

# 微电网两阶段鲁棒优化经济调度方法

刘一欣, 郭力\*, 王成山

(天津大学智能电网教育部重点实验室, 天津市 南开区 300072)

## Economic Dispatch of Microgrid Based on Two Stage Robust Optimization

LIU Yixin, GUO Li\*, WANG Chengshan

(Key Laboratory of Smart Grid of Ministry of Education (Tianjin University), Nankai District, Tianjin 300072, China)

**ABSTRACT:** A two stage robust optimization model with min-max-min structure was established to minimize the operation cost of microgrid under the uncertainty of renewable energy and load in this paper. The operation constraints and coordination of energy storage, demand response and controllable distributed generators etc. were considered in the model, and a parameter, named the budget of uncertainty, was introduced to adjust the level of conservatism of the robust solution against the modeled uncertainty. The model was decomposed into a master problem and a subproblem with mixed integer linear structure and solved based on the column and constraint generation algorithm and strong duality theory. Numerical cases show the effectiveness of the model and solution strategy. Furthermore, the boundary condition whether the energy storage would be scheduled was given under the time-of-use mechanism, which can provide references to microgrid investors and distribution system operator for energy storage planning and the design of incentive mechanism, respectively.

**KEY WORDS:** microgrid; economic dispatch; two stage robust optimization; budget of uncertainty

**摘要:** 针对微电网内可再生能源和负荷的不确定性, 建立了min-max-min结构的两阶段鲁棒优化模型, 可得到最恶劣场景下运行成本最低的调度方案。模型中考虑了储能、需求侧负荷及可控分布式电源等的运行约束和协调控制, 并引入了不确定性调节参数, 可灵活调整调度方案的保守性。基于列约束生成算法和强对偶理论, 可将原问题分解为具有混合整数线性特征的主问题和子问题进行交替求解, 从而得到原问题的最优解。最终通过仿真分析验证了所建模型和求解算法的有效性, 同时给出了分时电价机制下微电网对储能进行调度的边界条件, 可为微电网投资商规划储能及配电网运营商设计激励机制提供参考。

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFB0900400)。

Project Supported by the National Key R&D Program of China (2016YFB0900400).

**关键词:** 微电网; 经济调度; 两阶段鲁棒优化; 不确定性调节参数

## 0 引言

微电网是指集成了多种分布式电源、储能和负荷的一类小型发-配-用电系统<sup>[1-3]</sup>, 通过内部各单元的协调运行, 可实现高度自治及对配电网的友好接入, 是提高可再生能源渗透率的有效手段<sup>[4-6]</sup>。

微电网的经济调度是微电网相关研究中的热点问题, 一般以运行成本最小为目标, 实现能源的高效利用。然而, 诸如光伏、风机等分布式电源出力以及负荷用电的随机特性给微电网的运行带来了挑战。如何有效应对微电网内的不确定性因素, 实现可靠、经济运行, 成为微电网经济调度问题研究的关键。针对此类问题, 常采用随机规划和场景分析法对不确定变量建模, 模拟不确定性对微电网运行的影响。其中, 随机规划利用随机变量描述不确定信息, 优化得到期望成本最小的调度方案; 场景分析法则基于概率理论, 将研究对象的不确定信息用场景的方式描述, 所得到的调度方案需在不同场景下都具有较好的表现。两种方法的关键都在于以有限的场景模拟不确定变量特性。文献[7]考虑了光伏、风机出力和负荷功率的不确定性, 通过蒙特卡洛法生成场景及相应的概率, 并最终利用混合整数线性规划方法求解随机优化模型; 文献[8]进一步考虑了微电网内的潮流约束, 将随机规划模型分解为能量调度主问题和交流潮流子问题, 在降低网损的同时, 实现微电网期望成本最小的目标。由于随机规划方法寻求的是目标函数期望值最大/最小的解集, 存在某种场景下决策不合理的风险, 因此, 文献[9]将随机规划和条件风险价值约束方法相结合, 使得相应场景下的预期收益

不低于给定的置信水平,从而降低了系统风险。然而,无论是随机规划还是场景分析法都需要确定性的概率曲线生成场景,可能导致模型不够精确,无法反映实际情况<sup>[10]</sup>。

相比于上述方法,鲁棒优化方法以不确定集代替随机变量的确切概率分布,通过优化手段得到“最恶劣”场景下系统的调度方案,更加贴合实际需求。文献[11]考虑了微电网和配电网交互成本最大场景下的经济调度问题,搭建了 min-max 鲁棒优化模型,并利用场景生成法将其转化为单层优化问题进行求解。文献[12]建立了 min-max-min 结构的两阶段鲁棒模型,考虑了风电多场景下的备用调度和经济调度模式。然而,上述文献的鲁棒模型无法对调度方案的保守性进行灵活的调整。文献[13]提出了一种分布不确定模型,负荷功率的概率分布可围绕给定的参考分布变化。此外,模型中考虑了实时电价的波动,并在目标函数中引入调节参数控制优化方案的鲁棒性。本文构建了基于两阶段鲁棒优化的微电网经济调度模型,考虑微电网内可再生分布式电源和负荷的不确定性及储能、需求响应负荷和可控分布式电源等的协调控制,通过一系列的模型推导和转换,将两阶段问题转变为具有混合整数线性形式的主问题和子问题进行求解。模型中增加了不确定性调节参数,可供微电网调度员灵活选择调度方案的保守程度。此外,通过分析,得到了分时电价机制下微电网中储能系统运行的边界条件。

## 1 微电网系统建模

图1所示为典型的微电网结构,由可控分布式电源、可再生分布式电源、储能及本地负荷集成而成。此外,考虑微电网内包含需求响应负荷的情况,微电网可通过灵活调整需求响应负荷的用电计划,降低运行成本。同时,需求响应负荷也能通过提供该服务获取一定的收益。

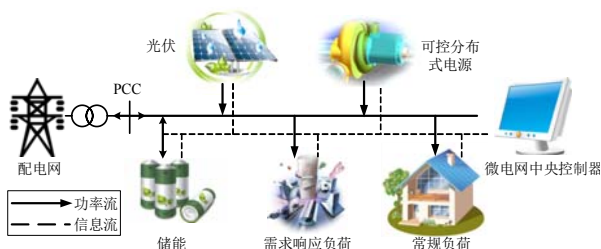


图1 微电网结构

Fig. 1 Structure diagram of microgrid

在图1所示系统中,微电网采用集中式控制结

构,由微电网中央控制器负责制定各单元第2日的运行计划,所需的决策信息主要有:

- 1) 第2日可再生分布式电源出力和常规负荷功率的预测曲线;
- 2) 需求响应负荷的可调度范围、单位调度成本及期望用电计划;
- 3) 配电网日前交易电价及各时段与微电网交换功率的限值;
- 4) 储能单元和可控分布式电源的容量、调度功率限值及单位调度成本;
- 5) 储能单元的荷电状态限值及调度初始时刻的剩余容量。

