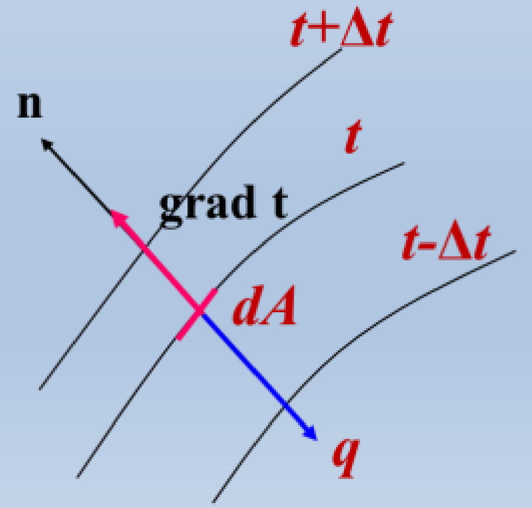
上节课内容回顾

1、Fourier定律

均质各向同性材料导热的Fourier定律

$$q = -\lambda \operatorname{grad} t$$

标量形式的Fourier定律表达式为： $$q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n}$$



上节课内容回顾

2、导热微分方程及其简化

导热微分方程式

$$\rho c\frac{\partial t}{\partial \tau}=\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial t}{\partial z}\right)\right]+\dot{\Phi}_V$$

(1) 物体无内热源： $\dot{\Phi}_V=0$ $\quad\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\nabla^2 t$

(2) 稳态导热： $\frac{\partial t}{\partial \tau}=0$ $\quad a\nabla^2 t+\frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}=0$

(3)稳态导热、无内热源：

$\nabla^2 t=0$，**即** $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0$

上节课内容回顾

3、单值性条件

(1) 第一类边界条件

给出边界上的温度分布及其随时间的变化规律：

$$t_w = f(x, y, z, \tau)$$

(2) 第二类边界条件

给出边界上的热流密度分布及其随时间的变化规律：

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w = -\frac{q_w}{\lambda}$$

(3) 第三类边界条件

给出了与物体表面进行对流换热的流体的温度及表面传热系数：

$$-\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_w = h(t_w - t_f)$$

9-2 稳态导热
Steady-State Conduction

1. 无限大平壁导热 √
2. 圆筒壁导热 √
3. 同心球壁导热
4. 肋片导热 √
5. 多维导热
6. 接触热阻

一维稳态导热

温度只在一个空间方向变化的导热问题

一、通过平壁的稳态导热

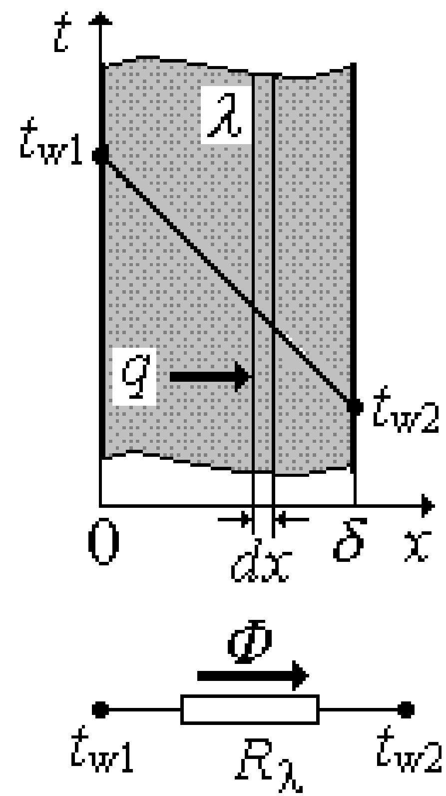
1、通过单层平壁的稳态导热

当平壁的两表面分别维持均匀恒定的温度时，平壁的导热为一维稳态导热。

假设：

表面面积为A、厚度为δ、λ为常数、无内热源，两侧表面分别维持均匀恒定的温度t_{w1}、t_{w2}，且$t_{w1} > t_{w2}$。

选取坐标轴x与壁面垂直,如图。



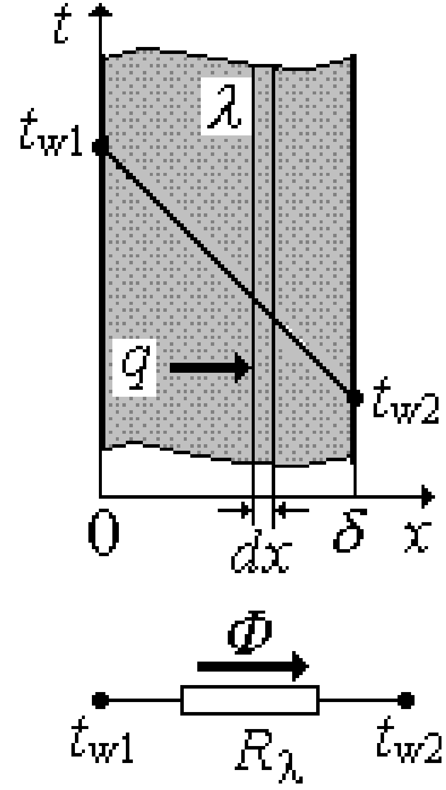
导热微分方程式：

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

数学模型：

定解条件：

推导：



数学模型

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}=0$$

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2 t}{\mathrm{d}x^2}=0 \\ x=0,\ t=t_{\mathrm{w1}} \\ x=\delta,\ t=t_{\mathrm{w2}} \end{cases}$$

求解结果： $t(x)=t_{\mathrm{w1}}-\dfrac{t_{\mathrm{w1}}-t_{\mathrm{w2}}}{\delta}x$

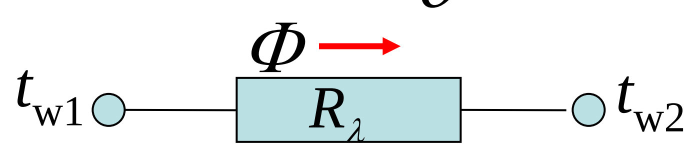
可见，当λ为常数时，平壁内温度分布曲线为直线，其斜率为

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=-\frac{t_{\mathrm{w1}}-t_{\mathrm{w2}}}{\delta}$$

由傅立叶定律可得 $q=-\lambda\dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=\lambda\dfrac{t_{\mathrm{w1}}-t_{\mathrm{w2}}}{\delta}$

通过整个平壁的热流量为 $\Phi=Aq=A\lambda\dfrac{t_{\mathrm{w1}}-t_{\mathrm{w2}}}{\delta}$

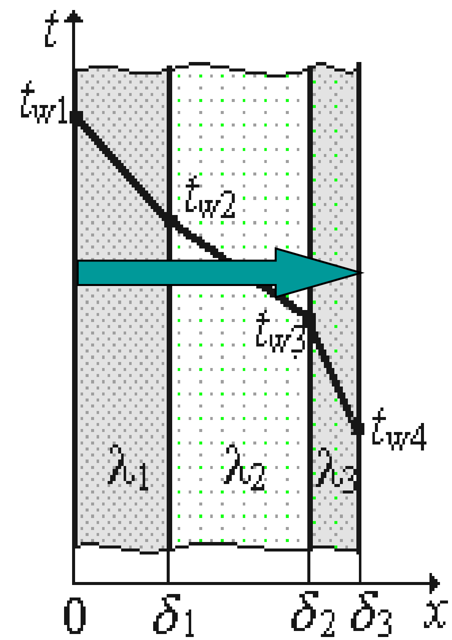
导热热阻 $R_\lambda=\dfrac{\delta}{A\lambda}$



2、多层平壁的稳态导热

以三层平壁为例，假设：

- 各层厚度分别为δ_1、δ_2、δ_3，各层材料的导热系数分别为λ_1、λ_2、λ_3，且分别为常数；
- 各层之间接触紧密，相互接触的表面具有相同的温度；
- 平壁两侧外表面分别保持均匀恒定的温度t_{w1}、t_{w4}。

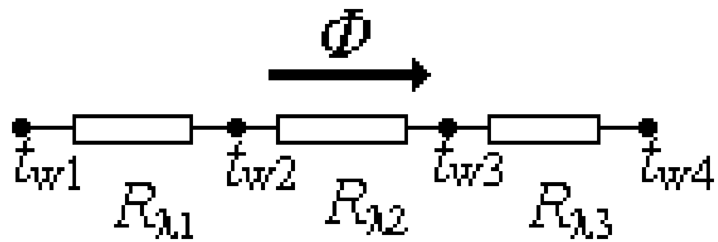


通过此三层平壁的导热为稳态导热，各层的热流量相同。

总导热热阻为各层导热热阻之和，由单层平壁稳态导热的计算公式可得

$$\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{R_{\lambda 1} + R_{\lambda 2} + R_{\lambda 3}} = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{\dfrac{\delta_1}{A\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{A\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{A\lambda_3}}$$

