期中测验要求：

- 独立完成，时间80分钟
- 闭卷考试，不能带任何参考书、讲义和习题解答
- 自带计算器、直尺、铅笔、钢笔、红色和蓝色签字笔等文具

1

上节课要点回顾

Bode图　开环对数频率特性图

$$G_0(j\omega)=|G_0(j\omega)|\angle G_0(j\omega)=A(\omega)e^{j\Phi(\omega)}$$

★对数幅频特性定义　$L(\omega)=20\lg A(\omega)$

单位：分贝 dB，1贝尔＝20分贝

★相频特性以相角$\Phi(\omega)$为纵坐标，不取对数；横坐标为角频率，按对数分度，单位为弧度/秒(rad/s)

上节课要点回顾

1、确定低频段Bode图位置

$$\omega = 1 \qquad L(\omega) = 20\lg k$$

斜率由积分环节决定

$$r = 0 \qquad 0\text{dB/dec}$$
$$r = 1 \qquad -20\text{dB/dec}$$
$$r = 2 \qquad -40\text{dB/dec}$$

2、依次绘制惯性环节、2阶振荡环节转折频率以后的Bode图的渐近线

根据每个环节转折频率后的斜率对各频段的斜率进行增减。

上节课要点回顾

相频特性曲线绘制步骤:

1、确定系统相频特性的渐近线;

★低频段由积分环节个数r决定相频角度 $\Phi(\omega)=-90^{\circ}\times r$

★中高频段根据每个环节的情况对转折频率后相位角进行增减

2、根据相频特性的渐近线绘制相频特性曲线的草图

★某频段渐近线有使相频特性曲线接近它的趋势，又影响临近频率段相频特性曲线的值，该段的频程越长则影响越大，频程越短则影响越小;

★在相频特性曲线低频段小于最低转折频率的10倍频程的频段和高频段大于最高转折频率的10倍频程的频段，趋于与渐近线重合;

