_0}\uparrow - 1 \qquad P_{max} = \frac{E_q U}{X_{d\Sigma}}$$

增加E_q，增加U，减小$X_{d\Sigma}$，降低发电机出力即减小P_0均可提高系统静态稳定性。

具体措施：

1、提高系统电压；

2、提高发电机内电势（采用强有力的励磁控制）；

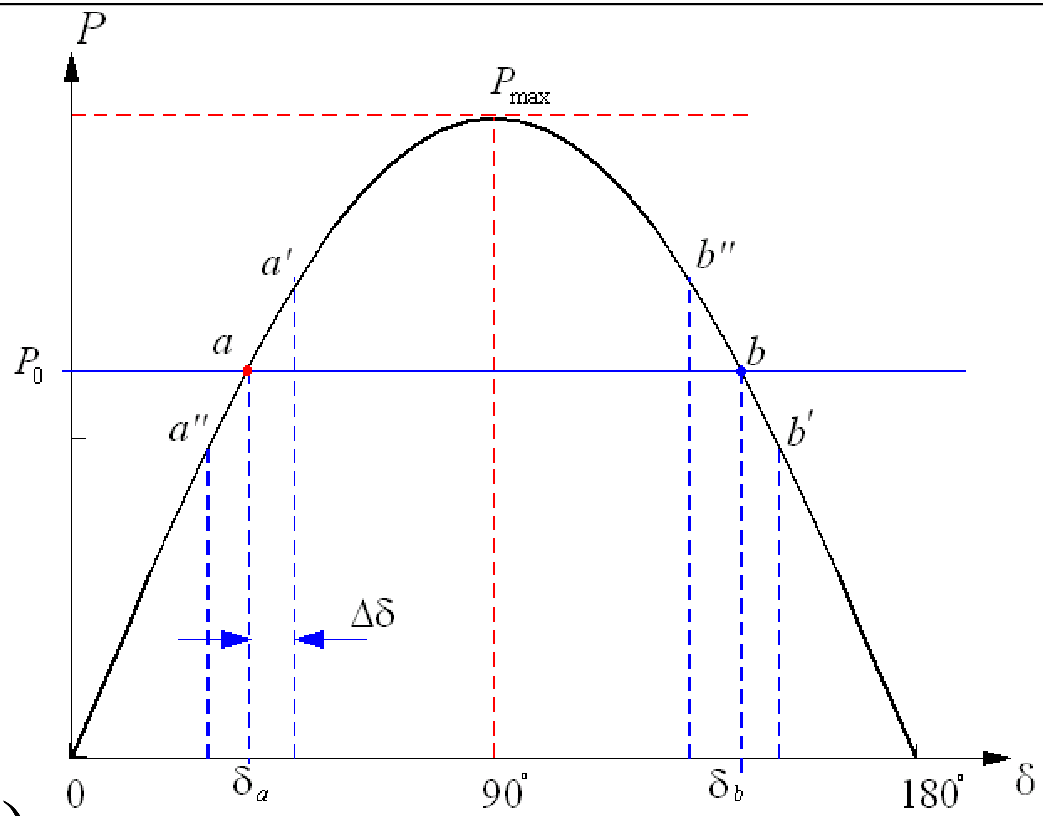
3、减小线路电抗，如采用串联电容补偿？。

・・・

六、系统静态稳定的特征根分析方法

对于平衡点a

$$(a)\begin{cases}\omega_a = 1\\ \delta_a = \sin^{-1}\dfrac{P_0 X_{d\Sigma}}{E_q U}\end{cases}$$



方程在其附近为：

$$\begin{cases}\dfrac{d(\delta_a+\Delta\delta)}{dt} = (\omega_a+\Delta\omega-1)\omega_0\\ T_j\dfrac{d(\omega_a+\Delta\omega)}{dt} = P_0 - \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}}\sin(\delta_a+\Delta\delta)\end{cases}$$

线性化

$$\boxed{S_{E_q}(\delta_a) > 0}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega\omega_0 \\ T_j \dfrac{d\Delta\omega}{dt} = P_0 - \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}}\sin(\delta_a + \Delta\delta) \approx -\dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}}\cos\delta_a \cdot \Delta\delta \end{cases}$$

最后的线性方程

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \cdot \Delta\omega \\ \dfrac{d\Delta\omega}{dt} = -\dfrac{S_{E_q}(\delta_a)}{T_j} \cdot \Delta\delta \end{cases}$$

系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\dfrac{S_{E_q}(\delta_a)}{T_j} & 0 \end{bmatrix}$$

