11-4 辐射换热的计算

基本假设：

（1）进行辐射换热的物体表面间是不参与辐射的介质(单原子或结构对称的双原子气体、空气)或真空；

（2）参与辐射换热的表面均为漫灰体或黑体表面；

（3）参与辐射的所有表面，温度、辐射特性及投入辐射分布均匀。

作业（2）

11-9（b：1/2底面）

11-13

11-14

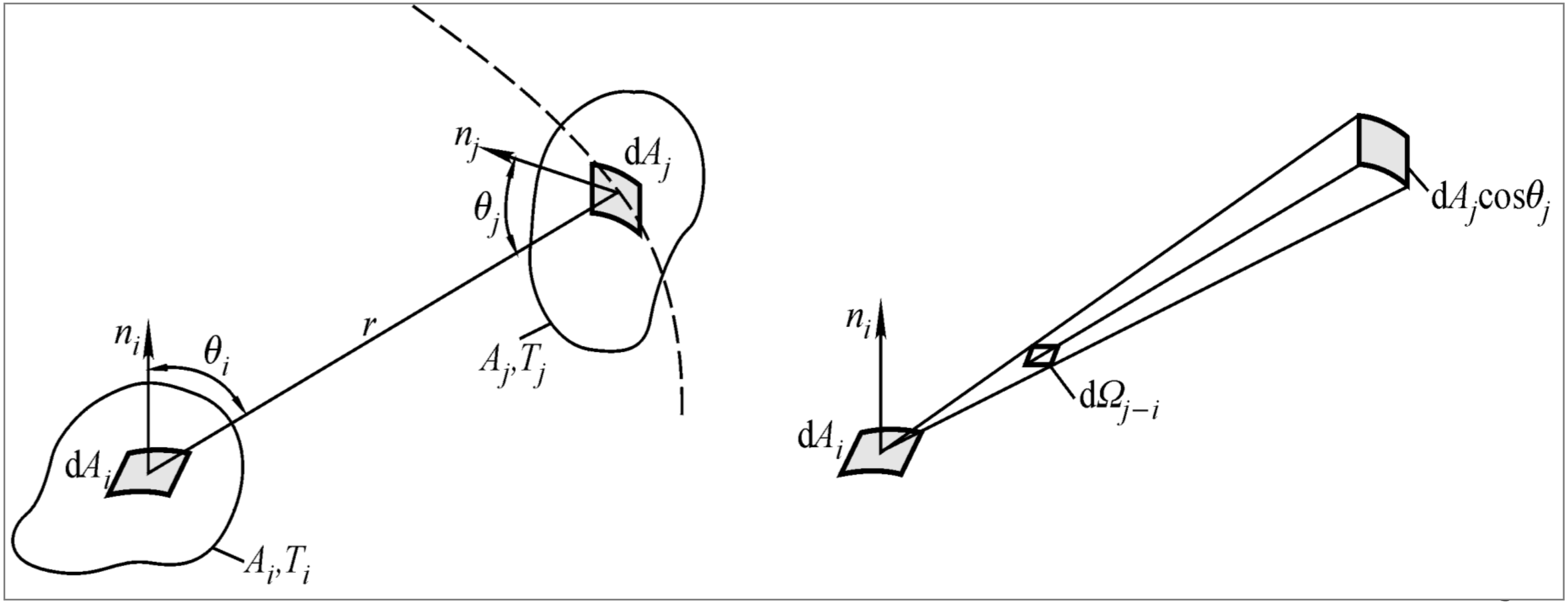
11-17

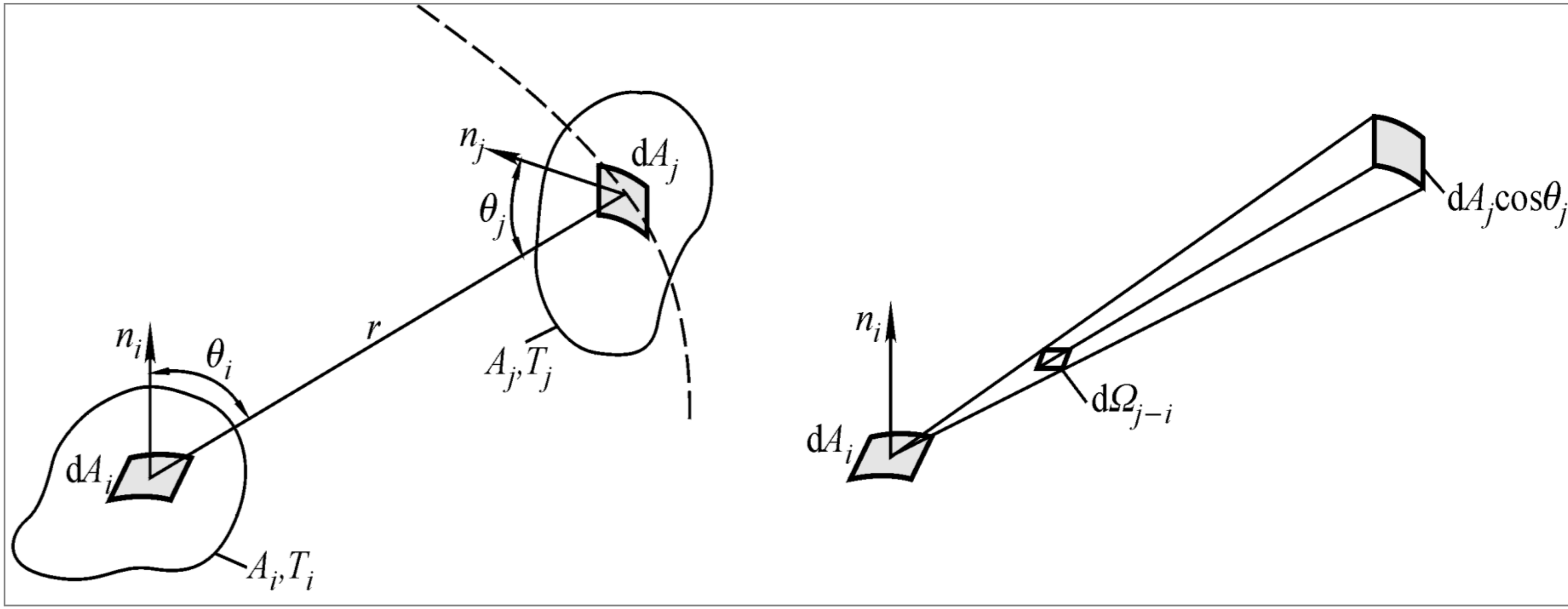
一、角系数（View Factor）

1. 角系数的定义

离开表面 i 的总辐射能中直接投射到表面 j 的份额称为表面 i 对表面 j 的角系数，用符号 $X_{i,j}$ 表示。

假设有两个任意位置的黑体表面i、j，如图所示：





根据辐射强度的定义，单位时间内离开dA_i直接投射到dA_j上的辐射能为

$$d\Phi_{i\to j} = L_{bi} dA_i \cos\theta_i d\Omega_{j-i} \quad = L_{bi} dA_i \cos\theta_i \frac{dA_j \cos\theta_j}{r^2}$$

$$= \frac{E_{bi}}{\pi} dA_i \cos\theta_i \frac{dA_j \cos\theta_j}{r^2} \quad = E_{bi} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j$$

离开整个黑体表面i 直接投射到表面j 的辐射能为

$$\Phi_{i\to j} = \int_{A_j}\int_{A_i} E_{bi}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$

$$= E_{bi}\int_{A_j}\int_{A_i}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$

离开整个黑体表面i 的总辐射能为A_iE_{bi} ,根据角系数的定义,

$$X_{i,j} = \frac{\Phi_{i\to j}}{A_iE_{bi}} = \frac{1}{A_i}\int_{A_j}\int_{A_i}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$

$$X_{i,j} = \frac{1}{A_i}\int_{A_j}\int_{A_i}\frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$

同理可得

$$X_{j,i} = \frac{1}{A_j}\int_{A_j}\int_{A_i}\frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$

可以看出，在上述假设条件下，角系数是几何量，只取决于两个物体表面的几何形状、大小和相对位置。

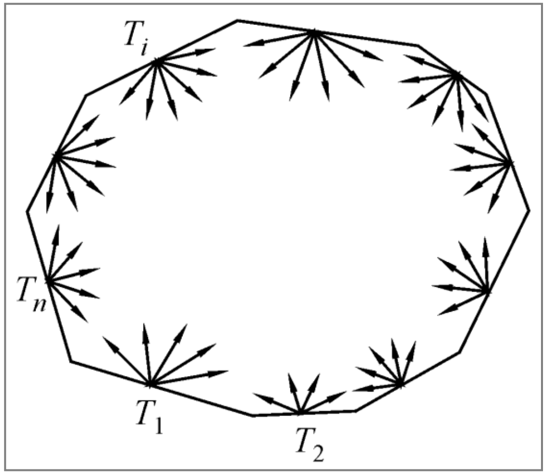
2. 角系数的基本性质

（1）角系数的相对性（互换性）

$$A_i X_{i,j} = A_j X_{j,i}$$

（2）角系数的完整性

对于N个表面包围并形成一个封闭腔，根据角系数的定义有



$$\sum_{j=1}^{N} X_{i,j} = X_{i,1} + X_{i,2} + \cdots + X_{i,i} + \cdots + X_{i,N} = 1$$