基于以上信息,微电网中央控制器需综合考虑运行成本和风险,得到经济性与可靠性兼顾的调度方案。

### 1.1 可控分布式电源

微电网中的可控分布式电源主要有微型燃气轮机、燃料电池等,其发电成本可用线性函数表示<sup>[14]</sup>。本文中考虑微电网内包含微型燃气轮机的情况,其成本函数为

$$C_G(t) = [aP_G(t) + b]\Delta t \quad (1)$$

式中:  $C_G(t)$  表示微型燃气轮机在  $t$  时段的发电成本;  $a$ 、 $b$  为成本系数;  $P_G(t)$  为  $t$  时段微型燃气轮机的输出功率;  $\Delta t$  为调度步长,取值为 1h。由于微型燃气轮机的功率响应速度相对于小时级调度而言较快,因此不考虑其爬坡率约束,仅考虑输出功率约束:

$$P_G^{\min} \leq P_G(t) \leq P_G^{\max} \quad (2)$$

式中  $P_G^{\max}$  和  $P_G^{\min}$  表示微型燃气轮机的最大/最小输出功率,分别受其额定功率和最小负载率的限制。

### 1.2 储能

储能的运行成本主要考虑其一次投资成本和运维成本<sup>[15]</sup>,在投资回收期内  $t$  时段的平均充放电成本  $C_S(t)$  可表示为

$$C_S(t) = K_S[P_S^{\text{dis}}(t)/\eta + P_S^{\text{ch}}(t)\eta]\Delta t \quad (3)$$

式中:  $K_S$  为折算后的单位充放电成本;  $P_S^{\text{ch}}(t)$  和  $P_S^{\text{dis}}(t)$  分别表示  $t$  时段储能逆变器交流侧输入/输出的充电/放电功率;  $\eta$  为储能单元的充放电效率。一般来说,储能单元在运行过程中需满足的约束包括:

$$0 \leq P_S^{\text{dis}}(t) \leq U_S(t)P_S^{\max} \quad (4)$$

$$0 \leq P_S^{\text{ch}}(t) \leq [1 - U_S(t)]P_S^{\max} \quad (5)$$

$$\eta \sum_{t=1}^{N_T} [P_S^{\text{ch}}(t)\Delta t] - \frac{1}{\eta} \sum_{t=1}^{N_T} [P_S^{\text{dis}}(t)\Delta t] = 0 \quad (6)$$

$$E_S^{\min} \leq E_S(0) + \eta \sum_{t=1}^T [P_S^{\text{ch}}(t')\Delta t] - \frac{1}{\eta} \sum_{t=1}^T [P_S^{\text{dis}}(t')\Delta t] \leq E_S^{\max} \quad (7)$$

式(4)和式(5)分别为储能的充电和放电功率约束,  $P_S^{\max}$  为储能允许的最大充放电功率, 主要受储能并网逆变装置的容量限制。  $U_S(t)$  表示储能的充放电状态, 取值为 1 时表示放电, 取值为 0 时表示充电; 式(6)保证了储能在调度的始末时刻容量相等, 有利于储能的循环调度,  $N_T$  为调度周期, 取值为 24h; 式(7)表示储能各时段的剩余容量约束,  $E_S(0)$  为储能在调度初始时刻的容量,  $E_S^{\max}$  和  $E_S^{\min}$  为储能在调度过程中允许的最大/最小剩余容量。该约束的主要目的在于防止储能过充/过放, 延长储能的使用寿命<sup>[16]</sup>。

### 1.3 需求响应负荷

考虑微电网内包含可平移负荷的情况, 其在提供需求响应服务过程中的用电特性可用以下约束表示:

$$\sum_{t=1}^{N_T} P_{\text{DR}}(t)\Delta t = D_{\text{DR}} \quad (8)$$



$$D_{\text{DR}}^{\min}(t) \leq P_{\text{DR}}(t)\Delta t \leq D_{\text{DR}}^{\max}(t) \quad (9)$$

式中:  $P_{\text{DR}}(t)$  为  $t$  时段微电网对需求响应负荷的实际调度功率;  $D_{\text{DR}}$  为需求响应负荷在调度周期内的总用电需求;  $D_{\text{DR}}^{\max}(t)$  和  $D_{\text{DR}}^{\min}(t)$  为需求响应负荷在  $t$  时段的最大/最小用电需求, 与用户对舒适度的要求有关。

在满足上述约束的基础上, 微电网可灵活调整需求响应负荷的用电计划。然而, 用电计划的改变势必影响用户的舒适度, 因此, 微电网需要给予适当的补偿,  $t$  时段所需付出的调度成本  $C_{\text{DR}}(t)$  可表示为

$$C_{\text{DR}}(t) = K_{\text{DR}} |P_{\text{DR}}(t) - P_{\text{DR}}^*(t)| \Delta t \quad (10)$$

式中:  $K_{\text{DR}}$  为需求响应负荷的单位调度成本;  $P_{\text{DR}}^*(t)$  为  $t$  时段需求响应负荷的期望用电功率。式(10)中的绝对值项用于表示实际调度功率和期望用电功率之间的偏差, 通过引入辅助变量  $P_{\text{DR1}}(t)$ 、 $P_{\text{DR2}}(t)$  及约束(12)、(13), 可将其化为式(11)所示的线性形式<sup>[17]</sup>:

$$C_{\text{DR}}(t) = K_{\text{DR}} [P_{\text{DR1}}(t) + P_{\text{DR2}}(t)] \Delta t \quad (11)$$

$$P_{\text{DR}}(t) - P_{\text{DR}}^*(t) + P_{\text{DR1}}(t) - P_{\text{DR2}}(t) = 0 \quad (12)$$

$$P_{\text{DR1}}(t) \geq 0, P_{\text{DR2}}(t) \geq 0 \quad (13)$$

### 1.4 配电网交互功率

当微电网内各发电单元无法满足负荷需求时, 需要向配电网购电; 反之, 微电网可将富余的电能出售给配电网, 获取收益。微电网和配电网之间的交互功率需满足如下平衡约束:

$$P_M^{\text{buy}}(t) - P_M^{\text{sell}}(t) = P_S^{\text{ch}}(t) + P_{\text{DR}}(t) + P_L(t) - P_G(t) - P_S^{\text{dis}}(t) - P_{\text{PV}}(t) \quad (14)$$

式中:  $P_M^{\text{buy}}(t)$ 、 $P_M^{\text{sell}}(t)$  分别为  $t$  时段微电网向配电网购买和出售的功率; 不失一般性, 这里仅考虑可再生分布式电源为光伏的情况;  $P_L(t)$ 、 $P_{\text{PV}}(t)$  分别为  $t$  时段微电网内的常规负荷功率和光伏输出功率。微电网和配电网之间的交互功率需满足:

$$0 \leq P_M^{\text{buy}}(t) \leq U_M(t) P_M^{\max} \quad (15)$$

$$0 \leq P_M^{\text{sell}}(t) \leq [1 - U_M(t)] P_M^{\max} \quad (16)$$

式中:  $P_M^{\max}$  表示微电网和配电网交换功率的最大值, 取值需要考虑配电网和微电网连接处变压器的容量及具体政策等因素;  $U_M(t)$  为微电网向配电网的购电状态, 取值为 1 时表示微电网向配电网购电, 取值为 0 时表示微电网向配电网售电。在  $t$  时段, 微电网和配电网的交互成本  $C_M(t)$  可表示为

$$C_M(t) = \lambda(t) [P_M^{\text{buy}}(t) - P_M^{\text{sell}}(t)] \Delta t \quad (17)$$

式中  $\lambda(t)$  为配电网的日前交易电价。

## 2 两阶段鲁棒优化模型

微电网的运行目标为日运行成本最小化, 如式(18)所示, 所需满足的约束条件包括式(2)、式(4)~(9)及式(12)~(16)。

$$\min \sum_{t=1}^{N_T} [C_G(t) + C_S(t) + C_{\text{DR}}(t) + C_M(t)] \quad (18)$$

