清华大学电机工程与应用电子技术系
Department of Electrical Engineering, Tsinghua University

电力系统分析与控制
(30220562-3)

第三讲 稳态运行主题——基础篇
直流潮流和灵敏度分析

2025-3-7

潮流计算与分析

第一讲：输入数据文件 → 第二讲：潮流计算程序 → 第三讲：特殊潮流应用

工具1：直流潮流——如何快速获得有功潮流结果，建立基本结果

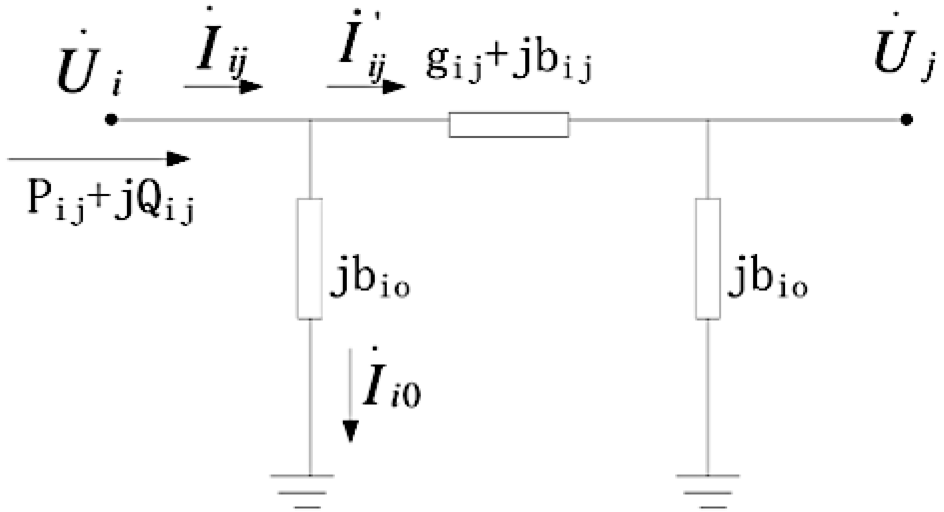
工具2：灵敏度计算——输入参数改变，带来什么样的输出结果变化?

第一部分：直流潮流

直流潮流

对图示等值电路，其支路潮流为：

$$P_{ij}+jQ_{ij}=\dot{U}_i\dot{I}_{ij}^*=\dot{U}_i\left(\dot{I}'_{ij}+\dot{I}_{i0}\right)^*$$
$$=\dot{U}_i\left(\left(\dot{U}_i-\dot{U}_j\right)\left(g_{ij}+jb_{ij}\right)+j\dot{U}_ib_{i0}\right)^*$$



取 $\left.\begin{array}{l}\dot{U}_i=U_ie^{j\theta_i}\\ \dot{U}_j=U_je^{j\theta_j}\end{array}\right\}$

得到

$$P_{ij}+jQ_{ij}=U_i^2[g_{ij}-j(b_{ij}+b_{i0})]-U_iU_je^{j\theta_{ij}}(g_{ij}-jb_{ij})$$

直流潮流

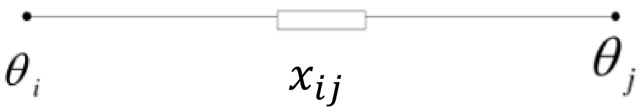
分开实部与虚部，得到交流网络中某支路ij通过的功率表达式

$$P_{ij} = U_i^2 g_{ij} - U_i U_j \left(g_{ij} \cos\theta_{ij} + b_{ij} \sin\theta_{ij} \right)$$

$$Q_{ij} = -U_i^2 \left(b_{ij} + b_{io} \right) + U_i U_j \left(b_{ij} \cos\theta_{ij} - g_{ij} \sin\theta_{ij} \right)$$

假定$|g_{ij}| \ll |b_{ij}|$，θ_{ij}数值很小，$U_i \approx U_j$，其数值接近1.0，并略去线路电阻及所有对地支路，得：