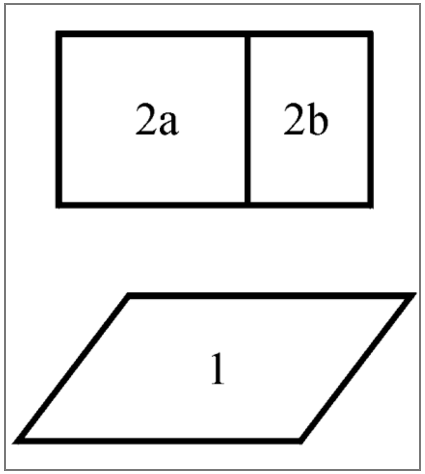
（3）角系数的可加性（分解性）

$$A_1 E_{b1} X_{1,2} = A_1 E_{b1} X_{1,2a} + A_1 E_{b1} X_{1,2b}$$

$$\Rightarrow \quad X_{1,2} = X_{1,2a} + X_{1,2b}$$

$$A_2 E_{b2} X_{2,1} = A_{2a} E_{b2} X_{2a,1} + A_{2b} E_{b2} X_{2b,1}$$

$$\Rightarrow \quad A_2 X_{2,1} = A_{2a} X_{2a,1} + A_{2b} X_{2b,1}$$



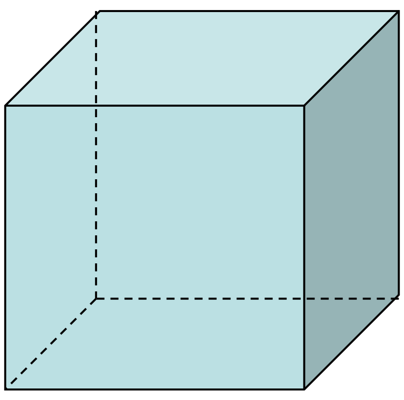
3. 角系数的计算方法

主要有积分法、代数法、图解法(或投影法)等。

（1）积分法

根据角系数表达式通过积分运算求得角系数

$$X_{i,j}=\frac{1}{A_i}\int_{A_j}\int_{A_i}\frac{\cos\theta_i\cos\theta_j}{\pi r^2}dA_i dA_j$$



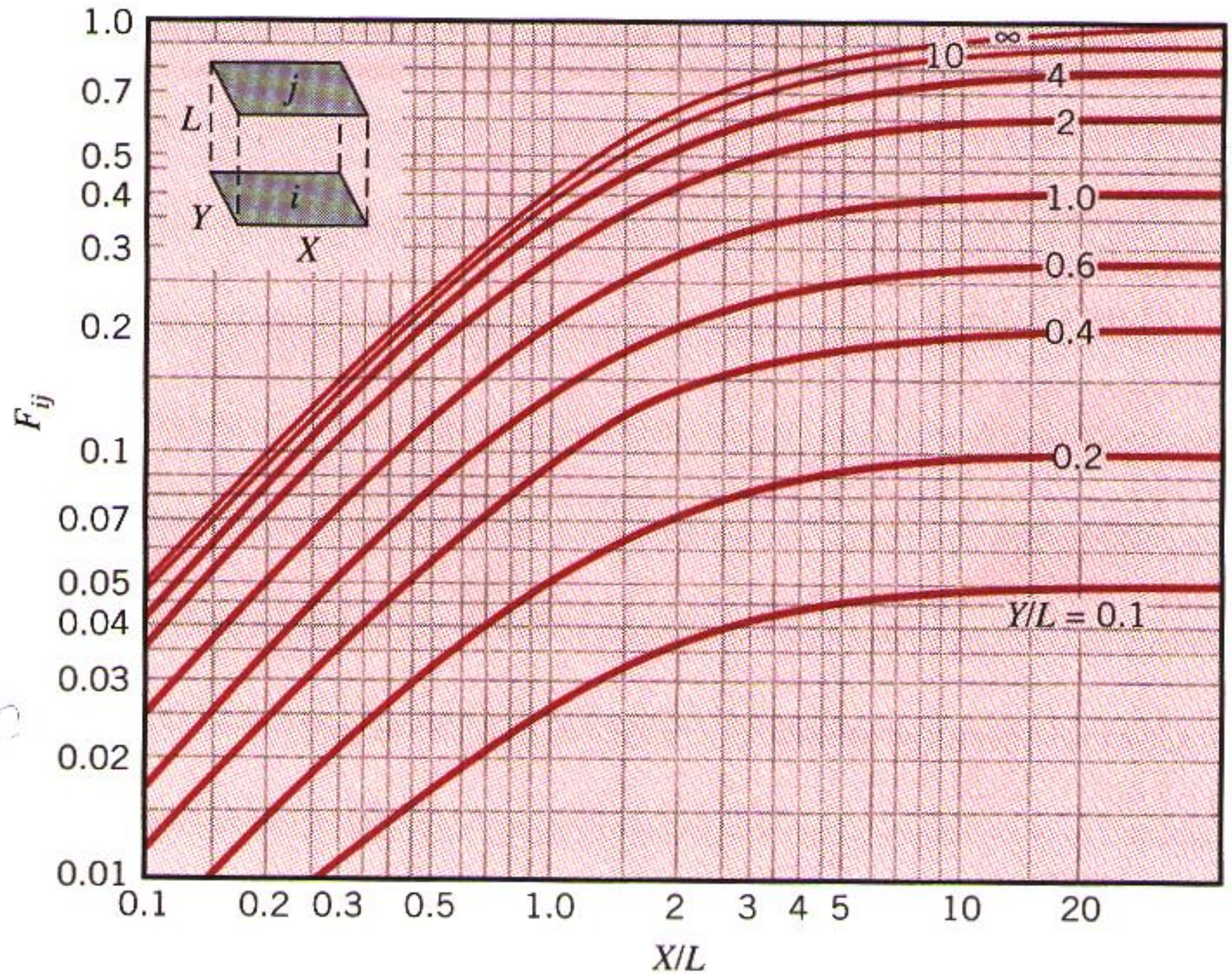


FIGURE 13.4 View factor for aligned parallel rectangles.

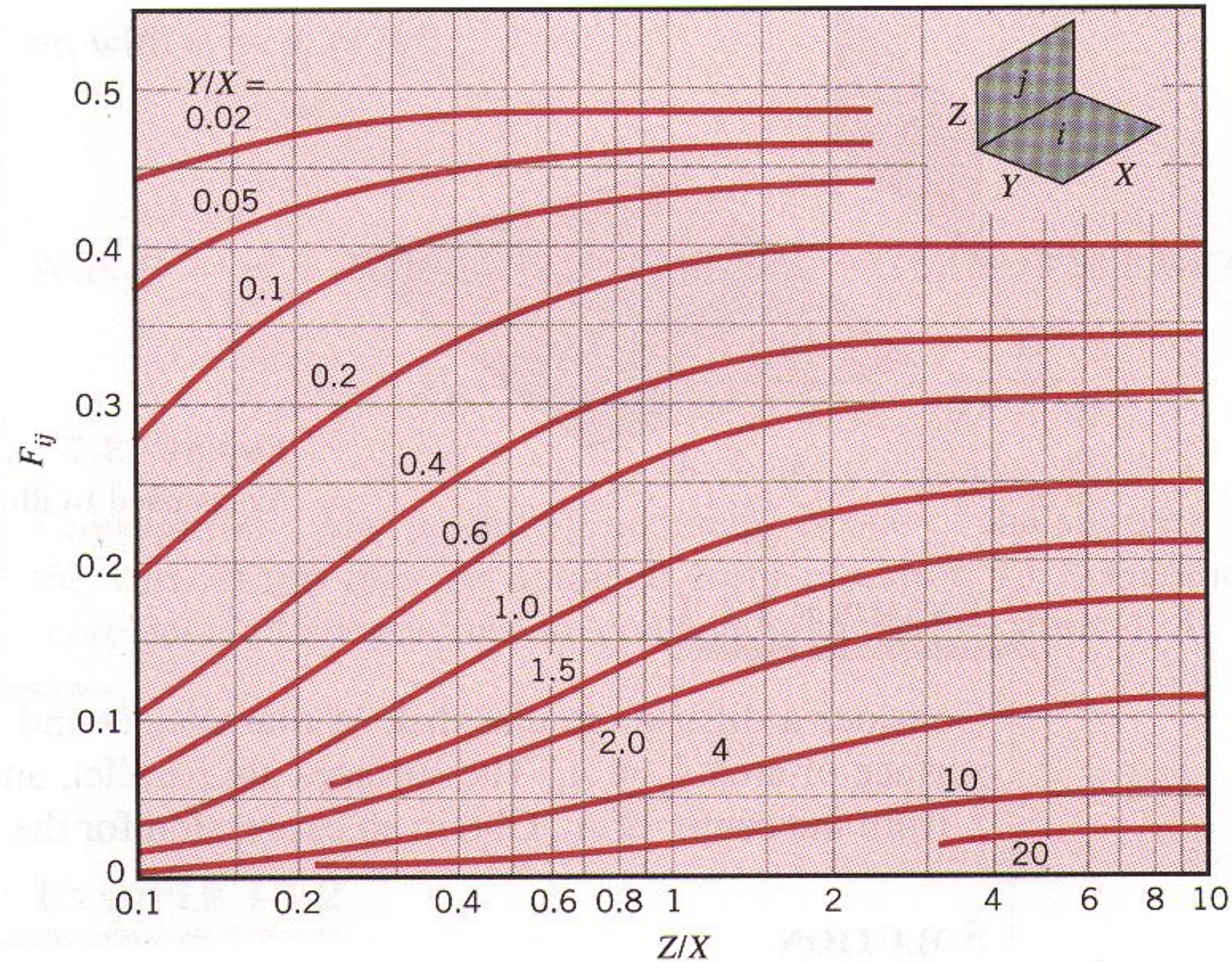


FIGURE 13.6 View factor for perpendicular rectangles with a common edge.