当不考虑光伏出力和负荷功率的不确定性时, 可得到上述微电网经济调度问题的确定性优化模型, 其紧凑形式可表述为

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} & \mathbf{c}^T \mathbf{y} \\ \text{s.t.} & \mathbf{D}\mathbf{y} \geq \mathbf{d} \\ & \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{0} \\ & \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{y} \geq \mathbf{h} \\ & \mathbf{I}_u \mathbf{y} = \hat{\mathbf{u}} \end{cases} \quad \text{Ky=s} \quad (19)$$



式中  $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{y}$  为优化变量, 具体表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [U_S(t), U_M(t)]^T \\ \mathbf{y} = [P_G(t), P_S^{\text{ch}}(t), P_S^{\text{dis}}(t), P_{\text{DR}}(t), P_{\text{DR1}}(t), P_{\text{DR2}}(t), P_M^{\text{buy}}(t), P_M^{\text{sell}}(t), P_{\text{PV}}(t), P_L(t)]^T, \\ t = (1, 2, \dots, N_T) \end{cases} \quad (20)$$



式中:  $c$  为目标函数(18)对应的系数列向量;  $D$ 、 $K$ 、 $F$ 、 $G$  和  $I_u$  为对应约束下变量的系数矩阵;  $d$ 、 $h$  为常数列向量。式(19)中, 约束条件的第1行表示微电网优化模型中的不等式约束, 包括式(2)、式(7)、式(9)和式(13); 第2行为等式约束, 包括式(6)、式(8)、式(12)和式(14); 第3行对应式(4)–(5)和式(15)–(16)。第4行表示在确定性优化模型中, 光伏出力 and 负荷功率的取值为各时段相应的预测值, 其中:

$$\hat{u} = [\hat{u}_{PV}(t), \hat{u}_L(t)]^T, \quad t = (1, 2, \dots, N_T) \quad (21)$$

式中  $\hat{u}_{PV}(t)$ 、 $\hat{u}_L(t)$  分别表示  $t$  时段光伏出力和负荷功率的预测值。

上述模型为混合整数线性规划问题, 可采用常规的确定性优化方法进行求解<sup>[18]</sup>, 得到的调度方案的最优性取决于预测的精度。然而, 微电网在实际运行中面临着诸多随机因素的影响, 预测精度难以保证。因此, 确定性优化模型得到的方案往往显得过于“冒险”, 需要在模型中计及不确定性的影响。考虑光伏出力和负荷功率的波动范围位于式(22)所构建的箱型不确定集  $U$  内:

$$U := \begin{cases} u = [u_{PV}(t), u_L(t)]^T \in \mathbb{R}^{(N_T) \times 2}, t = 1, 2, \dots, N_T \\ u_{PV}(t) \in [\hat{u}_{PV}(t) - \Delta u_{PV}^{\max}(t), \hat{u}_{PV}(t) + \Delta u_{PV}^{\max}(t)] \\ u_L(t) \in [\hat{u}_L(t) - \Delta u_L^{\max}(t), \hat{u}_L(t) + \Delta u_L^{\max}(t)] \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $u_{PV}(t)$  和  $u_L(t)$  为考虑不确定性后引入的光伏出力和负荷功率不确定变量;  $\Delta u_{PV}^{\max}(t)$  和  $\Delta u_L^{\max}(t)$  分别为光伏出力和负荷功率允许的最大波动偏差, 两者都为正数。

本文搭建的两阶段鲁棒优化模型的目的在于找到不确定变量  $u$  在不确定集  $U$  内朝着最恶劣场景变化时经济性最优的调度方案, 具有如下形式:

$$\begin{cases} \min_x \{ \max_{u \in U} \min_{y \in \Omega(x, u)} c^T y \} \\ \text{s.t. } x = (x_1, x_2, \dots, x_{2 \times N_T})^T \\ x_i \in \{0, 1\}, \forall i \in (1, 2, \dots, 2 \times N_T) \end{cases} \quad (23)$$

式中: 外层的最小化为第一阶段问题, 优化变量为  $x$ ; 内层的最大最小化为第二阶段问题, 优化变量为  $u$  和  $y$ , 其中的最小化问题等同于式(19)的目标函数, 表示最小化运行成本;  $x$  和  $y$  的表达式如式(20)所示。  $\Omega(x, u)$  表示给定一组  $(x, u)$  时优化变量  $y$  的可行域, 具体表达式如下:

$$\Omega(x, u) := \begin{cases} |y| & \\ Dy \geq d, & \rightarrow \gamma \\ Ky = 0, & \rightarrow \lambda \\ Fx + Gy \geq h, & \rightarrow v \\ I_u y = u, & \rightarrow \pi \end{cases} \quad (24)$$

Ky=s

式中  $\gamma$ 、 $\lambda$ 、 $v$ 、 $\pi$  表示第二阶段的最小化问题中各约束对应的对偶变量。

对于每一组给定的不确定变量  $u$ , 式(23)都可以化简为式(19)所示的确定性优化模型, 而两阶段鲁棒模型第二阶段优化问题中  $\max$  结构的目的在于找到导致运行成本最大的最恶劣场景。

### 3 求解算法

针对上述两阶段鲁棒优化模型, 本文采用列约束生成算法(C&CG)进行求解<sup>[19]</sup>。类似于 Benders 分解算法, C&CG 算法也通过将原问题分解为主问题和子问题进行交替求解的形式得到原问题的最优解。两者的区别在于 C&CG 算法在求解主问题的过程中不断引入和子问题相关的变量和约束, 可以获得更加紧凑的原目标函数值下界, 从而有效降低迭代次数。

对式(23)进行分解, 得到的主问题形式为:

$$\begin{cases} \min_x \alpha, \\ \text{s.t. } \alpha \geq c^T y_l \\ Dy_l \geq d \\ Ky_l = 0 \\ Fx + Gy_l \geq h \\ I_u y_l = u_l^* \\ \forall l \leq k \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $k$  为当前的迭代次数;  $y_l$  为第  $l$  次迭代后子问题的解;  $u_l^*$  为第  $l$  次迭代后得到的最恶劣场景下不确定变量  $u$  的取值。

经分解后的子问题形式为

$$\max_{u \in U} \min_{y \in \Omega(x, u)} c^T y \quad (26)$$

由前文的分析可知, 在给定的  $(x, u)$  下式(26)的内层最小化是一个线性问题, 根据强对偶理论及式(24)的对应关系, 可将其转化为  $\max$  形式, 并与外层的  $\max$  问题合并, 得到如下对偶问题:

$$\begin{cases} \max_{\gamma, \lambda, v, \pi} d^T \gamma + (h - Fx)^T v + u^T \pi + s^T \lambda \\ \text{s.t. } D^T \gamma + K^T \lambda + G^T v + I_u^T \pi \leq c \\ \gamma \geq 0, v \geq 0, \pi \geq 0 \end{cases} \quad (27)$$

式中存在双线性项  $u^T \pi$ , 根据文献[20]的结论, 该对偶问题最优解所对应的  $u^*$  为不确定集  $U$  的一个极点, 也就是说, 式(27)取到最大值时, 不确定变量  $u$  的取值应为式(22)所描述的波动区间的边界。此外, 在本文所研究的微电网中, 光伏出力取到区间的最小值和负荷功率取到区间的最大值时, 微电