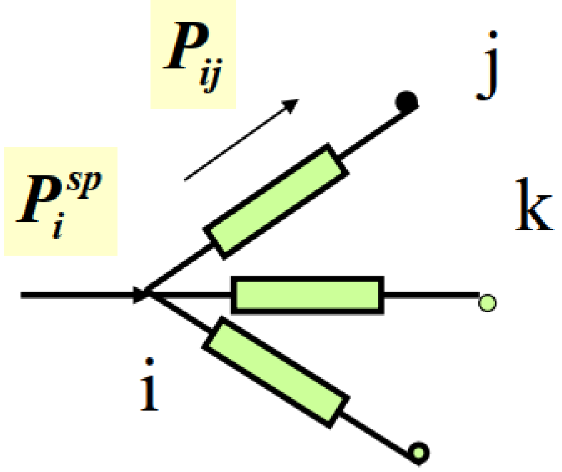
$$\boxed{P_{ij} = -b_{ij}\left(\theta_i - \theta_j\right) = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}}, Q_{ij} = 0$$



“电压”？ “电流”？

直流潮流

节点i的注入功率表达式：



$$P_i^{sp}=\sum_{\substack{j\in i\\ j\neq i}}P_{ij}=\sum_{\substack{j\in i\\ j\neq i}}\frac{\theta_i-\theta_j}{x_{ij}}$$

$$=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cccc}\sum\limits_{\substack{j\in i\\ j\neq i}}\dfrac{1}{x_{ij}} & -\dfrac{1}{x_{ij}} & -\dfrac{1}{x_{ik}} & \cdots\end{array}\right]\\ \begin{array}{cccc} i & j & k & \end{array}\end{array}\begin{bmatrix}\theta_i\\ \theta_j\\ \theta_k\\ \cdot\\ \cdot\end{bmatrix}\begin{array}{c} i\\ j\\ k\\ \cdot\\ \end{array}$$

可以写成（N维方程）： $\mathbf{P}^{sp}=\mathbf{B}_0\boldsymbol{\theta}$

不可逆，原因？ $\sum_{i=1}^{N}P_i^{sp}=0$

直流潮流的特点

（1）不需要迭代，没有收敛性问题，模型误差在3~10%；

（2）计算快速,适合精度要求不高，计算速度要求高的场合应用;

（3）只能计算有功分布,**不能计算电压幅值**;

（4）主要应用于在线静态安全分析和电网规划

（5）由于是**线性模型**，也被广泛应用于**优化**中

第二部分：灵敏度分析

潮流灵敏度分析

●什么是灵敏度?

- $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \Delta\boldsymbol{x} \rightarrow \Delta\boldsymbol{y}$

GB/T 33590.2-2017 智能电网调度控制系统技术规范第2部分：术语

4.58

灵敏度分析　sensitivity analysis

基于网络方程的线性化，研究电力系统变量之间相互影响的定量关系。

潮流灵敏度分析

- **你能想到哪些需要使用灵敏度的场景?**
  - 为了消除节点的电压越限，应该如何调整发电机（电压或无功），或者调整变压器分接头档位
  - 如果线路1故障跳开，会有多少功率转移到另一条支路k?
  - 如果某个发电机增加出力100MW，各个支路上潮流有什么变化?
  - 怎样控制才能消除支路或者联络断面上的过载?
  - ……

开放性提问：

不用灵敏度分析还可以怎么做？和灵敏度方法的区别是什么？哪个更准？哪个更方便?

灵敏度分析的内在机理分析

- 灵敏度是研究从**一个稳态**到**另一个稳态**的过程
- 在这个过程里面，认为控制量发生了改变Δu,这个Δu将一直作用到新的稳态运行点。**但实际中可能并非如此！**
  - 稳态1：发电机i增加出力20MW，其他发电机有功不变；传统灵敏度假设到了稳态2，各台发电机出力还是这样的结果。但实际上，考虑功频特性，所有发电机有功都会发生变化。稳态2是所有发电机都变化后得到的结果
  - 又比如，稳态1投入一个电容器做电压控制，其他发电机无功未作调整；但如果这些发电机是PV节点，它们的无功将自动调整以维持机端电压恒定，最终到了稳态2的时候，除了电容器投入，很多发电机的Q也发生了变化，如何体现？

灵敏度解析法计算—以有功-电压灵敏度推导为例

在极坐标下表示节点电压，电力系统的潮流方程可以表示为：

$$
\begin{cases}
\Delta P_i = P_i - V_i \sum_{j=1}^{N} V_j \left(G_{ij} \cos\theta + B_{ij} \sin\theta\right), & i = 1,2,3,\dots,N \\
\Delta Q_i = Q_i - V_i \sum_{j=1}^{N} V_j \left(G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}\right), & i = 1,2,3,\dots,N
\end{cases}
$$