三层平壁稳态导热的热阻网络



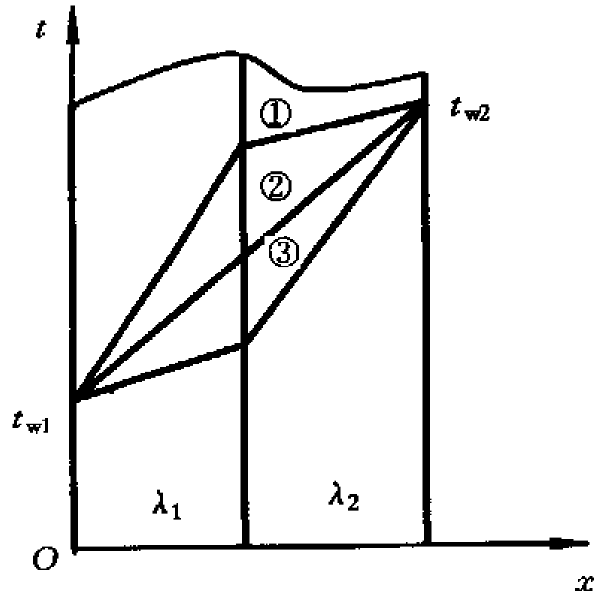
***n*层平壁的稳态导热**

$$\Phi = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^{n} R_{\lambda i}}$$

利用热阻的概念，可以很容易求得通过多层平壁稳态导热的热流量，进而求出各层间接触面的温度。

例9-2

如图所示的双层平板中，导热系数λ_1、λ_2为定值，假定过程为稳态，试分析图中温度分布曲线所对应的λ_1、λ_2的相对大小。



解： 由于为稳态导热，三种情况热流量分别为常数，即

$$\Phi = -\lambda A \frac{dt}{dx} = const$$

$$(1): \left|\frac{dt}{dx}\right|_1 > \left|\frac{dt}{dx}\right|_2 \Rightarrow \lambda_1 < \lambda_2 \qquad (2): \left|\frac{dt}{dx}\right|_1 = \left|\frac{dt}{dx}\right|_2 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

$$(3): \left|\frac{dt}{dx}\right|_1 < \left|\frac{dt}{dx}\right|_2 \Rightarrow \lambda_1 > \lambda_2$$

3、有内热源平壁的一维稳态导热

如果平壁两侧表面分别保持均匀恒定的温度t_{w1}、t_{w2}，平壁内具有均匀分布的内热源，强度为$\dot{\Phi}$，平壁材料的导热系数λ为常数，则平壁一维稳态导热的数学模型为

导热微分方程式：
$$\boxed{\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right)+\frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}}$$

数学模型：

定解条件：

推导：

3、有内热源平壁的一维稳态导热

如果平壁两侧表面分别保持均匀恒定的温度t_{w1}、t_{w2}，平壁内具有均匀分布的内热源，强度为$\dot{\Phi}$，平壁材料的导热系数λ为常数，则平壁一维稳态导热的数学模型为

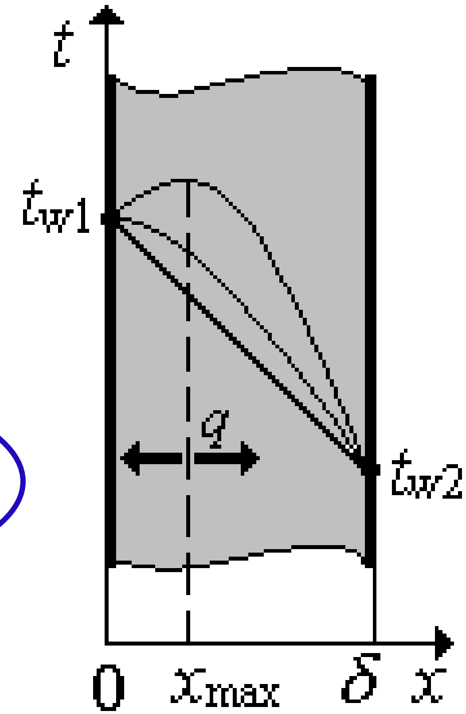
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \dfrac{\dot{\Phi}}{\lambda} = 0 \\ x = 0,\ t = t_{w1} \\ x = \delta,\ t = t_{w2} \end{cases}$$

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 + C_1 x + C_2$$

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 - \left(\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} - \frac{\dot{\Phi}\delta}{2\lambda}\right)x + t_{w1}$$

可见，壁内的温度分布为抛物线。

通常 $\dot{\Phi} > 0$ ，所以温度分布曲线向上弯曲，并且$\dot{\Phi}$ 愈大，弯曲得愈厉害，当大于一定数值后，温度分布曲线在壁内某处 $x_{\max}$具有最大值 $t_{\max}$，壁内热流的方向从 $x_{\max}$处指向两侧壁面。



根据傅里叶定律，

$$\left.\frac{dt}{dx}\right|_{x\max} = 0$$

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} - \left(\frac{\delta}{2} - x\right)\dot{\Phi}$$

热流分布图?

可见，热流密度不再像无内热源那样等于常数，而是 x 的函数，并且热流的方向不一定指向一个方向，这取决于壁面温差(t_{w1}-t_{w2}) 以及内热源强度 $\dot{\Phi}$ 的大小。

如果 $t_{w1} = t_{w2}$?

$$t = -\frac{\dot{\Phi}}{2\lambda}x^2 + \frac{\dot{\Phi}\delta}{2\lambda}x + t_{w1}$$

4、变导热系数问题

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\lambda\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)=0 \qquad \lambda(t)=\lambda_0(1+bt)$$

$$x=0 \qquad t=t_{\mathrm{w1}}$$

$$x=\delta \qquad t=t_{\mathrm{w2}}$$

类似于前述方法，可求解此问题。也可采用对Fourier定律直接积分的方法：

$$q=-\lambda\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=-\lambda_0(1+bt)\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}$$

分离变量积分：

$$\int_0^{\delta} q\mathrm{d}x = -\int_{t_{\mathrm{w1}}}^{t_{\mathrm{w2}}} \lambda_0(1+bt)\mathrm{d}t = -\int_{t_{\mathrm{w1}}}^{t_{\mathrm{w2}}} \lambda\mathrm{d}t$$

$$q = \frac{\bar{\lambda}}{\delta}\left(t_{\mathrm{w1}} - t_{\mathrm{w2}}\right)$$

$$\bar{\lambda} = \lambda_0(1+b\bar{t}) = \lambda_0\left[1 + \frac{b}{2}\left(t_{\mathrm{w1}} + t_{\mathrm{w2}}\right)\right]$$

在x处(0<x<δ)：

$$q_x = \frac{\bar{\lambda}_x}{x}\left(t_{\mathrm{w1}} - t\right)$$

由于 $q = q_x$ **，所以：**

$$\left(t_{\mathrm{w1}} - t_{\mathrm{w2}}\right)\lambda_0\left[1 + \frac{b}{2}\left(t_{\mathrm{w1}} + t_{\mathrm{w2}}\right)\right] / \delta$$

$$= \left(t_{\mathrm{w1}} - t\right)\lambda_0\left[1 + \frac{b}{2}\left(t_{\mathrm{w1}} + t\right)\right] / x$$

整理可得：

$$t + \frac{b}{2}t^2 = -\frac{1}{\delta}\left(t_{\mathrm{w1}} - t_{\mathrm{w2}}\right)\left[1 + \frac{b}{2}\left(t_{\mathrm{w1}} + t_{\mathrm{w2}}\right)\right]x + t_{\mathrm{w1}} + \frac{b}{2}t_{\mathrm{w1}}{}^2$$

可见，当平壁材料的导热系数随温度线性变化时，平壁内的温度分布为二次曲线。

讨 论

$$t+\frac{b}{2}t^2=-\frac{1}{\delta}\left(t_{w1}-t_{w2}\right)\left[1+\frac{b}{2}\left(t_{w1}+t_{w2}\right)\right]x+t_{w1}+\frac{b}{2}t_{w1}^{\ 2}$$