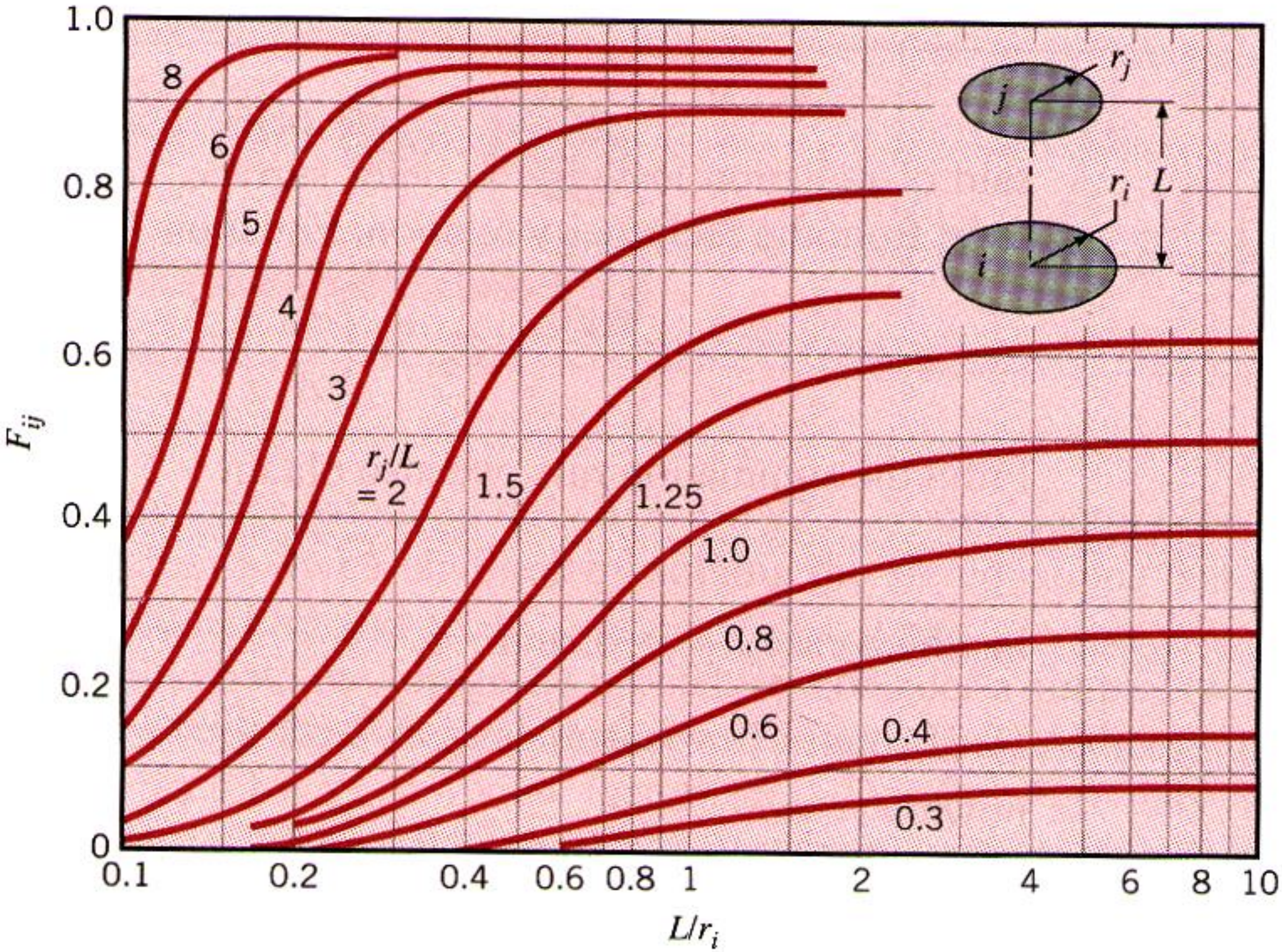
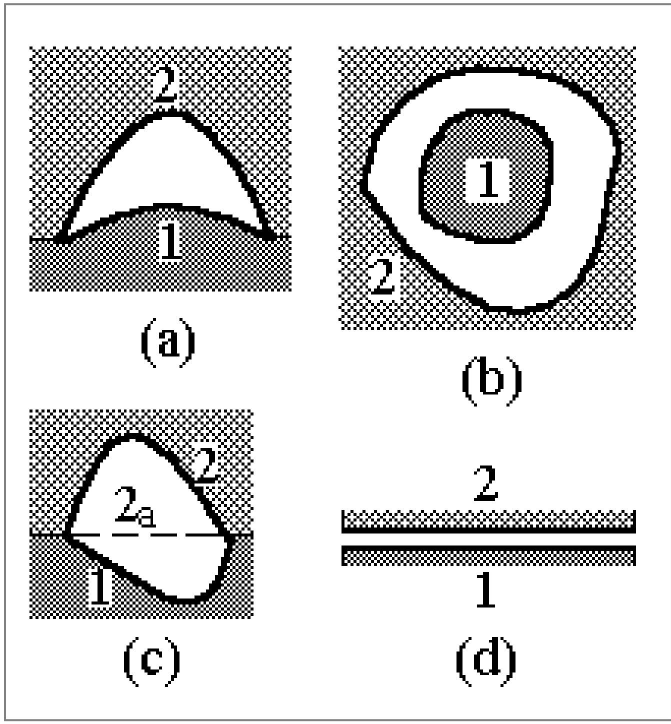


FIGURE 13.5 View factor for coaxial parallel disks.

（2）代数法

利用角系数的定义及性质，通过代数运算确定角系数。



图(a)、(b)： $X_{1,2}=1$

$$A_1X_{1,2}=A_2X_{2,1} \Rightarrow X_{2,1}=\frac{A_1}{A_2}$$

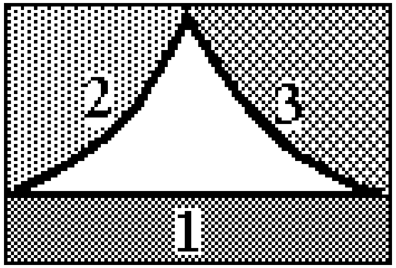
图(c)： $X_{1,2}=X_{1,2_a}=\dfrac{A_{2_a}}{A_1}$

图(d)： $X_{1,2}=X_{2,1}=1$

三个非凹表面构成的封闭空腔

$$A_1X_{1,2}+A_1X_{1,3}=A_1$$
$$A_2X_{2,1}+A_2X_{2,3}=A_2$$
$$A_3X_{3,1}+A_3X_{3,2}=A_3$$
+)

$$A_1X_{1,2}=A_2X_{2,1}$$
$$A_1X_{1,3}=A_3X_{3,1}$$
$$A_2X_{2,3}=A_3X_{3,2}$$



$$A_1 X_{1,2} + A_1 X_{1,3} + A_2 X_{2,3} = \frac{1}{2}(A_1 + A_2 + A_3)$$

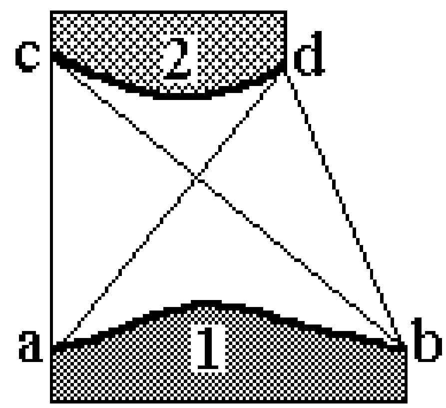
$$A_1 X_{1,2} + A_1 X_{1,3} = A_1 \Rightarrow X_{2,3} = \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} = \frac{l_2 + l_3 - l_1}{2l_2}$$

$$A_2 X_{2,1} + A_2 X_{2,3} = A_2 \Rightarrow X_{1,3} = \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} = \frac{l_1 + l_3 - l_2}{2l_1}$$

$$A_3 X_{3,1} + A_3 X_{3,2} = A_3 \Rightarrow X_{1,2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} = \frac{l_1 + l_2 - l_3}{2l_1}$$

$$X_{1,2} = 1 - X_{1,ac} - X_{1,bd}$$

$$X_{1,ac} = \frac{ab + ac - bc}{2ab} \qquad X_{1,bd} = \frac{ab + bd - ad}{2ab}$$



$$X_{1,2} = \frac{(ad + bc) - (ac + bd)}{2ab}$$

二、被透热介质隔开的表面间的辐射换热

1. 黑体表面之间的辐射换热

对于任意位置的两个黑体表面1、2,

$$\Phi_{1\to2} = A_1 X_{1,2} E_{b1} \qquad \Phi_{2\to1} = A_2 X_{2,1} E_{b2}$$

$$\Rightarrow \Phi_{1,2} = \Phi_{1\to2} - \Phi_{2\to1} = \underline{A_1 X_{1,2}} E_{b1} - \underline{A_2 X_{2,1}} E_{b2}$$

$$= A_1 X_{1,2}\left(E_{b1} - E_{b2}\right) = A_2 X_{2,1}\left(E_{b1} - E_{b2}\right)$$