4

上节课要点回顾

最小相位系统： 如果一个系统传递函数的全部零极点都位于s平面左半平面或虚轴上，则称为**最小相位系统**。

★幅频特性相同的系统中，最小相位系统的相位变化最小；

★幅频特性确定后，其对应的最小相位系统是唯一的；

最小相位系统幅频特性和相频特性一一对应。

稳定裕量是评价一个稳定系统的相对稳定性的大小。

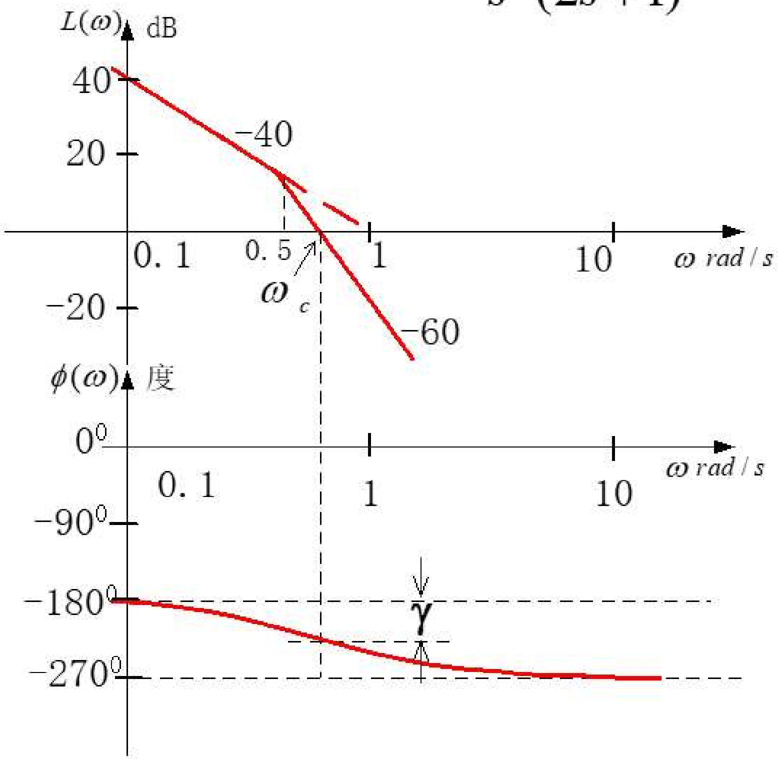
★在频域范围，稳定裕度可以用幅值裕量和相角裕量来表示。

①基于Nyquist判据　②只适合于开环最小相位系统系统

5

幅值裕量和相角裕量计算示例

例4.11 $G_0(s)=\dfrac{1}{s^2(2s+1)}$



①低频段 $\omega=1$

$$20\lg k = 20\lg 1 = 0\mathrm{dB}$$

$$-40\mathrm{db/dec}$$

②转折频率

$$\omega=\frac{1}{T}=\frac{1}{2}=0.5$$

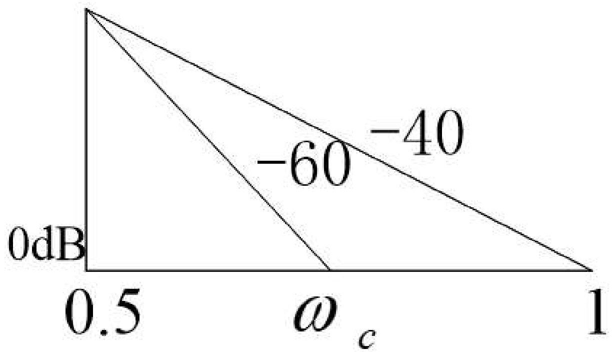
$$-20\mathrm{db/dec}$$

相频特性低频段为 -180^0，高频段为 -270^0

6

幅值裕量和相角裕量计算示例

计算相角裕量



$$60\lg\frac{\omega_c}{0.5}=40\lg\frac{1}{0.5}$$

$$40\lg\frac{1}{0.5}\approx 12$$

$$\lg\frac{\omega_c}{0.5}\approx\frac{12}{60}\approx\lg 1.58$$

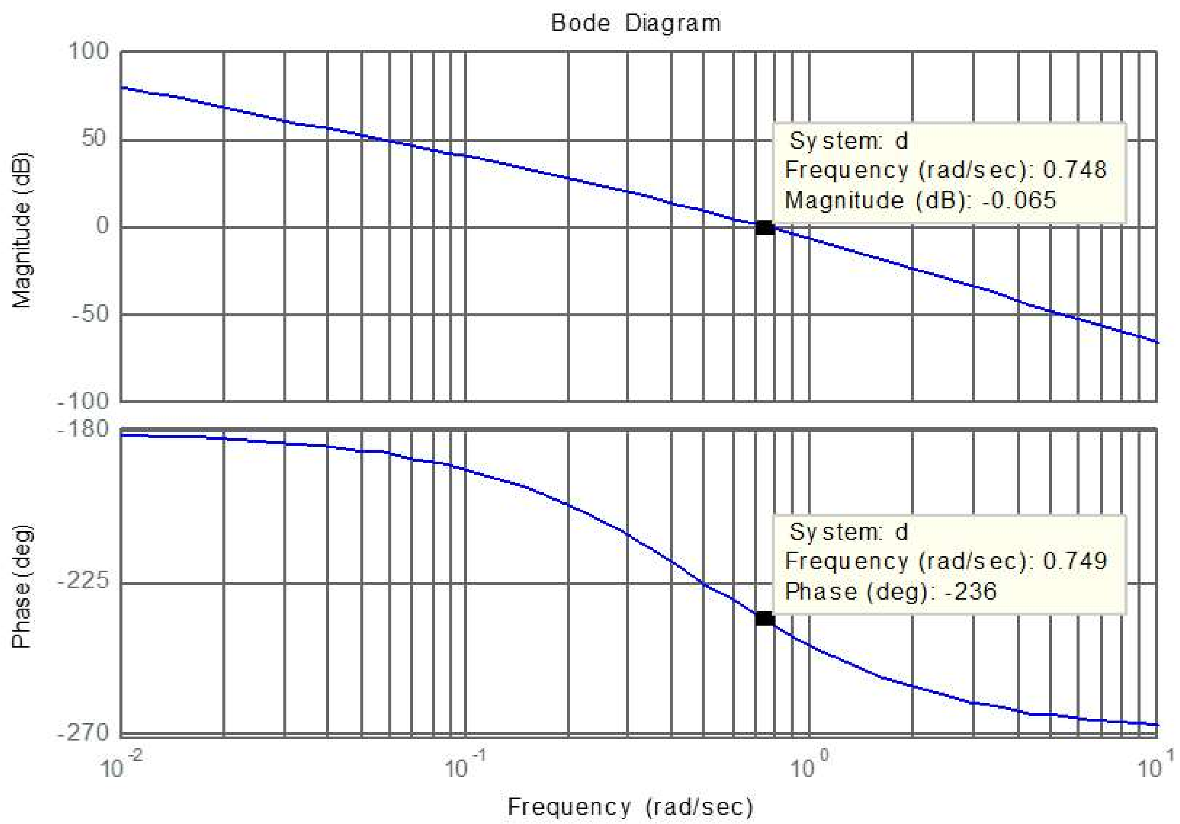
$$\omega_c=0.5\times 1.58=0.79$$

$$\gamma=180^0+\Phi(\omega_{c1})=180^0-180^0-tg^{-1}(2\omega_c)$$

$$=-tg^{-1}(2\omega_c)=-57.7^0$$

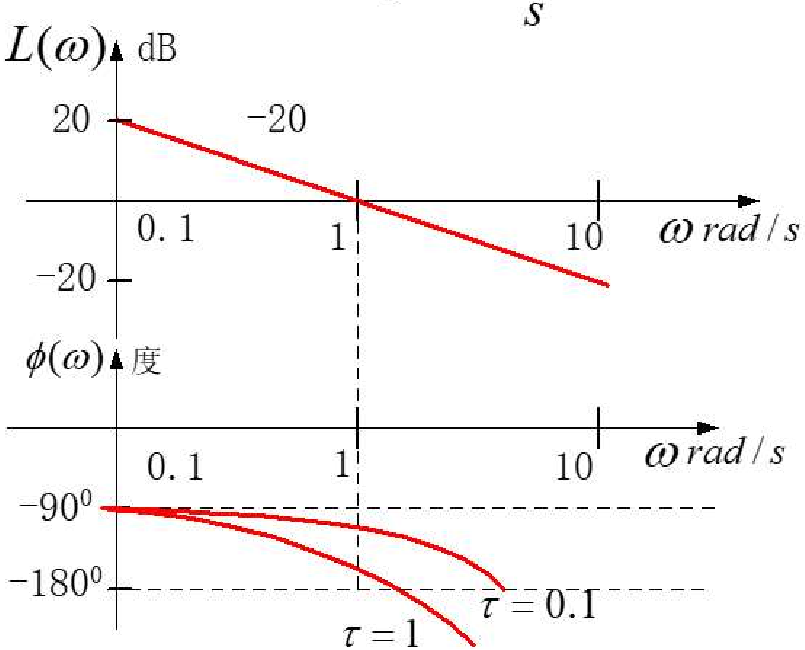
系统不稳定

幅值裕量和相角裕量计算示例



幅值裕量和相角裕量计算示例

例4.12 $G_0(s) = \dfrac{1}{s}e^{-\tau s}$ $\qquad \left| e^{-j\tau\omega} \right| = 1$



幅频特性

$$|G_0(j\omega)| = \left| \frac{1}{j\omega} e^{-j\tau\omega} \right| = \frac{1}{\omega}$$

$$\Phi(\omega) = -90^0 - 57.3^0 \times \tau\omega$$

相角裕量

$\tau = 0.1$

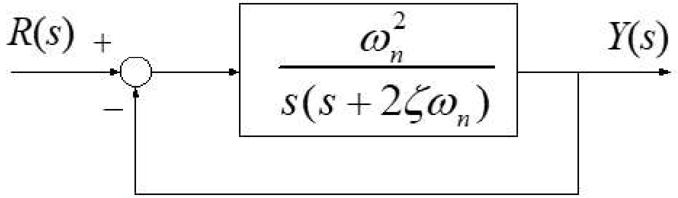
$$\Phi(1) = -90^0 - 5.73^0 = -95.7^0$$

$\gamma = 84.3°$

$\tau = 1 \qquad \Phi(1) = -90^0 - 57.3^0 = -147.3^0 \qquad \gamma = 32.7°$

幅值裕量和相角裕量计算示例

例



开环传递函数

$$G_0(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$$

开环频率特性

$$G_0(j\omega)=\frac{\omega_n^2}{j\omega(j\omega+2\zeta\omega_n)}=\frac{\omega_n^2}{\omega\sqrt{\omega^2+4\zeta^2\omega_n^2)}}\angle(-90^\circ-arctg\frac{\omega}{2\zeta\omega_n})$$

幅值穿越频率 ω_c

$$\left|G_0(j\omega_c)\right|=\frac{\omega_n^2}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+4\zeta^2\omega_n^2)}}=1 \quad \Rightarrow \quad \omega_c=\omega_n\left(\sqrt{4\zeta^4+1}-2\zeta^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

相角裕量

$$\gamma=180^0+\angle G_0(j\omega_c)=90^\circ-arctg\frac{\omega_c}{2\zeta\omega_n}$$

$$=arctg\frac{2\zeta\omega_n}{\omega_c}=arctg\left[2\zeta\left(\sqrt{4\zeta^4+1}-2\zeta^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

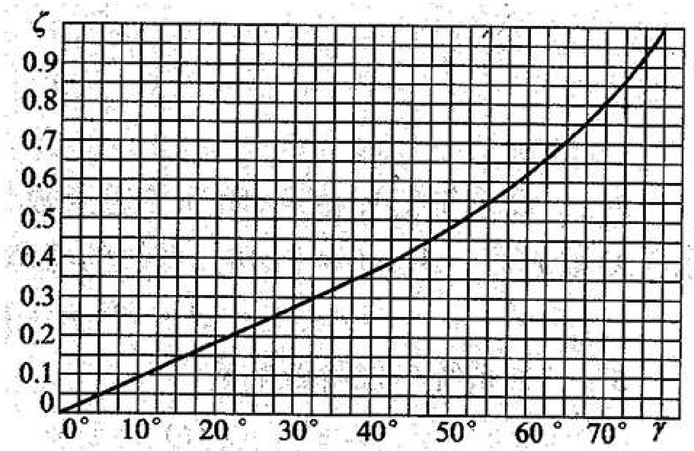
10

幅值裕量和相角裕量计算示例

$$\frac{d}{d\zeta}\left(\sqrt{4\zeta^4+1}-2\zeta^2\right)=\frac{4\zeta}{\sqrt{4\zeta^4+1}}(2\zeta^2-\sqrt{4\zeta^4+1})<0$$

$$\gamma = arctg\left[2\zeta\left(\sqrt{4\zeta^4+1}-2\zeta^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right]$$

只与阻尼比ζ有关，且是ζ的增函数



典型二阶系统的 γ-ζ 曲线

★典型二阶系统的相角裕度γ与阻尼比ζ存在一一对应关系

★当选定γ后，可由γ—ζ曲线确定ζ，可由ζ确定$\sigma\%$和t_s

$$\sigma\%=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}\times100\%$$

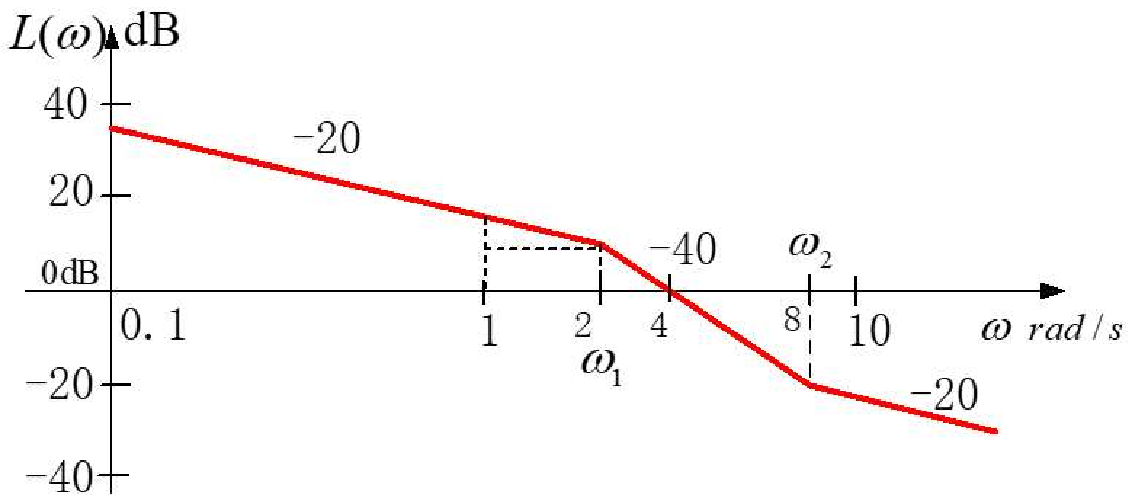
$$t_s=\frac{4}{\zeta\omega_n}=\frac{4T}{\zeta}$$

11

最小相位系统的幅频特性

1、最小相位系统的开环幅频特性$L(\omega)$能唯一确定系统的开环传递函数

例4.13

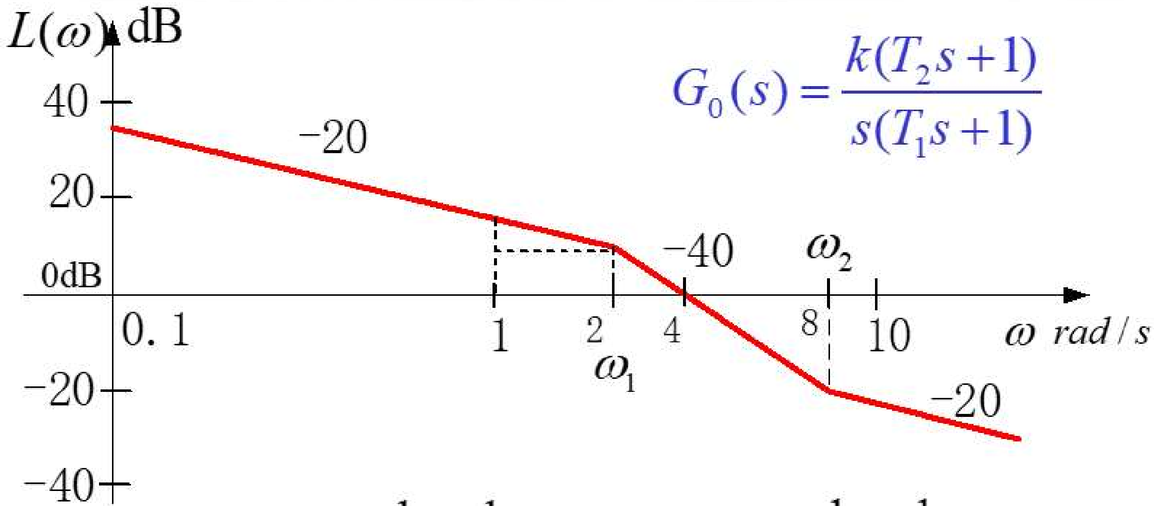


(1)由幅频特性写传递函数

$$G_0(s)=\frac{k(T_2s+1)}{s(T_1s+1)}$$

12

最小相位系统的幅频特性



$$G_0(s)=\frac{k(T_2 s+1)}{s(T_1 s+1)}$$

(2)求时间常数　$T_1=\frac{1}{\omega_1}=\frac{1}{2}=0.5$　　$T_2=\frac{1}{\omega_2}=\frac{1}{8}=0.125$

