

Homework 7

6. 已知系统的特征方程, 试判断下列系统的稳定性。

(1) $D(z) = (z + 0.91)(z + 0.5)(z - 0.72) = 0$

(2) $D(z) = z^2 + 2.3z + 3.1 = 0$

(1) $z_1 = -0.91, z_2 = -0.5, z_3 = 0.72$

全部特征根都在单位圆内, 故系统稳定

(2) 代入 $z = \frac{1+w}{1-w}$, 可得:

$$\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^3 + 0.58\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2 + 0.36\left(\frac{1+w}{1-w}\right) + 0.81 = 0$$

$$(1+3w+3w^2+w^3) + 0.58(1+w-w^2-w^3) + 0.36(1-w-w^2+w^3) + 0.81(1-3w+3w^2-w^3) = 0$$

↓↓

$$-0.03w^3 + 4.49w^2 + 0.79w + 2.75 = 0$$

系数符号不相同, 故系统不稳定

7. 已知系统的结构如图 T7.3 所示, 试求 $T = 1$ 和 $T = 0.1$ 时, 系统稳定的临界放大倍数 K 。

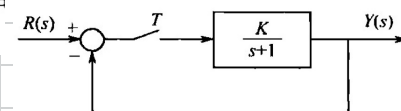


图 T7.3

$$G_o(s) = \frac{K}{s+1} \Rightarrow G_o(z) = \frac{Kz}{z-e^{-T}}$$

特征方程: $D(z) = z - e^{-T} + Kz = (1+K)z - e^{-T} = 0$

特征根: $z = \frac{e^{-T}}{1+K}$

系统稳定必需满足:

$$1+K > e^{-T}$$

$$K > e^{-T} - 1$$

① $T = 1$

$$K > e^{-1} - 1$$

$$K > -0.632$$

② $T = 0.1$

$$K > e^{-0.1} - 1$$

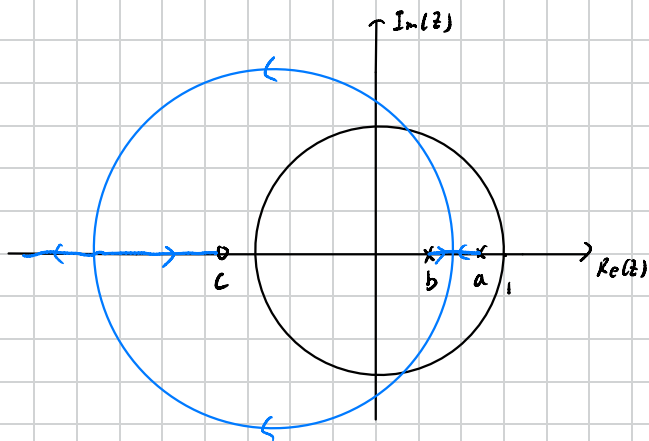
$$K > -0.095$$

10. 已知系统开环脉冲传递函数如下, 试绘制系统的根轨迹草图。

$$(1) G_0(z) = \frac{K(z+c)}{(z-a)(z-b)}, \text{ 其中 } a, b, c \text{ 为正实数, } 1 > a > b > 0, c > 1.$$

$$p_1 = a, \quad p_2 = b$$

$$z_1 = -c$$



11. 已知采样离散控制系统的闭环脉冲传递函数, 求其离散状态空间方程。

$$(2) G(z) = \frac{z^2 + 2z + 1}{z^2 + 6z + 5}$$

$$G(z) = \frac{z^2 + 2z + 1}{z^2 + 6z + 5} = 1 + \frac{-4z - 4}{z^2 + 6z + 5}$$

状态空间方程:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [-4 \quad -4] \cdot \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + u(k)$$