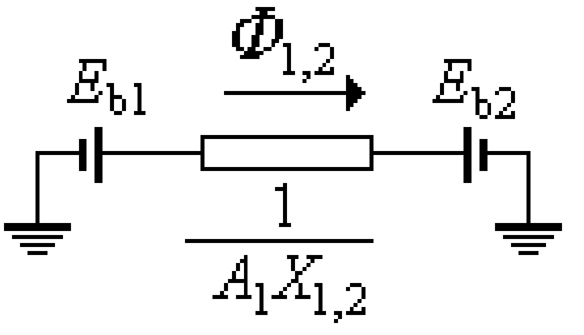
$$\Rightarrow \Phi_{1,2} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,2}}}$$

$$\frac{1}{A_1 X_{1,2}}$$ --空间辐射热阻

注意: $\Phi_{1,2}$是两个任意位置的黑体表面1、2之间直接的辐射换热量,没考虑其它表面的影响。

对两个黑体表面构成封闭腔，两表面间的净交换热量：

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2}\left(E_{b1} - E_{b2}\right) = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,2}}}$$



辐射网络

由N个黑体表面构成封闭空腔，表面i的净辐射换热量

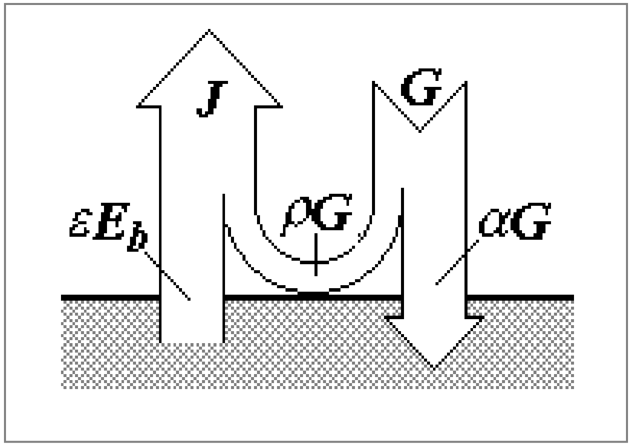
$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{N} \Phi_{i,j} = \sum_{j=1}^{N} A_i X_{i,j}\left(E_{bi} - E_{bj}\right)$$

2. 漫灰表面之间的辐射换热

有效辐射： 单位时间内离开单位面积表面的总辐射能，用符号J表示，单位是W/m^2。

根据有效辐射定义，

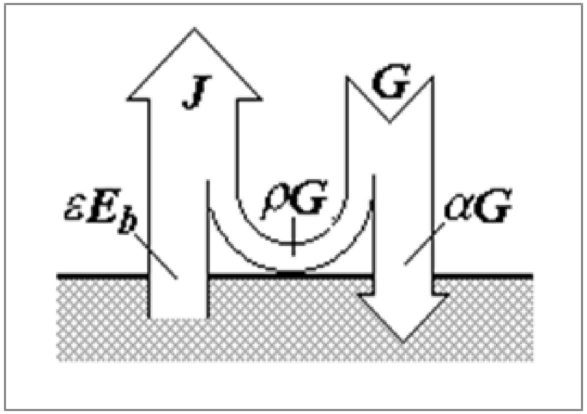
$$J = E + \rho G = \varepsilon E_{\mathrm{b}} + (1-\alpha)G$$



物理意义： 是单位面积表面自身辐射力与反射的投入辐射之和。表面处感觉到的辐射能量，是可用仪器测得的单位面积辐射功率。

单位面积的辐射换热量：

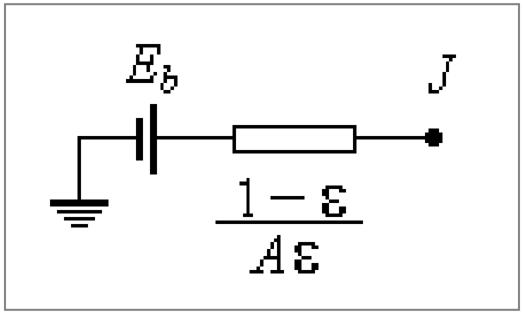
$$\frac{\Phi}{A}=J-G \qquad \frac{\Phi}{A}=\varepsilon E_{\mathrm{b}}-\alpha G$$



漫灰表面$\alpha=\varepsilon$

上两式联立可解得

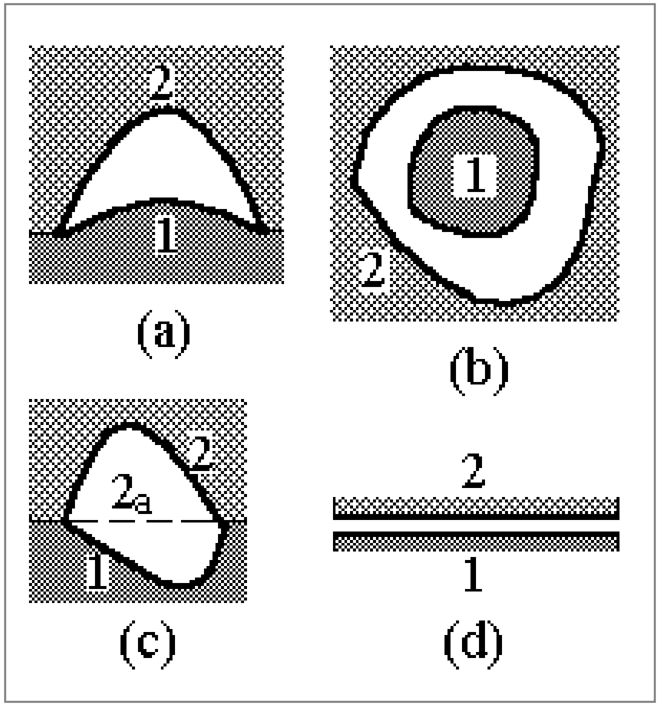
$$\Phi=\frac{E_{\mathrm{b}}-J}{\dfrac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}} \qquad \frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}$$ --表面辐射热阻



表面辐射热阻网络单元

对于黑体表面，$\varepsilon=1$，表面辐射热阻为零，$J=E_{\mathrm{b}}$

两个漫灰表面构成封闭空腔，$T_1>T_2$，表面1净损失、表面2净获得的热量分别为



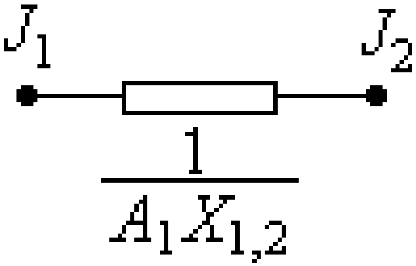
(a) (b) (c) (d)

$$\Phi_1=\frac{E_{b1}-J_1}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}\qquad \Phi_2=\frac{J_2-E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

表面1、2之间净辐射换热量为

$$\Phi_{1,2}=A_1X_{1,2}J_1-A_2X_{2,1}J_2$$

$$=A_1X_{1,2}\left(J_1-J_2\right)=\frac{J_1-J_2}{\dfrac{1}{A_1X_{1,2}}}$$



空间辐射热阻网络单元

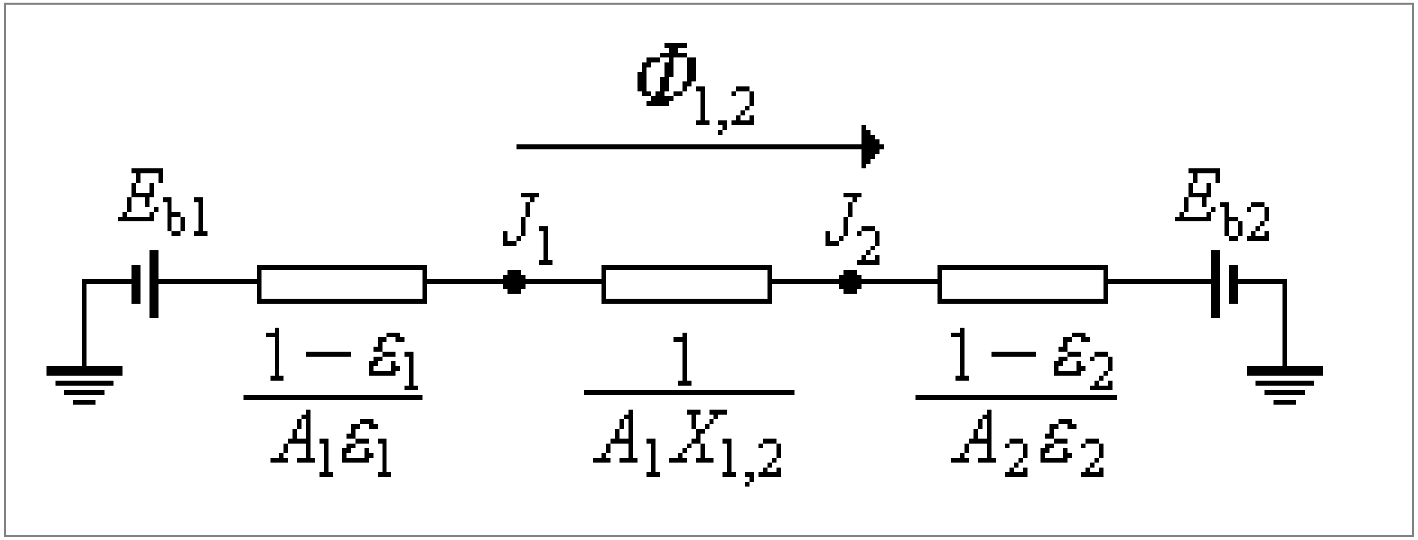
根据能量守恒，

$$\Phi_1=\Phi_2=\Phi_{12}$$

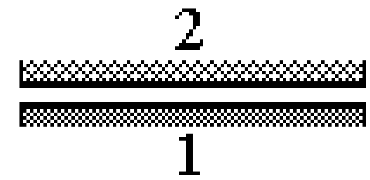
联立以上三式，可得

$$\Phi_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{1,2}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

