



清华大学电机工程与应用电子技术系
Department of Electrical Engineering, Tsinghua University

电力系统分析与控制 (30220562-2)

第十一讲 机组组合中频率安全约束的构造方法

2025-5-23



汇报提纲

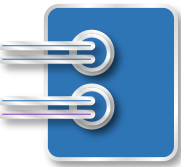
Outlines



一、概述

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

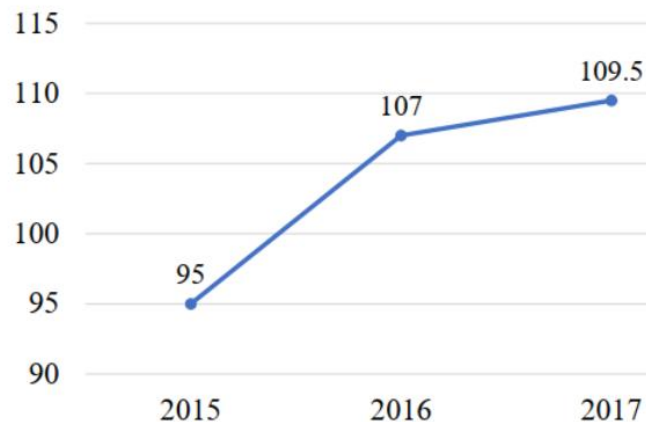
三、任务描述



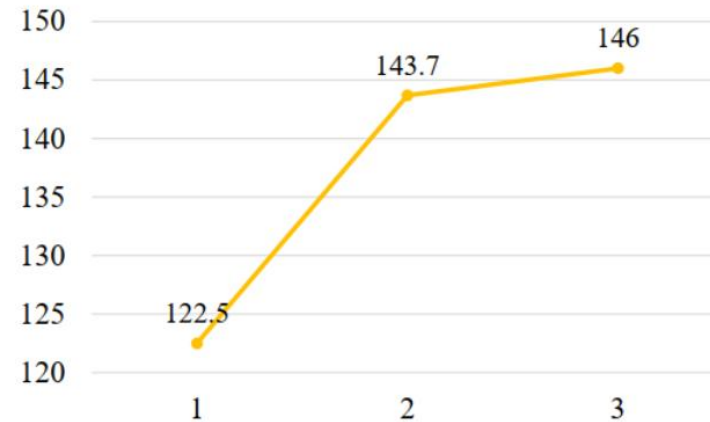
一、概述

●背景介绍

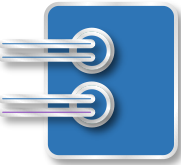
- 风电和光伏装机容量快速增长。高比例新能源接入使得电力系统转动惯量和频率调节能力降低，不进行附加控制情况下难以像传统机组一样提供惯性和频率支撑。
- 在此背景下，维持系统有功平衡和频率控制效果的压力增加。2015-2017年华北某区域光伏年发电量增长4.99倍，风电年发电量增长1.61倍。下图为该区域自动发电控制表现的区域控制偏差（Area Control Error, ACE）。可以看出，ACE的绝对值均值和标准差逐渐增大，系统频率控制表现呈恶化趋势。



(a) ACE 绝对值的均值



(b) ACE 绝对值的标准差



一、概述

●为什么在机组组合中考虑频率安全约束？

- 风电和光伏快速增加，系统转动惯量降低，频率稳定性受到威胁。
- 负荷突增、发电机突然退出等故障会使系统频率突然下降，如果调节能力不足，只能通过切负荷的形式维持系统频率。——英国大停电
- 需要设置合理的机组组合方案，即研究考虑频率安全约束的机组组合问题（FCUC），在电力系统发生预想故障时，系统能够保有调节的裕量，即可将频率限制在安全的范围内。
- FCUC本质上就是在UC问题的基础上留有一定的备用容量。