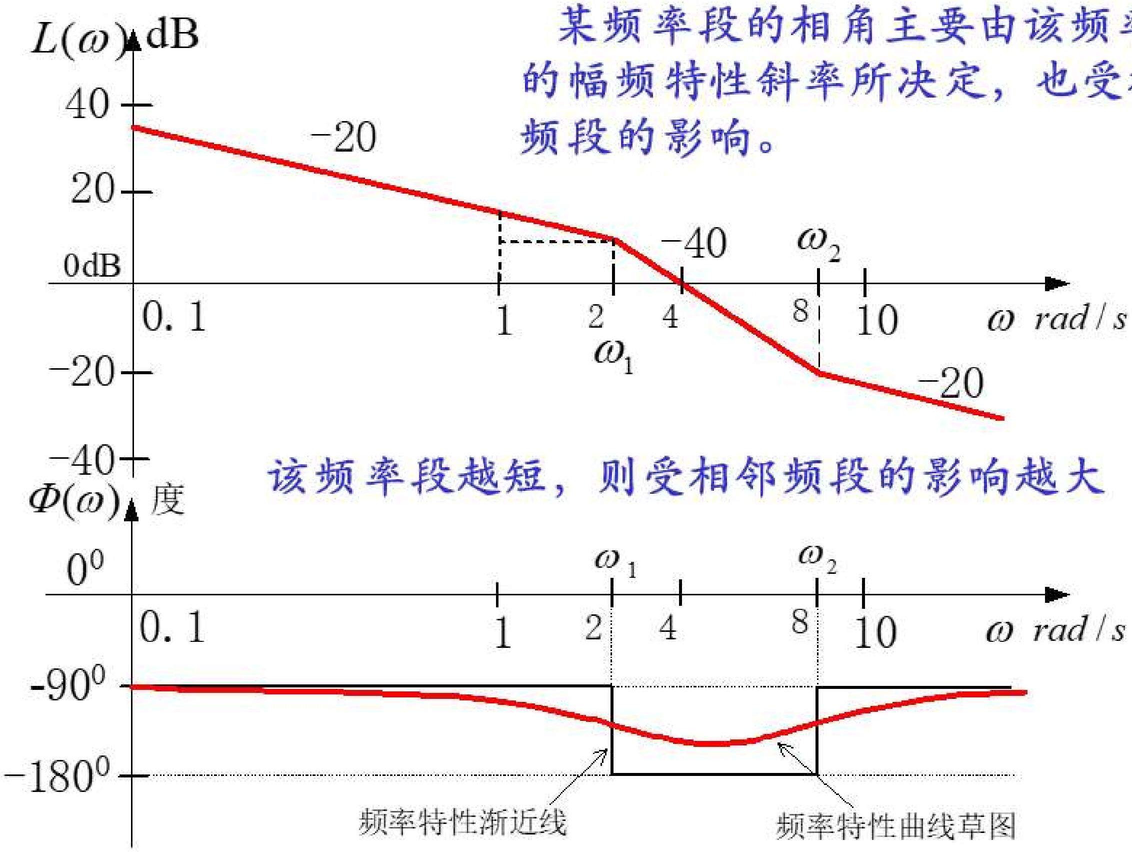
(3)求*k*　$L(1)=20\lg k=20\lg 2+40(\lg 4-\lg 2)=60\lg 2=20\lg 2^3$

得 $k=8$

$$G_0(s)=\frac{8(0.125s+1)}{s(0.5s+1)}$$

最小相位系统的幅频特性

某频率段的相角主要由该频率段的幅频特性斜率所决定，也受相邻频段的影响。



该频率段越短，则受相邻频段的影响越大

14

最小相位系统

例4.9 $G_1(s)=T_1s+1$ $G_2(s)=T_1s-1$

$G_3(s)=-T_1s+1$ $G_4(s)=-T_1s-1$

$$L_1(\omega)=L_2(\omega)=L_3(\omega)=L_4(\omega)=20\lg\left(\sqrt{1+(T_1\omega)^2}\right)$$

$\Phi_1(\omega)=tg^{-1}(T_1\omega)$ $\omega:0\to+\infty$ $\Phi_1(\omega):0^\circ\to 90^\circ$

$\Phi_2(\omega)=180^\circ-tg^{-1}(T_1\omega)$ $\omega:0\to+\infty$ $\Phi_2(\omega):180^\circ\to 90^\circ$

$\Phi_3(\omega)=-tg^{-1}(T_1\omega)$ $\omega:0\to+\infty$ $\Phi_3(\omega):0^\circ\to -90^\circ$

$\Phi_4(\omega)=180+tg^{-1}(T_1\omega)$ $\omega:0\to+\infty$ $\Phi_4(\omega):180^\circ\to 270^\circ$

最小相位系统

例4.9 $G_1(s)=\dfrac{1}{T_1s+1}$ $\quad G_2(s)=\dfrac{1}{T_1s-1}$

$G_3(s)=\dfrac{1}{-T_1s+1}$ $\quad G_4(s)=\dfrac{-1}{T_1s+1}$

$$L_1(\omega)=L_2(\omega)=L_3(\omega)=L_4(\omega)=20\lg\left(\frac{1}{\sqrt{1+(T_1\omega)^2}}\right)$$

$\Phi_1(\omega)=-tg^{-1}(T_1\omega)$ $\quad \omega:0\to+\infty \quad \Phi_1(\omega):0^\circ\to-90^\circ$

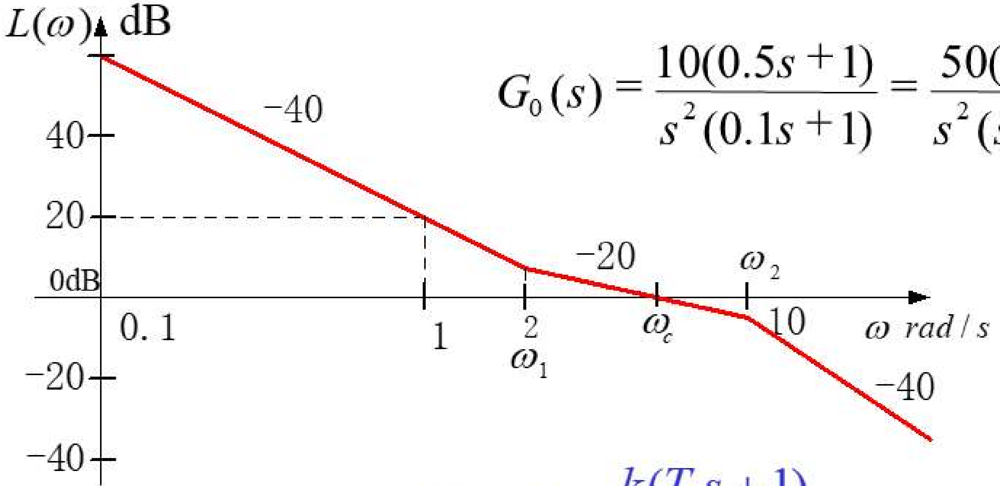
$\Phi_2(\omega)=180^\circ+tg^{-1}(T_1\omega)$ $\quad \omega:0\to+\infty \quad \Phi_2(\omega):180^\circ\to270^\circ$

$\Phi_3(\omega)=tg^{-1}(T_1\omega)$ $\quad \omega:0\to+\infty \quad \Phi_3(\omega):0^\circ\to90^\circ$

$\Phi_4(\omega)=180-tg^{-1}(T_1\omega)$ $\quad \omega:0\to+\infty \quad \Phi_4(\omega):180^\circ\to90^\circ$

最小相位系统的幅频特性

例4.14



$$G_0(s)=\frac{10(0.5s+1)}{s^2(0.1s+1)}=\frac{50(s+2)}{s^2(s+10)}$$

(1)写开环传递函数表达式 $G_0(s)=\dfrac{k(T_1s+1)}{s^2(T_2s+1)}$

(2)时间常数 $T_1=\dfrac{1}{\omega_1}=\dfrac{1}{2}=0.5$ $\quad T_2=\dfrac{1}{\omega_2}=\dfrac{1}{10}=0.1$

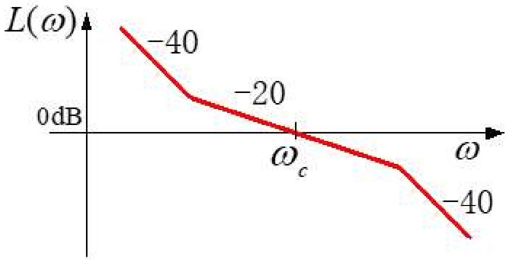
(3)求k $\omega=1$ $\quad 20\lg k=20$ $\quad k=10$ $\quad$ **(4)求ω_c**

17

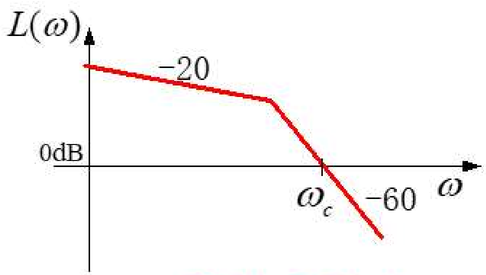
最小相位系统的幅频特性

最小相位系统穿越0dB线的幅频特性斜率决定了系统的性能

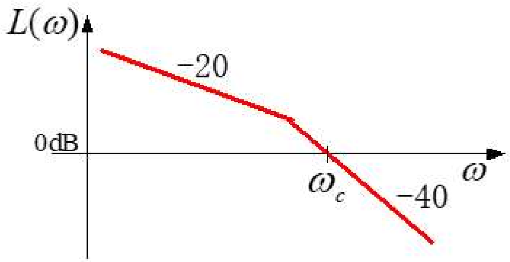
★要使系统稳定并有足够稳定裕量，应使$L(\omega)$以－20dB/dec斜率穿越0dB线，并保持ω_c前后有一定宽度（约10倍频程左右）