网的运行成本更高,更符合“最恶劣”场景的定义,因此可将式(22)改写成如下形式:

$$U := \begin{cases} \mathbf{u} = [u_{PV}(t), u_L(t)]^T \in \mathbb{R}^{(N_T) \times 2}, t = 1, 2, \dots, N_T \\ u_{PV}(t) = \hat{u}_{PV}(t) - B_{PV}(t) \Delta u_{PV}^{\max}(t) \\ \sum_{t=1}^{N_T} B_{PV}(t) \leq \Gamma_{PV} \\ u_L(t) = \hat{u}_L(t) + B_L(t) \Delta u_L^{\max}(t) \\ \sum_{t=1}^{N_T} B_L(t) \leq \Gamma_L \end{cases} \quad (28)$$

式中:  $\mathbf{B} = [B_{PV}(t), B_L(t)]^T$  为二进制变量, 取值为 1 时相应时段的不确定变量即取到区间的边界;  $\Gamma_{PV}$  和  $\Gamma_L$  分别为本文中引入的光伏出力和负荷功率的“不确定性调节参数”<sup>[21]</sup>, 取值为范围在  $0 \sim N_T$  内的整数, 表示在调度周期内光伏出力和负荷功率取到式(28)所描述的波动区间的最小值或者最大值的时段总数, 可用于调节最优解的保守性, 取值越大得到的方案越保守, 反之, 方案则越冒险。将式(28)中的不确定变量表达式代入式(27)后, 将出现二进制变量和连续变量乘积的形式, 通过引入辅助变量和相关约束对其进行线性化<sup>[22]</sup>, 可以得到:

$$\begin{cases} \max_{\mathbf{B}, \mathbf{B}', \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\pi}} \mathbf{d}^T \boldsymbol{\gamma} + (\mathbf{h} - \mathbf{F}\mathbf{x})^T \mathbf{v} + \hat{\mathbf{u}}^T \boldsymbol{\pi} + \Delta \mathbf{u}^T \mathbf{B}' \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{D}^T \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{K}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}^T \mathbf{v} + \mathbf{I}_u^T \boldsymbol{\pi} \leq \mathbf{c} \\ 0 \leq \mathbf{B}' \leq \bar{\boldsymbol{\pi}} \mathbf{B} - \boldsymbol{\pi}_- * \mathbf{B} \leq \mathbf{B}' \leq \boldsymbol{\pi}_- * \mathbf{B} \\ \boldsymbol{\pi} - \bar{\boldsymbol{\pi}}(1 - \mathbf{B}) \leq \mathbf{B}' \leq \boldsymbol{\pi} \\ \sum_{t=1}^{N_T} B_{PV} \leq \Gamma_{PV} \\ \sum_{t=1}^{N_T} B_L \leq \Gamma_L \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $\Delta \mathbf{u} = [\Delta u_{PV}^{\max}(t), \Delta u_L^{\max}(t)]^T$ ;  $\mathbf{B}' = [B'_{PV}(t), B'_L(t)]^T$  为引入的连续辅助变量;  $\bar{\boldsymbol{\pi}}$  为对偶变量的上界, 可取为足够大的正实数。

经过上述推导和转换, 两阶段鲁棒模型最终解耦为具有混合整数线性形式的主问题式(25)和子问题式(29), 随后可用 C&CG 算法进行求解, 流程如下:

1) 给定一组不确定变量  $\mathbf{u}$  的取值作为初始的最恶劣场景, 设定最终调度方案对应的运行成本下界  $LB = -\infty$ , 上界  $UB = +\infty$ , 迭代次数  $k=1$ ;

2) 根据最恶劣场景  $\mathbf{u}_1^*$  求解主问题式(25), 得到最优解  $(\mathbf{x}_k^*, \boldsymbol{\alpha}_k^*, \mathbf{y}^{1*}, \dots, \mathbf{y}^{k*})$ , 其中, 主问题的目标函数值作为新的下界  $LB = \boldsymbol{\alpha}_k^*$ ;

3) 将求得的主问题解  $\mathbf{x}_k^*$  代入式(29)中, 求解

子问题, 得到子问题的目标函数值  $\mathbf{f}_k^*(\mathbf{x}_k^*)$  和相应的最恶劣场景下不确定变量  $\mathbf{u}$  的取值  $\mathbf{u}_{k+1}^*$ , 更新上界  $UB = \min\{UB, \mathbf{f}_k^*(\mathbf{x}_k^*)\}$ ;

4) 给定算法的收敛阈值为  $\varepsilon$ , 若  $UB - LB \leq \varepsilon$ , 则停止迭代, 返回最优解  $\mathbf{x}_k^*$  和  $\mathbf{y}_k^*$ ; 否则增加变量  $\mathbf{y}^{k+1}$  及如下约束:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} \geq \mathbf{c}^T \mathbf{y}^{k+1} \\ \mathbf{D}\mathbf{y}^{k+1} \geq \mathbf{d} \\ \mathbf{K}\mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{0} \\ \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{y}^{k+1} \geq \mathbf{h} \\ \mathbf{I}_u \mathbf{y}^{k+1} = \mathbf{u}_{k+1}^* \end{cases} \quad (30)$$

令  $k=k+1$ , 跳转至 2) 直至算法收敛。

## 4 算例分析

以图 1 所示微电网为研究算例, 验证本文所提出的两阶段鲁棒优化模型及求解算法的有效性。仿真分析包含微电网经济调度方案、储能调度边界条件和优化模型比较 3 个方面。

### 4.1 微电网经济调度方案

设定负荷功率不确定性调节参数  $\Gamma_L$  为 12, 光伏不确定性调节参数  $\Gamma_{PV}$  为 6, 表示在调度优化过程中负荷功率最多有 12 个时段取到预测区间的最大值, 光伏出力有 6 个时段取到预测区间的最小值, 其余时段则等于预测值。仿真过程中, 储能的额定容量设为 2MW·h, 微电网的运行参数如表 1 所示。

在实际应用中, 微电网内负荷功率和光伏出力允许的最大波动偏差可根据以往的历史预测偏差进行设定。本文中考虑负荷功率和光伏出力的波动偏差分别为预测值的 10% 和 15%<sup>[23]</sup>, 预测/实际负

表 1 微电网运行参数

Tab. 1 Operation parameters of microgrid

单元	参数	数值
微型燃气轮机	$P_G^{\max}$ /kW	800
	$P_G^{\min}$ /kW	80
	$a/b$ /(¥/(kW·h))	0.67/0
储能	$P_S^{\max}$ /kW	500
	$E_S^{\max}$ /(kW·h)	1800
	$E_S^{\min}$ /(kW·h)	400
	$E_S(0)$ /(kW·h)	1000
	$K_S$ /(¥/(kW·h))	0.38
	$\eta$	0.95
需求响应负荷	$K_{DR}$ /(¥/(kW·h))	0.32
	$D_{DR}$ /(kW·h)	2940
配电网交互功率	$P_M^{\max}$ /kW	1500