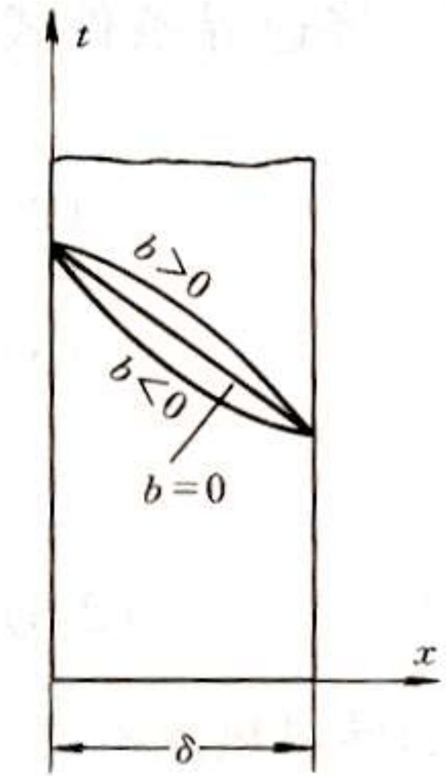
$$\frac{d^2t}{dx^2}=-\frac{b}{1+bt}\left(\frac{dt}{dx}\right)^2=-\frac{b}{\lambda/\lambda_0}\left(\frac{dt}{dx}\right)^2 \qquad q=-\lambda_0(1+bt)\frac{dt}{dx}$$

- **平板导热的温度分布**

  b>0 为上凸曲线;

  b=0 λ=c 为直线;

  b<0 为下凹曲线。



- **稳态导热求解方法:**

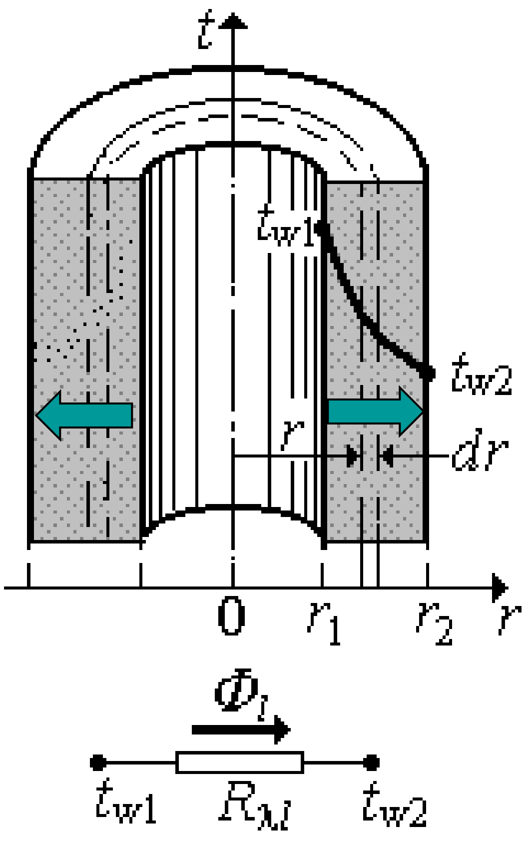
  (1) 微分方程的边值问题;

  (2) Fourier定律直接积分。

二、通过圆筒壁的稳态导热

1、单层圆筒壁的稳态导热

1) 长圆筒壁，长度为l，
2) 导热系数λ为常数，
3) 无内热源（$\Phi_v = 0$），
4) 内、外壁面维持均匀恒定的温度t_{w1}，t_{w2}，且 $t_{w1} > t_{w2}$。



为什么是下凹的曲线?

导热微分方程式为：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}\right)=0$$

第一类边界条件:

$$r=r_1 \qquad t=t_{w1}$$

$$r=r_2 \qquad t=t_{w2}$$

推导：

进行两次积分，可得导热微分方程式的通解为：

$$t=C_1\ln r+C_2$$

$$t=t_{w1}-\left(t_{w1}-t_{w2}\right)\frac{\ln\left(r/r_1\right)}{\ln\left(r_2/r_1\right)}$$

$$t = t_{w1} - \left(t_{w1} - t_{w2}\right)\frac{\ln\left(r/r_1\right)}{\ln\left(r_2/r_1\right)}$$

温度沿*r* 方向的变化率为：

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln\left(r_2/r_1\right)}\frac{1}{r}$$

根据傅立叶定律,沿圆筒壁 *r* 方向的热流密度为：

$$q = -\lambda\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = \frac{\lambda}{r}\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln\left(r_2/r_1\right)}$$

可见,径向热流密度不等于常数, 而是*r*的函数, 随着*r*的增加, 热流密度逐渐减小。

对于稳态导热，通过整个圆筒壁的热流量不变。R_λ为整个圆筒壁的导热热阻，K/W。

$$\Phi = 2\pi rl \cdot q = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda l}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_\lambda}$$

单位长度圆筒壁的热流量：

$$\Phi_l = \frac{\Phi}{l} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda}\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{R_{\lambda l}}$$

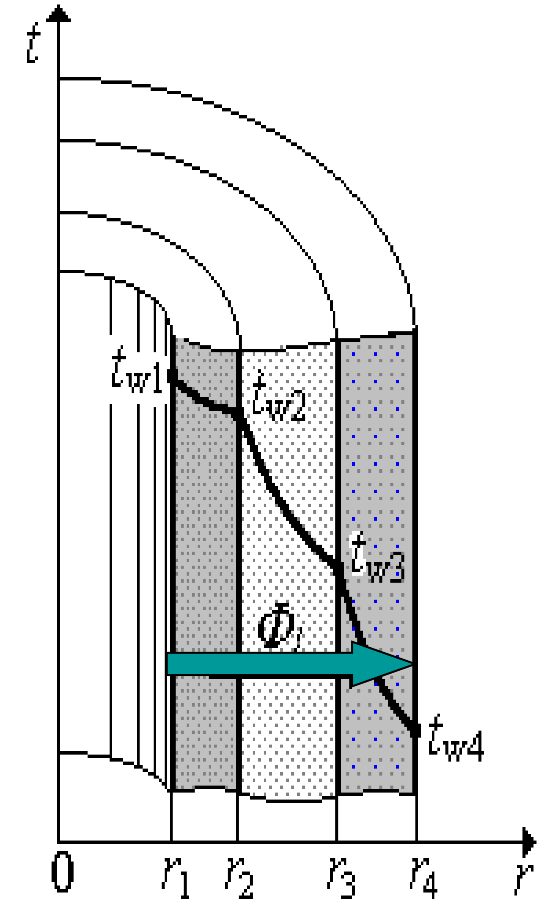
式中$R_{\lambda l}$为单位长度圆筒壁的导热热阻，m·K/W

实际上，根据傅立叶定律，将该式分离变量积分，同样可求得上面的公式。

$$\Phi_l = -2\pi r\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r}$$

2、多层圆筒壁的稳态导热

以三层圆筒壁为例，无内热源，各层的λ_1、λ_2、λ_3分别为常数，内、外壁面维持均匀恒定的温度t_{w1}、t_{w2}。通过各层圆筒壁的热流量相等，总导热热阻等于各层导热热阻之和，



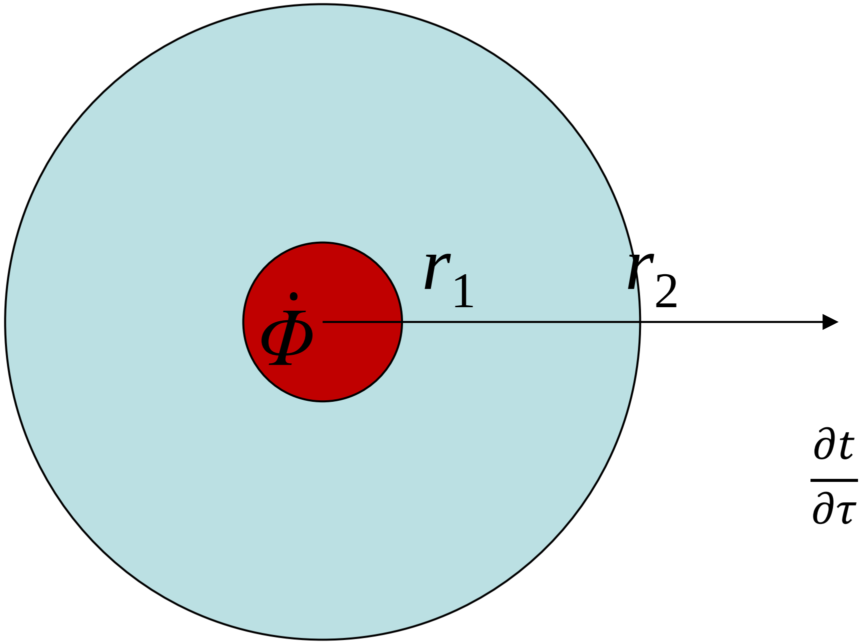
$$\Phi_l = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{R_{\lambda l1} + R_{\lambda l2} + R_{\lambda l3}}$$

$$= \frac{t_{w1} - t_{w4}}{\dfrac{1}{2\pi\lambda_1}\ln\left(\dfrac{d_2}{d_1}\right) + \dfrac{1}{2\pi\lambda_2}\ln\left(\dfrac{d_3}{d_2}\right) + \dfrac{1}{2\pi\lambda_3}\ln\left(\dfrac{d_4}{d_3}\right)}$$