系统稳定，有足够稳定裕量



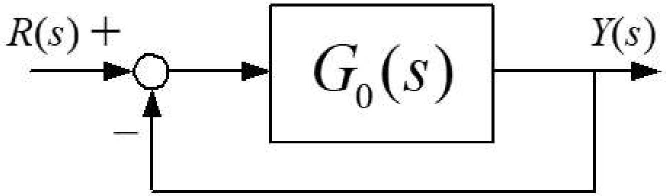
系统不稳定



系统可能稳定

4.5 闭环频率特性和带宽

$$G(s)=\frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}$$



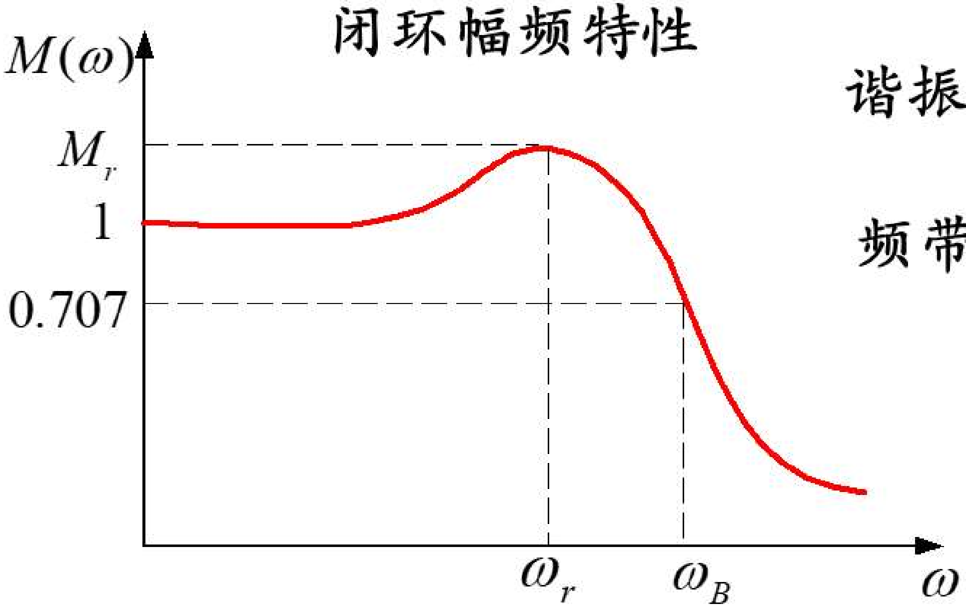
闭环频率特性——系统运行时的频率特性

$$G(j\omega)=\frac{G_0(j\omega)}{1+G_0(j\omega)}=M(\omega)e^{j\alpha(\omega)}$$

$M(\omega)$为闭环幅频特性

$\alpha(\omega)$为闭环相频特性

4.5 闭环频率特性和带宽



谐振峰值M_r

频带宽度ω_B

一个具有工程实用价值的系统，其闭环传递函数中不含积分环节，由此注意其闭环幅频特性的特征。

20

4.5 闭环频率特性和带宽

$$G_1(s)=\frac{400}{s^2+20s+400}$$

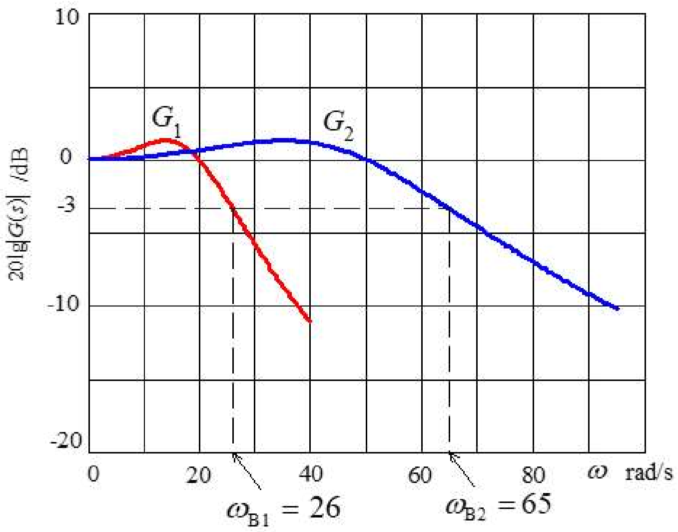
$\zeta_1=0.5 \quad \omega_{n1}=20$

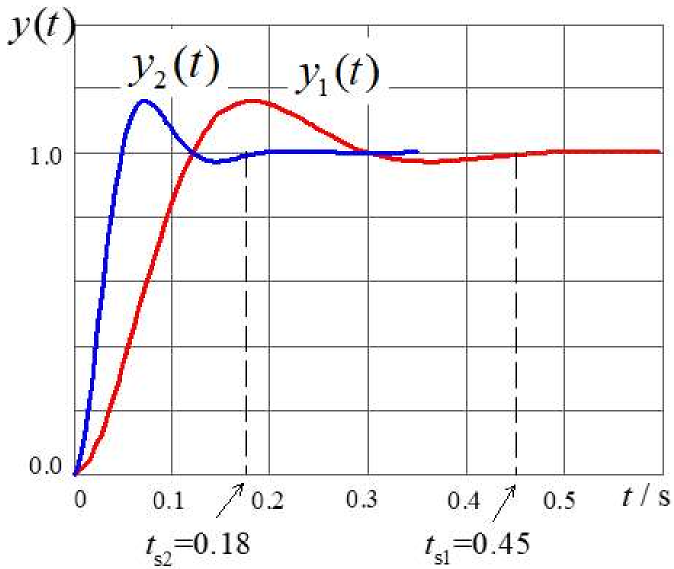
$\omega_{B1}=26 \quad t_{s1}=0.45s$

$$G_2(s)=\frac{2500}{s^2+50s+2500}$$

$\zeta_2=0.5 \quad \omega_{n2}=50$

$\omega_{B2}=65 \quad t_{s1}=0.18s$





4.5 闭环频率特性和带宽

闭环频率特性与开环频率特性的关系：

①相角裕量γ越小，则谐振峰值M_r越大，相对稳定性越差

②穿越频率ω_c与带宽ω_B对应，当$0.2 \le \zeta \le 0.8$时，有

$$\omega_B \approx 1.6\omega_c$$

闭环频率特性与时域特性的关系：

①开环系统的穿越频率ω_c越高，或闭环幅频特性的频带宽度ω_B越宽，则调整时间t_s越短；

②开环系统的相角裕量γ越小，或闭环幅频特性的谐振峰值M_r越大，则超调量$\sigma\%$越大。

第4章小结

1、 Nyquist图和 Nyquist判据

①绘制Nyquist图

特殊点，即$\omega=0$和$\omega=\infty$点

变化趋势，分析ω从$0\to\infty$的幅值相角变化

★绘制Nyquist图的正频部分是最基本的部分，需要熟练掌握；

★负频与正频部分对称；

★无穷处绕行与积分环节的阶次r有关；

② Nyquist判据

结论：闭环系统在右半平面的极点数m满足关系式，$N=m-n$

第4章小结

★按照Nyquist判据的严格推导，必须已知n、r、N，才能得到m，从而判断系统的稳定性。如果已知n、r，一般情况系统的开环传递函数也是已知的，如果已知开环传递函数，系统的特征方程也就已知，当然用Routh判据更简单。这是一个矛盾。

★ Nyquist判据的价值，不仅仅是判稳定，主要是频率法设计系统的理论基础。单从稳定判据看，它是一个笨方法。

★其实，在实际运用中，如果不计算在右半平面的闭环极点个数的话，并不需要n、r 等参数。这就是看(-1，j0)点是否在Nyquist封闭围线的域内，这个域就是s右半平面的映射域， 而Nyquist封闭围线的域就在沿围线方向的右侧。

第4章小结

2、Bode图绘制　　　频率法的基本功，要求熟练掌握

由传递函数画Bode图(幅频特性和相频特性)

要点：应将传递函数化为1阶、2阶环节相乘的时间常数式，否则比例系数k易出错。

$$G_0(s)=\frac{100}{s^2+10s+100}=\frac{1}{(0.1)^2s^2+0.1s+1}\Rightarrow k=1$$

$$G_0(s)=\frac{20(s+5)}{s(s+0.1)}=\frac{1000(0.2s+1)}{s(10s+1)}\Rightarrow k=1000$$