荷功率曲线及光伏出力曲线分别如图2和图3所示,阴影部分即为本文考虑的不确定集。以天津市居民用电阶梯电价作为配电网和微电网进行功率交换的日前交易电价,如图4所示。

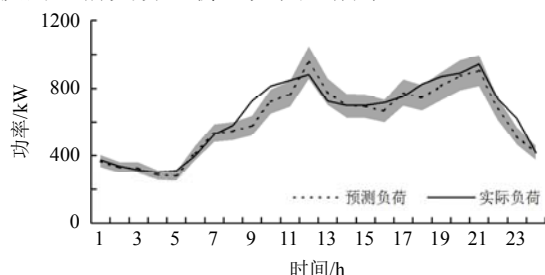


图2 预测/实际负荷功率曲线

Fig. 2 Predicted/actual load curve

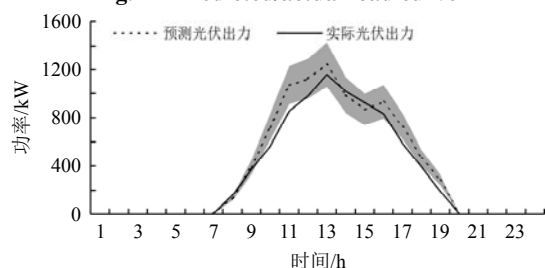


图3 预测/实际光伏出力曲线

Fig. 3 Predicted/actual PV curve

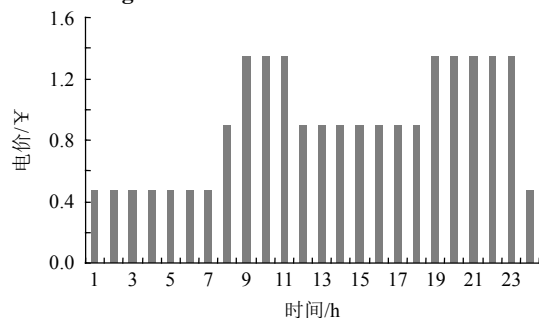


图4 配电网日前交易电价

Fig. 4 Day ahead trading price of distribution network

调度优化结果如图5—7所示,其中,图5为微型燃气轮机输出功率和微电网向配电网的购售电功率,当微电网向配电网购电时取值为负,反之,微电网向配电网售电时为正;图6为储能充放电功率,充电时取值为负,放电时为正;图7为需求响

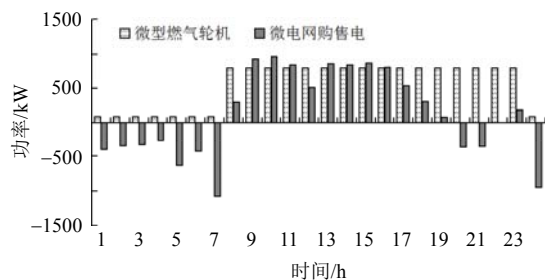


图5 微燃机输出功率及微电网购售电功率

Fig. 5 Output power of micro turbine & the exchange power of microgrid with distribution network

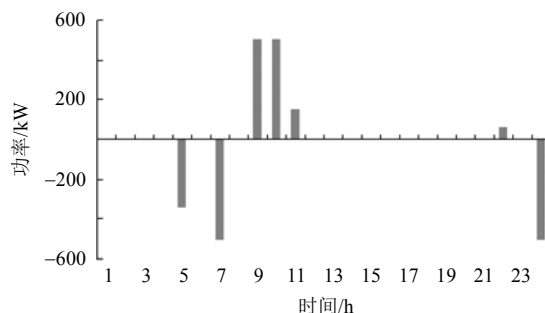


图6 储能充放电功率

Fig. 6 Charge/discharge power of energy storage

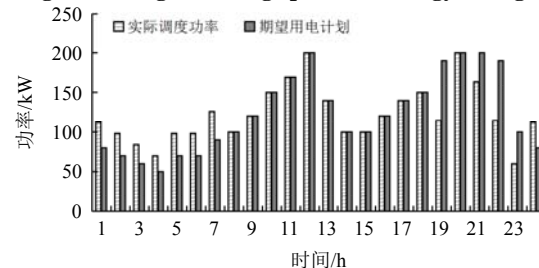


图7 需求响应负荷实际/期望用电计划

Fig. 7 Actual/expected electricity plan of demand response load

应负荷实际调度功率和期望用电计划。

在1~7h及20~24h,光伏输出功率为0,微电网内的负荷完全依靠微型燃气轮机、储能及配电网供给。此时,当配电网日前交易电价低于微型燃气轮机单位发电成本时,微型燃气轮机以最小输出功率运行,如图5中1~7h和24h所示;在其余时段,微型燃气轮机输出最大功率,以此增加向配电网的售电量(如图5中8~19h和23h)或者降低向配电网的购电量(如图5中20~21h),从而降低运行成本。

从图6中可以看出,在分时电价机制下,储能单元在5h、7h和24h进行充电,在9~11h和22h进行放电,从而将谷电价时段的电能存储起来,在峰电价时段售出,实现削峰填谷。图7中,需求响应负荷的期望用电计划类似于常规负荷,用电主要集中在电价高峰时段。在满足总用电量需求和各时段用电量约束的前提下,微电网将19h、21~23h的用电需求分配至1~7h和24h,从而降低了微电网在峰电价时段需要购买的电能。

#### 4.2 储能调度边界条件

图4所示的分时电价机制中,峰、平、谷各有8个时段,在储能需满足始末时刻容量相等的约束情况下,利用储能将谷时段的电能搬运至峰时段显然是最有利的。基于这个前提,我们可以进一步推导得到微电网使用储能进行削峰填谷的边界条件,即只有在调度储能有利于降低系统的运行成本时,微电网才会使用储能。其数学模型如下:



$$[\eta \sum_{t=1}^{N_T} P_S^{\text{ch}}(t) \Delta t + \frac{1}{\eta} \sum_{t=1}^{N_T} P_S^{\text{dis}}(t) \Delta t] K_S \leq \lambda_2 \sum_{t=1}^{N_T} P_S^{\text{dis}}(t) \Delta t - \lambda_1 \sum_{t=1}^{N_T} P_S^{\text{ch}}(t) \Delta t \quad (31)$$

式中：第 1 行表示储能一天的调度成本；第 2 行为峰时段售电收益和谷时段购电成本之间的差值； $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别为谷时段和峰时段的交易电价。根据式(6)，可将式(31)进一步简化为

$$K_S \leq \frac{\eta \lambda_2 - \lambda_1 / \eta}{2} \quad (32)$$

式(32)即为微电网使用储能的边界条件，取决于储能的单位充放电成本  $K_S$  和峰谷电价差之间的关系。以表 1 的参数为例，当  $K_S$  的取值落于图 8 所示平面上方时，微电网调度储能才能降低总的运行成本。反之，微电网将不会安排储能的充放电计划。

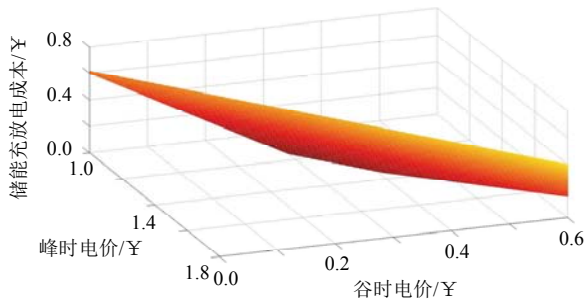


图 8 微电网调度储能边界条件

Fig. 8 Scheduled boundary condition of energy storage

图 4 所示的分时电价机制中，峰时段电价为 ¥1.35/(kW·h)，谷时段电价为 ¥0.47/(kW·h)，由式(32)可以得到微电网调度储能的边界条件为  $K_S$  不大于 ¥0.39/(kW·h)。为验证上述结论的正确性，定义微电网在调度周期内对储能进行充电或者放电的总电量和储能额定容量的比值为储能使用率：

$$\phi = [\eta \cdot \sum_{t=1}^{N_T} P_S^{\text{ch}}(t) \cdot \Delta t] / C_S^{\text{rate}} \quad (33)$$