其中V和θ表示节点电压幅值和相角，P和Q表示节点的有功功率注入和无功功率注入，G和B别是节点导纳矩阵的实部和虚部。

对潮流方程进行迭代求解时，以Jacobi矩阵作为$\Delta\theta$和ΔV的系数：

$$
\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P}{\partial \theta^T} & \dfrac{\partial \Delta P}{\partial V^T} \\ \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial \theta^T} & \dfrac{\partial \Delta Q}{\partial V^T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}
$$

简写为： $\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$

灵敏度解析法计算—以有功-电压灵敏度推导为例

由于H、N、M、L的表达式复杂，而且会随着迭代次数而变化，增添了巨大的计算量，不利于评估的快速性，因此需要对原来的潮流方程进行一定的简化，将Jacobi矩阵简化系数不随迭代次数变化的定Jacobi矩阵。简化后的方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} B & -G \\ G & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

其中B和G分别是系统节点导纳矩阵的虚部和实部

通过高斯消去法，令ΔQ =0，解得

$$\Delta V = \left(G + BG^{-1}B\right)^{-1} \Delta P$$

其中的$\left(G + BG^{-1}B\right)^{-1}$就是发电机出力变化后节点电压变化的系数矩阵，其第$i$行$j$列表示$j$节点的发电机出力增加1单位后（标么值），第$i$节点的电压变化量（标幺值）。

灵敏度解析法计算—以节点有功-支路有功灵敏度推导为例

假如节点m上发电机有功出力变化了ΔP_m，相应地支路ij(表示支路始末节点)的功率变化了ΔP_k，那么存在关系

$$\Delta P_k = G_{k-m} \Delta P_m$$

其中G_{k-m}就是支路功率的灵敏度系数。

设变化前后的潮流公式分别为$\theta = XP$和$\tilde{\theta} = \theta + X\Delta P$，则支路$ij$的传输功率由$P_{ij} = (\theta_i - \theta_j)/x_{ij}$变为$\tilde{P}_{ij} = (\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_j)/x_{ij}$，

故灵敏度计算结果为

$$\frac{\tilde{P}_{ij} - P_{ij}}{\Delta P_m} = \frac{(\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_j) - (\theta_i - \theta_j)}{x_{ij}\Delta P_m} = \frac{X_i \Delta P - X_j \Delta P}{x_{ij}\Delta P_m} = \frac{X_{im}\Delta P_m - X_{jm}\Delta P_m}{x_{ij}\Delta P_m} = \frac{X_{im} - X_{jm}}{x_{ij}}$$

其中，X_i是以$1/x_{ij}$为支路导纳建立的B的逆矩阵X（见P6）的第i行

灵敏度计算方法—摄动法

- 摄动法又称小参数展开法，是一种求数学物理问题的解析的近似解的方法。 它是把系统视为理想模型的参数或结构作了微小扰动的结果来研究其运动过程的数学方法。
- 基于matpower软件包我们可以快速得到系统的灵敏度矩阵。
- 具体方法为：把节点i的无功出力增加一个较小的值ΔQ，观察节点j的电压变化ΔU。于是我们就可以得到灵敏度为：$\frac{\Delta U}{\Delta Q}$
- 灵敏度应用的条件：应用潮流灵敏度时需要系统在接近线性的范围内运行，不过在正常运行条件下，功率方程基本在线性范围内。

作业

- 基于 matpower，计算IEEE9节点系统中节点3与支路5-6的有功功率之间的灵敏度，并使用摄动法（可设$\Delta P_3 = 0.1$）验证灵敏度的计算误差。
- 计算IEEE9节点系统中，所有负荷节点的电压与非松弛发电机节点（节点2、3）电压之间的灵敏度矩阵，并利用摄动法（设$\Delta V_G = [0.01; 0.01]$）计算验证负荷节点电压变化的误差。

● 提示：求解负荷节点与发电机节点电压的灵敏度矩阵时，可从PQ解耦的快速分解法的无功-电压方程：$-B''\Delta V = \Delta Q$入手，对此方程进行扩充，并利用负荷节点的无功功率注入不变这一条件进行推导。