25

第4章习题练习

例3　绘制Bode图　$G_0(s)=\dfrac{50(s+2)}{s(s^2+10s+100)}$

$$G_0(s)=\frac{50(s+2)}{s(s^2+10s+100)}=\frac{(0.5s+1)}{s(0.01s^2+0.1s+1)}$$

$$\omega=1,\quad 20\lg 1=0$$

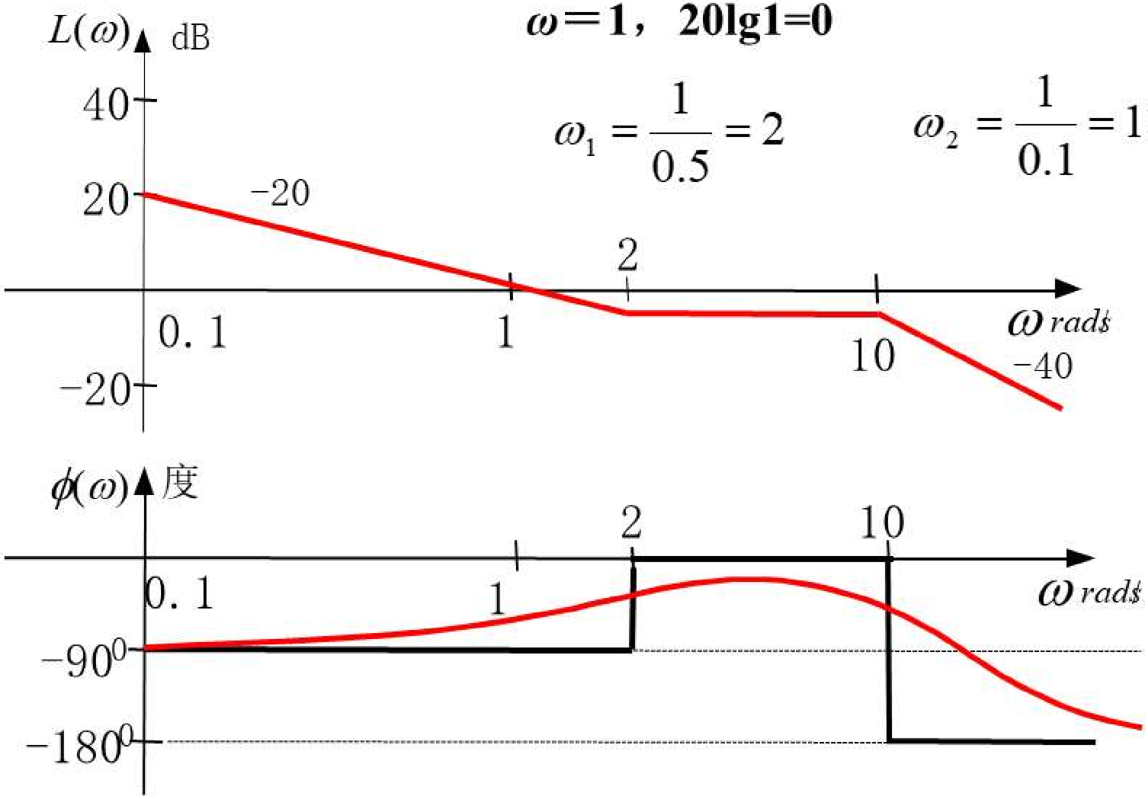
$$\omega_1=\frac{1}{0.5}=2 \qquad \omega_2=\frac{1}{0.1}=10$$

第4章习题练习

$$G_0(s)=\frac{(0.5s+1)}{s(0.01s^2+0.1s+1)}$$

ω=1，20lg1=0

$$\omega_1=\frac{1}{0.5}=2 \qquad \omega_2=\frac{1}{0.1}=10$$



27

第4章小结

3、稳定裕量　　针对最小相位系统

①稳定裕量计算(相角裕量γ和幅值裕量k_g)。

1、若$L(\omega)$穿越0dB线时，$\Phi(\omega_c) > -180^0$，则闭环系统稳定，否则不稳定。

2、若$\Phi(\omega)$穿越-180^0线时，$L(\omega_g) < 0$，则闭环系统稳定，否则不稳定。

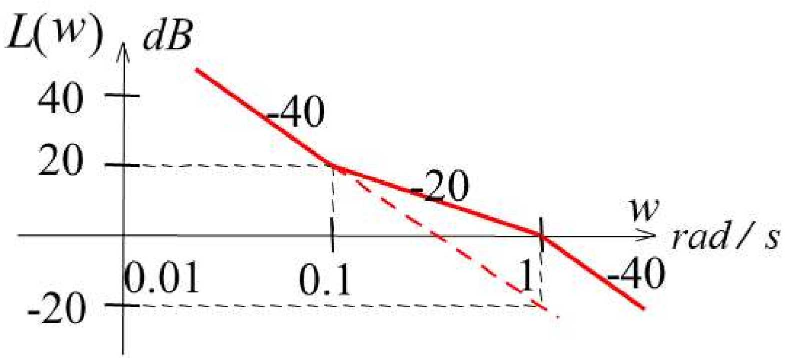
②对最小相位系统，由Bode图(幅频特性) 求传递函数。

基于作图法

★系统开环传递函数以-20dB/dec穿越0dB线是系统具有较好性能的必要条件

第4章习题练习

例 4 已知最小相位系统Bode图渐近线，求系统的开环传递函数



$$G_0(s)=\frac{k(T_1s+1)}{s^2(T_2s+1)}$$

$$w_1=\frac{1}{T_1}=0.1 \qquad T_1=10$$

$$w_2=\frac{1}{T_2}=1 \qquad T_2=1$$

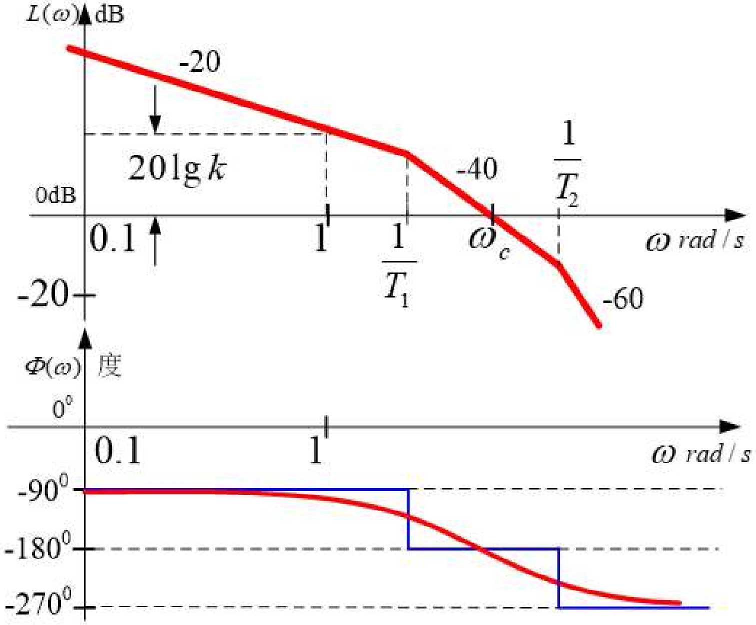
求k，取$\omega=0.1$　　$20\lg(\frac{k}{w^2})=20$　　$\frac{k}{w^2}=10$　　$\frac{k}{0.1^2}=10$

$$k=10\times 0.01=0.1$$

若取$\omega=1$　$20\lg k=-20$　同样得$k=0.1$

第4章习题练习

例5 已知最小相位系统开环**Bode**图，求系统稳定条件



$$20\lg k = 20\lg\frac{1}{T_1} + 40\lg\frac{\omega_c}{1/T_1}$$

$$= 20\lg\frac{1}{T_1} + 20\lg(T_1\omega_c)^2$$

$$= 20\lg(T_1\omega_c^2)$$

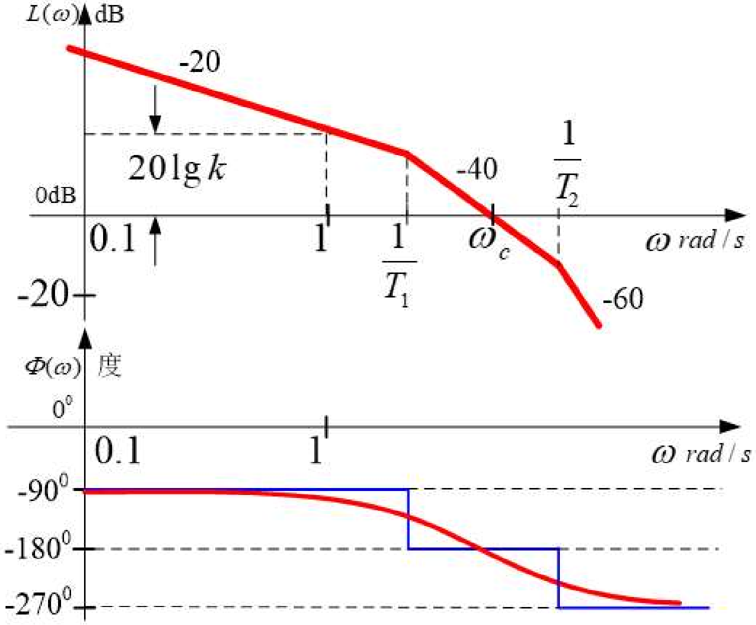
$$\omega_c^2 = \frac{k}{T_1}$$

$$\varphi(\omega) = -90^0 - \arctan(T_1\omega_c) - \arctan(T_2\omega_c)$$

第4章习题练习

$$\varphi(\omega)=-90^0-\arctan(T_1\omega_c)-\arctan(T_2\omega_c)$$

设两个惯性环节的相位角为α、β



$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\alpha+tg\beta}{1-tg\alpha tg\beta}$$

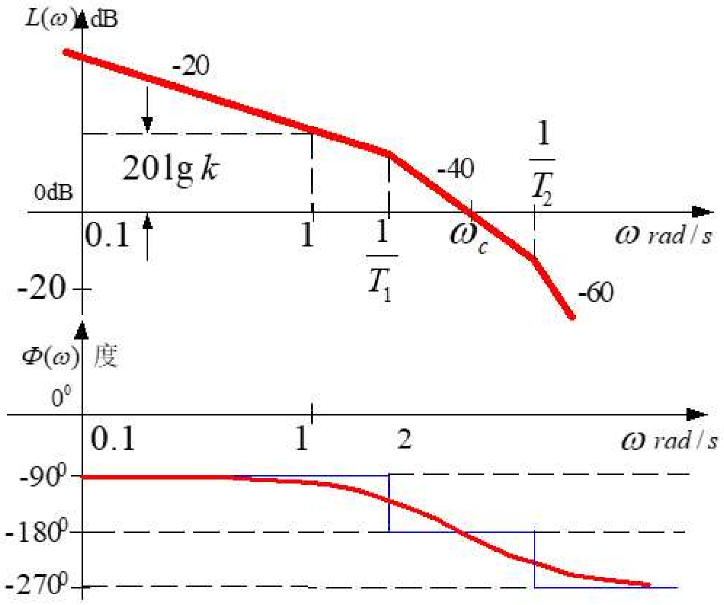
$$=\frac{\sqrt{kT_1}+T_2\sqrt{\dfrac{k}{T_1}}}{1-kT_2}$$