式中  $C_S^{\text{rate}}$  为储能的额定容量。当  $K_S$  变化时，微电网对储能的使用率变化曲线如图 9 所示。

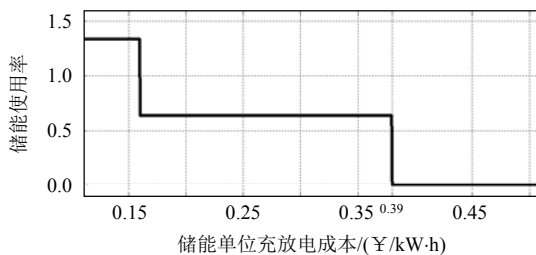


图 9 储能使用率

Fig. 9 Utilization ratio of energy storage

从图 9 中可以看出，当储能单位充放电成本大于 ¥0.39/(kW·h) 时，微电网将不再对储能进行充放

电。换句话说，在实际工程规划中，若评估得到的储能单位充放电成本高于对应分时电价机制下的储能调度边界条件时，在没有其他激励机制，仅考虑负荷削峰填谷效益的情况下，可不必安装储能。

#### 4.3 优化模型比较

从确定最恶劣场景的有效性和调度方案的保守性及性能两个方面，对常规确定性优化模型和本文所提出的两阶段鲁棒优化模型进行比较。

确定性优化模型如式(19)所示，可采用混合整数线性规划方法进行求解<sup>[18]</sup>。为验证鲁棒优化模型得到的调度方案对应于最恶劣场景，在确定性优化模型中随机选取若干个时段不确定变量取到预测区间的边界，时段总数和相应的两阶段鲁棒优化模型相等，将两者的结果进行对比。以  $\Gamma_L=12$ ， $\Gamma_{PV}=6$  为例，此时两阶段鲁棒优化对应的最恶劣场景为：负荷功率在 9~13h 及 17~23h 这 12 个时段取到预测区间的最大值，光伏出力在 10~14h 以及 16h 这 6 个时段取到预测区间的最小值。定义如下 3 种比较方案：

方案 1：负荷功率取为预测区间最大值的时段为 8~14h 以及 19~23h，光伏出力的时段选取和两阶段鲁棒模型相同；

方案 2：负荷功率的时段选取和两阶段鲁棒模型相同，光伏出力取为预测区间最小值的时段为 8~13h；

方案 3：负荷功率和光伏出力的时段选取和两阶段鲁棒模型相同。

采用确定性优化模型对上述 3 个方案对应的场景进行求解，得到的日前运行成本如表 2 所示。可以看到，虽然方案 1 中负荷功率取到预测区间最大值的时段包含了所有峰时电价时段，方案 2 中光伏出力取到预测区间最小值的时段相比于两阶段鲁棒优化模型增加了峰电价时段 9h，两个方案依然不是最恶劣的场景，日前运行成本都低于鲁棒优化模型对应的成本。只有在方案 3 中，两者选取的时段完全相同时，确定性优化模型得到的运行成本才与

表 2 确定性优化模型下微电网的运行成本

Tab. 2 Cost of microgrid in deterministic optimization model

方案	日前运行成本/¥
鲁棒优化	4 667.10
1	4 641.20
2	4 502.30
3	4 667.10

两阶段鲁棒优化模型相同。

为了验证本文所提的优化方法可对调度方案的保守性进行灵活的调整,选取三组不确定性调节参数进行仿真对比,参数设置及相应的日前运行成本如表 3 所示。

表 3 不同不确定性调节参数下微电网的运行成本  
Tab. 3 Sost of microgrid in different budget of uncertainty

优化模型	日前运行成本/¥
确定性优化	2 646.90
$\Gamma_L=0, \Gamma_{PV}=0$	2 646.90
$\Gamma_L=12, \Gamma_{PV}=6$	4 667.10
$\Gamma_L=24, \Gamma_{PV}=12$	5 473.90

从表 3 可以看出,不确定性调节参数等于 0 时,两阶段鲁棒优化模型等效于确定性优化。随着不确定性调节参数的增大,微电网的运行成本也相应地提高。换句话说,微电网在制定日前调度计划时越多地考虑所面临的不确定性,得到的方案越保守,相应的运行成本也越高。运行成本的提高主要来自于微电网向配电网购电量的增加和售电量的降低,如表 4 所示。 $\Gamma$ 值越大,意味着负荷功率取到预测区间最大值和光伏出力取到预测区间最小值的时段数越多,因此微电网的盈缺功率/富余功率也相应的越高/越低,导致总购电量/售电量越高/越低。

表 4 不同不确定性调节参数下微电网的购售电量  
Tab. 4 Transaction power of microgrid in different budget of uncertainty

不确定性调节参数	总购电量/(kW·h)	总售电量/(kW·h)
$\Gamma_L=0, \Gamma_{PV}=0$	4 948.11	9 596.25
$\Gamma_L=12, \Gamma_{PV}=6$	5 170.01	7 996.70
$\Gamma_L=24, \Gamma_{PV}=12$	5 390.11	7 231.40

值得注意的是,在表 3 中采用确定性优化方法得到的调度方案的运行成本低于鲁棒优化方法,这并不意味着确定性优化方法的方案“优于”鲁棒方法。该方案对应于微电网在日前市场上提交的发用电计划,而由预测误差引起的计划发用电量和第 2 日实际发用电量之间的不平衡量需要由微电网在实时市场中进行补偿。实时市场的购电/售电电价一般要高于/低于日前市场<sup>[24]</sup>,从而导致微电网最终的交易成本增加。从这个角度说,鲁棒优化方法得到的调度方案具备更强的鲁棒性和抵御实时市场电价波动风险的能力。为了验证上述结论,仍以 $\Gamma_L=12, \Gamma_{PV}=6$ 为例对比本文所提的两阶段鲁棒优化方法和确定性优化方法的性能。假定实时市场中的购电/售电电价为日前市场相应时段电价的 1.5/0.5

倍。以图 2、图 3 所示的负荷和光伏第 2 日的实际值/预测值作为参考,针对不同负荷及光伏预测误差下鲁棒优化方法和确定性优化方法的最终运行成本如表 5 所示。

表 5 不同预测误差下优化方法的性能比较  
Tab. 5 Performance of optimization methods under different prediction errors

预测误差	鲁棒优化			确定性优化		
	日前运行成本/¥	平衡成本/¥	总成本/¥	日前运行成本/¥	平衡成本/¥	总成本/¥
1.0	4667.10	555.70	5222.80	2646.90	2892.00	5538.90
1.5	3755.20	1959.40	5714.60	1713.40	4338.00	6051.40
2.0	2853.60	3354.30	6207.9	779.90	5784.10	6564.00
0.5	5581.50	-425.00	5156.50	3580.40	1422.20	5002.60

表 5 中,预测误差表示负荷和光伏各时段的预测值偏离实际值的程度相对于参考曲线的倍数,取值为 1 时等同于图 2 和图 3 所示的预测曲线。可以看到,在图 2 和图 3 所示的参考预测曲线下,尽管鲁棒优化方法得到的日前调度方案具有更高的日前运行成本(¥4667.1),但因其考虑了负荷功率和光伏出力的不确定性,在实时市场中因预测误差引起的不平衡量要低于确定性优化方法,如图 10 所示,正值表示微电网在实时市场中需要额外购买的功率,负值表示微电网额外出售的功率。可以看到,采用鲁棒优化方法得到的日前调度方案在实时市场中购入的功率小于确定性优化方法,因此其平衡成本为¥555.7,远低于确定性优化方法(¥2892),从而降低了最终的运行成本。

