今日作业在授课的PPT中！

答疑时间：星期二下午3：30～5：00

答疑地点：西主楼3区210室

教师电话：62794777

延时环节

- 如果从系统状态空间表达式来观察，线性系统和非线性系统最明显的区别方法就是线性系统遵从叠加原理，而非线性系统不然。所谓叠加原理就是：线性系统的表达式中只有状态变量的一次项，高次、三角函数以及常数项都没有，只要有任意一个非线性环节就是非线性系统。

$$G(s)=e^{-\tau s}=\frac{1}{1+\tau s+\frac{1}{2!}\tau^2 s^2+\frac{1}{3!}\tau^3 s^3+\cdots}\approx\frac{1}{1+\tau s}$$

延时环节是一个非线性的超越函数

第2章小结

1、传递函数结构图变换和Mason公式

①用串联、并联、反馈和节点移动的方法进行结构图变换是一种基本方法。在结构图化简过程要思路明确。

② Mason公式可以直接写出结构图的传递函数，是求解复杂系统的重要工具，但容易出错，必须对结果多次检查。

③结构图中回路互相交叠的复杂结构适合用Mason公式，而回路互相无交叠的适合用结构图变换方式。

对结构图变换只要求掌握基本的内容。对十分复杂的题目，如回路数超过7个以上的，不作为基本要求。

Mason公式

■ **Mason公式**　$G=\dfrac{\sum\limits_{k} G_k \Delta_k}{\Delta}$

G —— 从输入节点到输出节点的总增益（系统传递函数）

$\Delta = 1 - \Sigma L_i + \Sigma L_a L_b - \Sigma L_\alpha L_\beta L_\gamma + \ldots$