系统稳定条件为

$$k<\frac{1}{T_2}\quad \text{(近似值)}$$

31

第4章习题练习



可得开环传递函数:

$$G_0(s)=\frac{k}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

闭环特征方程:

$$D(s)=s(T_1s+1)(T_2s+1)+k=0$$

$$T_1T_2s^3+(T_1+T_2)s^2+s+k=0$$

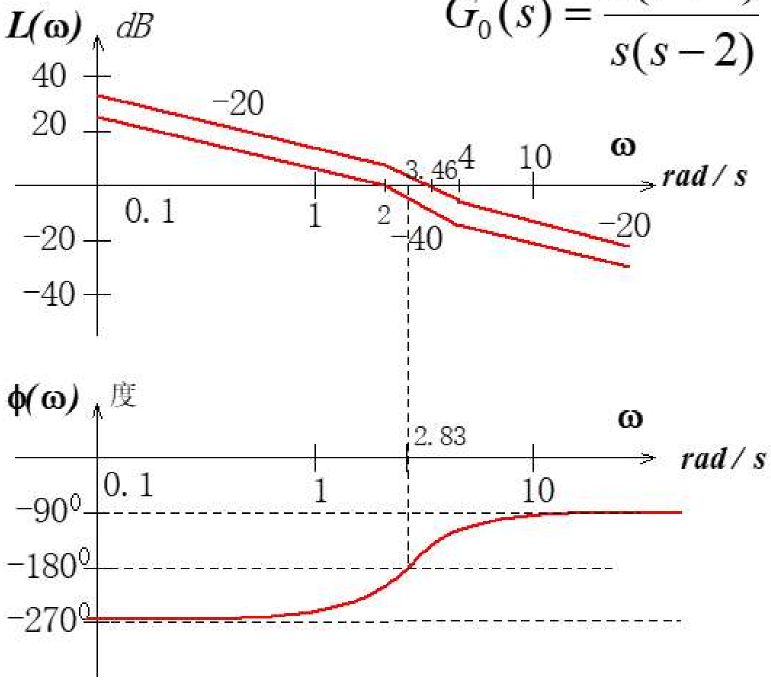
$$\begin{cases}T_1+T_2>kT_1T_2\\T_1,T_2,k>0\end{cases}\Longrightarrow\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}>k>0$$

32

第4章习题练习

例6 已知开环传递函数，绘制Bode图，分析系统稳定性

$$G_0(s)=\frac{k(s+4)}{s(s-2)}=\frac{2k(0.25s+1)}{s(0.5s-1)}$$ **(k=1和k=3)**



画幅频特性： ①ω=1

k=1, 20lg2=6db

k=3, 20lg6=15db

② ω_1=2, －20

ω_1=4, －20

画相频特性：

$\omega\to0,\ \angle G_0(j\omega)\to-270^0$

$\omega\to\infty,\ \angle G_0(j\omega)\to-90^0$

33

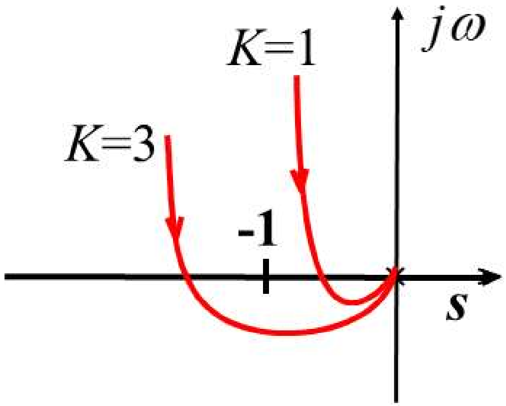
第4章习题练习

$$G_0(s)=\frac{k(s+4)}{s(s-2)}$$

$\Phi(\omega)=-180^0$时，$\omega_c=\sqrt{2\times4}=2.83$ 此时为临界稳定

①$k=1$时，$\omega_{c1}=2$，$\gamma=-18.4^0<0$，　$k_g>0$

②$k=3$时，$\omega_{c2}=3.46$，$\gamma=10.9^0>0$，$k_g<0$



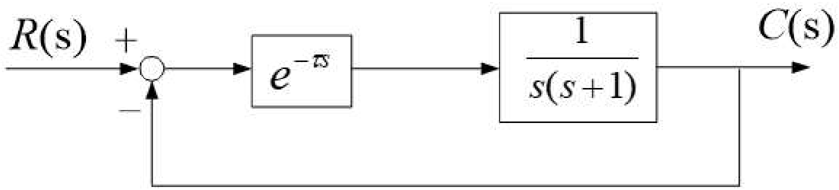
本题不是最小相位系统，虽然只看相角裕量，也有正确答案，但是，一般情况不能用稳定裕量方法来判系统稳定，应该用Nyquist判据或Routh判据来判稳定，如左图所示。

$k=1$，系统不稳定

$k=3$，系统稳定

第4章习题练习

例7：已知如图所示延迟系统，试确定系统稳定时所容许的最大延迟时间$\tau_{\max}$



解：系统的开环传递函数为 $G_0(s)=\dfrac{e^{-\tau s}}{s(s+1)}$

系统的开环频率特性为 $G_0(j\omega)=\dfrac{e^{-j\tau\omega}}{j\omega(j\omega+1)}$

$$\left|G_0(j\omega)\right|=\frac{1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} \quad \angle G_0(j\omega)=-90^\circ-\arctan\omega-57.3^\circ\tau\omega$$

35

第4章习题练习

$$G_0(s)=\frac{e^{-\tau s}}{s(s+1)} \qquad G_0(j\omega)=\frac{e^{-j\tau\omega}}{j\omega(j\omega+1)}$$

$$\left|G_0(j\omega)\right|=\frac{1}{\omega\sqrt{\omega^2+1}} \qquad \angle G_0(j\omega)=-90^\circ-\arctan\omega-57.3^\circ\tau\omega$$

令 $\left|G_0(j\omega_c)\right|=1 \Rightarrow \omega_c\sqrt{\omega_c^2+1}=1$

开环幅值穿越频率 $\omega_c=0.786$

令 $\gamma=180^\circ+\angle G_0(j\omega)=180^\circ-90^\circ-\arctan\omega-57.3^\circ\tau\omega=0$

得到容许的最大延迟时间为 $\tau_{max}=\dfrac{51.83}{45.04}=1.15$

36

第4章习题练习

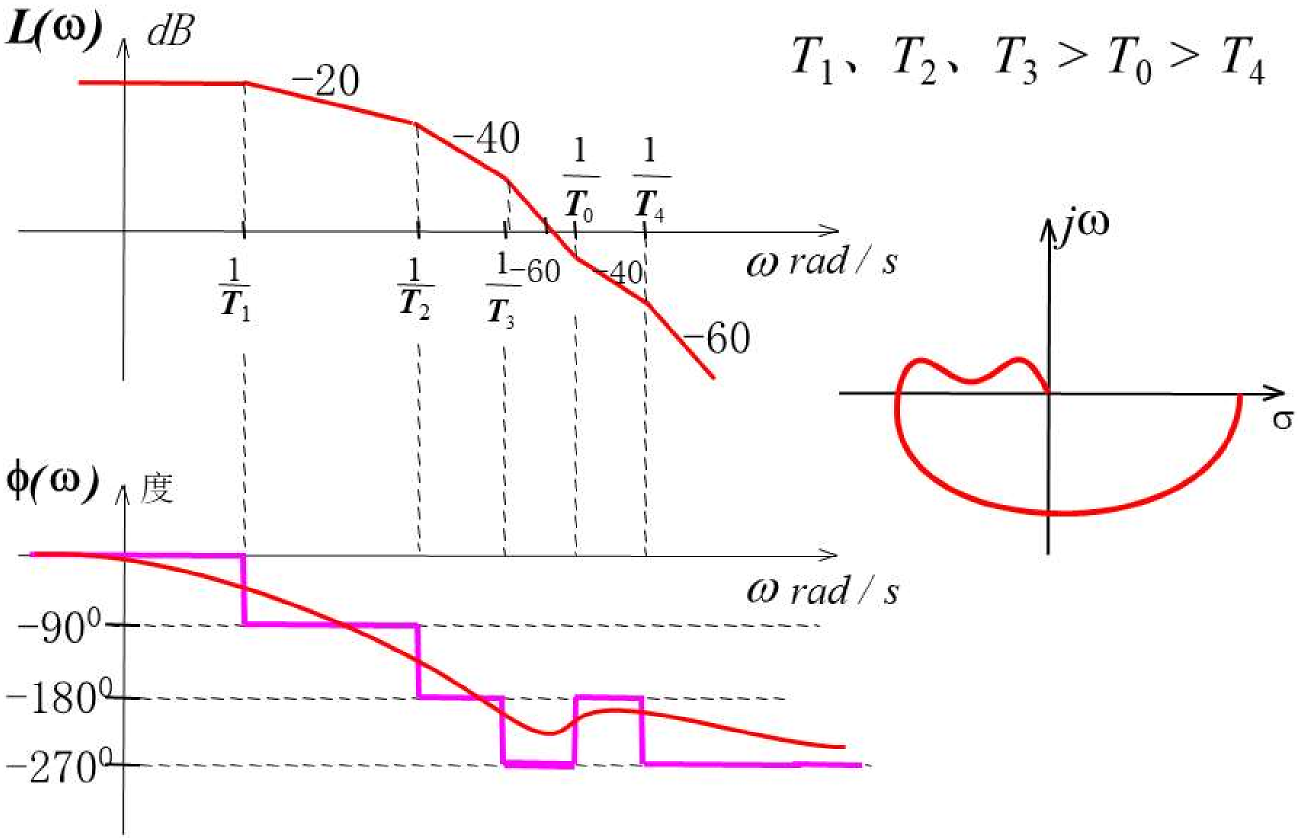
例8：已知开环传递函数，其中T_1、T_2、$T_3 > T_0 > T_4$，绘制系统的Nyquist图(正频部分)

$$G_0(s) = \frac{k(T_0 j\omega + 1)}{(T_1 j\omega + 1)(T_2 j\omega + 1)(T_3 j\omega + 1)(T_4 j\omega + 1)}$$