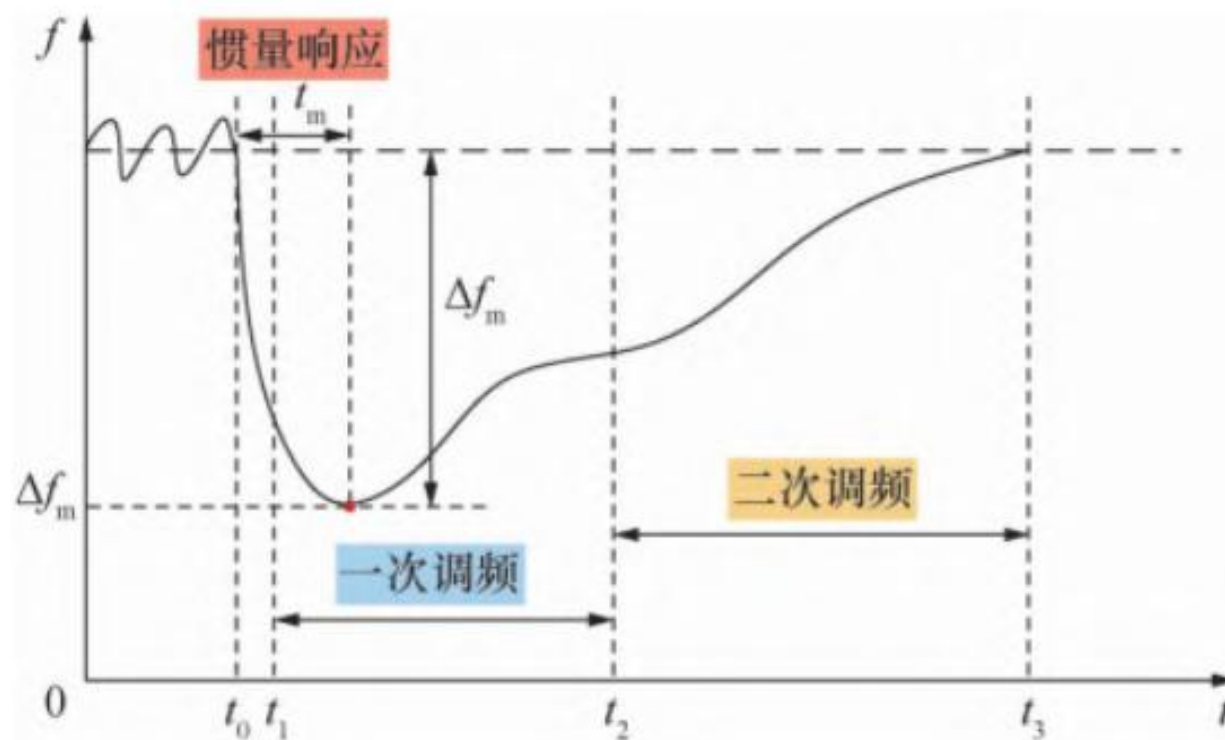
一、概述

- 当电力系统遭受负荷突增、机组跳闸等扰动（功率缺额）时，同步机转速下降，系统频率跌落。同理当系统遭受功率盈余时，系统频率上升。
- 以功率缺额为例，分析频率下降过程：

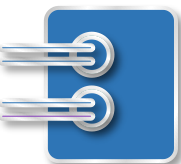
- **惯量响应阶段：**一次调频响应较慢，机械功率来不及变化，靠惯量提供动能来调节功率。

$$\begin{cases} \frac{d\delta}{dt} = (\omega_* - 1)\omega_0 \\ T_j \frac{d\omega_*}{dt} = P_{m*} - P_{e*} - P_{D*} \end{cases}$$

- **一次调频阶段：**发电机改变机械功率来平衡功率缺额，惯量仍然存在。（有差调节）
- **二次调频阶段：**一次调频后仍存在频率偏差，通过二次调频响应实现系统频率的无差调节。

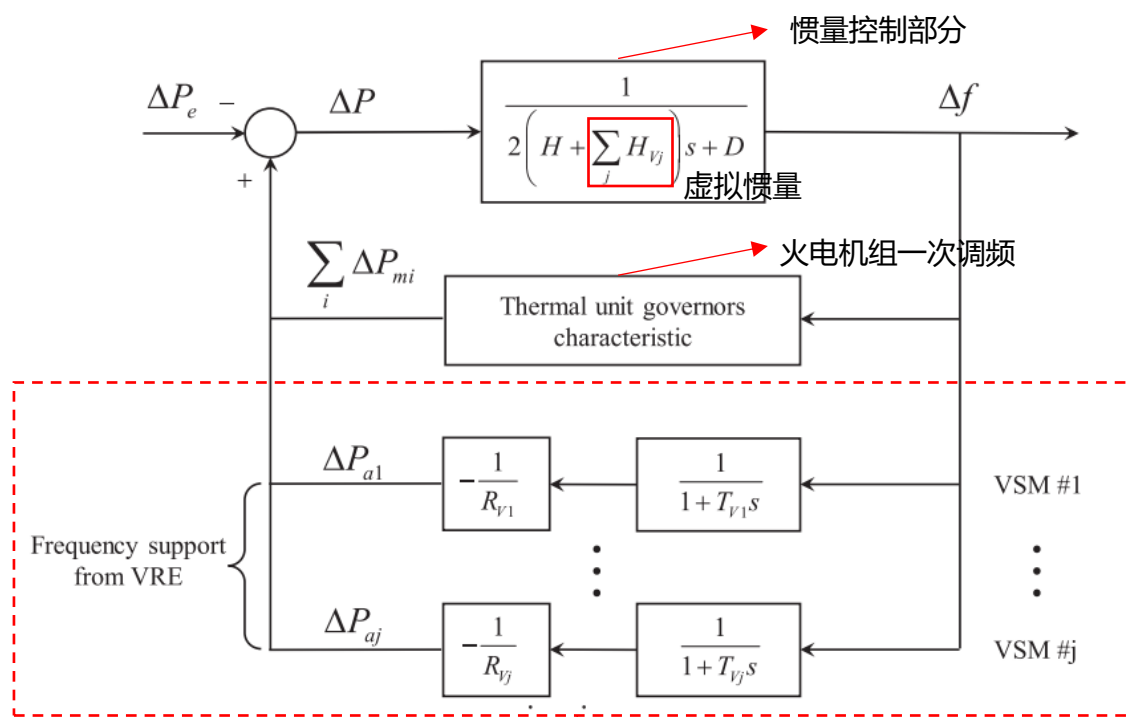


频率动态响应曲线



一、概述

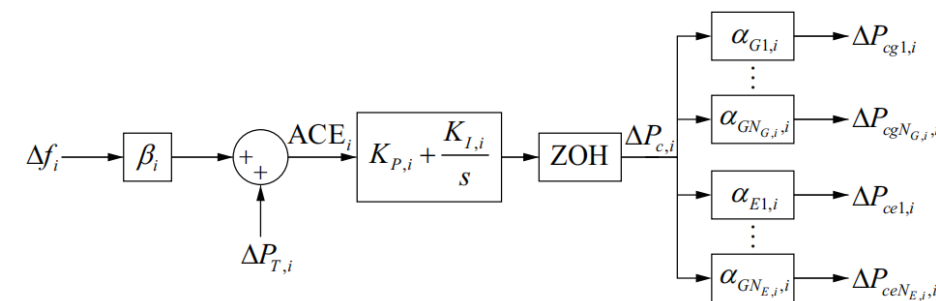
●电力系统频率控制



构网型逆变器（虚拟同步发电机）提供频率支撑

考虑惯量和一次调频的电力系统频率控制模型[1]

- 越来越多的新型资源通过电力电子装置接入电网，具有很强的一次调频潜力。左图考虑构网型逆变器具有虚拟惯量参与频率调节。
- 目前关于二次调频，基于比例积分的控制器得到了广泛的应用。频率响应模型中一些参数需要通过参数辨识来确定。

