架空线参数

$r=\rho/nS$ 欧/km

$x=0.1445\lg\dfrac{D_{eq}}{D_s'}$ 欧/km

$g=0$

$b=\dfrac{7.58}{\lg\dfrac{D_{eq}}{D_s}}\times10^{-6}$ 西门/km

$D_{eq}=\sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$ $D_s'=\sqrt[n]{nR^{n-1}r'}$

$D_s=\sqrt[n]{nR^{n-1}r_0}$ $r'=0.799r$

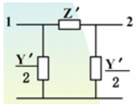
给定边界条件，解出线路任意点电压和电流。

$$\begin{bmatrix}\dot U_1\\ \dot I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cosh\sqrt{ZY} & \sqrt{ZY}\sinh\sqrt{ZY}\\ \sqrt{Y/Z}\sinh\sqrt{ZY} & \cosh\sqrt{ZY}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot U_2\\ \dot I_2\end{bmatrix}$$

$Z=zL, Y=yL$, L为线路长度

L>750km 长线，用下式精确计算

$$\begin{cases}Z'=Z\dfrac{\sinh\sqrt{ZY}}{\sqrt{ZY}}\\ \dfrac{Y'}{2}=\dfrac{Y}{2}\dfrac{\tanh\left(\sqrt{ZY}/2\right)}{\sqrt{ZY}/2}\end{cases}$$



300km≤L≤750km，取级数前两项：

$$\begin{cases}Z'=Z\left(1+\dfrac{ZY}{6}\right)\\ \dfrac{Y'}{2}=\dfrac{Y}{2}\left(1-\dfrac{ZY}{12}\right)\end{cases}$$

L≤300km 时，修正系数取 1。

变压器

绕组电阻计算（左为双绕组，右为三绕组，单位为欧）

$$R_T=\frac{\Delta P_S U_N^2}{S_N^2}\times10^3,\quad \begin{cases}R_1=\dfrac{\Delta P_{S1}U_N^2}{S_N^2}\times10^3\\ R_2=\dfrac{\Delta P_{S2}U_N^2}{S_N^2}\times10^3\\ R_3=\dfrac{\Delta P_{S3}U_N^2}{S_N^2}\times10^3\end{cases}$$

$\Delta P_{S1}=\dfrac12\left[\Delta P_{S(1-2)}+\Delta P_{S(3-1)}-\Delta P_{S(2-3)}\right]$

若三绕组变压器绕组容量比为 100/50/100，则

$\Delta P_{S(1-2)}=4\Delta P'_{S(1-2)}$(实测量)

$\Delta P_{S(2-3)}=4\Delta P'_{S(2-3)}$(实测量)

$\Delta P_{S(3-1)}$(实测量)

绕组电抗计算（单位为欧，电压单位 kV，容量单位 kVA）

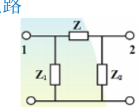
$$X_T=\frac{U_s\%U_N^2}{S_N}\times10,\quad \begin{cases}X_1=\dfrac{U_{s1}\%U_N^2}{S_N}\times10\\ X_2=\dfrac{U_{s2}\%U_N^2}{S_N}\times10\\ X_3=\dfrac{U_{s3}\%U_N^2}{S_N}\times10\end{cases}$$

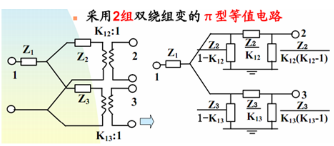
双绕组变压器 π 型纯电路

$Z=Z_T/K$

$Z_1=Z_T/(1-K)$

$Z_2=Z_T/(K(K-1))$





标幺值

几种常见的换算

1.原标幺值以额定值为基值，对于新基值 S_B、U_B 的标幺值为

$Z_{*B}=Z_{*N}\dfrac{U_N^2}{S_N}\dfrac{S_B}{U_B^2}=Z_{*N}\dfrac{U_N}{U_B}\dfrac{I_B}{I_N}$

各选电压法

（见第二栏）

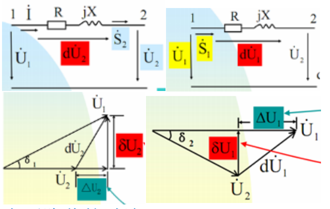
$X_{1*}=X_1\cdot\dfrac{S_B}{U_{B1}^2}$，$X_{2*}=X_2\cdot\dfrac{S_B}{U_{B2}^2}$

$K_*=\dfrac{U_{t1*}}{U_{t2*}}=\dfrac{U_{t1}/U_{B1}}{U_{t2}/U_{B2}}=\dfrac{K}{K_B}$