对于n层不同材料组成的多层圆筒壁的稳态导热，显然有

$$\Phi_l = \frac{t_{\mathrm{w1}} - t_{\mathrm{w(n+1)}}}{\sum_{i=1}^{n} R_{\lambda li}} = \frac{t_{\mathrm{w1}} - t_{\mathrm{w(n+1)}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right)}$$

随堂练习



$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right] + \frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

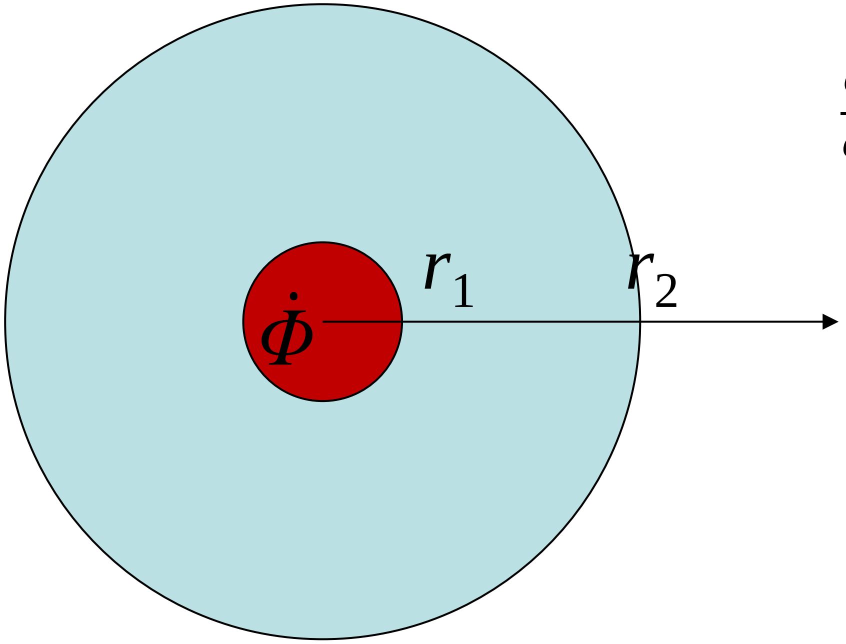
无限大圆柱体（λ=10 W/(m℃)），红色区域（r_1=1m）有内热源（1000 W/m^3），求圆柱体内的温度分布

① 外侧（r_2=3m）为第一类边界（100 ℃ ）

② 外侧（r_2=3m）为第三类边界（tf=20℃，10 W/(m^2 ℃) ）

③ 外侧（r_2=3m）为第二类边界（~W/m^2）

随堂练习



$$\frac{\partial t}{\partial \tau}=a\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right]+\frac{\dot{\Phi}_V}{\rho c}$$

无 限 大 圆 柱 体 （ λ=10 W/(m ℃) ）， 红 色 区 域 （r_1=1m）有内热源（1000 W/m^3

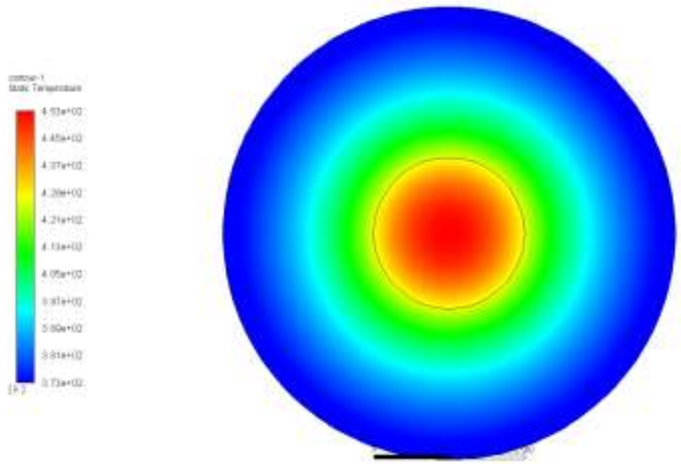
数学模型：

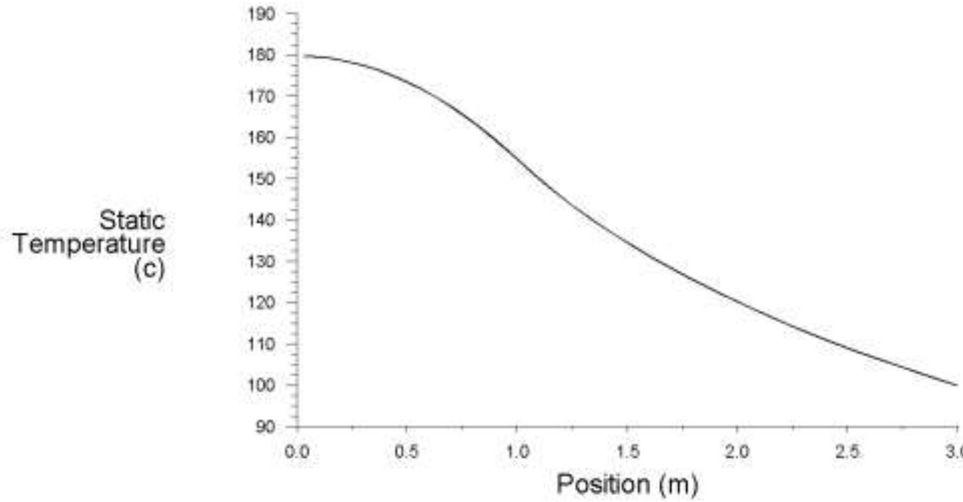
定解条件：

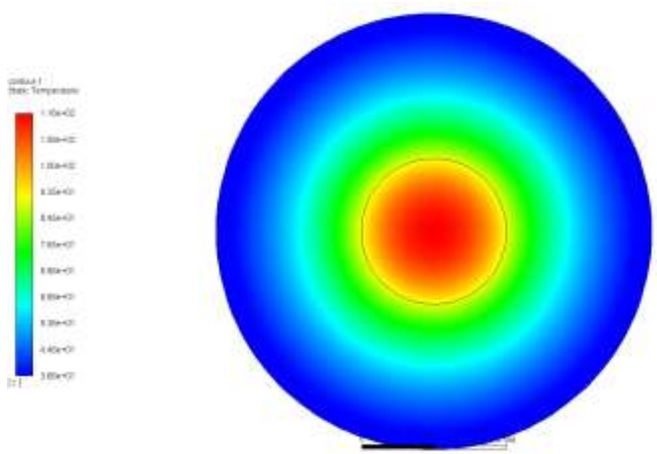
推导：

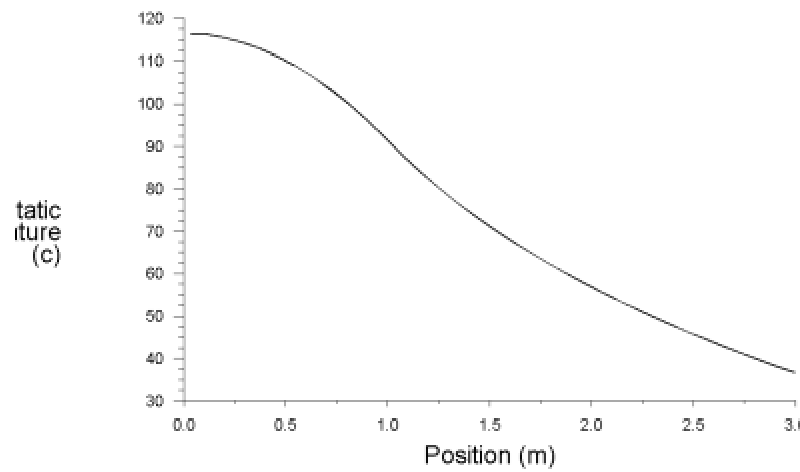
随堂练习

推导：




Static
Temperature
(c)
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
Position (m)




tatic
ıture
(c)
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
Position (m)