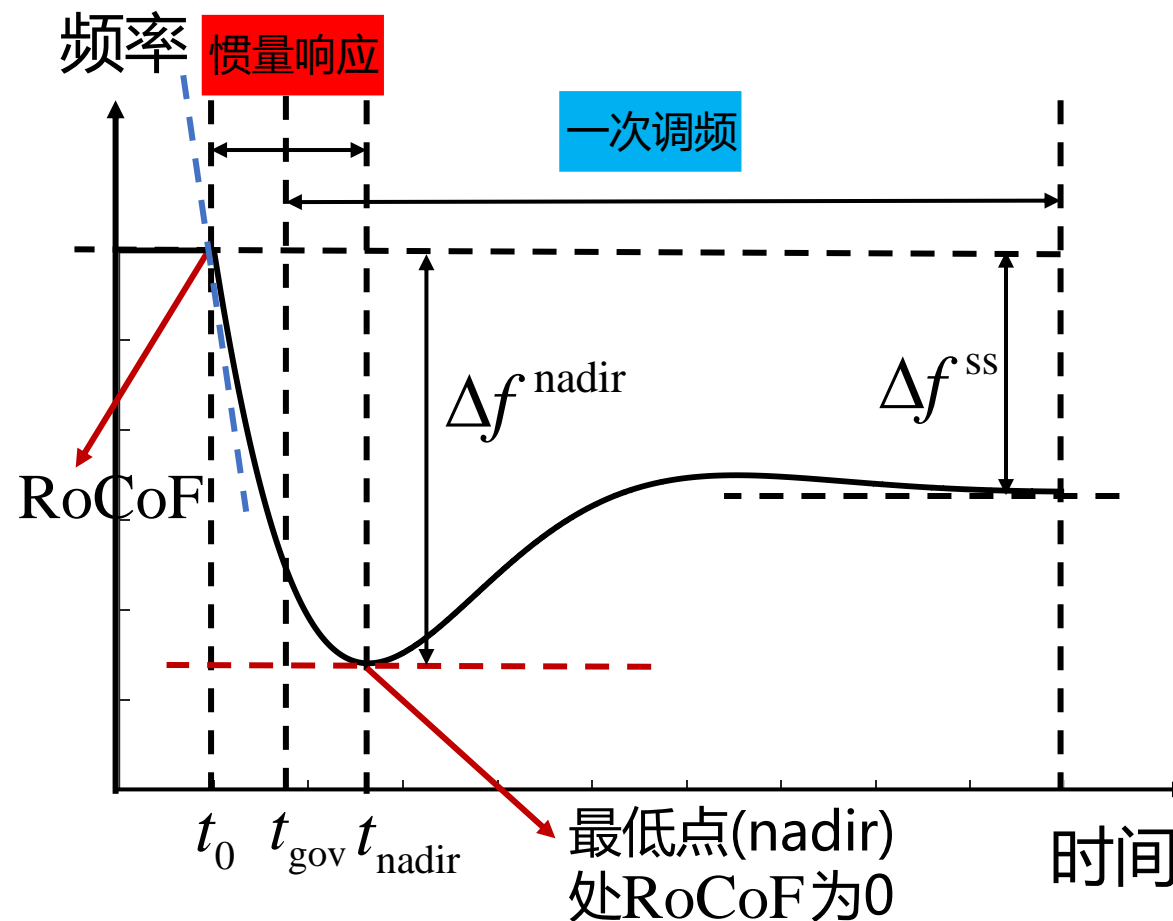


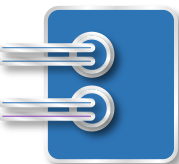
二次调频控制器传递函数框图

一、概述

●频率安全要求（不考虑二次调频）

- 发生大扰动后，相应的**频率安全指标**不能超过规定的阈值。
- 回顾上节课讲过的三个量作为频率安全指标
 $RoCoF$: 频率变化率
 Δf^{nadir} : 暂态频率偏差极值
 Δf^{ss} : 准稳态频率偏差
- 以上三个指标中，暂态频率偏差极值（频率最低点）约束最复杂。因为其表达式是**关于机组启停变量的非线性函数**，直接引入机组组合模型会改变原问题性质，无法通过已有求解器进行高效求解[2]。



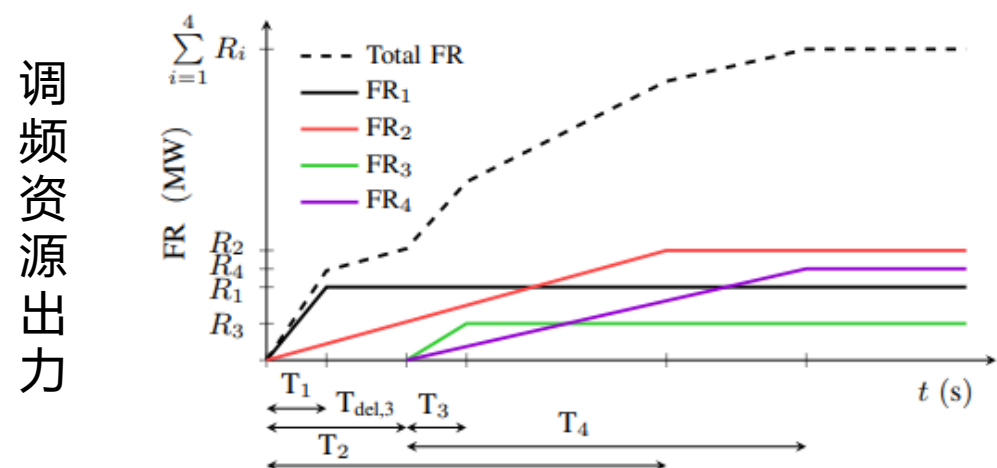


一、概述

●研究现状综述

- 目前关于频率最低点约束的研究，主要有以下三种方法。
- **第一类：假设调频资源在参与一次调频过程中按照恒定速率调节出力。**

文献[3]忽略负荷的惯性推导了二阶锥形式的频率最低点约束。



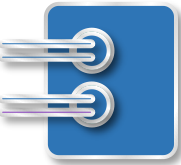
频率最低点约束

$$\Delta f(t) = \frac{f_0}{2(H+H_D)} \left[\sum_{j=n}^{|S|} \frac{R_j}{2T_j} t^2 + \sum_{i=1}^{n-1} R_i \left(t - \frac{T_i}{2} \right) - P_L \cdot t \right]$$