L_i —— 一个回路的总增益

$L_a L_b$ —— 两两互不接触的回路的总增益

$L_\alpha L_\beta L_\gamma$ —— 三个互不接触的回路的总增益

G_k —— 第k条通道从输入到输出的总增益

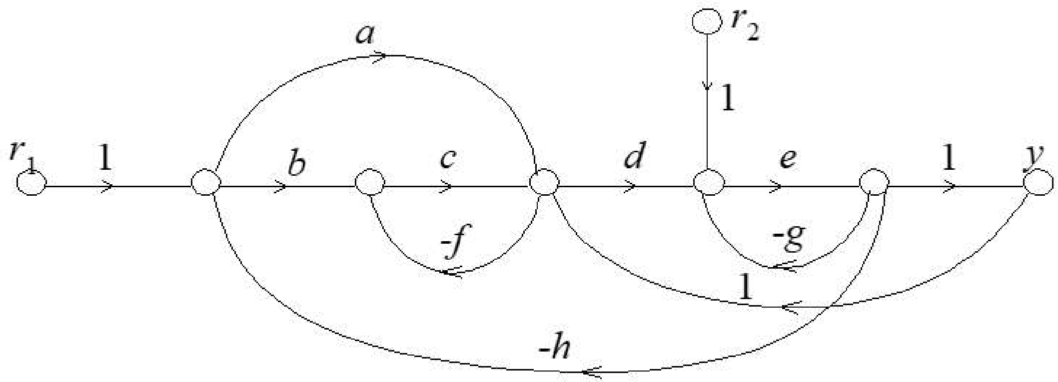
Δ_k —— Δ中去掉与第k条通道接触的部分

4

第2章习题练习

$$G=\frac{\sum_k G_k\Delta_k}{\Delta}$$

例1、求传递函数 $\frac{y}{r_1}$ 和 $\frac{y}{r_2}$



回路：$-cf\quad -eg\quad de\quad -bcdeh\quad -adeh$

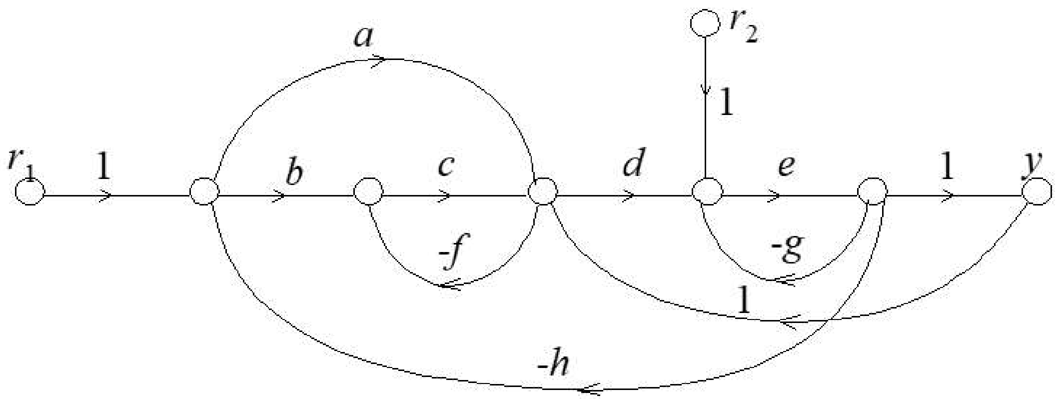
通道1：$bcde\quad ade$

$$G_1=\frac{y}{r_1}=\frac{bcde+ade}{1+cf+eg-de+bcdeh+adeh+cfeg}$$

5

第2章习题练习

$$G=\frac{\sum_k G_k\Delta_k}{\Delta}$$



回路： $-cf \quad -eg \quad de \quad -bcdeh \quad -adeh$

通道2： e

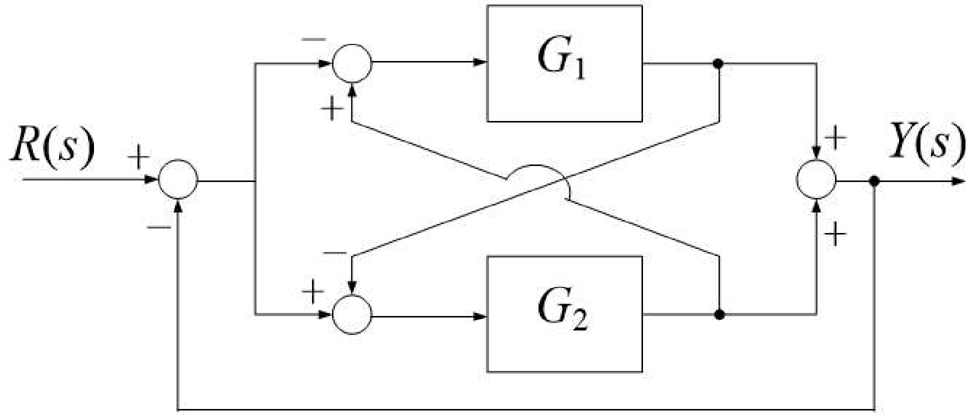
$$G_2=\frac{y}{r_2}=\frac{e(1+cf)}{1+cf+eg-de+bcdeh+adeh+cfeg}$$