三、肋片的稳态导热

Steady-state Conduction through Fins

- 传热过程中，当两侧流体换热能力不匹配时，有必要强化换热能力较差一侧流体的换热，最终实现传热过程的强化。

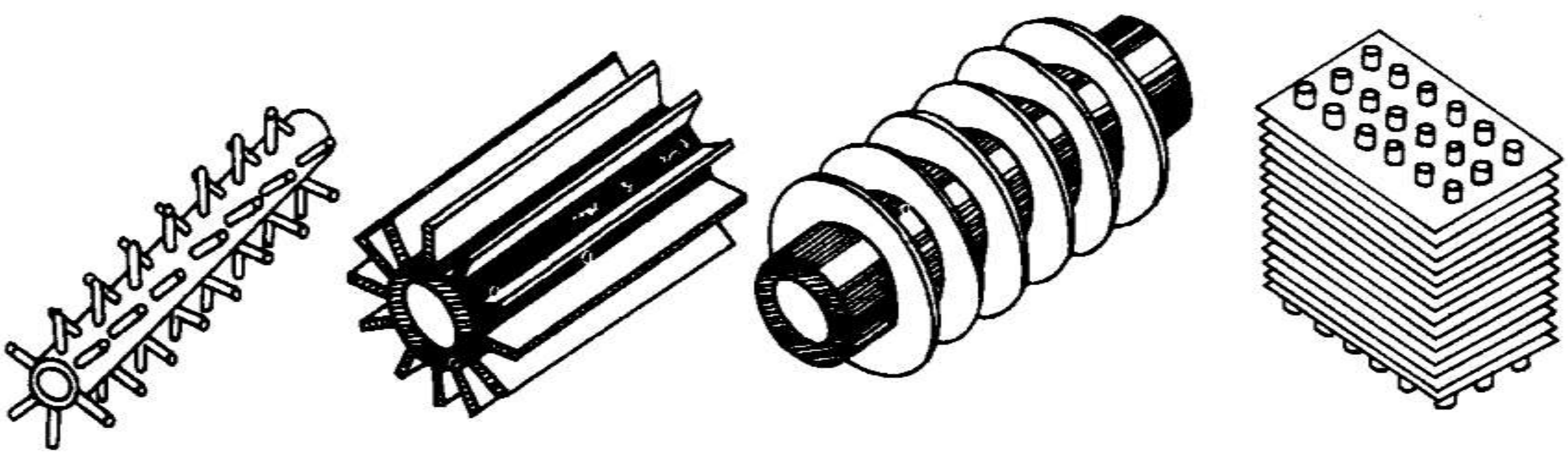
  根据牛顿冷却公式： $\Phi = A\, h(t_w - t_f)$

  增大对流换热量有三条途径：

  1. 增加换热面积A；　加装肋片

  2. 加大对流换热表面传热系数h；

  3. 加大换热温差$(t_w - t_f)$。



（a）针肋　（b）直肋　（c）环肋　（d）大套片

毛细热管换热器

毛细热管

多通路微细通道带管式换热器

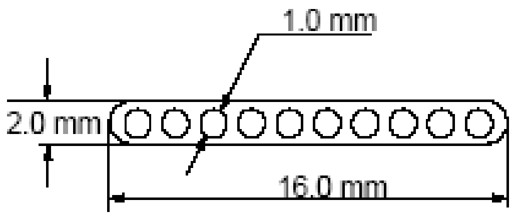
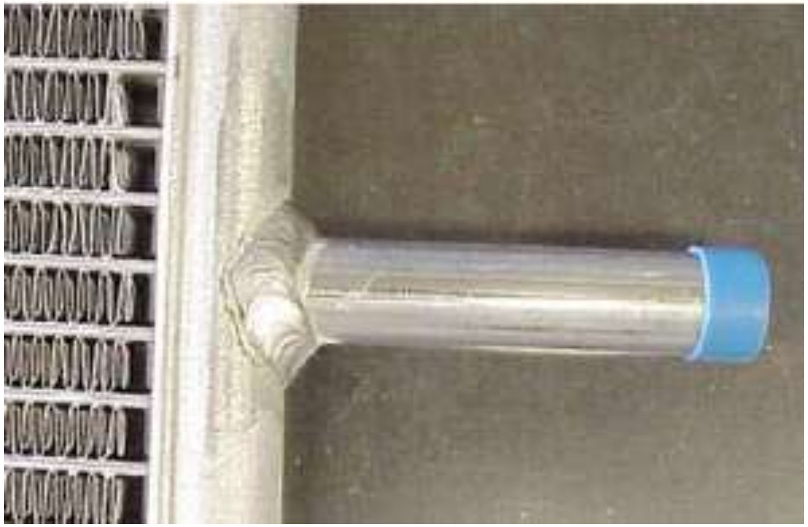
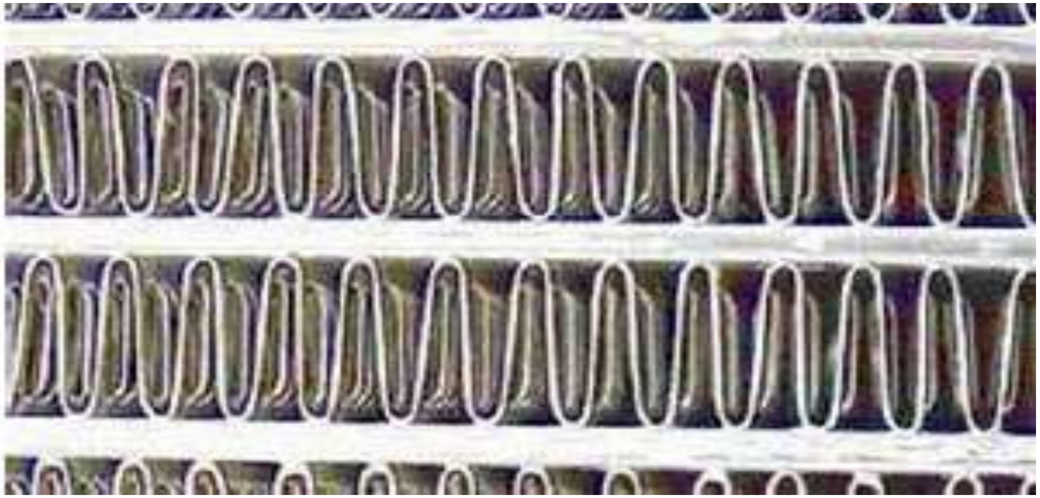


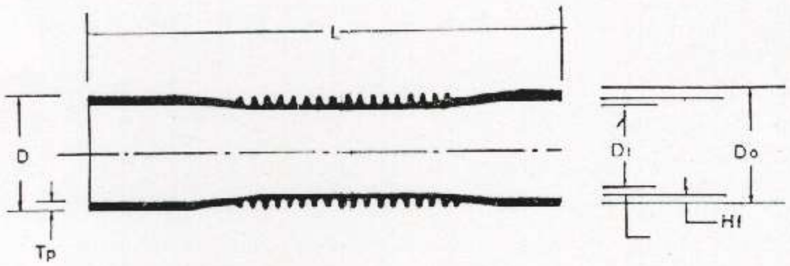
Figure 3.6 Microchannels from Hydro Aluminum

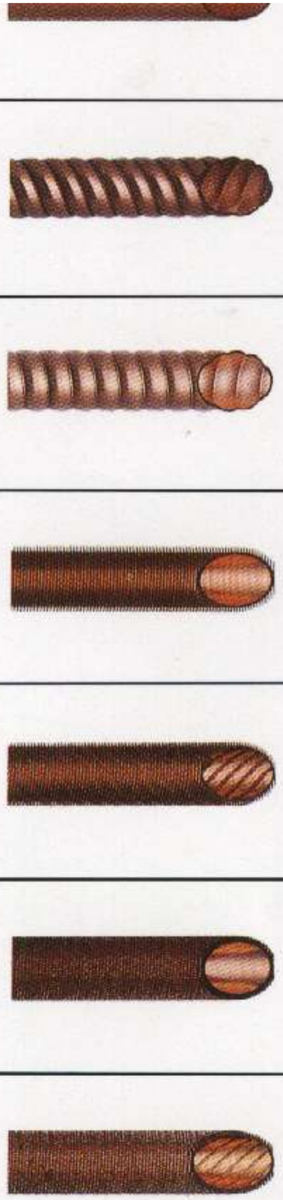




微肋管（Microfin Tubes)