$$\left(\frac{H+H_D}{f_0} - \underbrace{\sum_{k \in \mathcal{K}} \frac{R_k (T_k + 2T_{del,k})}{4\Delta f_{max}}}_{= y_1} + \underbrace{\sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{R_l T_{del,l}^2 / T_l}{4\Delta f_{max}}}_{= y_2} \right) \underbrace{\sum_{l \in \mathcal{L}} \frac{R_l}{T_l}}_{= y_3}$$

$$\geq \frac{(P_L - \sum_{k \in \mathcal{K}} R_k + \sum_{l \in \mathcal{L}} R_l T_{del,l} / T_l)^2}{4\Delta f_{max}} \quad (11)$$

不足之处在于实际一次调频过程并不是恒定速率调节，假设性较强。



一、概述

●研究现状综述

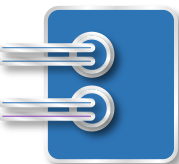
- 第二类：推导频率最低点约束时采用与实际一次调频一样的下垂控制方式，再将约束线性化。
- 首先简化频率控制模型，推导出频率最低点的表达式[4]

$$\Delta f(t) = -\frac{\Delta P_L}{T_j T_G \omega_n^2} - \frac{\Delta P_L}{T_j \omega_d} e^{-\zeta \omega_n t} \left(\sin(\omega_d t) - \frac{1}{\omega_n T} \sin(\omega_d t - \phi) \right)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{D + K_G}{T_j T_G}}, \zeta = \frac{T_j + D T_G}{2 \sqrt{T_j T_G (D + K_G)}}, \omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}, \phi = \arcsin(\sqrt{1 - \zeta^2})$$

$$\Delta f^{\text{nadir}} = -\frac{\Delta P_L}{D + K_G} \left(1 + \sqrt{\frac{K_G T_G}{T_j}} e^{\frac{T_j + D T_G}{2 T_j T_G} t_m} \right)$$

- 标红的变量中都含有机组组合变量，需要将其线性化。线性化的方法有分段线性化、基于机器学习方法的线性化等。

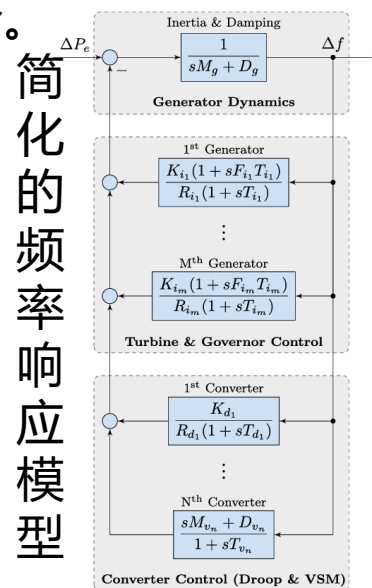


一、概述

●研究现状综述

- 第二类：推导频率最低点约束时采用与实际一次调频一样的下垂控制方式，再将约束线性化。

文献[5]首先简化频率响应模型，推导给定扰动下频率最低点约束的表达式，并采用分段线性化技术进行拟合。



频率安全约束

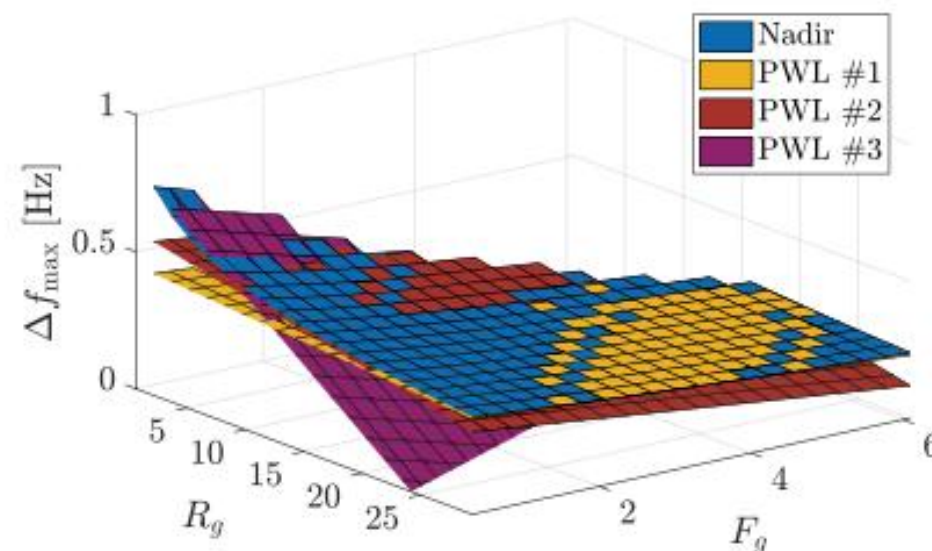
$$\left| \frac{f_b \Delta P}{D + R_g} \left(1 + \sqrt{\frac{T(R_g - F_g)}{M}} e^{-\zeta \omega_n t_m} \right) \right| \leq \Delta f_{\text{lim}},$$

$$\left| \frac{f_b \Delta P}{M} \right| \leq \dot{f}_{\text{lim}},$$

$$\left| \frac{f_b \Delta P}{D + R_g} \right| \leq \Delta f_{\text{ss,lim}},$$

分段线性化

$$\min_{\Psi} \sum_{\eta} \left(\max_{1 \leq \nu \leq \bar{\nu}} \left\{ a_{\nu} R_g^{(\eta)} + b_{\nu} F_g^{(\eta)} + c_{\nu} M^{(\eta)} + \right. \right. \\ \left. \left. - \Delta f_{\text{max}} \left(R_g^{(\eta)}, F_g^{(\eta)}, M^{(\eta)} \right) \right\} \right)^2,$$