本题直接画Nyquist图很难画得准确，如果先画Bode图，再根据Bode图画Nyquist图就可以较快得到一个相对准确的变化趋势。

$$G_0(s)=\frac{k(T_0 j\omega+1)}{(T_1 j\omega+1)(T_2 j\omega+1)(T_3 j\omega+1)(T_4 j\omega+1)}$$

$T_1、T_2、T_3 > T_0 > T_4$



第3章小结

5、根轨迹

(1)绘制根轨迹的依据传递函数的分母方程 $1+G_0(s)=0$

由此得 $G_0(s)=-1$ 相角条件 $\angle G_0(s)=180^0 \pm k360^0$

(2)绘制根轨迹的8条规则

①根轨迹的起点和终点

当K'从0到∞变化时，根轨迹起点为$G_0(s)$的极点，终点为$G_0(s)$的零点。

$n>m$时，有（$n-m$）条分支趋于无穷

39

第3章小结

2、根轨迹的条数

根轨迹的条数等于$G_0(s)$的极点个数。

3、根轨迹的渐近线　　共有（$n-m$）条渐近线

实轴交点

$$F=\frac{\sum_{j=1}^{n}(-p_j)-\sum_{i=1}^{m}(-z_i)}{n-m}=\frac{\sum\text{极点坐标}-\sum\text{零点坐标}}{\text{极点数}-\text{零点数}}$$

与实轴夹角

$$\alpha=\frac{2k+1}{n-m}\times180^{0}$$

第3章小结

4、根轨迹的对称性　　　根轨迹关于实轴对称

5、实轴上的根轨迹

实轴上凡右边具有奇数个零极点的部分是根轨迹。

6、根轨迹的分离点(会合点)

★分离点(会合点)是闭环特征方程的重根

$$\frac{dK'}{ds}=0$$

解出 S 值，取 $K'>0$ 时的重根点

第3章小结

7、出射角和入射角

出射角(入射角)：根轨迹在出射点(入射点)的切线与实轴正方向的夹角。

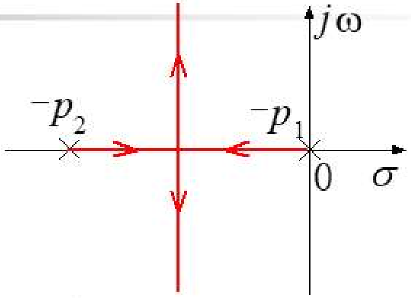
★出射角和入射角都满足相角条件。

8、根轨迹与虚轴的交点

★应用Routh判据可以确定根轨迹与虚轴的交点。

第3章小结

★除根轨迹的8条规则外，还需注意根轨迹在实轴上的相交点必定垂直于实轴。



★标准根轨迹反映K'从0到∞变化过程闭环极点的变化，必须用箭头标识

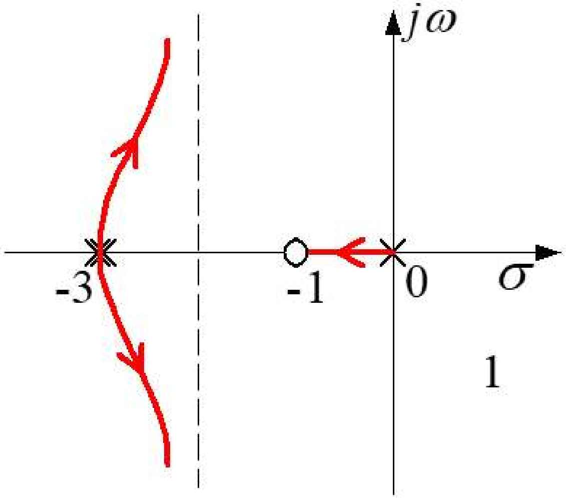
(3)绘制根轨迹的8条规则中，前5条可决定根轨迹的概略

仅根据8条规则，根轨迹可能会有不确定的部分

绘制根轨迹过程，除灵活运用前5条规则，必要时需要配合相角条件验证个别细节。如果凭想象，或猜测，则不是科学的作风，往往会出错。

第3章习题练习

例5、已知系统的开环传递函数，绘制其根轨迹。



$$G_0(s)=\frac{k(s+1)}{s(s+3)^2}$$

开环零极点：

$-z_1=-1$， $-p_1=0$， $-p_{2,3}=-3$

渐近线与实轴交点

$$F=\frac{-3-3+1}{3-1}=\frac{-5}{2}=-2.5$$

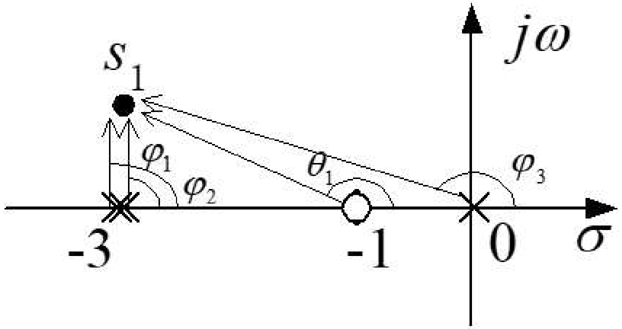
渐近线与实轴夹角

$$\alpha=\pm 90^0$$

44

第3章习题练习

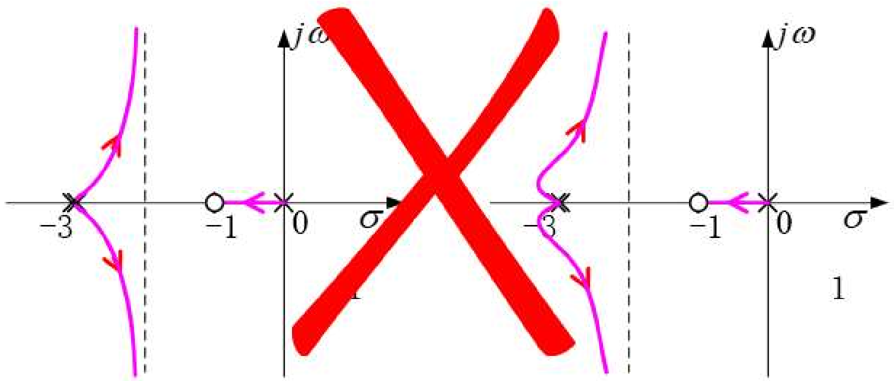
在重极点−3附近的根轨迹形状讨论:



s_1点的相角条件为

$$-\varphi_1-\varphi_2-\varphi_3+\theta_1$$
$$=-90^0-90^0-180^0+180^0=-180^0$$

故s_1为根轨迹上的点



一般，根轨迹与实轴交点处，根轨迹都垂直于实轴。

第3章习题练习

例6、已知单位负反馈系统的开环传递函数 $G_0(s)=\dfrac{s+a}{s(s+1)^2}$

(1)绘制a从0→∞时闭环系统的根轨迹图；

(2)当系统输入$r(t)=1.2t$时，确定使系统静态误差$e_{ss}\le 0.6$的a值范围；定义系统的误差为 $e_{ss}(t)=r(t)-y(t)$

解：(1)闭环系统的特征方程

$$s(s+1)^2+s+a=s^3+2s^2+2s+a=0$$

$$\Rightarrow\quad 1+\frac{a}{s(s^2+2s+2)}=0$$

等效开环传递函数 $G_1(s)=\dfrac{a}{s(s^2+2s+2)}=\dfrac{a}{s(s+1+j)(s+1-j)}$

46

第3章习题练习

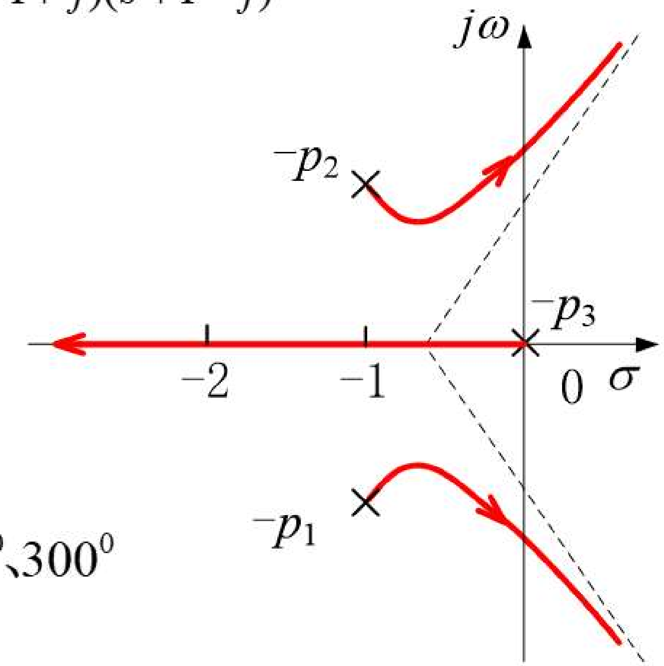
$$G_1(s)=\frac{a}{s(s^2+2s+2)}=\frac{a}{s(s+1+j)(s+1-j)}$$