6

第2章习题练习

$$G=\frac{\sum_k G_k\Delta_k}{\Delta}$$

例2、求系统的传递函数

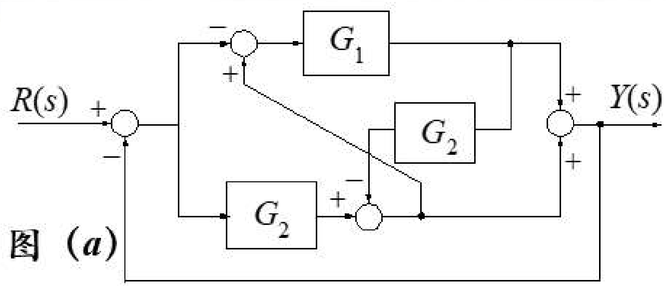


本题共有5个回路、4个通道。不要漏一个，且符号正确。

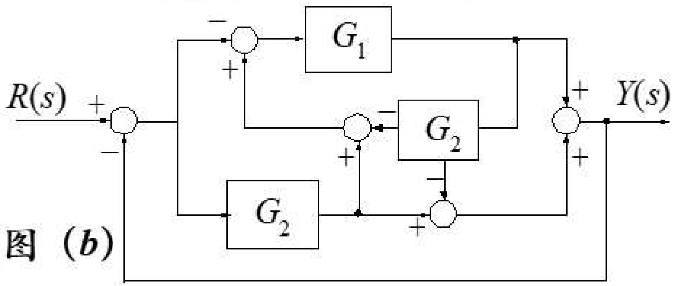
$$G=\frac{G_1G_2+G_1G_2-G_1+G_2}{1-(-G_1G_2-G_1G_2-G_1G_2+G_1-G_2)}=\frac{2G_1G_2-G_1+G_2}{1+3G_1G_2-G_1+G_2}$$