两表面封闭空腔的辐射网络



特例1：两平行壁构成的封闭空腔



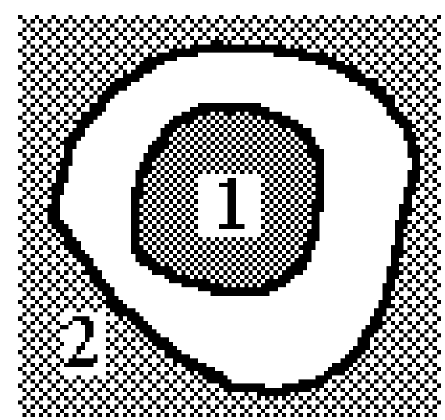
$$A_1 = A_2 = A \qquad X_{1,2} = X_{2,1} = 1$$

$$\Phi_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{1,2}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

$$= \frac{A(E_{b1} - E_{b2})}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1} = A\varepsilon_{1,2}\left(E_{b1} - E_{b2}\right)$$

$\varepsilon_{1,2}$ **称为系统黑度**

特例2：非凹表面1和包壳2之间的辐射换热



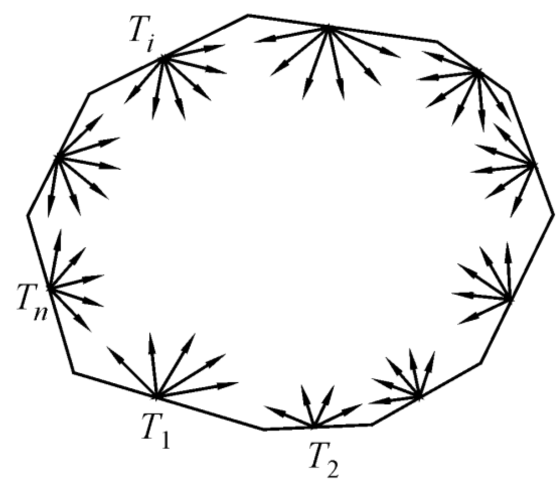
$$X_{1,2} = 1 \qquad \Phi_{1,2} = \frac{A_1(E_{b1} - E_{b2})}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{A_1}{A_2}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

如果 $A_1 \ll A_2$ **，** $\Phi_{1,2} = A_1\varepsilon_1\left(E_{b1} - E_{b2}\right)$

三、多个漫灰表面封闭空腔内的辐射换热

封闭空腔内任意一个表面i 净损失的辐射热流量等于该表面与所有表面交换的辐射热流量的代数和，即

$$\Phi_i = \frac{E_{\mathrm{b}i} - J_i}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}} = \sum_{j=1}^{N} A_i X_{i,j}\left(J_i - J_j\right)$$



$$J_i = E_{\mathrm{b}i} - \left(\frac{1}{\varepsilon_i} - 1\right)\sum_{j=1}^{n} X_{i,j}\left(J_i - J_j\right)$$

或者直接根据表面i 的有效辐射的定义，

$$J_i = \varepsilon_i E_{\mathrm{b}i} + (1-\varepsilon_i)\sum_{j=1}^{n} X_{j,i} J_j A_j / A_i \qquad \sum_{j=1}^{n} X_{i,j} J_j$$

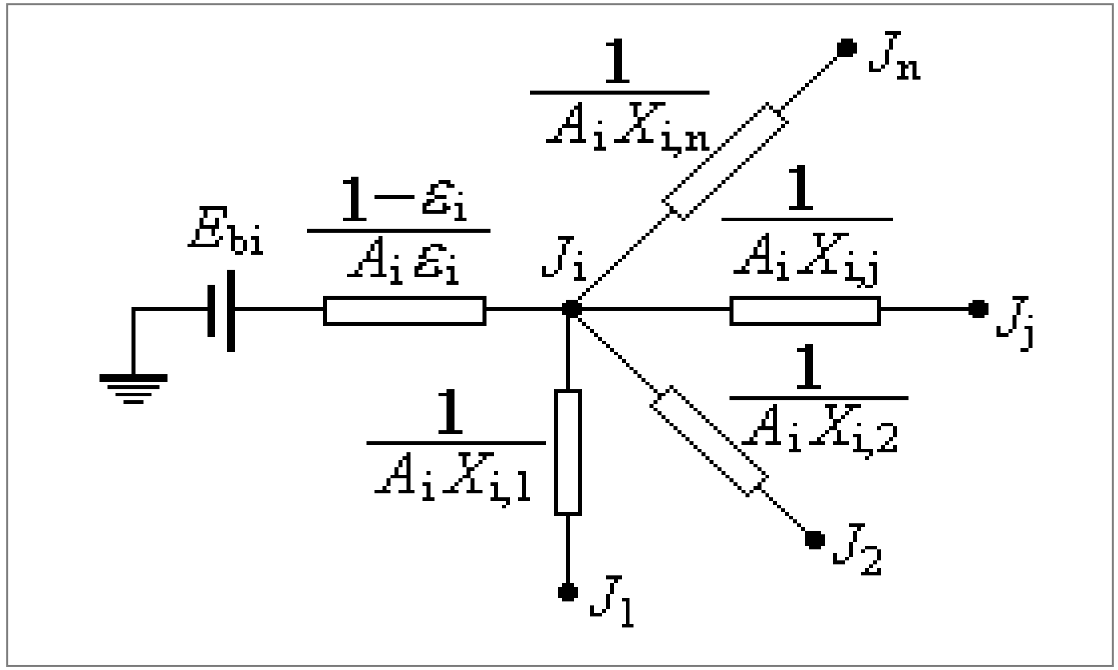
原则上，对于N个表面构成的封闭空腔，可以写出每个表面有效辐射节点方程，构成由N个有效辐射节点方程组成线性方程组。只要每个表面的温度、发射率*已知*，相关角系数可求，就可以通过*求解*线性方程组得到各表面的*有效辐射*，进而求得每个表面的*净辐射换热量*。

辐射网络法：

$$\Phi_i=\frac{E_{bi}-J_i}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i\varepsilon_i}}=\sum_{j=1}^{N}A_iX_{i,j}\left(J_i-J_j\right)=\sum_{j=1}^{N}\frac{J_i-J_j}{\dfrac{1}{A_iX_{i,j}}}$$

$$\Phi_i = \frac{E_{bi} - J_i}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}}$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \frac{J_i - J_j}{\dfrac{1}{A_i X_{i,j}}}$$



空腔内表面*i* 与其它表面之间的辐射换热网络单元

只要利用相应的空间辐射热阻将封闭腔所有的有效辐射节点连接起来，就构成了完整的辐射换热网络。进而可以运用电学中直流电路的求解方法，求出各节点的有效辐射及各表面的净辐射换热量。这种方法称为辐射网络法。