特征方程

$$\lambda^2 + \frac{S_{E_q}(\delta_a)\omega_0}{T_j} = 0$$

线性化微分方程的特征根

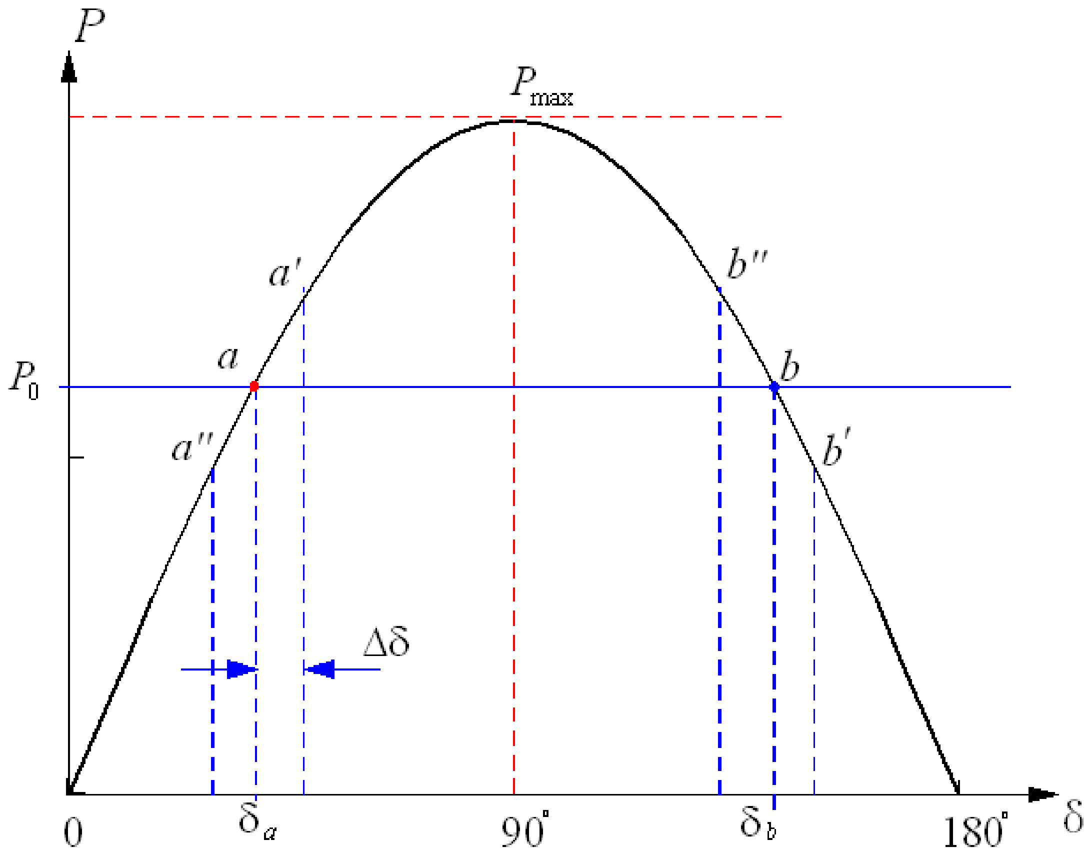
因 $S_{E_q}(\delta_a) > 0$ 故 $\lambda_1 = j\sqrt{\dfrac{S_{E_q}(\delta_a)\omega_0}{T_j}}$, $\lambda_2 = -j\sqrt{\dfrac{S_{E_q}(\delta_a)\omega_0}{T_j}}$

为一对**共轭虚根！**

平衡点受到小干扰后，系统振荡不停，但实际转子存在阻尼，因此振荡必然衰减，系统最终回到平衡点。故**平衡点a为稳定平衡点。**

对于平衡点b

$$(b)\begin{cases}\omega_b = 1 \\ \delta_b = \pi - \sin^{-1}\dfrac{P_0 X_{d\Sigma}}{E_q U}\end{cases}$$



方程在其附近线性化为：

$$\begin{cases}\dfrac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega\omega_0 \\ T_j\dfrac{d\Delta\omega}{dt} = -\dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}}\cos\delta_b \cdot \Delta\delta\end{cases}$$

$$\boxed{S_{E_q}(\delta_b) < 0}$$

特征方程

$$\lambda^2 + \frac{S_{E_q}(\delta_b)\omega_0}{T_j} = 0$$

线性化微分方程的特征根

因 $S_{E_q}(\delta_b) < 0$ 故

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{-S_{E_q}(\delta_b)\omega_0}{T_j}} > 0\,, \lambda_2 = -\sqrt{\frac{-S_{E_q}(\delta_b)\omega_0}{T_j}}$$

