第一次作业

1. **绝对值损失函数下的线性回归** 已测得 n 组数据 $(x_1,y_1),\cdots,(x_n,y_n)$,其中 $x_i\in\mathbb{R}$ 是输入, $y_i\in\mathbb{R}$ 是输出。欲将 y 表示为 x 的线性函数,即 y=ax+b,求最优系数 a 和 b 使得该线性回归模型在训练数据上的平均绝对误差

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{|y_i - ax_i - b|}{n}$$

最小。写出对应的线性规划问题,可以引入额外变量。

- 2. **电力市场出清** 考虑一个单时段电力市场,该时段负荷为已知常数。参与市场的发电商需提交供电竞标,每个竞标由价格和供应量对 (λ, P_m) 组成。例如,竞标对 (50,100) 表示发电商愿意以 50 美元每单位的价格提供最多 100 单位电力,实际需求取决于电力市场的出清结果。每个发电商可以提供多组竞标对。市场出清时
 - 对某个竞标对 (λ, P_m) ,市场可以选择供应量 $p \in [0, P_m]$,并支付发电商 λp 美元。
 - 如果一个发电商提交了多个竞标,那么该发电商的总供应量等于所有中标供应量之和。
 - 电力市场出清即选择若干投标,目标是以最低成本供应负荷需求。

某时段负荷为 100 单位,两个发电商提供的竞标如下表所示:

发电商 1			发电商 2			
标号	λ (\$)	P_m (p.u.)	标号	λ (\$)	P_m (p.u.)	
1-1	30	15	2-1	18	15	
1-2	20	20	2-2	26	40	
1-3	25	30	2-3	32	25	

- (1) 写出电力市场出清的线性规划模型。
- (2) 结合该问题的特点,设计一种简便方法确定最优解。
- 3. **多时段生产计划** 工厂未来 6 个小时的电能需求量如下(单位: p.u.):

第1小时	第2小时	第 3 小时	第 4 小时	第 5 小时	第6小时
370	430	380	450	520	440

工厂配备的发电机每小时可以生产 420p.u. 电能,成本为 40 元/p.u.;还可以向电网以 45 元/p.u. 的价格购电,受变压器容量所限,每小时购电不超过 80p.u.。电能可以提前生产并存储在第三方运营的商业化储能电站中,存储成本为每 p.u. 每小时 3 元,假设储能容量无穷大并忽略损耗。工厂每小时的负荷必须满足。当前储能电站中尚存有 10 单位电能。工厂希望计划未来 6 小时的发电机产能、网购电以及存储计划以最小化总成本。写出最优生产计划的线性规划模型。

提示:以 R_t 表示第 t 个小时发电机产能, O_t 表示第 t 个小时向电网购电, I_t 表示第 t 个小时储存的电能,其中 $t=1,2,\cdots,6$ 。存储费每小时结算,无需追踪电能的生产时间。关键步骤是写出时段 t 的变量和时段 t+1 的变量之间的关系。

4. **人力资源** 市供电局计划聘用若干技术工人执行设备维护工作,聘用人员需签订全时劳动合同,即连续工作 5 天 (不一定是周一到周五),然后休息 2 天。每天设备检修工作所需最低人数如表所示,实际工作人数可以大于最低人数。

星期	_	=	三	四	五.	六	日
最低人数	17	13	14	16	18	24	24

- (1) 最少需要聘用多少技术工人才能满足工作需求?给出方案(即每个连续的五天聘用的人数,为得到线性规划模型,此处假设人数为连续变量,写出模型即可,不用求解)。
- (2) 假设可以聘用两个半时技工 (一天工作 4 小时,不需要连续工作) 替代一个全时技工,并规定半时技工承担的工作量不得超过总工作量的 1/4,半时技工薪酬为 24 元/天,全时技工薪酬为 80元/天。那么如何制订聘用方案,在满足工作要求的前提下,使供电局支付的工资总额最少?

5. 用图解法求解如下线性规划问题

$$\max \quad 0.65x + 0.45y \qquad \qquad \max \quad 4x + y$$
s.t. $2x + 3y \le 40$ s.t. $3x + 2y \ge 12$

$$(a) \qquad 3x + 1.5y \le 30 \qquad \qquad (b) \qquad 2x - 6y \le -18$$

$$x \le 9 \qquad \qquad x - y \le 2$$

$$x, y \ge 0 \qquad \qquad x, y \ge 0$$