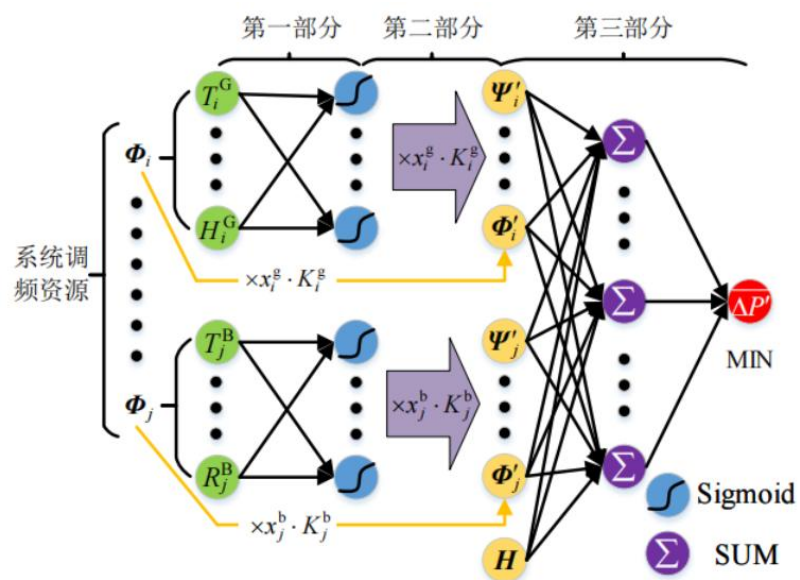


不足之处在于两步拟合可能造成拟合误差的叠加。

一、概述

●研究现状综述

- **第二类：推导频率最低点约束时采用与实际一次调频一样的下垂控制方式，再将约束线性化。**
- 文献[6]提出基于极限机器学习的频率最低点线性化方法。定义频率安全裕量为最大的有功扰动幅值，设计一种神经网络用于频率安全裕量的拟合，输入为系统的运行状态，输出为安全裕量。



$$\overline{\Delta P'} = \min_{1 \leq l \leq \mathcal{L}} \left(c_l \cdot [\Psi', \Phi', H]^T + h_l \right).$$

$$\begin{aligned} & \min_{c, h} \sum_{k=1}^{\mathcal{K}} \left(\overline{\Delta P_k} - \overline{\Delta P'_k} \right) \\ \text{s.t.} \quad & \overline{\Delta P_k} - \overline{\Delta P'_k} \geq 0, \forall 1 \leq k \leq \mathcal{K}, \\ & \sum_{1 \leq l \leq \mathcal{L}} y_{k,l} = 1, \forall 1 \leq k \leq \mathcal{K}, \\ & \sum_{1 \leq l \leq \mathcal{L}} \left[y_{k,l} \cdot \left(c_l \cdot [\Psi', \Phi', H]^T + h_l \right) \right] = \overline{\Delta P'_k}, \forall 1 \leq k \leq \mathcal{K}. \end{aligned}$$

$$\overline{\Delta P'_i} = \min_{1 \leq l \leq \mathcal{L}} \left(c_l \cdot [\Psi'_i, \Phi'_i, H_i]^T + h_l \right) \geq P_i, \quad \forall i \in \mathcal{I}.$$

一、概述

●研究现状综述

- 第三类：构造频率曲线的频域表达式，再反过来求发电机的调频功率（本节课用到的方法）。
- 首先同样也需要简化频率控制模型，通过将频率曲线的频域函数带入传递函数中求得发电机的调频功率[7]，其中a和b的值可根据RoCof和频率最低点拟合得到。（具体方法在下一章中详细介绍）

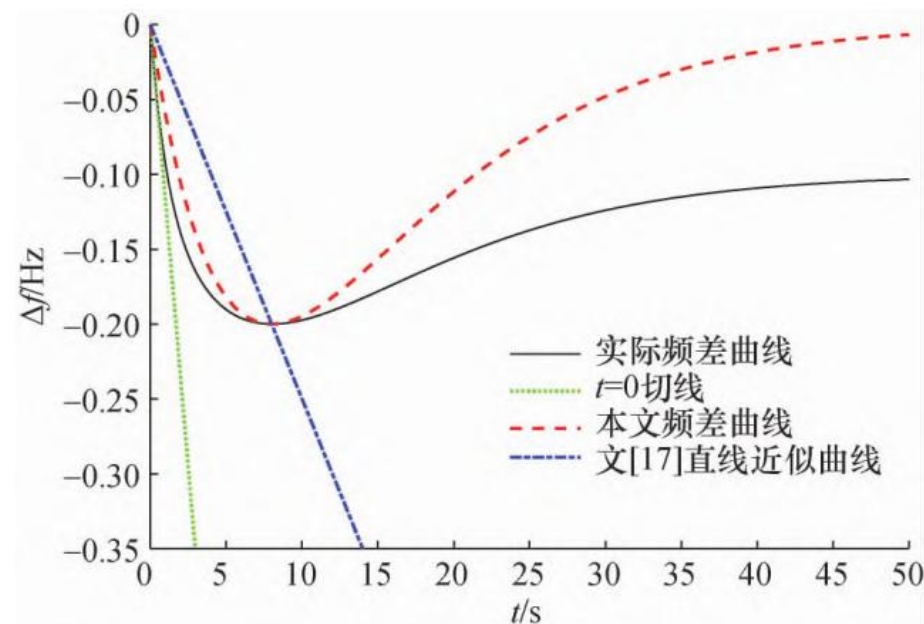
$$\Delta P_G = \sum_{i=1}^n \frac{K_{Gi}}{1 + sT_{Gi}} \Delta f. \quad \Delta f = -\frac{a}{(s+b)^2}$$

↓

$$\Delta P_{Gm} = \sum_{i=1}^n \frac{aK_{Gi}}{T_{Gi}b - 1} \left[\frac{T_{Gi}}{1 - T_{Gi}b} (e^{-1} - e^{-\frac{t_m}{T_{Gi}}}) - e^{-1}t_m \right]$$