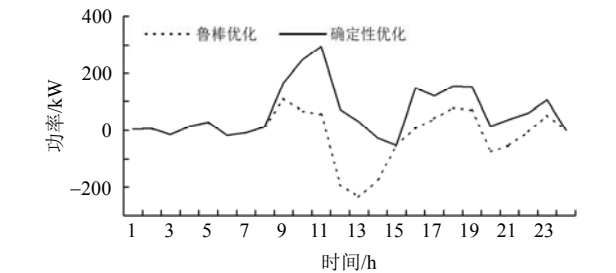


图 10 实时市场不平衡量  
Fig. 10 Real time unbalance quantity of power

随着预测误差的增大(预测误差取值为 1.5/2),确定性优化方法的平衡成本显著增大(¥4338/¥5784.1),虽然采用鲁棒优化方法得到的日前调度方案对应的平衡成本也有所提高(¥1959.4/¥3354.3),但是其总运行成本依然低于确定性优化方法,且降低运行成本的效果更加明显。当预测精度较高时(预测误差取值为 0.5),由于预测曲线和实际曲线之间的偏差较小,确定性优化方法得到的调



度方案更加接近实际运行情况,对应的平衡成本降低。此时鲁棒优化方法因其制定的日前调度方案过于“保守”,存在富余的功率在实时市场中以较低的价格出售,使得总运行成本较确定性优化方法有所提高。

## 5 结论

本文基于两阶段鲁棒优化方法建立了考虑微电网内可再生分布式电源和负荷不确定性的经济调度模型,分析结果表明:

1) 所提出的模型考虑了可再生分布式电源和负荷的不确定性,通过对两阶段鲁棒优化模型的求解,微电网能够得到“最恶劣”场景下系统运行成本最小的调度方案;

2) 通过改变不确定性调节参数,能够灵活调整微电网优化方案的保守性,有利于微电网调度员在运行成本和运行风险间进行合理选择;

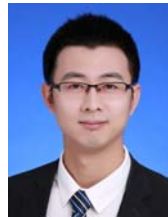
3) 鲁棒优化方法相对于确定性优化方法的优势随着预测误差的增大而更加显著,得到的日前调度方案具备更强的鲁棒性和抵御实时市场电价波动风险的能力;

4) 分时电价机制下,微电网对储能的调度计划取决于峰谷电价差和储能单位充放电成本之间的关系,该结论可为微电网投资商在规划储能时提供参考,同时也有助于配电网运营商设计合理的激励机制。

## 参考文献

- [1] 杨新法, 苏剑, 吕志鹏, 等. 微电网技术综述[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(1): 57-70.  
Yang Xinfu, Su Jian, Lü Zhipeng, et al. Overview on micro-grid technology[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(1): 57-70(in Chinese).
- [2] 马钊, 安婷, 尚宇炜. 国内外配电前沿技术动态及发展[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(6): 1552-1567.  
Ma Zhao, An Ting, Shang Yuwei. State of the art and development trends of power distribution technologies[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(6): 1552-1567(in Chinese).
- [3] Bie Z, Zhang P, Li G, et al. Reliability evaluation of active distribution systems including microgrids[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2012, 27(4): 2342-2350.
- [4] 马钊, 周孝信, 尚宇炜, 等. 未来配电系统形态及发展趋势[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(6): 1289-1298.  
Ma Zhao, Zhou Xiaoxin, Shang Yuwei, et al. Form and development trend of future distribution system[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(6): 1289-1298(in Chinese).
- [5] 田世明, 栾文鹏, 张东霞, 等. 能源互联网技术形态与关键技术[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(14): 3482-3494.  
Tian Shiming, Luan Wenpeng, Zhang Dongxia, et al. Technical forms and key technologies on energy internet[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(14): 3482-3494(in Chinese).
- [6] Nejabatkhah F, Li Y W. Overview of power management strategies of hybrid AC/DC microgrid[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 2015, 30(12): 7072-7089.
- [7] Talari S, Yazdaniejad M, Haghifam M R. Stochastic-based scheduling of the microgrid operation including wind turbines, photovoltaic cells, energy storages and responsive loads[J]. IET Generation Transmission & Distribution, 2015, 9(12): 1498-1509.
- [8] Su W, Wang J, Roh J. Stochastic energy scheduling in microgrids with intermittent renewable energy resources[J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2014, 5(4): 1876-1883.
- [9] Nguyen D T, Le L B. Risk-constrained profit maximization for microgrid aggregators with demand response[J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2015, 6(1): 135-146.
- [10] Wang C, Zhou Y, Wu J, et al. Robust-index method for household load scheduling considering uncertainties of customer behavior[J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2015, 6(4): 1806-1818.
- [11] 向月, 刘俊勇, 魏震波, 等. 考虑可再生能源出力不确定性的微电网能量优化鲁棒模型[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(19): 3063-3072.  
Xiang Yue, Liu Junyong, Wei Zhenbo, et al. Robust model of microgrid energy optimization with uncertain renewable energy sources[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(19): 3063-3072(in Chinese).
- [12] 徐秋实, 邓长虹, 赵维兴, 等. 含风电电力系统的多场景鲁棒调度方法[J]. 电网技术, 2014, 38(3): 653-661.  
Xu Qiushi, Deng Changhong, Zhao Weixing, et al. A multi-scenario robust dispatch method for power grid integrated with wind farms[J]. Power System Technology, 2014, 38(3): 653-661(in Chinese).
- [13] Wang R, Wang P, Xiao G. A robust optimization approach for energy generation scheduling in microgrids[J]. Energy Conversion & Management, 2015, 106(5): 597-607.
- [14] Xiang Y, Liu J, Liu Y. Robust energy management of microgrid with uncertain renewable generation and load[J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2016, 7(2): 1034-1043.
- [15] 孙振新, 刘汉强, 赵喆, 等. 储能经济性研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(S1): 54-58.  
Sun Zhenxin, Liu Hanqiang, Zhao Zhe, et al. Research on economical efficiency of energy storage

- [J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(S1): 54-58(in Chinese).
- [16] Guo L, Liu W, Li X, et al. Energy management system for stand-alone wind-powered-desalination microgrid [J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2016, 7(2): 1079-1087.
- [17] 徐伟宣, 何建秋, 邹庆云. 目标函数带绝对值号的特殊非线性规划问题[J]. 中国管理科学, 1987(3): 9-13.  
Xu Weixuan, He Jianqiu, Zou Qingyun. Special nonlinear programming problem with absolute value of the objective function[J]. Chinese Journal of Management Science, 1987(3): 9-13(in Chinese).
- [18] Luna A C, Aldana N L D, Graells M, et al. Mixed-integer-linear-programming based energy management system for hybrid PV-wind-battery microgrids: modeling, design and experimental verification[J]. IEEE Trans. on Power Electronics, 2017, 32(4): 2769-2783.
- [19] Zeng B, Zhao L. Solving two-stage robust optimization problems using a column-and-constraint generation method[J]. Operations Research Letters, 2013, 41(5): 457-461.
- [20] Bertsimas D, Litvinov E, Sun X A, et al. Adaptive robust optimization for the security constrained unit commitment problem[J]. IEEE Trans. on Power Systems, 2013, 28(1): 52-63.
- [21] Wang C, Jiao B, Guo L, et al. Robust scheduling of building energy system under uncertainty[J]. Applied Energy, 2016, 167: 366-376.
- [22] Floudas C A. Nonlinear and mixed-integer optimization-fundamentals and applications[J]. Journal of Global Optimization, 2000, 12(1): 108-110.
- [23] 中国电力企业联合会. NB/T 32011-2013 光伏电站功率预测系统技术要求[S]. 北京: 国家能源局, 2013.  
China Electricity Council. NB/T 32011-2013 Technical requirement of power forecasting system for PV power station[S]. Beijing: National Energy Administration of china, 2013(in Chinese).
- [24] Liu G, Xu Y, Tomsovic K. Bidding strategy for microgrid in day-ahead market based on hybrid stochastic/robust optimization[J]. IEEE Trans. on Smart Grid, 2016, 7(1): 227-237.