基尔霍夫定律

由三个漫灰表面组成的封闭空腔的辐射换热网络

重辐射表面：

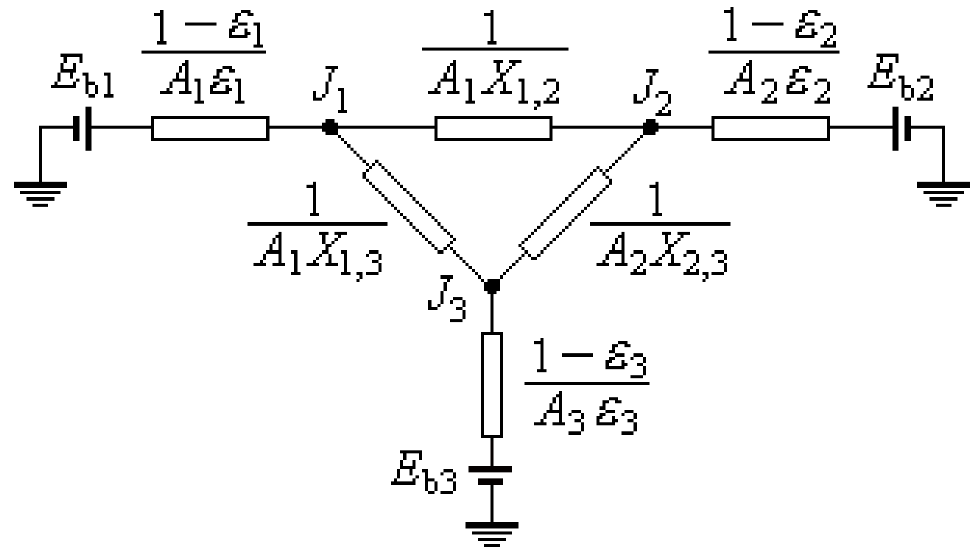
有效辐射等于投入辐射，$J_i = G_i$，净辐射换热量等于零。

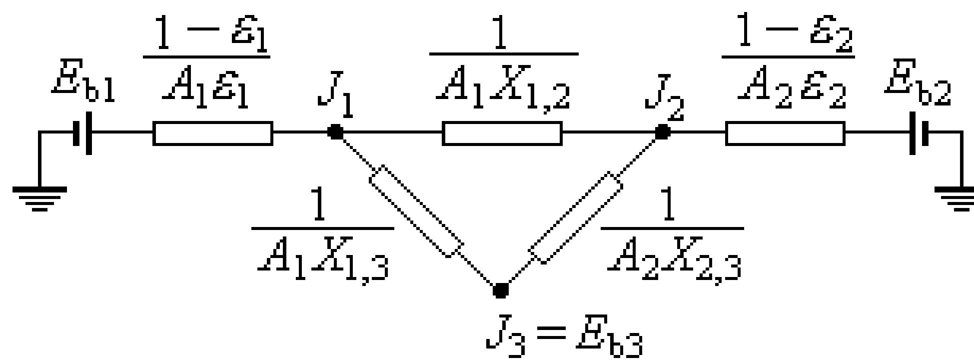
对漫灰体重辐射面，$\varepsilon_i = \alpha_i$，

$$J_i = \varepsilon_i E_{bi} + (1-\alpha_i) G_i$$

$\Rightarrow J_i = E_{bi}$

重辐射面的存在改变了辐射能的方向分布，所以影响整个系统的辐射换热。



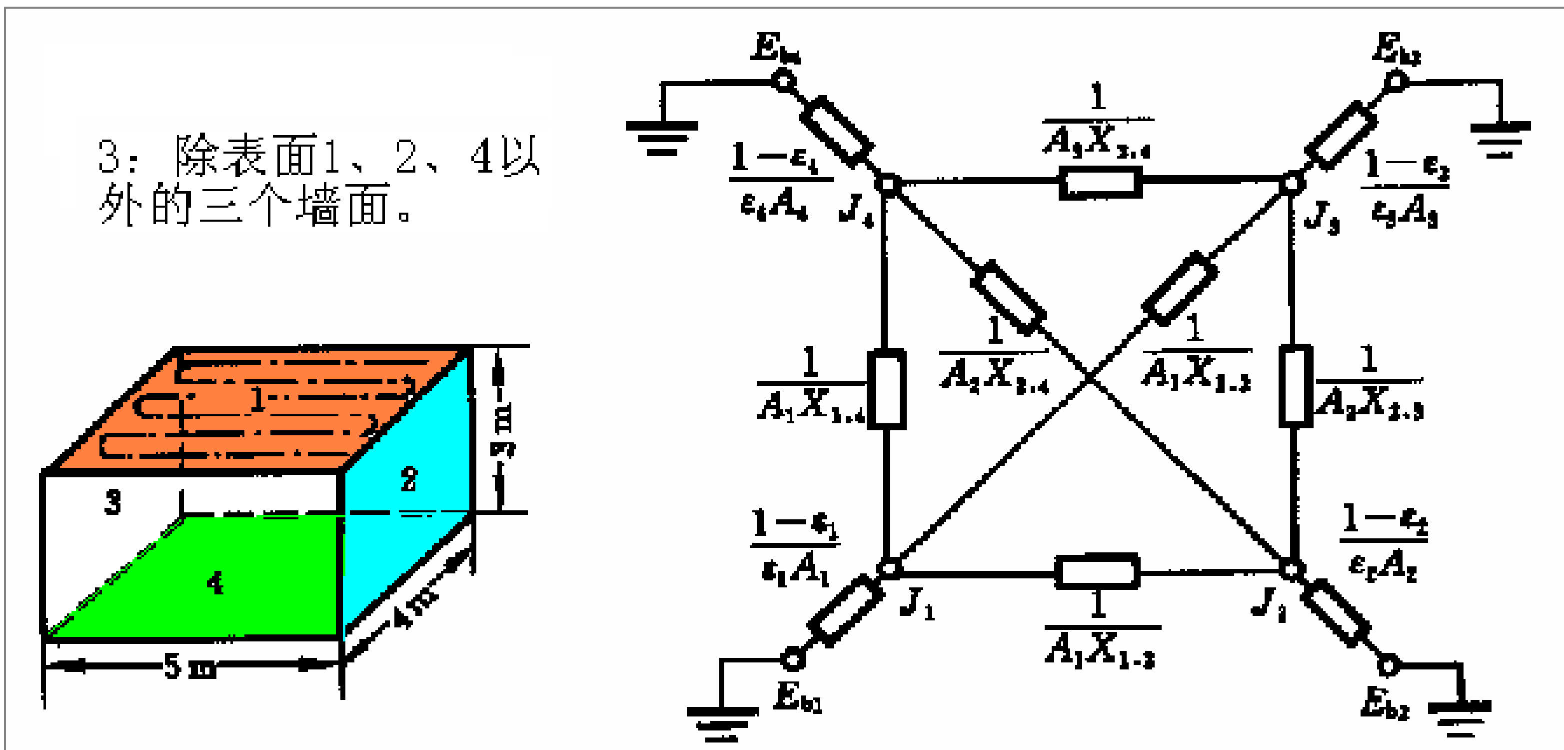


辐射网络中的重辐射面3

例11-1

某房间尺寸如图所示，在楼板中布置加热盘管，测得的参数如下：t_1=25°C, ε_1=0.9; t_2=10 °C, ε_2=0.8; t_3=13 °C ,ε_3=0.8; t_4=11 °C, ε_4=0.6。

求: (1)Φ_1; (2) Φ_2 、Φ_3、 Φ_4



解：求各表面的角系数

$$X_{1,2}=0.15,\quad X_{1,3}=0.54\quad X_{1,4}=0.31$$

$$X_{2,1}=0.25,\quad X_{2,3}=0.50\quad X_{2,4}=0.25$$

$$X_{3,1}=0.27,\quad X_{3,2}=0.14\quad X_{3,3}=0.32\quad X_{3,4}=0.27$$

$$X_{4,1}=0.31,\quad X_{4,2}=0.15\quad X_{4,3}=0.54$$

$$X_{1,1}=X_{2,2}=X_{4,4}=0$$

根据基尔霍夫定律写出4个节点方程：

$$\frac{E_{b1}-J_1}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}+\frac{J_2-J_1}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,2}}}+\frac{J_3-J_1}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,3}}}+\frac{J_4-J_1}{\dfrac{1}{A_1 X_{1,4}}}=0$$

$$\frac{E_{b2}-J_2}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}+\frac{J_1-J_2}{\frac{1}{A_2 X_{2,1}}}+\frac{J_3-J_2}{\frac{1}{A_2 X_{2,3}}}+\frac{J_4-J_2}{\frac{1}{A_2 X_{2,4}}}=0$$

$$\frac{E_{b3}-J_3}{\frac{1-\varepsilon_3}{\varepsilon_3 A_3}}+\frac{J_1-J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,1}}}+\frac{J_2-J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,2}}}+\frac{J_4-J_3}{\frac{1}{A_3 X_{3,4}}}=0$$

$$\frac{E_{b4}-J_4}{\frac{1-\varepsilon_4}{\varepsilon_4 A_4}}+\frac{J_1-J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,1}}}+\frac{J_2-J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,2}}}+\frac{J_3-J_4}{\frac{1}{A_4 X_{4,3}}}=0$$

将节点方程写成关于J_1-J_4的代数方程，有

$$-\frac{1}{1-\varepsilon_1}J_1+X_{1,2}J_2+X_{1,3}J_3+X_{1,4}J_4=\frac{\varepsilon_1 E_{b1}}{\varepsilon_1-1}$$

$$X_{2,1}J_1-\frac{1}{1-\varepsilon_2}J_2+X_{2,3}J_3+X_{2,4}J_4=\frac{\varepsilon_2 E_{b2}}{\varepsilon_2-1}$$

$$X_{3,1}J_1+X_{3,2}J_2-\frac{1}{1-\varepsilon_3}J_3+X_{3,4}J_4=\frac{\varepsilon_3 E_{b3}}{\varepsilon_3-1}$$

$$X_{4,1}J_1+X_{4,2}J_2+X_{4,3}J_3-\frac{1}{1-\varepsilon_4}J_4=\frac{\varepsilon_4 E_{b4}}{\varepsilon_4-1}$$

显然，以上4式可统一写成：

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T^4 - (1-\varepsilon_i)\sum_{j=1}^{4} J_j X_{i,j}$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

求解结果：

(1) $J_1 \sim J_4$

$$Q_1 = \frac{E_{b1} - J_1}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1}}$$

(2) Φ_1=1204.5W

(3) Φ_2=-395.5W， Φ_3=-450.5W， Φ_4=-385.5W

讨论：

- 网络法求解辐射换热，最终可将问题归结为一组有关有效辐射的代数方程组；
- 网络法的主要作用，实质上是给出了一种列出有效辐射代数方程组的简捷方法；
- 当表面数为N时，

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T^4 + (1-\varepsilon_i)\sum_{j=1}^{N} J_j X_{i,j} \qquad i = 1, 2 \ldots N$$

- 表面数大于、等于4时，宜用计算机求解。

11-5 辐射换热的强化与削弱

一、辐射换热的强化

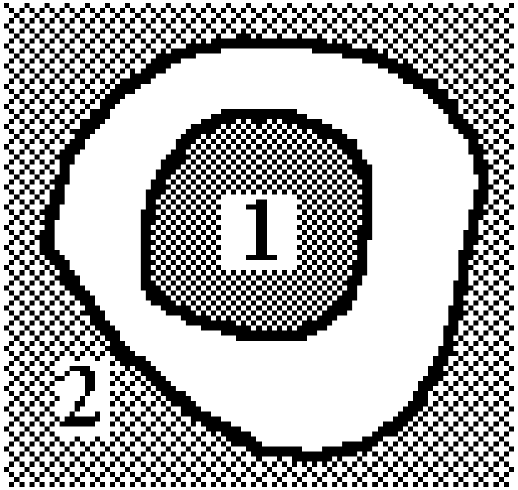
以两表面封闭空腔的辐射为例

$$\Phi_{12}=\frac{E_{b1}-E_{b2}}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\frac{1}{A_1X_{1,2}}+\frac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