$$-p_1=-1-j \qquad -p_3=0$$

$$-p_2=-1+j$$

$$F=\frac{-2-0}{3}=-\frac{2}{3}$$

$$\alpha=\frac{2k+1}{3}180^0=60^0、180^0、300^0$$



47

第3章习题练习

$$G_1(s)=\frac{a}{s(s^2+2s+2)}=\frac{a}{s(s+1+j)(s+1-j)}$$

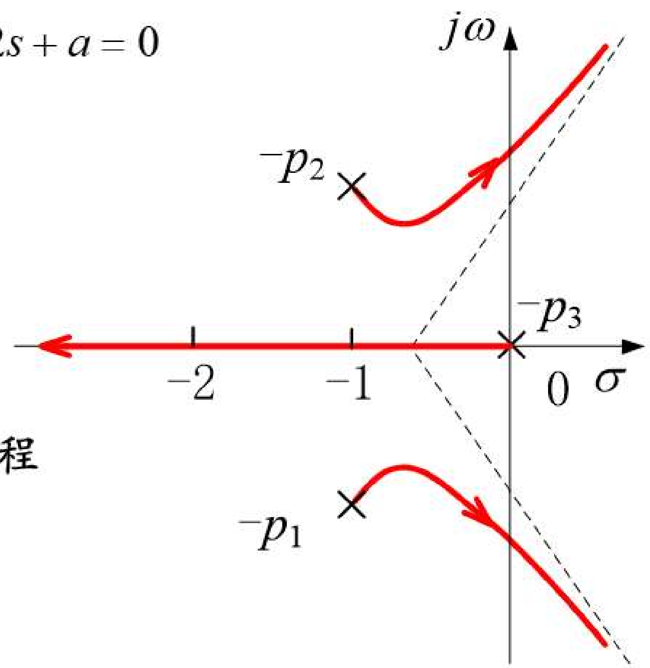
$$s(s+1)^2+s+a=s^3+2s^2+2s+a=0$$

s^3	1	2
s^2	2	a
s^1	$\frac{4-a}{2}$	0
s^0	a	

***a*=4**时系统临界稳定，辅助方程

$$2s^2+a=0$$

与虚轴交点处 $s=\pm j\sqrt{2}$



48

第3章习题练习

(2)当系统输入$r(t)$=1.2t时，确定使系统静态误差e_{ss}≤0.6的a值范围；

系统稳定，要求 $0 < a < 4$

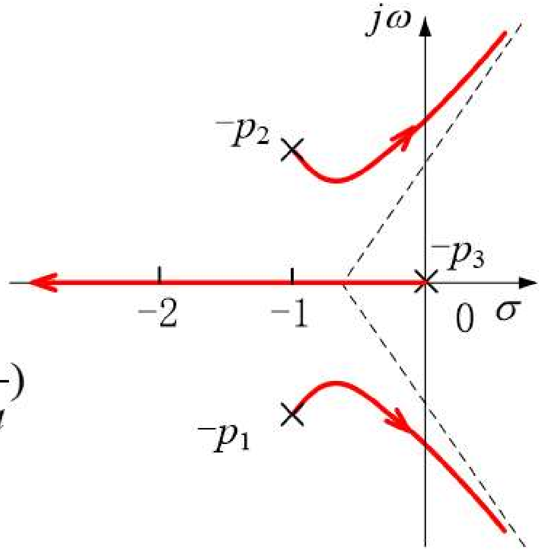
$$R(s) = \frac{1.2}{s^2}$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$= \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{1.2}{s^2} \cdot \left(1 - \frac{s+a}{s^3+2s^2+2s+a}\right)$$

$$= \frac{1.2}{a} \le 0.6$$

$$\Rightarrow 2 \le a < 4$$



第3章习题练习

例7、已知单位负反馈系统的开环传递函数 $G_0(s)=\dfrac{K}{s(s+3)^2}$

(1)绘制K从0→∞时闭环系统的根轨迹图；

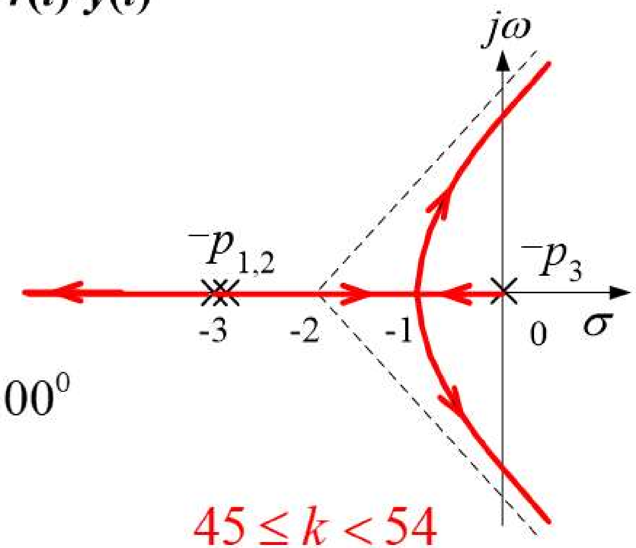
(2)当系统输入$r(t)=t$时，确定使系统静态误差$e_{ss}\le 0.2$的k值范围；定义系统的误差为 $e_{ss}(t)=r(t)-y(t)$

$$-p_{1,2}=-3 \qquad -p_3=0$$

$$F=\frac{-6-0}{3}=-2$$

$$\alpha=\frac{2k+1}{3}180^0=60^0、180^0、300^0$$

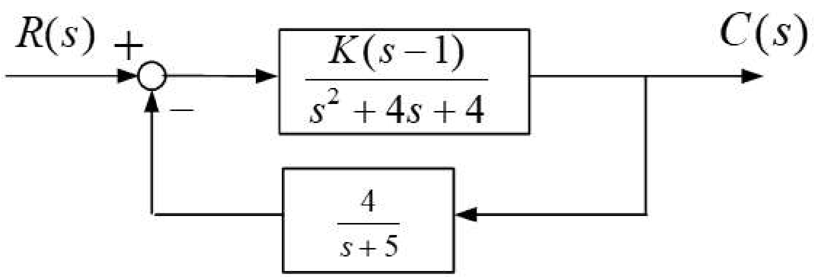
分离点 $s=-1$



$45\le k<54$

第3章习题练习

例8、已知系统结构图如图所示。（1）绘出系统的根轨迹图，并确定使闭环系统稳定的K值范围；（2）若已知闭环系统的一个极点为$s_1=-1$，试确定此时系统的闭环传递函数。



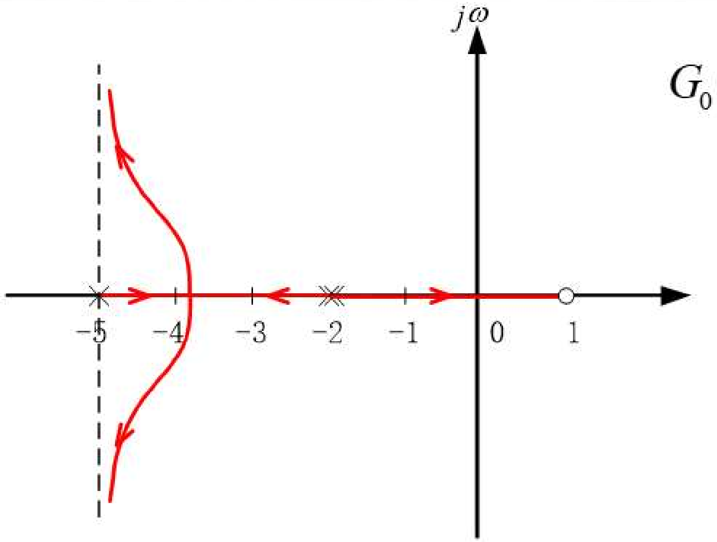
解：开环传递函数 $G_0(s)=\dfrac{4K(s-1)}{(s+5)(s+2)^2}$

渐近线 $F=\dfrac{-5-2-2-1}{3-1}=-5$ $\qquad \alpha=\dfrac{2k+1}{3-1}\cdot 180^\circ=\pm 90^\circ$

由计算知分离点处 $K=0.203$ 分离点坐标 $(-3.85,\ j0)$

51

第3章习题练习



$$G_0(s)=\frac{4K(s-1)}{(s+5)(s+2)^2}$$

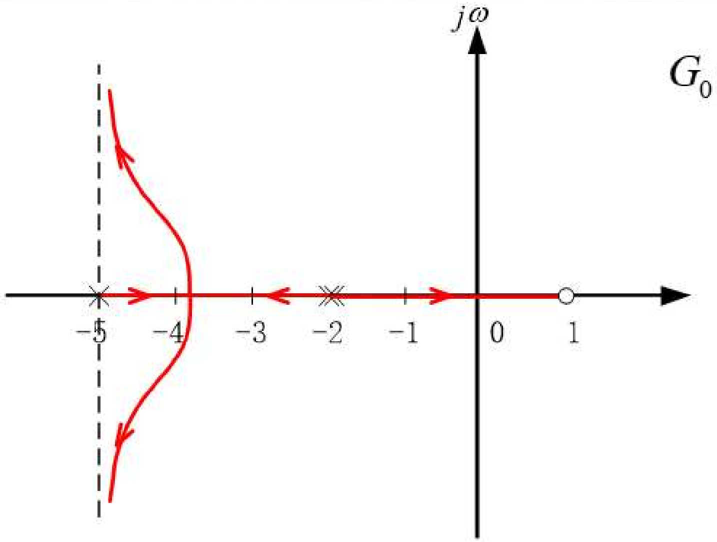
当$s=0$时，系统处于临界稳定，此时根据模值条件

$$|G_0(0)|=\left|\frac{4K(0-1)}{(0+5)(0+2)^2}\right|=\frac{4K}{20}=1 \quad \Rightarrow \quad K=5$$

因此使得闭环系统稳定的K值范围为 $0<K<5$

52

第3章习题练习



$$G_0(s)=\frac{4K(s-1)}{(s+5)(s+2)^2}$$

闭环系统传递函数 $G(s)=\dfrac{K(s-1)(s+5)}{(s+5)(s+2)^2+4K(s-1)}$

已知系统一个极点为 $s_1=-1$ $\quad(-1+5)(-1+2)^2+4K(-1-1)=0$

因此 $K=0.5$

自动控制原理

祝大家考出好的成绩！