↓

$$\sum_{i=1}^n \Delta P_{Gmi} - k_D \Delta f_m \geq \Delta P_L$$



汇报提纲

Outlines



一、概述

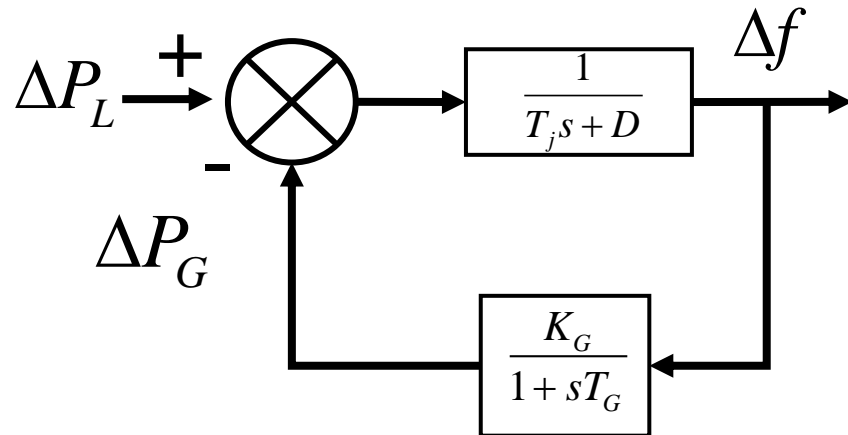
二、机组组合中频率安全约束的构造方法

三、任务描述

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●0.前提

- 只考虑机组的一次调频过程，不考虑二次调频过程；
- 假设故障为功率缺额（即负荷突增 ΔP_L ）；
- 采用**平均系统频率响应模型**（Average System Frequency, **ASF**），认为全网频率相同。将多台发电机聚合为一台“大机组”。
- 机组采用一阶惯性环节模拟一次调频过程。（变量含义上节课ppt已经给出）



$$T_j = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i T_{j,i}) / S_{\text{sys}}$$

$$D = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i D_i) / S_{\text{sys}}$$

$$T_G = T_{G,1} = \cdots = T_{G,N}$$

$$K_G = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i K_{G,i}) / S_{\text{sys}}$$

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束

- 频率最低点约束的表示形式为： $\Delta f^{\text{nadir}} \leq \Delta f_{cr}$

- 根据框图可以得到时域表达式：

$$\Delta P_L - \Delta P_G + T_j \frac{d\Delta f}{dt} + D\Delta f = 0$$

- 考虑频率最低点 t_m 的频率变化率为0，可以得到：

$$\Delta P_{G,t_m} - D\Delta f^{\text{nadir}} = \Delta P_L$$

- 如果在 t_m 时刻，机组提供的功率增量之和不小于系统初始功率缺额，系统最大频率偏差不会超过 Δf_{cr} ，可以认为满足频率安全约束。上式可表示为[7]：

$$\Delta P_{G,t_m} - D\Delta f_{cr} \geq \Delta P_L$$

- 上式即可作为频率最低点约束的等价条件，可以保证电力系统在遭受功率缺额 ΔP_L 后最大频率偏差不会超过 Δf_{cr} 。

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束

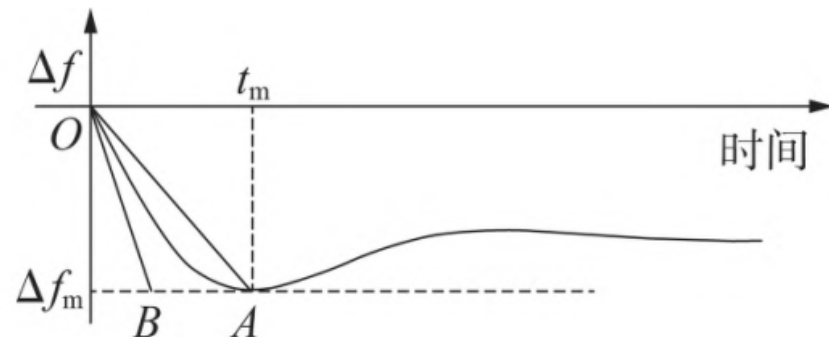
- 根据ASF模型，我们有

$$\Delta P_{G,t_m} = \frac{K_G}{1 + sT_G} \Delta f_{cr}$$

$$\Delta P_{G,t_m} - D\Delta f_{cr} \geq \Delta P_L$$

- 只要把 $t_m, \Delta P_{G,t_m}$ 表示出来即可成功构造约束。从动态频率响应曲线入手，构造频率响应模型函数，再转化到时域。
- 在扰动瞬间，频率变化率为 $\frac{df}{dt} = -\frac{\Delta P_L}{T_j}$ ，即为直线OB的斜率。
- 下面给出一种例子，不考虑衰减因子，假设曲线OA是正弦，可以求得[8]

$$k_{OA} = -\frac{2\Delta P_L}{\pi T_j}, t_m = -\frac{\pi T_j \Delta f_{cr}}{2\Delta P_L}$$



频率动态响应曲线

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束

- 直接线性化，采用直线OA近似曲线OA，频域表达式为 $\Delta f(s) = \frac{k_{OA}}{s^2}$
- 我们已知

$$\Delta P_{G,t_m} = \frac{K_G}{1 + sT_G} \Delta f_{cr}$$

- 直接带入，并进行Laplace反变换转换到时域上，得到聚合后的“大机组”在频率最低点的调频功率为：

$$\Delta P_{G,t_m} = \frac{2\Delta P_L K_G}{\pi T_j} \left[t_m - T_G (1 - e^{-\frac{t_m}{T_G}}) \right]$$

- 上式中仍存在非线性项，因为指数部分中分子中有 T_j 。一般情况下 $t_m < T_G$ ，对上式进行二阶泰勒展开：

$$\Delta P_{G,t_m}(t) = -K_G \Delta f_{cr} \frac{t_m}{2T_G} = \sum_{i=1}^{N_G} \left(\frac{S_i K_{G,i} \Delta f_{cr}}{4T_G S_{sys}} u_{i,t} \right) \sum_{i=1}^{N_G} \left(\frac{\pi \Delta f_{cr} S_i T_{j,i}}{\Delta P_L S_{sys}} u_{i,t} \right)$$