增加表面1的发射率更有效

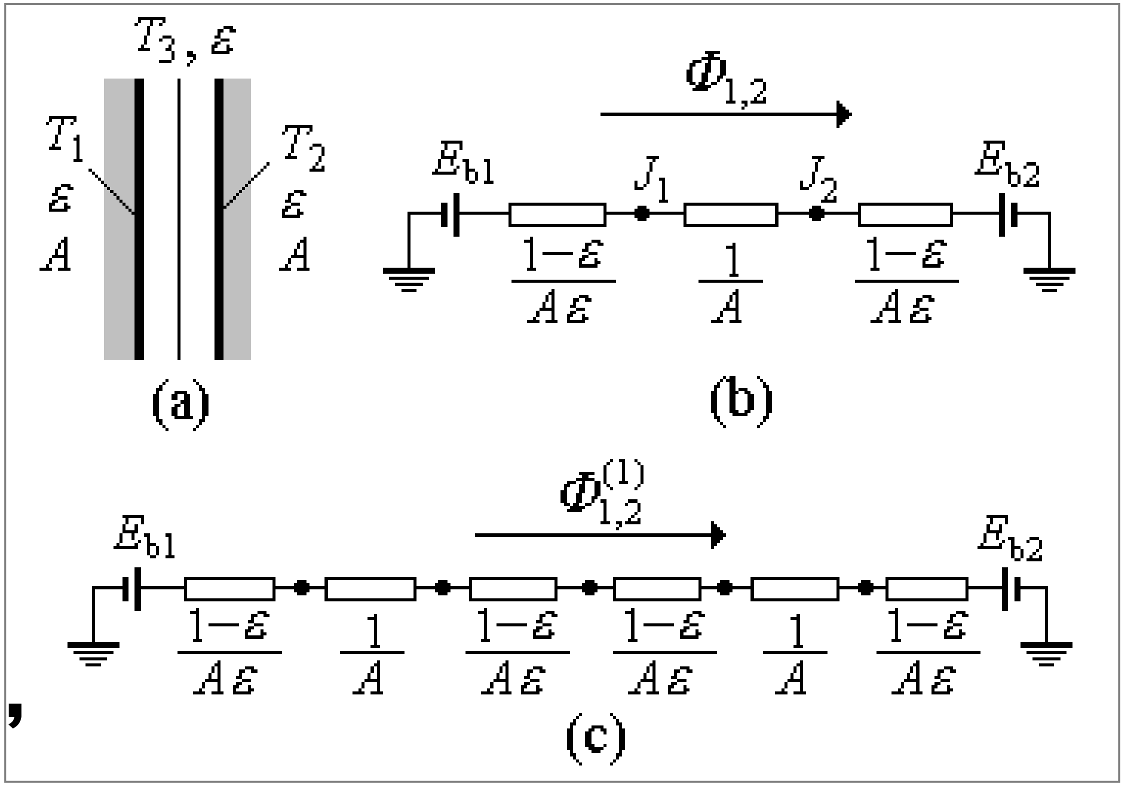
如果 $A_1 << A_2$：

$$\Phi_{1,2}=A_1\varepsilon_1\left(E_{b1}-E_{b2}\right)$$



二、辐射换热的削弱（遮热板的原理）

遮热板的主要作用就是削弱辐射换热。以大平壁间的辐射换热为例。



- 没有遮热板时，两块平壁间的辐射换热有2个表面辐射热阻、1个空间辐射热阻。

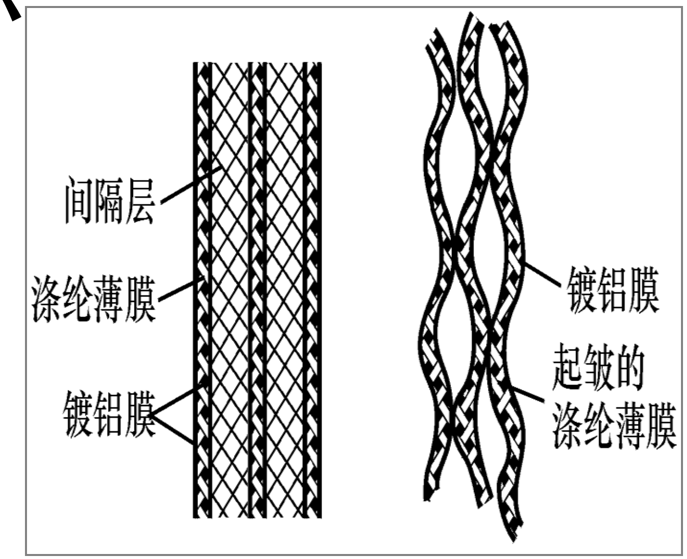
- 在两块平壁之间加一块大小一样、表面发射率相同的遮热板3，如果忽略遮热板的导热热阻，则总辐射热阻增加了1倍，辐射换热量减少为原来的1/2，即

$$\Phi_{1,2}^{(1)} = \frac{1}{2}\Phi_{1,2}$$

如果加n层同样的遮热板，则辐射热阻将增大n倍，辐射换热量将减少为

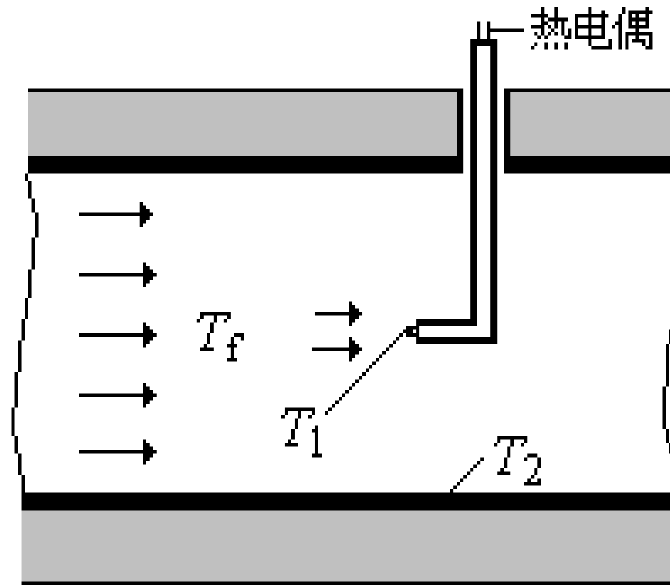
$$\Phi_{1,2}^{(n)} = \frac{1}{n+1}\Phi_{1,2}$$

遮热板通常采用表面发射率小、表面辐射热阻大的材料，如在航天工程中经常采用的镀铝涤纶薄膜，聚亚酰胺薄膜等超级多层复合隔热材料，每层膜厚6 ~ 20 μm，膜的表面发射率只有0.02 ~ 0.04，同时在膜中间抽真空，垂直于膜厚方向上的当量导热系数低到10^{-5} W/(m·K)。



遮热板在测温技术中的应用

热电偶测温



裸露热电偶热平衡：

$$Ah\left(T_{\mathrm{f}}-T_{1}\right)=A\varepsilon_{1}\sigma\left(T_{1}^{4}-T_{2}^{4}\right)$$

测温误差：

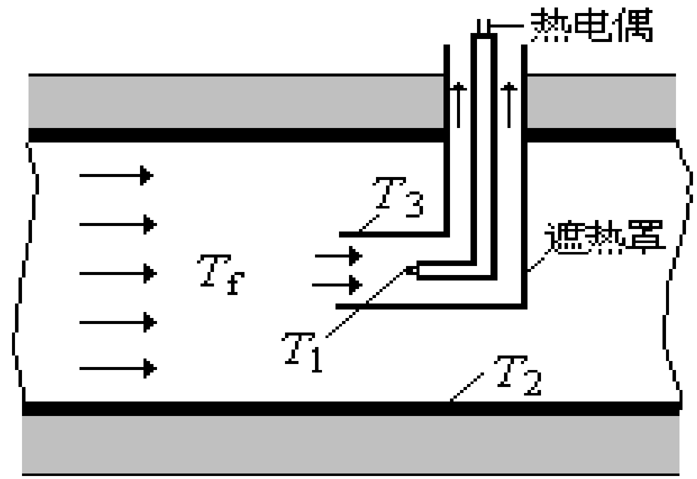
$$T_{\mathrm{f}}-T_{1}=\frac{\varepsilon_{1}\sigma\left(T_{1}^{4}-T_{2}^{4}\right)}{h}$$

测温误差和辐射换热量成正比，与对流换热表面传热系数*h*成反比。

当$T_{\mathrm{f}}=1000$ K、$T_2=800$ K、$\varepsilon_1=0.8$、$h=40$ W/(m^2·K)**时，测温误差可达**144 K**。**

减少测温误差的方法

给热电偶端部加一个遮热罩3，



热电偶端点的热平衡表达式

$$h\left(T_f - T_1\right) = \varepsilon_1 \sigma\left(T_1^{\,4} - T_3^{\,4}\right)$$

遮热罩的热平衡表达式

$$2h\left(T_f - T_3\right) = \varepsilon_3 \sigma\left(T_3^{\,4} - T_2^{\,4}\right)$$

