

# 第一次作业

1. **绝对值损失函数下的线性回归** 已测得  $n$  组数据  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , 其中  $x_i \in \mathbb{R}$  是输入,  $y_i \in \mathbb{R}$  是输出。欲将  $y$  表示为  $x$  的线性函数, 即  $y = ax + b$ , 求最优系数  $a$  和  $b$  使得该线性回归模型在训练数据上的平均绝对误差

$$\sum_{i=1}^n \frac{|y_i - ax_i - b|}{n}$$

最小。写出对应的线性规划问题, 可以引入额外变量。

2. **电力市场出清** 考虑一个单时段电力市场, 该时段负荷为已知常数。参与市场的发电商需提交供电竞标, 每个竞标由价格和供应量对  $(\lambda, P_m)$  组成。例如, 竞标对  $(50, 100)$  表示发电商愿意以 50 美元每单位的价格提供最多 100 单位电力, 实际需求取决于电力市场的出清结果。每个发电商可以提供多组竞标对。市场出清时

- 对某个竞标对  $(\lambda, P_m)$ , 市场可以选择供应量  $p \in [0, P_m]$ , 并支付发电商  $\lambda p$  美元。
- 如果一个发电商提交了多个竞标, 那么该发电商的总供应量等于所有中标供应量之和。
- 电力市场出清即选择若干投标, 目标是以最低成本供应负荷需求。

某时段负荷为 100 单位, 两个发电商提供的竞标如下表所示:

发电商 1			发电商 2		
标号	$\lambda$ (\$)	$P_m$ (p.u.)	标号	$\lambda$ (\$)	$P_m$ (p.u.)
1-1	30	15	2-1	18	15
1-2	20	20	2-2	26	40
1-3	25	30	2-3	32	25

- (1) 写出电力市场出清的线性规划模型。
- (2) 结合该问题的特点, 设计一种简便方法确定最优解。

3. **多时段生产计划** 工厂未来 6 个小时的电能需求量如下 (单位: p.u.):

第 1 小时	第 2 小时	第 3 小时	第 4 小时	第 5 小时	第 6 小时
370	430	380	450	520	440

提示：以  $R_t$  表示第  $t$  个小时发电机产能， $O_t$  表示第  $t$  个小时向电网购电， $I_t$  表示第  $t$  个小时储存的电能，其中  $t = 1, 2, \dots, 6$ 。存储费每小时结算，无需追踪电能的生产时间。关键步骤是写出时段  $t$  的变量和时段  $t+1$  的变量之间的关系。

星期	一	二	三	四	五	六	日
最低人数	17	13	14	16	18	24	24

(2) 假设可以聘用两个半时技工 (一天工作 4 小时, 不需要连续工作) 替代一个全时技工, 并规定半时技工承担的工作量不得超过总工作量的  $1/4$ , 半时技工薪酬为 24 元/天, 全时技工薪酬为 80 元/天。那么如何制订聘用方案, 在满足工作要求的前提下, 使供电局支付的工资总额最少?

$$\begin{array}{ll} \max & 0.65x + 0.45y \\ \text{s.t.} & 2x + 3y \leq 40 \\ (a) & 3x + 1.5y \leq 30 \\ & x \leq 9 \\ & x, y \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \max & 4x + y \\ \text{s.t.} & 3x + 2y \geq 12 \\ (b) & 2x - 6y \leq -18 \\ & x - y \leq 2 \\ & x, y \geq 0 \end{array}$$