简单系统潮流

$d\dot U_2=\dfrac{P_2R+Q_2X}{U_2}+j\dfrac{P_2X-Q_2R}{U_2}$

$d\dot U_1=\dfrac{P_1R+Q_1X}{U_1}+j\dfrac{P_1X-Q_1R}{U_1}$

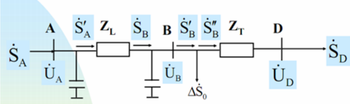


电压降落的讨论

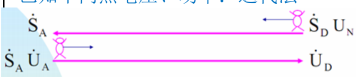
$$\text{高压输电网}X\gg R\rightarrow\begin{cases}\Delta U_2=\dfrac{P_2R+Q_2X}{U_2}\approx\dfrac{Q_2X}{U_2}\\ \delta U_2=\dfrac{P_2X-Q_2R}{U_2}\approx\dfrac{P_2X}{U_2}\end{cases}$$

开式网络潮流分布

已知同点电压、功率：递推计算



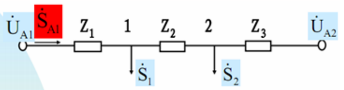
已知不同点电压、功率：迭代法



- 设全网为额定电压；
- 计算功率损耗（不计电压降），推算全网功率分布（前代）
- 由始端电压、功率向末端推算电压降落（不再另算功率损耗），计算各母线电压。（回代）
- 用新电压反复迭代，直到满足精度要求，收敛。
- 两步计算（近似）

闭式网络潮流分布

两端供电网基本功率分布



$\left(\overset{*}{U}_{A1}-\overset{*}{U}_{A2}\right)\dot U_N=\dot S_{A1}\left(\overset{*}{Z}_1+\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3\right)-\dot S_1\left(\overset{*}{Z}_2+\overset{*}{Z}_3\right)-\dot S_2\overset{*}{Z}_3$

$\dot U_N=U_N\angle0^\circ$时，

$\dot S_{A1}=\dfrac{\dot S_1\overset{*}{Z}_I+\dot S_2\overset{*}{Z}_{II}}{\overset{*}{Z}_\Sigma}+\dfrac{U_N\left(\overset{*}{U}_{A1}-\overset{*}{U}_{A2}\right)}{\overset{*}{Z}_\Sigma}$

其中，$Z_\Sigma=Z_1+Z_2+Z_3, Z_I=Z_2+Z_3, Z_{II}=Z_3$

式中第一项为自然功率分布，第二项为循环功率。推广到 n 个负荷节点：

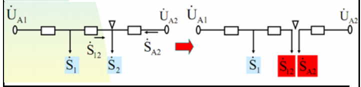
$\dot S_{A1}=\dfrac{\sum_{m=1}^n\dot S_m\overset{*}{Z}_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}+\dot S_c$

$\dot S_{A2}=\dfrac{\sum_{m=1}^n\dot S_m\overset{*}{Z}'_m}{\overset{*}{Z}_\Sigma}-\dot S_c$

$\dot S_c=\dfrac{U_N\left(\overset{*}{U}_{A1}-\overset{*}{U}_{A2}\right)}{\overset{*}{Z}_\Sigma}$ 为环网中的循环功率

闭式网的分解

- 在功率分点（一般为无功分点）将闭式网解开，分成两个开式网，分别计算。
- 按开式网计算时，要给定分点处的两个功率，其余支路功率要在考虑功率损耗后重新计算

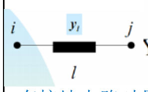


网络导纳方程

$\left[\dot U_1,\dot U_2,\dot U_3\right]^T=[0,1,0]^T$ 时，$\left[\dot I_1,\dot I_2,\dot I_3\right]^T=\left[Y_{12},Y_{22},Y_{32}\right]^T$

$Y_{22}=y_{20}+y_{12}+y_{23}, Y_{12}=-y_{12}, Y_{32}=-y_{23}$

支路对 Y_n 的贡献



$$Y_n=\sum_{l=1}^b\begin{array}{c}\begin{array}{cc}i & j\end{array}\\ \begin{bmatrix}y_l & -y_l\\ -y_l & y_l\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{c}i\\ j\end{array}$$

有接地支路时导纳矩阵非奇异，没有接地支路时奇异。

功率方程

$P_i-jQ_i=\overset{*}{U}_i\sum_{j=1}^nY_{ij}\dot U_j\quad(i=1,2,\ldots,n)$

直角坐标：

令$Y_{ij}=G_{ij}+jB_{ij},\dot U_i=e_i+jf_i$

$P_i-jQ_i=(e_ia_i+f_ib_i)-j(f_ia_i-e_ib_i)$

$a_i=\sum_{j=1}^n\left(G_{ij}e_j-B_{ij}f_j\right),\quad b_i=\sum_{j=1}^n\left(G_{ij}f_j+B_{ij}e_j\right)$