$\lambda_1 > 0$，因此平衡点受到小干扰后，系统是不稳定的。故平衡点b为不稳定平衡点。

作业

1、单机无穷大系统，发电机为凸极机，试用特征根分析方法给出E_q不变时系统静态稳定的判据及表达式。

2、单机无穷大系统模型如下，试用特征根分析方法分析阻尼系数D对静态稳定性的影响。

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = (\omega - 1)\omega_0 \\ T_J \dfrac{d\omega}{dt} = P_0 - \dfrac{E_q U}{X_{d\Sigma}} \sin\delta - \mathrm{D}\dfrac{d\delta}{dt} \\ \dot{E}_q = \dot{U} + jX_{d\Sigma}\dot{I} \\ \dot{U} = 1.0\angle 0^\circ, E_q = \mathrm{const.} \end{cases}$$

（D为常数-阻尼系数,可正、负、零）

3、图3.1为光伏发电系统示意图，图3.2为光伏阵列发出有功功率P_{PV}与直流电压的关系，P_{load}为逆变器直流侧输入的功率（为常数）。试分析系统在平衡点A和B的静态稳定性。

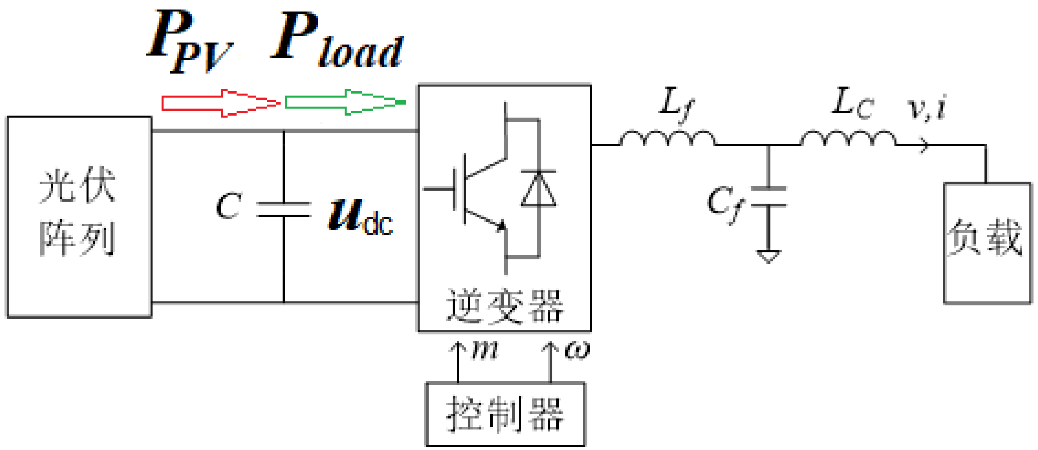


图3.1

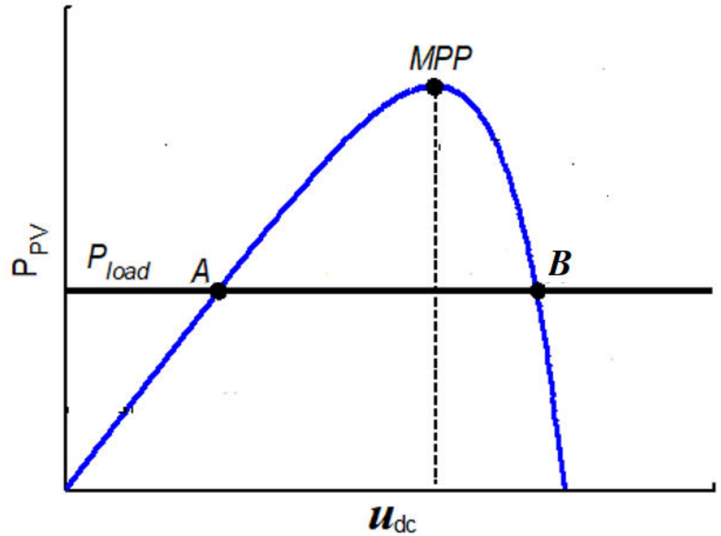


图3.2

研讨题：回顾同步发电机的惯性时间常数，并探讨光伏电源是否存在类似的惯性时间常数，进而比较两种电源对系统频率动态特性影响的差异。