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束

●记 $\alpha_i = \frac{S_i K_{G,i} \Delta f_{cr}}{4T_G S_{sys}}, \beta_i = \frac{\pi \Delta f_{cr} S_i T_{j,i}}{\Delta P_L S_{sys}}$, 上式简化为 $\Delta P_{G,t_m}(t) = \sum_{i=1}^{N_G} \sum_{j=1}^{N_G} \alpha_i \beta_j u_{i,t} u_{j,t}$

●出现了0-1变量相乘, 记 $s_{ij,t} = u_{i,t} u_{j,t}, s_{ij,t} \in \{0,1\}$, 等价于:

$$\begin{cases} s_{ij,t} \leq u_{i,t} \\ s_{ij,t} \leq u_{j,t} \\ s_{ij,t} \geq u_{i,t} + u_{j,t} - 1 \end{cases}$$

$$\Delta P_{G,t_m}(t) = \sum_{i=1}^{N_G} \sum_{j=1}^{N_G} \alpha_i \beta_j s_{ij,t}$$

●此外, 还需考虑发电机最大容量限制, 得到发电机实际调频功率为:

$$\Delta P_{G,t} = \min \left\{ \Delta P_{G,t_m}(t), \sum_{i=1}^{N_G} (u_{i,t} P_{Gi,max} - P_{Gi,t}) \right\}$$

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束（讨论）

- 上面上面的方法相比于将约束 $\Delta f^{\text{nadir}} \leq \Delta f_{cr}$ 线性化的优点在哪？

——计算简单，无需推导频率最低点表达式，并且线性化方法比较简单，可以直接得到线性化的约束。而下式中D，KG，Tj中都含有机组组合变量，具有严重的非线性，线性化很困难。

$$|\Delta f^{\text{nadir}}| = \left| -\frac{\Delta P_L}{D + K_G} \left(1 + \sqrt{\frac{K_G T_G}{T_j}} e^{-\frac{T_j + D T_G}{2 T_j T_G} t_m} \right) \right| \leq \Delta f_{cr}$$

- 聚合发电机是否准确？——不准确，在必做任务中需要讨论。因为每台发电机都有自身的最大出力限制，加和之后只有总出力的约束，忽略了单台发电机的限制，可能实际上并不能满足频率安全的要求。

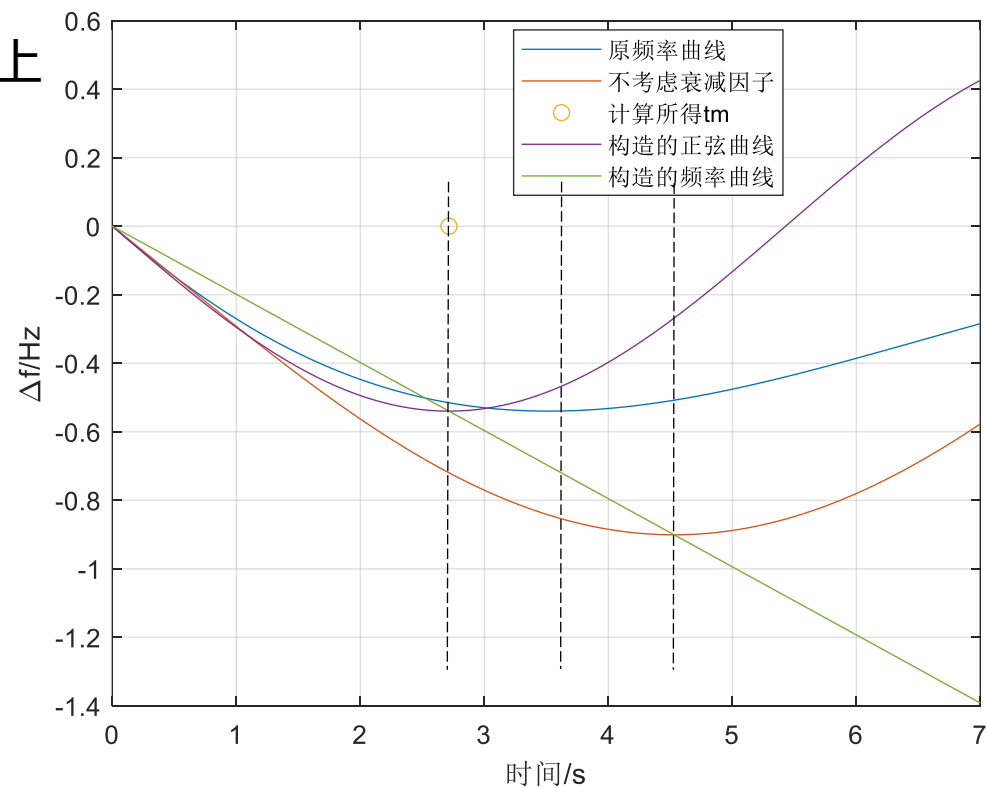
二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●1.频率最低点约束（讨论）

- 本章构造的线性化约束是否精确？

——不是十分精确，并且过于保守，但在工程上是可以接受的。原因如下：

- 忽略衰减因子后并不是完美的正弦，而是正弦向右下平移一小段距离，但构造OA直线斜率差别不大（图中可以看出）。
- 在到达频率最低点之前，直线OA所对应的 Δf 小于不考虑衰减因子时的频率偏差。
- 此外，由于衰减因子的存在，OA直线的斜率本身就要比 $\frac{2}{\pi}k_{OB}$ 要小，计算tm偏小；
- 因此计算得到的 $\Delta P_{G,t_m}$ 要比实际值更小，