极坐标：

令$Y_{ij}=G_{ij}+jB_{ij},\dot U_i=U_ie^{j\delta_i}$

$P_i-jQ_i=U_i\sum_{j=1}^nU_j\left(G_{ij}+jB_{ij}\right)e^{j\delta_{ij}}$

$=U_i\sum_{j=1}^nU_j\left[\left(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)+j\left(B_{ij}\cos\delta_{ij}-G_{ij}\sin\delta_{ij}\right)\right]$

实际潮流方程

直角坐标

$$\begin{cases}\Delta P_i=P_i^{sp}-\left(e_ia_i+f_ib_i\right)=0\\ \Delta Q_i=Q_i^{sp}-\left(f_ia_i-e_ib_i\right)=0\end{cases}\quad i=1,2,\ldots,n$$

极坐标

$$\begin{cases}\Delta P_i=P_i^{sp}-U_i\sum_{j=1}^nU_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)=0\\ \Delta Q_i=Q_i^{sp}+U_i\sum_{j=1}^nU_j\left(B_{ij}\cos\delta_{ij}-G_{ij}\sin\delta_{ij}\right)=0\end{cases}$$

三类节点：PQ、PV、Vδ 节点。

节点分类表：已知量和待求量

PQ节点(n-r-1个)				PV节点(r个)			Vδ节点(1个)
P_1	P_2	…	P_{n-r-1}	P_{n-r}	…	P_{n-1}	P_n
Q_1	Q_2	…	Q_{n-r-1}	Q_{n-r}	…	Q_{n-1}	Q_n
U_1	U_2	…	U_{n-r-1}	U_{n-r}	…	U_{n-1}	U_n
δ_1	δ_2	…	δ_{n-r-1}	δ_{n-r}	…	δ_{n-1}	δ_n

PQ、PV 节点共 n-1 个：

$\Delta P_i=P_i^{sp}-(e_ia_i+f_ib_i)=0\quad n-1$个

PQ 节点共 n-1-r 个：

$\Delta Q_i=Q_i^{sp}-(f_ia_i-e_ib_i)=0\quad n-1-r$个

PV 节点 r 个：

$\Delta U_i^2=\left(U_i^{sp}\right)^2-\left(e_i^2+f_i^2\right)=0\quad r$个

潮流计算机解法

解法比较：

1、基于 Y 的 Gauss，原理和编程简单，内存需求少，但算法收敛性差。

2、基于 Z，收敛性较好，内存占用大大增加。

3、N-R 法，二阶收敛，计算量大，应用稀疏矩阵之后下降，成为基本算法。

4、PQ 分解法，速度大大加快，可应用于在线系统。

N-R 法

泰勒级数展开，取线性部分

$f\left(x^{(0)}\right)+\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_0\Delta x^{(0)}=0$

矩阵形式修正方程：（见右栏）

$$\begin{bmatrix}f_1(X^{(0)})\\ f_2(X^{(0)})\\ \vdots\\ f_n(X^{(0)})\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\left.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right|_0\\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right|_0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right|_0 & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right|_0 & \cdots & \left.\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right|_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta X_1^{(0)}\\ \Delta X_2^{(0)}\\ \vdots\\ \Delta X_n^{(0)}\end{bmatrix}$$

第 r 次迭代的修正方程为：

$$\underbrace{f\left(X^{(r)}\right)}_{\text{第r次迭代误差向量}}=-\underbrace{J^{(r)}}_{\text{迭代Jacobi矩阵}}\underbrace{\Delta X^{(r)}}_{\text{迭代修正向量}}$$

直角坐标下的 N-R 法

直角坐标潮流方程的修正方程为：

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\\ \Delta U^2\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\frac{\partial\Delta P}{\partial e^T} & \frac{\partial\Delta P}{\partial f^T}\\ \frac{\partial\Delta Q}{\partial e^T} & \frac{\partial\Delta Q}{\partial f^T}\\ \frac{\partial\Delta U^2}{\partial e^T} & \frac{\partial\Delta U^2}{\partial f^T}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta e\\ \Delta f\end{bmatrix}=-J\begin{bmatrix}\Delta e\\ \Delta f\end{bmatrix}$$

$$J=\begin{bmatrix}H & N\\ M & L\\ R & S\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(n-1)\times(n-1) & (n-1)\times(n-1)\\ (n-1-r)\times(n-1) & (n-1-r)\times(n-1)\\ r\times(n-1) & r\times(n-1)\end{bmatrix}$$