1. 轧丝管 FIN TUBE



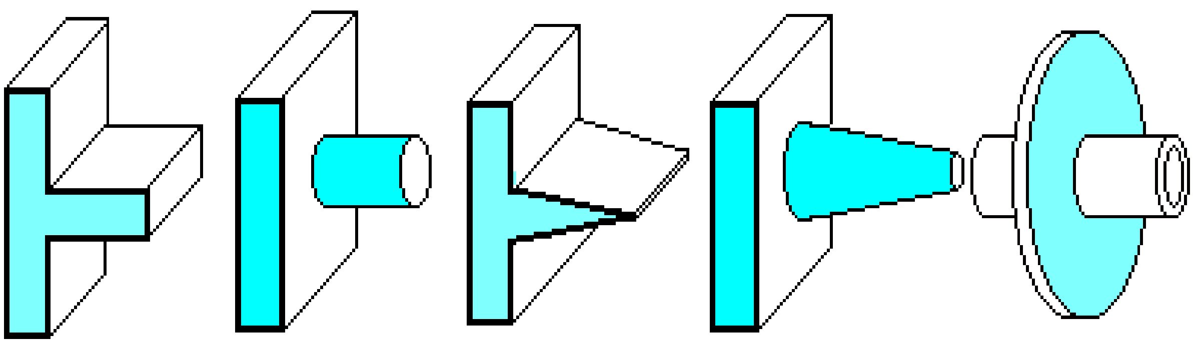


单位: mm unit: mm

齿数 / 英寸 FIN/ INCH	头数 RIFLE	外径 D.	内径 Di	外径 Do	壁厚 Tp	齿深 Hf	长度 (L)
26	0; 6	15.88	11.4	15.7	1.4	1.2	长度根据需要 As your request
26	0; 6	19.05	14.1	18.7	1.4	1.2	
26	0; 6	18.8	14.0	18.5	1.4	1.2	
26	0; 10	22.23	16.7	22	1.6	1.0	
40	20	19	14.7	18.6	1.4	1.0	
40	10	22.23	17.3	21.9	1.4	1.0	

三、肋片的稳态导热
Steady-state Conduction through Fins

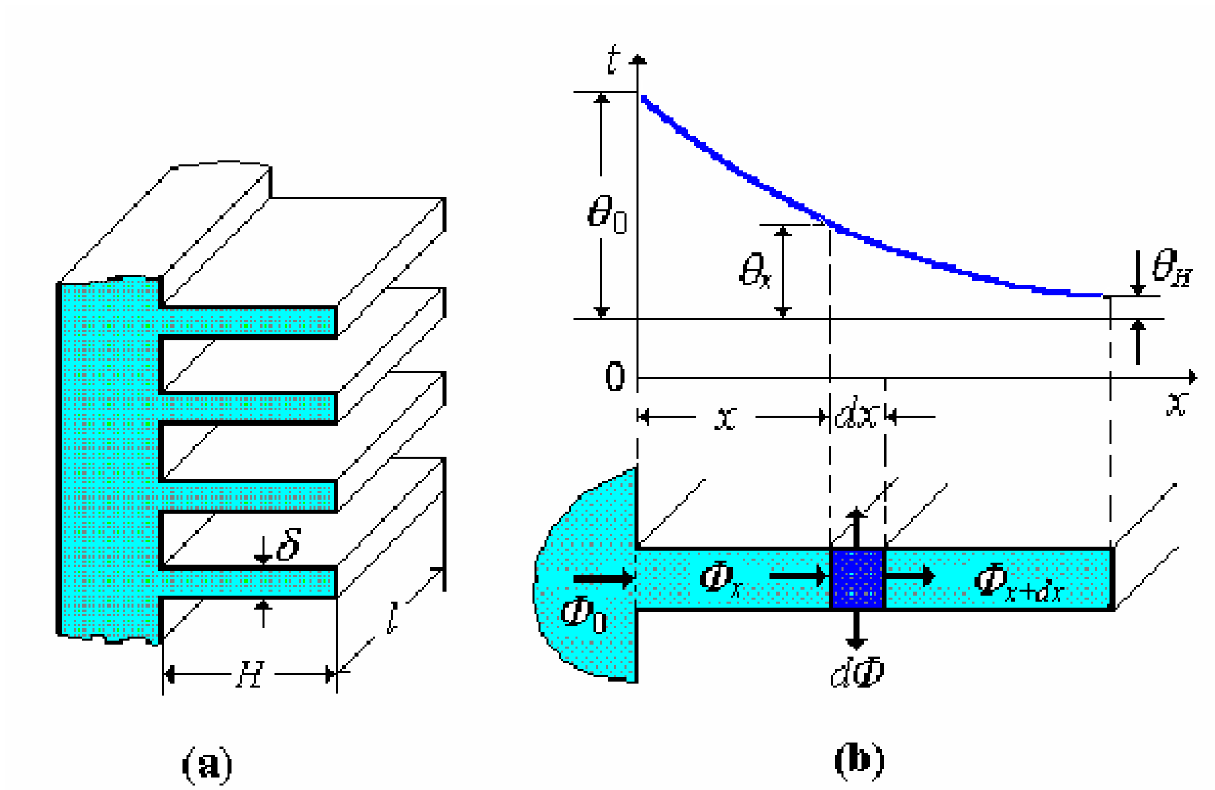
- 当两侧流体对流换热系数相差较多时，换热表面**加装肋片**是强化传热的主要措施之一。
- 典型的肋片形式见下图：

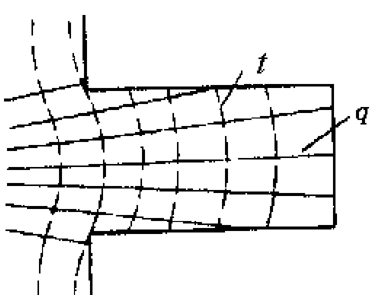


(a)矩形　(b)圆柱形　(c)三角形　(d)圆锥形　(e)圆环形

1、等截面直肋的稳态导热

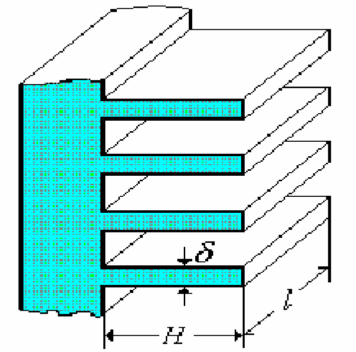
- 肋高度为H
- 厚度为δ
- 宽度为l
- 与高度方向垂直的横截面积为$A=\delta l$
- 横截面的周长$P=2(l+\delta)\approx 2l$





一维近似，近似程度与δ、λ、h有关。

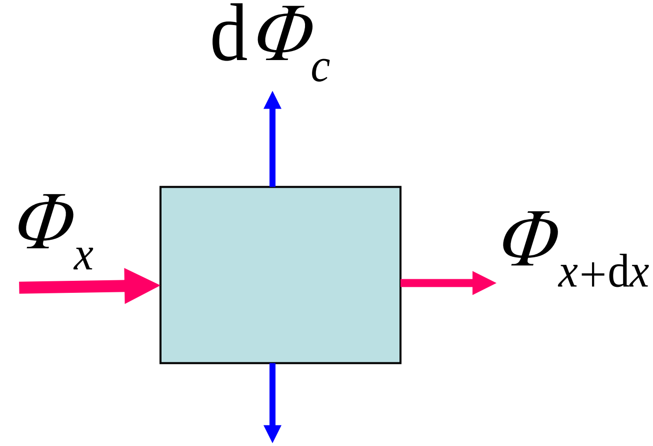
假设：



- 肋片材料均匀，导热系数λ为常数；
- 肋根部与肋基接触良好，温度一致；
- 肋片厚度方向的导热热阻δ/λ与肋表面对流换热热阻$1/h$相比很小，可以忽略。肋片的温度只沿高度方向发生变化, 即可以近似为一维导热；
- 肋表面各处与流体之间对流换热系数h都相同；
- 忽略肋片端面的散热量，即认为肋端面绝热。

热量从肋基导入肋片，然后从肋根导向肋端，沿途不断有热量从肋的侧面以对流换热的方式散给周围的流体，这种情况可以当作肋片具有**负内热源（热沉）**来处理（将微元体表面的对流换热等效为微元体的**热沉**，见教材）。