当遮热罩的表面发射率为ε_3=0.2时，联立求解以上两式，可求得测温误差 $T_f - T_1$=44K。可见，加遮热罩后，相对测温误差由未加遮热罩的14.4%降低到4.4% 。

抽气式热电偶：遮热罩做成抽气式，以便强化燃气与热电偶之间的对流换热，提高表面传热系数h。

第十一章小结

重点掌握以下内容：

（1）热辐射的基本概念：吸收比、反射比、透射比、黑体、灰体、漫射体、人工黑体、辐射强度、辐射力、发射率（黑度）等；

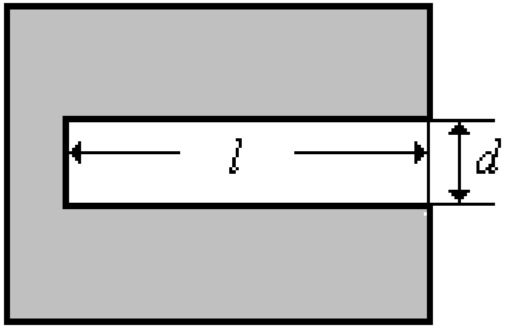
（2）热辐射的基本定律：普朗克定律、斯忒藩—玻耳兹曼定律、维恩位移定律、兰贝特定律、基尔霍夫定律。

（3）角系数的概念及其计算方法；

（4）辐射热阻的概念，辐射换热计算的辐射网络法；

（5）遮热板的原理；

例11-2 一圆柱型空腔的直径为d =10 cm、深度为l = 40 cm，炉腔内壁面发射率为ε = 0.2 ，空腔内壁面温度为727 ℃。



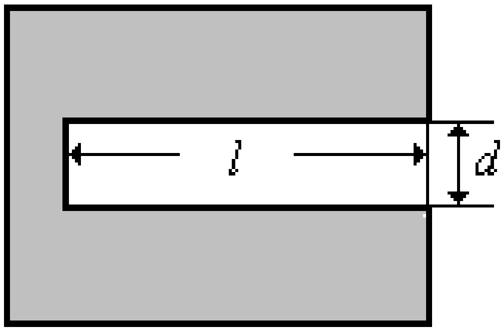
试问:

（1）单位时间内从空腔发射出多少辐射能？

（2）如果空腔所在的室内周围壁面温度为27 ℃，单位时间内空腔的净辐射散热损失为多少？

（3）如果保持空腔的几何尺寸不变，将空腔设计成发射率大于0.99的人工黑体腔，试问空腔内壁面的发射率至少多大？

解：（1）假设空腔开口为一温度为0K的黑体表面2，则空腔内壁面1与该黑体表面2间的辐射换热量即为从空腔发射出的辐射能，



$$\Phi = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{12}} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}} = \frac{E_{b1} - 0}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{12}} + 0}$$

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = 0.00785\ \mathrm{m}^2$$

$$A_1 = \pi d l + \frac{\pi d^2}{4} = 0.1335\ \mathrm{m}^2$$

$$\Phi = \frac{\sigma T_1^4}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{12}}} = \frac{5.67 \times 10^4}{\dfrac{1-0.2}{0.1335 \times 0.2} + \dfrac{1}{0.00785 \times 1}} = 360.3\ \mathrm{W}$$

（2）单位时间内空腔的净辐射散热损失

$$\Phi' = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{12}}} = \frac{\sigma\left(T_1^4 - T_2^4\right)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_1 X_{12}}}$$

$$= \frac{5.67 \times \left(10^4 - 3^4\right)}{157.4} = 357.3\ \mathrm{W}$$

(3) 依题意，设空腔内壁面的发射率至少为ε'，则从空腔口发射的辐射能为

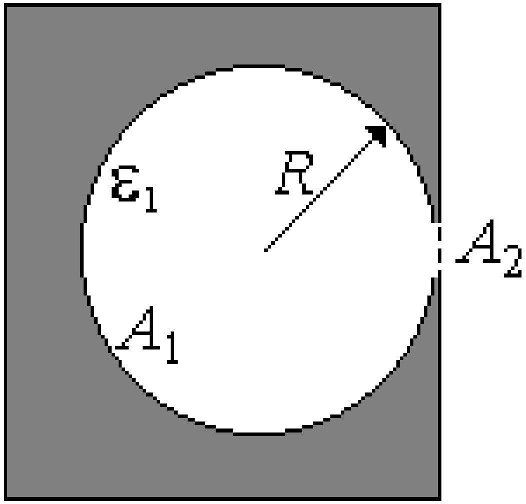
$$\frac{E_{b1}}{\dfrac{1-\varepsilon_1'}{A_1\varepsilon_1'}+\dfrac{1}{A_1X_{12}}}=A_2\varepsilon_2E_{b1}$$

$$A_1X_{12}=A_2X_{21}\qquad \varepsilon_2=0.99\qquad X_{21}=1$$

由上式可解得

$$\varepsilon_1'=0.854$$

例11-3 预设计一个开口半径为$r = 1\text{cm}$、开口发射率为0.999的球型人工黑体腔，已知空腔内壁材料表面黑度为0.9，试确定黑体腔的半径R。



解： 根据发射率的定义，

$$\varepsilon_2 = \frac{E}{E_b}$$

式中E为人工黑体腔开口的辐射力，E_b为温度等于人工黑体腔温度的黑体的辐射力。

从人工黑体腔开口发射出去的辐射能为

$$A_2 E = A_2 \varepsilon_2 E_{b1} = \frac{E_b}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1} + \dfrac{1}{A_2}}$$

$$A_2E = A_2\varepsilon_2E_{b1} = \frac{E_b}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\dfrac{1}{A_2}}$$

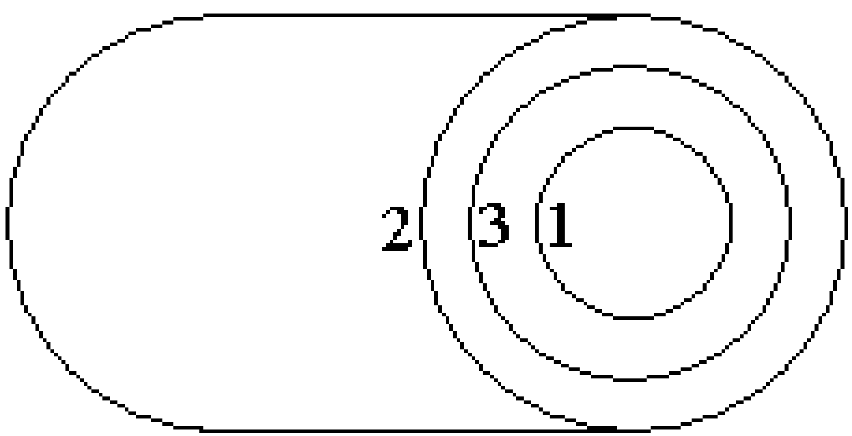
$$\Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{1}{\dfrac{A_2}{A_1}\left(\dfrac{1}{\varepsilon_1}-1\right)+1}$$

$$\Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{r^2}{4R^2} = \frac{\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}-1} = \frac{\varepsilon_1\left(1-\varepsilon_2\right)}{\varepsilon_2\left(1-\varepsilon_1\right)} = \frac{0.9\times\left(1-0.999\right)}{0.999\times\left(1-0.9\right)} = \frac{1}{111}$$

$$\Rightarrow R = 5.27\ \ \text{cm}$$

可以看出，空腔的开口相对于空腔内表面积愈小，内壁面发射率愈大，人工黑体愈接近于绝对黑体。

例11-4 有两个薄金属板做成的长同心套管1、2，直径分别为$d_1 = 5$cm和$d_2 = 10$cm，温度分别为t_1＝200°C和t_2＝100°C，表面发射率均为0.8，如果忽略通过端部边缘和周围环境的辐射换热，试求单位长度套管间的辐射换热量；如果在两个套管间插入另一个直径为$d_3 = 7.5$cm、同样长度的薄金属管3，其表面发射率为0.05，且保持不变，则单位长度套管间的辐射换热量为多少？



解：插入薄金属管前

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\dfrac{1}{A_1X_{1,2}}+\dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}=\frac{\sigma(T_1^4-T_2^4)}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\dfrac{1}{A_1X_{1,2}}+\dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

$$=\frac{5.67\times10^{-8}(473^4-373^4)}{\dfrac{1-0.8}{\pi\times0.05\times0.8}+\dfrac{1}{\pi\times0.05\times1}+\dfrac{1-0.8}{\pi\times0.1\times0.8}}\ \mathrm{W/m}$$

$$=198.8\ \ \mathrm{W/m}$$

插入薄金属管后

$$\Phi_{12}=\frac{E_{\mathrm{b}1}-E_{\mathrm{b}2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\dfrac{1}{A_1X_{1,3}}+\dfrac{1-\varepsilon_3}{A_3\varepsilon_3}+\dfrac{1-\varepsilon_3}{A_3\varepsilon_3}+\dfrac{1}{A_3X_{3,2}}+\dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$

$$=\frac{5.67\times10^{-8}\times(473^4-373^4)}{\dfrac{1-0.8}{\pi\times0.05\times0.8}+\dfrac{1}{\pi\times0.05\times1}+\dfrac{1-0.05}{\pi\times0.075\times0.05}\times2+\dfrac{1}{\pi\times0.075\times1}+\dfrac{1-0.8}{\pi\times0.1\times0.8}}\ \mathrm{W/m}$$

$$=9.99\ \mathrm{W/m}$$