二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●2.频率变化率约束

- 在大扰动出现的最初一段时间一次调频尚未动作，仅靠在线机组和负荷的惯性支撑系统频率，频率快速变化。许多发电机组上装有**频率变化率**（Rate of Change Frequency, **RoCoF**）保护装置，识别到系统频率快速变化时，这些保护装置关停发电机避免其运行在孤岛状态。
- RoCoF限值具体还是要根据电网中配置的保护装置触发值进行选值。
- 为了避免触发保护，需要限制扰动后RoCoF不能高于限值。刚发生扰动时频率变化率最大，约束可表示如下：

$$-\text{RoCoF}_{\max} \leq \frac{|\Delta P_L|}{T_j} \leq \text{RoCoF}_{\max} \quad T_j = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i T_{j,i}) / S_{\text{sys}}$$

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●3.准稳态频率约束

- 一次调频发挥作用后将系统频率恢复至准稳态，电力系统要求准稳态频率偏差不能超过一定值。电力系统的准稳态频率取决于负荷阻尼、参与一次调频的发电机组的工频特性系数。（用上节课推出的频率表达式很容易得到）
- 系统准稳态频率约束可表示如下：

$$\Delta f^{\text{SS}} = \frac{|\Delta P_L|}{D + K_G} \leq \Delta f_{\text{max}}^{\text{SS}}$$

$$D = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i D_i) / S_{\text{sys}} \quad K_G = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i K_{G,i}) / S_{\text{sys}}$$

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

●4. 频率安全约束总结

●频率最低点约束

$$\Delta P_{G,t_m}(t) = \sum_{i=1}^{N_G} \sum_{j=1}^{N_G} \alpha_i \beta_j s_{ij,t} \quad \alpha_i = \frac{S_i K_{G,i} \Delta f_{cr}}{4 T_G S_{sys}}, \beta_i = \frac{\pi \Delta f_{cr} S_i T_{j,i}}{\Delta P_L S_{sys}} \quad \Delta P_{G,t_m} - D \Delta f_{cr} \geq \Delta P_L$$

$$\begin{cases} s_{ij,t} \leq u_{i,t} \\ s_{ij,t} \leq u_{j,t} \\ s_{ij,t} \geq u_{i,t} + u_{j,t} - 1 \end{cases}$$

●最大频率变化率约束

$$-\text{RoCoF}_{\max} \leq \frac{|\Delta P_L|}{T_j} \leq \text{RoCoF}_{\max} \quad T_j = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i T_{j,i}) / S_{sys}$$

●准稳态频率偏差约束

$$\Delta f^{ss} = \frac{|\Delta P_L|}{D + K_G} \leq \Delta f_{\max}^{ss} \quad D = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i D_i) / S_{sys} \quad K_G = (\sum_{i=1}^N u_{i,t} S_i K_{G,i}) / S_{sys}$$

- 可以看出，以上三条约束本质上都是对系统总惯量（阻尼）的约束，然后转换成与机组状态变量相关的约束。

汇报提纲

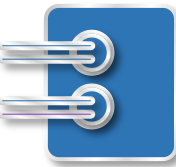
Outlines



一、概述

二、机组组合中频率安全约束的构造方法

三、任务描述



三、任务描述

注意，本次作业所有任务均认为全网频率一致。

● 必做任务

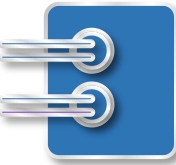
- 基于给出的case文件和负荷数据，在稳态机组组合的基础上添加频率安全约束，并与不添加频率安全约束的结果进行对比，分析出现这样的情况的原因。
- 不进行发电机的聚合操作，自行推导并添加频率安全约束。

● 进阶任务

- 考虑更精细的火电机组有功-频率传递函数为 $G_i(s) = \frac{K_{Gi}(F_{Ri}T_{Ri}s + 1)}{1 + sT_{Ri}}$ ，推导频率最低点约束，完成SCUC。
- 从 Δf^{nadir} 的表达式出发，探索将约束 $\Delta f^{\text{nadir}} \leq \Delta f_{cr}$ 直接分段线性化的方法。

● 探索任务

- 采用人工智能（最好用SVM或以ReLU作为激活函数的NN）的方法，得到频率最低点约束计算的代理模型（Surrogate Model）。学有余力的同学将代理模型嵌入SCUC中代替本节课的频率安全约束。



参考文献

- [1] Zhang Z, Du E, Teng F, et al. Modeling frequency dynamics in unit commitment with a high share of renewable energy[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(6): 4383-4395.
- [2] Shi Q, Li F, Cui H. Analytical Method to Aggregate Multi-Machine SFR Model With Applications in Power System Dynamic Studies[J/OL]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(6): 6355-6367. DOI: 10.1109/TPWRS.2018.2824823.
- [3] Badesa L, Teng F, Strbac G. Optimal Portfolio of Distinct Frequency Response Services in Low-Inertia Systems[J/OL]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(6): 4459-4469. DOI: 10.1109/TPWRS.2020.2997194.
- [4] U. Markovic, Z. Chu, P. Aristidou and G. Hug, “LQR-Based Adaptive Virtual Synchronous Machine for Power Systems With High Inverter Penetration,” IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 10, no. 3, pp. 1501-1512, July 2019.
- [5] Paturet M, Markovic U, Delikaraoglou S, et al. Stochastic Unit Commitment in Low-Inertia Grids[J/OL]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(5): 3448-3458. DOI: 10.1109/TPWRS.2020.2987076.
- [6] Liu L, Hu Z, Wen Y, et al. Modeling of frequency security constraints and quantification of frequency control reserve capacities for unit commitment[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023.
- [7] 易佩,景志滨,徐飞,等.考虑频率安全约束的电力系统临界惯量计算[J].清华大学学报(自然科学版),2022,62(10):1721-1729.DOI:10.16511/j.cnki.qhdxxb.2022.21.013.
- [8] 宋晓芳,周海强,薛峰,等.计及源荷不确定性及频率安全的电力系统区间优化调度方法[J].电力自动化设备,2022,42(07):212-220.DOI:10.16081/j.epae.202206004.

报告结束，
欢迎提问！