导热微分方程



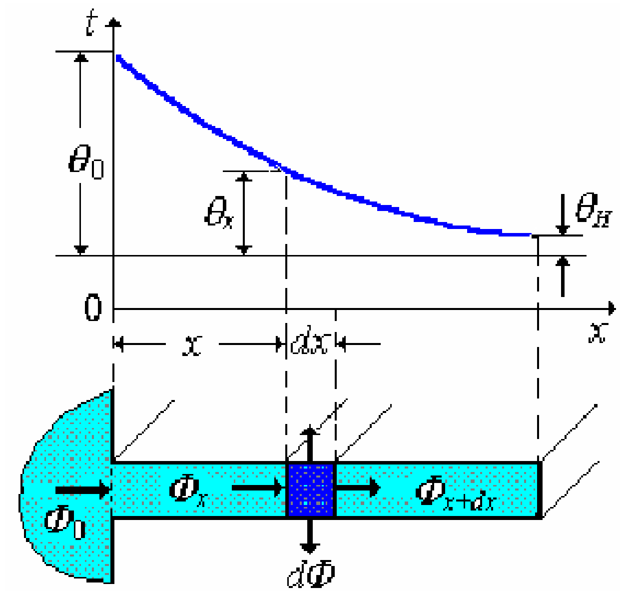
$$\Phi_x - \Phi_{x+\mathrm{d}x} = \mathrm{d}\Phi_c$$

$$\Phi_{x+\mathrm{d}x} = \Phi_x + \frac{d\Phi_x}{dx}dx =$$

$$\Phi_x + \frac{d\left(-\lambda A\dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right)}{dx}dx = \Phi_x - \lambda A\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}x^2}dx$$

$$\mathrm{d}\Phi_c = hP\mathrm{d}x\left(t - t_f\right)$$

$$\lambda A\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}x^2} = hP\left(t - t_f\right)$$



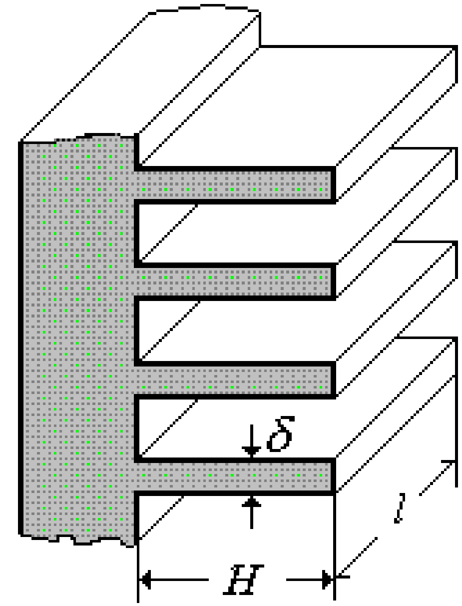
边界条件为： $x = 0,\quad t = t_0$

$x = H,\quad \dfrac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = 0$

负内热源法?

$$\mathrm{d}\dot{\Phi}_c = \frac{hP\mathrm{d}x\left(t - t_f\right)}{\mathrm{d}xA} = \frac{hP\left(t - t_f\right)}{A}$$

令： $m=\sqrt{\dfrac{hP}{\lambda A_c}}\approx\sqrt{\dfrac{h\cdot 2l}{\lambda\cdot\delta l}}=\sqrt{\dfrac{2h}{\lambda\delta}}$



$\theta=t-t_\infty$ 称为过余温度。

数学模型变为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}x^2}-m^2\theta=0\\ x=0,\quad \theta=\theta_0\\ x=H,\quad \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\quad \theta=C_1e^{mx}+C_2e^{-mx}$$

$$\theta=\theta_0\frac{e^{m(H-x)}+e^{-m(H-x)}}{e^{mH}+e^{-mH}}$$

双曲余弦函数 $\cosh x=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$

$$\boxed{\theta=\theta_0\frac{\cosh\left[m(H-x)\right]}{\cosh(mH)}}$$

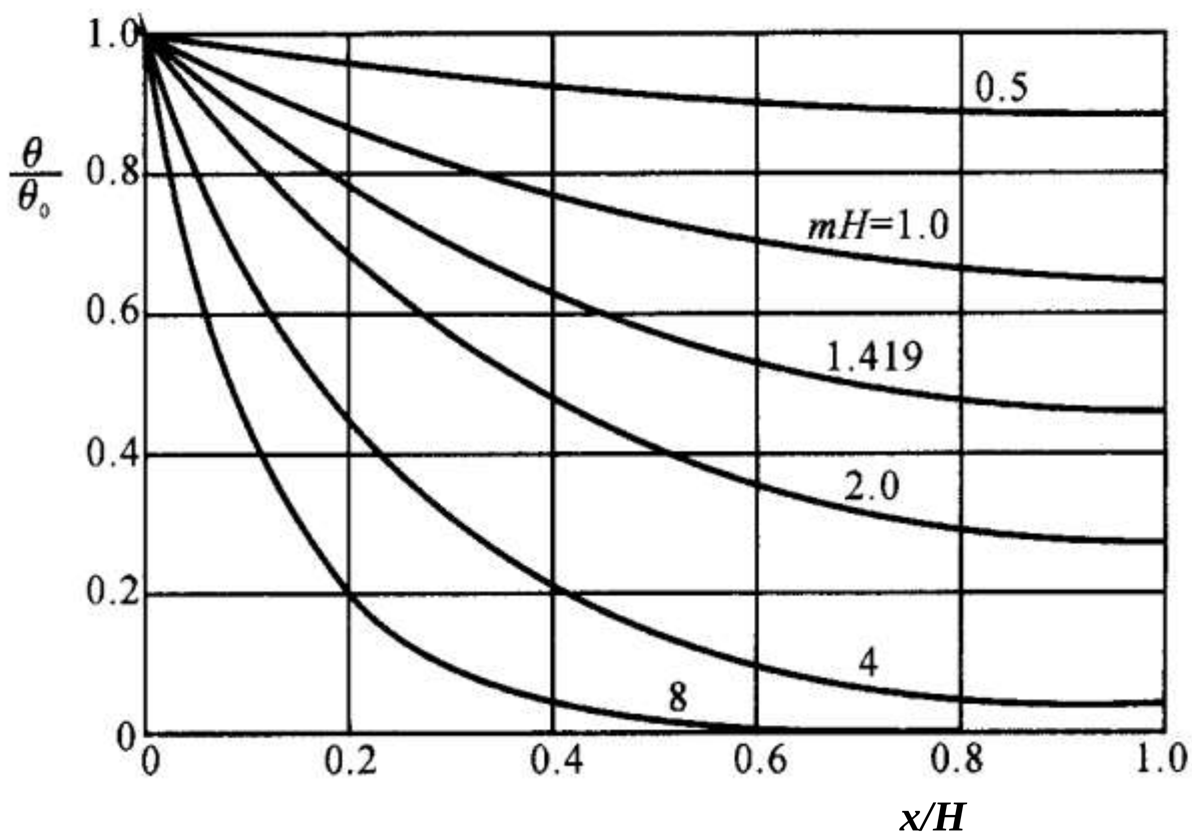
肋片的过余温度从肋根开始沿高度方向按双曲余玄函数的规律变化。

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh\left[m(H-x)\right]}{\cosh(mH)} \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh\left[mH(1-x/H)\right]}{\cosh(mH)}$$

肋片的过余温度沿高度方向逐渐降低，*mH*较小时，温度降低缓慢；*mH*较大时，温度降低较快。

$$mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} \cdot H$$

一般取0.7< *mH* <2

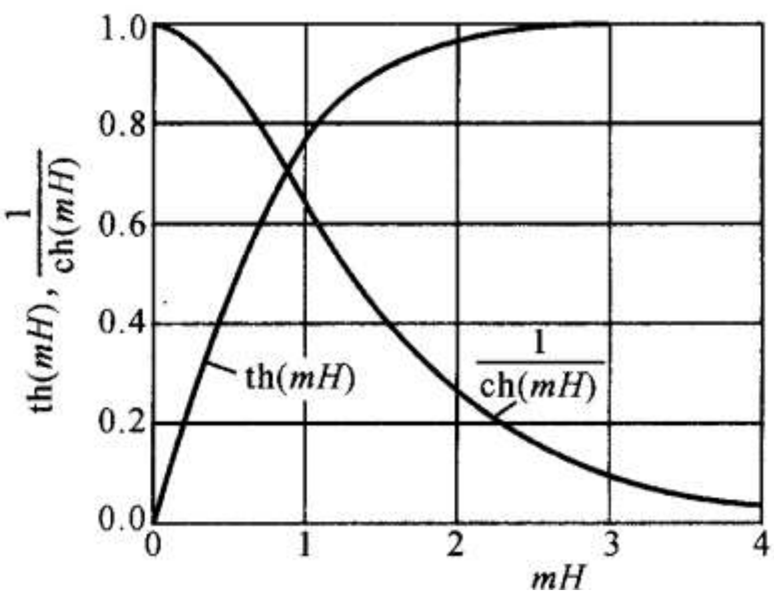


肋端的过余温度

$$\theta_H = \theta_0 \frac{1}{\cosh(mH)}$$

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh[m(H-x)]}{\cosh(mH)}$$

肋端过余温度随*mH*增加而降低。



在稳态情况下，肋片散热量应该等于从肋根导入的热量

$$\Phi = -\lambda A_c \left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=0}$$

$$= A_c \lambda \theta_0 \left.\frac{m \sinh[m(H-x)]}{\cosh(mH)}\right|_{x=0} = A_c \lambda m \theta_0 \frac{\sinh(mH)}{\cosh(mH)}$$

$$= A_c \lambda m \theta_0 \tanh(mH) = \sqrt{h\lambda P A_c}\,\theta_0 \tanh(mH) \qquad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}}$$