各子块元素：

$$\begin{cases}H_{ii}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial e_i}=-a_i-\left(G_{ii}e_i+B_{ii}f_i\right)\\ H_{ij}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial e_j}=-\left(G_{ij}e_i+B_{ij}f_i\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases}N_{ii}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial f_i}=-b_i+\left(B_{ii}e_i-G_{ii}f_i\right)\\ N_{ij}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial f_j}=B_{ij}e_i-G_{ij}f_i\end{cases}$$

$$\begin{cases}M_{ii}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial e_i}=b_i+\left(B_{ii}e_i-G_{ii}f_i\right)\\ M_{ij}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial e_j}=B_{ij}e_i-G_{ij}f_i=N_{ij}\end{cases}$$

$$\begin{cases}L_{ii}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial f_i}=-a_i+\left(G_{ii}e_i+B_{ii}f_i\right)\\ L_{ij}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial f_j}=G_{ij}e_i+B_{ij}f_i=-H_{ij}\end{cases}$$

$$\begin{cases}R_{ii}=\dfrac{\partial\Delta U_i^2}{\partial e_i}=-2e_i\\ R_{ij}=\dfrac{\partial\Delta U_i^2}{\partial e_j}=0\end{cases}\quad\begin{cases}S_{ii}=\dfrac{\partial\Delta U_i^2}{\partial f_i}=-2f_i\\ S_{ij}=\dfrac{\partial\Delta U_i^2}{\partial f_j}=0\end{cases}$$

极坐标下的 N-R 法

极坐标下，未知数 2(n-1)-r 个，需要 2n-2-r 个潮流方程参与迭代，PQ 节点 2n-2 个方程，PV 节点 r 个方程。潮流方程的修正方程为：

$$\begin{bmatrix}\Delta P\\ \Delta Q\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}\frac{\partial\Delta P}{\partial\delta^T} & \frac{\partial\Delta P}{\partial U^T}U\\ \frac{\partial\Delta Q}{\partial\delta^T} & \frac{\partial\Delta Q}{\partial U^T}U\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U/U\end{bmatrix}=J\begin{bmatrix}\Delta\delta\\ \Delta U/U\end{bmatrix}$$

$$J=\begin{bmatrix}H & N\\ M & L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(n-1)\times(n-1) & (n-1)\times(n-1-r)\\ (n-1-r)\times(n-1) & (n-1-r)\times(n-1-r)\end{bmatrix}$$

各子块元素：

$$\begin{cases}H_{ii}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial\delta_i}=Q_i+U_i^2B_{ii}\\ H_{ij}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial\delta_j}=-U_iU_j\left(G_{ij}\sin\delta_{ij}-B_{ij}\cos\delta_{ij}\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases}N_{ii}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial U_i}U_i=-P_i-U_i^2G_{ii}\\ N_{ij}=\dfrac{\partial\Delta P_i}{\partial U_j}U_j=-U_iU_j\left(G_{ij}\cos\delta_{ij}+B_{ij}\sin\delta_{ij}\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases}M_{ii}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial\delta_i}=-P_i+U_i^2G_{ii}\\ M_{ij}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial\delta_j}=-N_{ij}\end{cases}\quad\begin{cases}L_{ii}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial U_i}U_i=-Q_i+U_i^2B_{ii}\\ L_{ij}=\dfrac{\partial\Delta Q_i}{\partial U_j}U_j=H_{ij}\end{cases}$$

PQ 分解法 极坐标 N-R 简化

1、由于 R≪X，有 N<H，M<L，忽略非对角块，N=0，M=0。

2、一般线路两端 δ_{ij} 较小，且 $G_{ij}<<B_{ij}$，有 cos δ_{ij}≈1，$G_{ij}\sin\delta_{ij}<<B_{ij}\cos\delta_{ij}$，因而

$H_{ij}=U_iU_jB_{ij}, L_{ij}=U_iU_jB_{ij}, i\neq j$

3、$Q_i<<U_i^2B_{ii}$，$H_{ii}=U_i^2B_{ii}$，$L_{ii}=U_i^2B_{ii}$

$$\begin{cases}\Delta P/U=-B'U\Delta\delta & n-1\text{维}\\ \Delta Q/U=-B''\Delta U & n-1-r\text{维}\end{cases}$$

@EEA81 DDSDD