刘一欣

收稿日期: 2017-05-31。

作者简介:

刘一欣(1989), 男, 博士研究生, 主要研究方向为微电网能量管理、电力市场, liuyixin@tju.edu.cn;

\*通讯作者: 郭力(1981), 男, 教授, 主要研究方向为微电网优化规划、协调控制和高级能量管理, liguo@tju.edu.cn;

王成山(1962), 男, 长江学者特聘教授, 主要研究方向为电力系统安全性分析、城市电网规划、配电系统自动化、分布式发电技术及微电网。

(责任编辑 李泽荣)

# Economic Dispatch of Microgrid Based on Two Stage Robust Optimization

LIU Yixin, GUO Li\*, WANG Chengshan

(Tianjin University)

**KEY WORDS:** microgrid; two stage robust optimization; budget of uncertainty

The key focus of the economic dispatch of microgrid is to obtain an optimal solution under the uncertainties of renewable energy sources, loads, etc. The stochastic programming and scenario-based approach are two commonly used methods to model the uncertainties. Both of them, however, need deterministic probability curves to generate specific scenes, which are often difficult to get and may not reflect the real conditions accurately.

To this end, a two-stage robust optimization model is built to capture the randomness of renewable energy sources and loads in microgrid. The coordinated scheduling schemes of micro-turbine (MT), energy storage (ES) and demand response (DR) are obtained by solving the following optimization model:

$$\begin{cases} \min_x \{ \max_{u \in U} \min_{y \in \Omega(x, u)} c^T y \} \\ \text{s.t. } x = (x_1, x_2, \dots, x_{2 \times N_T})^T \\ x_i \in \{0, 1\}, \forall i \in (1, 2, \dots, 2 \times N_T) \end{cases} \quad (1)$$

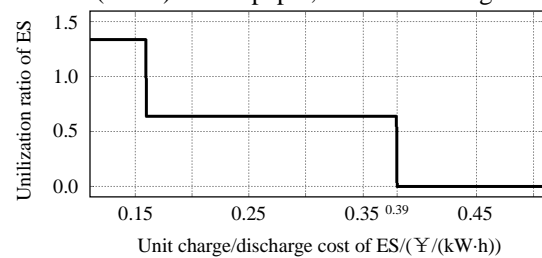
In this model,  $x$  denotes the first-stage variables, including the charge/discharge state of ES and the purchasing/selling state of microgrid with distribution network (DN);  $y$  and  $u$  are the second-stage variables,  $y$  denotes the dispatching power of MT, ES, DR, the trading power with DN, etc. and  $u$  is the uncertain variables associated with the renewable energy sources and loads, bounded in uncertain set  $U$ . For each fixed  $x$  and  $u$ , the feasible region of  $y$  is described as:

$$\Omega(x, u) := \begin{cases} |y| & \\ Dy \geq d, & \rightarrow \gamma \\ Ky = 0, & \rightarrow \lambda \\ Fx + Gy \geq h, & \rightarrow \nu \\ I_u y = u. & \rightarrow \pi \end{cases} \quad (2)$$

where  $\gamma, \lambda, \nu, \pi$  are the dual variables related to the constraints of (24). The worst scene, corresponding to a realization of uncertain variables  $u$ , is obtained through the maximization function of the second-stage problem, while the cost of microgrid is minimized by the minimization function of the first-stage problem. The economic dispatch model is finally decomposed into a master problem and a subproblem with mixed integer linear form and solved by iteration algorithm.

The simulation results show that, the MT, ES and DR can be dispatched in an optimal way under the time-of-use price mechanism. The ES is charged in the

valley price periods and exports power during the peak periods. The electricity demands of DR are mainly allocated to valley price periods to reduce the cost. Furthermore, the boundary condition whether the ES will be scheduled depends on the unit cost of ES and the difference between peak and valley price, which is equal to 0.39 ¥/(kW·h) in this paper, as shown in Fig. 1.



**Fig. 1 Utilization ratio of ES**

The daily cost of microgrid in different setting of parameter  $\Gamma$  is demonstrated in Tab. 1. It shows that the cost raises along with the budget of uncertainty of load and photovoltaic (PV) increase, which means more uncertainties are considered during the decision-making progress. When  $\Gamma_L = \Gamma_{PV} = 0$ , no uncertainties are considered and the cost is the same as deterministic optimization model. The raise of cost mainly comes from the decrease of selling power and the increase of purchasing power to/from the DN, which can be seen in Tab. 2. As the parameter  $\Gamma$  denotes the maximum number of periods when the uncertain variable  $u$  is taken as the boundary of  $U$ , it provides a trade-off between the robustness and the conservatism of the optimal solution.

**Tab. 1 Cost of microgrid in different budget of uncertainty**

Optimization algorithm	Operation cost / ¥
Deterministic optimization	2 646.90
$\Gamma_L=0, \Gamma_{PV}=0$	2 646.90
$\Gamma_L=12, \Gamma_{PV}=6$	4 667.10
$\Gamma_L=24, \Gamma_{PV}=12$	5 473.90

**Tab. 2 Transaction power of microgrid in different budget of uncertainty**

The setting of $\Gamma$	Purchasing power/(kW·h)	Selling power/(kW·h)
$\Gamma_L=0, \Gamma_{PV}=0$	4 948.11	9 596.25
$\Gamma_L=12, \Gamma_{PV}=6$	5 170.01	7 996.70
$\Gamma_L=24, \Gamma_{PV}=12$	5 390.11	7 231.40

It is worth noting that the cost of deterministic model is lower than that of robust model because the uncertainties are not considered, which may face with high balance costs due to the prediction errors.



现在的情况是，纯用文章中的方法解不出来，把这个乘到下面去，才能求解。但求解速度特别慢，python尤其慢

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{B, B', \gamma, \lambda, v, \pi} \quad d^T \gamma + (h - Fx)^T v + \hat{u}^T \pi + \boxed{\Delta u^T B'} \\ \text{s.t.} \quad D^T \gamma + K^T \lambda + G^T v + I_u^T \pi \leq c \\ \quad \quad 0 \leq B' \leq \pi B \\ \quad \quad \underline{\pi} - \bar{\pi}(1 - B) \leq B' \leq \underline{\pi} \end{array} \right.$$

另外，原始论文中提到的是max-min问题的内层min问题只用kkt就可以，但是在这个论文里面，只用kkt并不行，还不知道为什么。