当*m*一定时，随着*H*增大，散热量开始时增加迅速，后来增量变小，逐渐趋于一渐近值（增加肋高的经济性）

2、肋片效率

定义：肋片的实际散热量Φ与假设整个肋片都具有肋基温度时的理想散热量Φ_0之比

$$\eta_{\mathrm{f}} = \frac{\Phi}{\Phi_0} = \frac{PHh\left(t_m - t_\infty\right)}{PHh\left(t_0 - t_\infty\right)} = \frac{\theta_m}{\theta_0}$$

式中t_{m}、θ_{m}分别为肋面的平均温度和平均过余温度，t_0、θ_0分别为肋基温度与肋基过余温度。

由于$\theta_{\mathrm{m}} < \theta_0$，所以肋片效率$\eta_{\mathrm{f}}$小于1。

求解过程设肋表面各处h都相等，等截面直肋的平均过余温度可按下式计算：

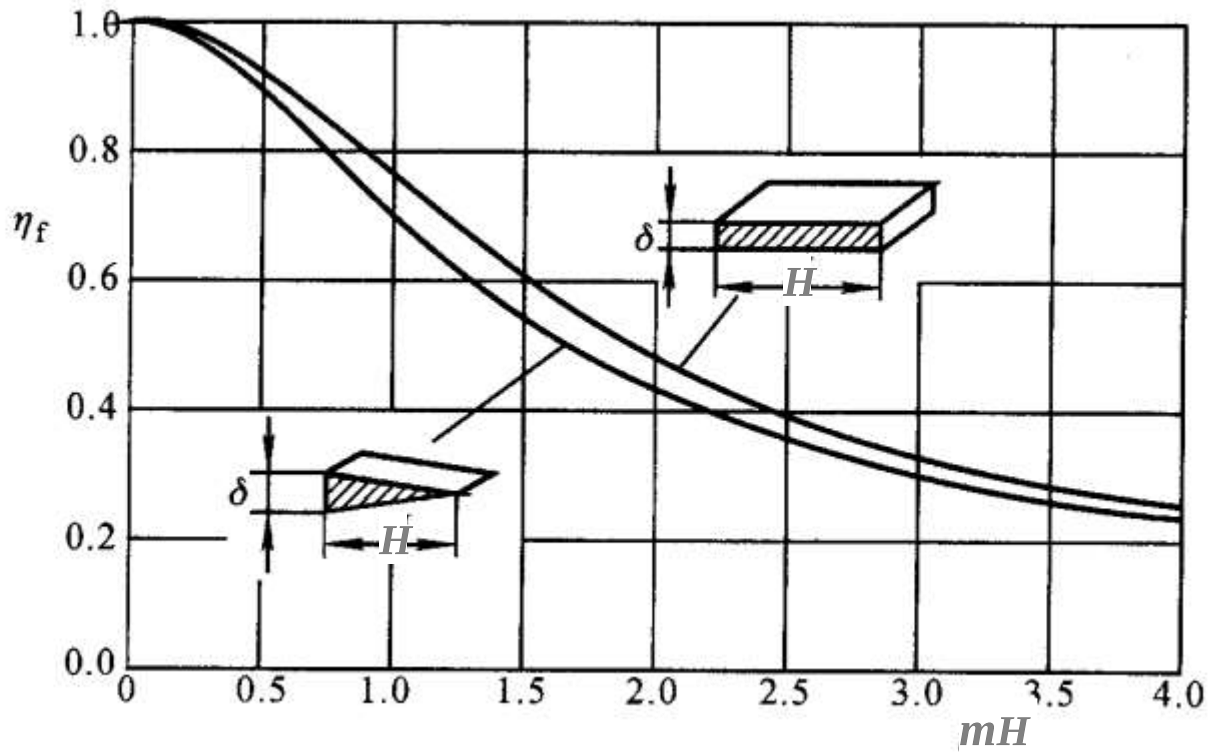
$$\theta_m = \frac{1}{H}\int_0^H \theta \mathrm{d}x = \frac{1}{H}\int_0^H \theta_0 \frac{\cosh\left[m(H-x)\right]}{\cosh\left(mH\right)}\mathrm{d}x = \frac{\theta_0}{mH}\tanh\left(mH\right)$$

⇨ $$\eta_{\mathrm{f}} = \frac{\tanh\left(mH\right)}{mH}$$ 可见，肋片效率是mH的函数。

矩形和三角形肋片效率随mH的变化规律如图。mH愈大，肋片效率愈低。

影响肋片效率的因素：

$$mH = \sqrt{\frac{2h}{\lambda\delta}} \cdot H$$



（1）肋片材料的热导率 λ, $\lambda\uparrow \eta_f \uparrow$

（2）肋片高度H，

$H\uparrow \eta_f \downarrow$

（3）肋片厚度δ， $\delta\uparrow \eta_f \uparrow$

（4）肋片与周围流体间对流换热的表面传热系数h，

$h\uparrow \eta_f \downarrow$

Q：为什么实际应用采用薄而高的肋片?

几点说明：

（1）上述分析结果同样适用于其它形状的等截面直肋，如圆柱、圆管形肋的一维稳态导热问题；

（2）如果必须考虑肋端面的散热，可以将肋端面面积折算到侧面上去，相当于肋加高为$H+\Delta H$，其中

$$\Delta H=\frac{A}{P}$$ 对于矩形肋，$$\Delta H\approx\frac{\delta}{2}$$

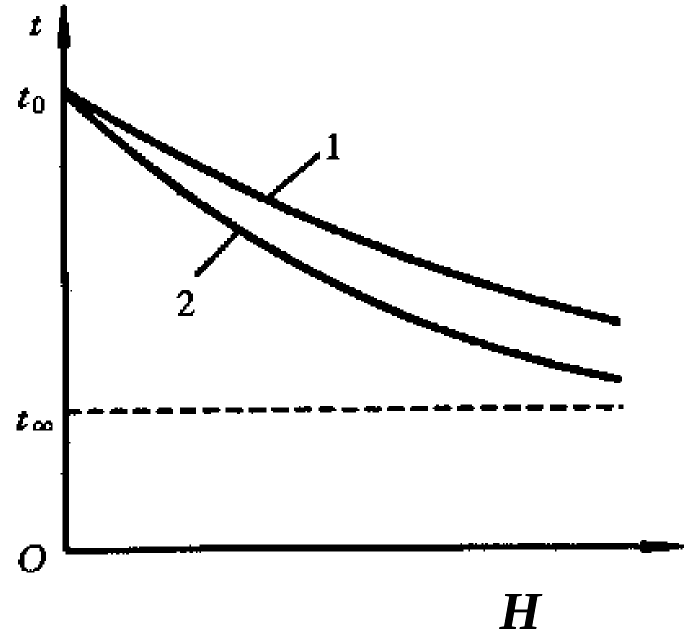
（3）上述分析结果既适用于肋片被加热的情况，也适用于肋片被冷却的情况；

（4）肋片厚度方向的导热热阻δ/λ与表面的对流换热热阻$1/h$相比不可忽略的情况，肋片导热不能认为是一维的，上述公式不再适用。$Bi=h\delta/\lambda<0.05$时，误差小于1%

（5）上述推导没有考虑辐射换热的影响，对一些温差较大或表面传热系数较小的场合，必须加以考虑。

例

两几何尺寸相同的等截面直肋，在相同的对流环境下，沿肋高方向的温度分布曲线如图，请判断两种材料导热系数的大小及肋效率的高低。



解：对一维肋，导热系数越高，沿肋方向的热阻越小，因而沿肋高方向的温度变化越小。因此，曲线1对应的是导热系数大的材料，曲线2对应导热系数小的材料。由肋效率的定义，由于1平均温度高，故肋效率高于曲线2对应的肋效率。