7

第2章习题练习

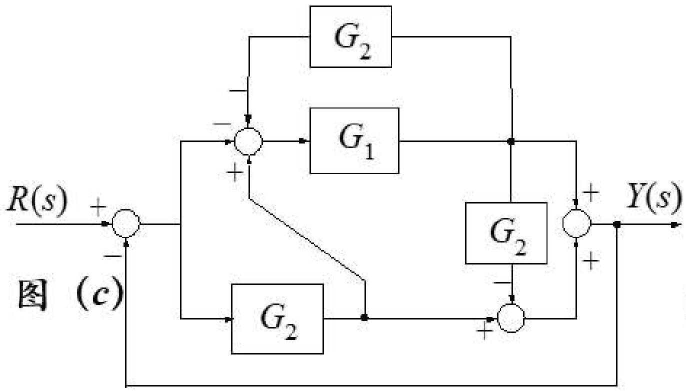


图（*a*）

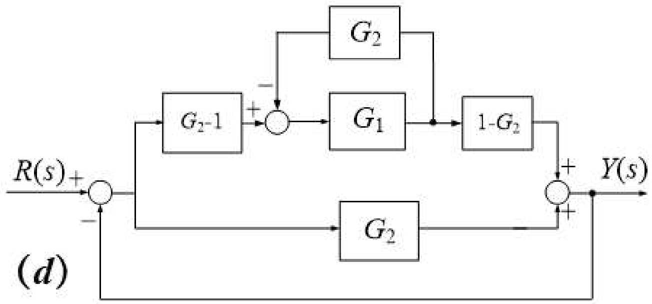


图（*b*）

从图(*a*)到(*b*)，分支点和综合点换位有复杂化的趋势，如果没有以下的目标，一般不能采用。



图（*c*）

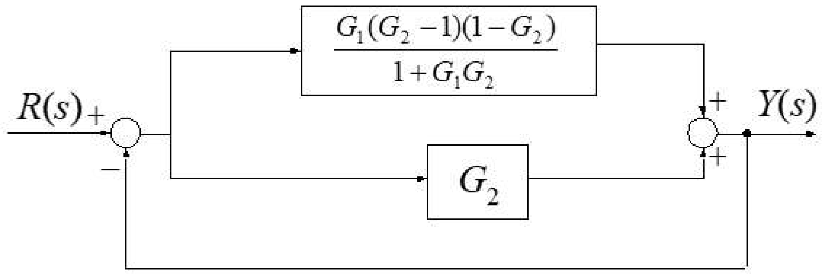


图（*d*）

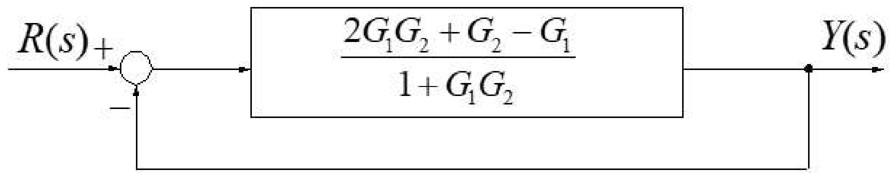
变换原则：保持输入输出关系不变。

8

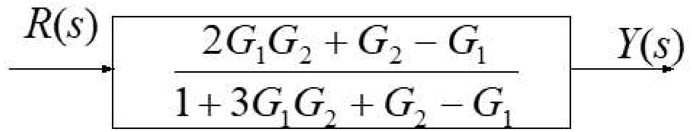
第2章习题练习



图（e）



图（f）



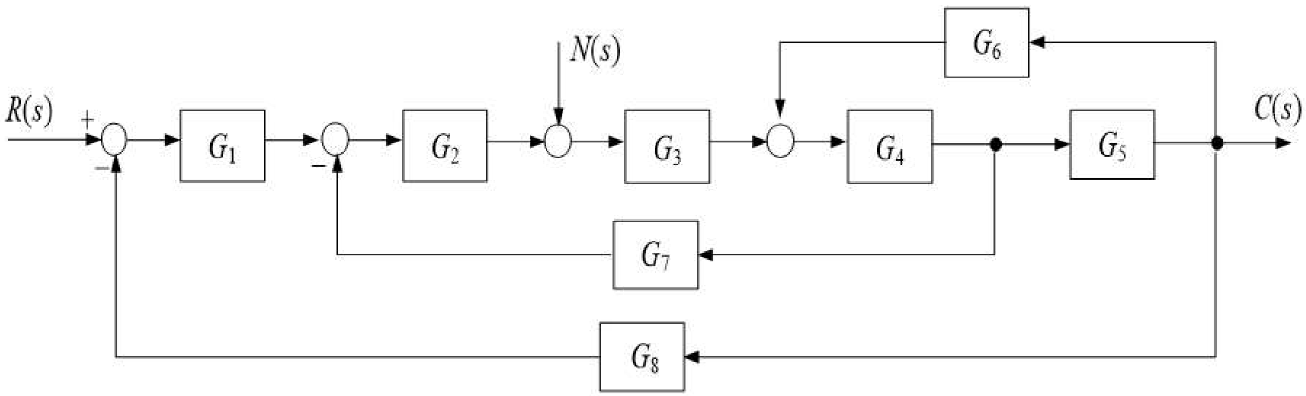
图（g）

变换的思路必须清楚，对本题就是“解套”。其中$(a)(b)$ (c)三步是关键，其余好理解。

9

第2章习题练习

例3、求系统的传递函数 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$ 和 $\dfrac{C(s)}{N(s)}$

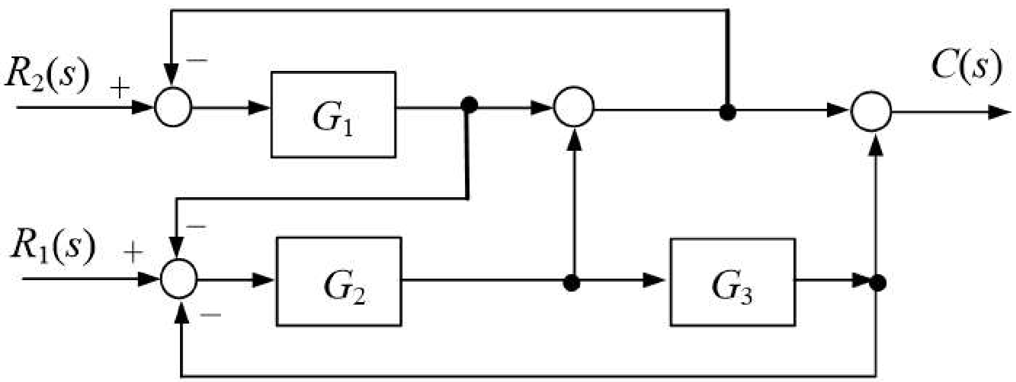


假设$N(s)=0$，系统共有3个回路、1个通道，没有不接触回路

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3G_4G_5}{1-(-G_2G_3G_4G_7-G_1G_2G_3G_4G_5G_8+G_4G_5G_6)}$$

第2章习题练习

例4、求系统系统输出量$C(s)$的表达式



系统共有3个回路，有2个互不接触回路

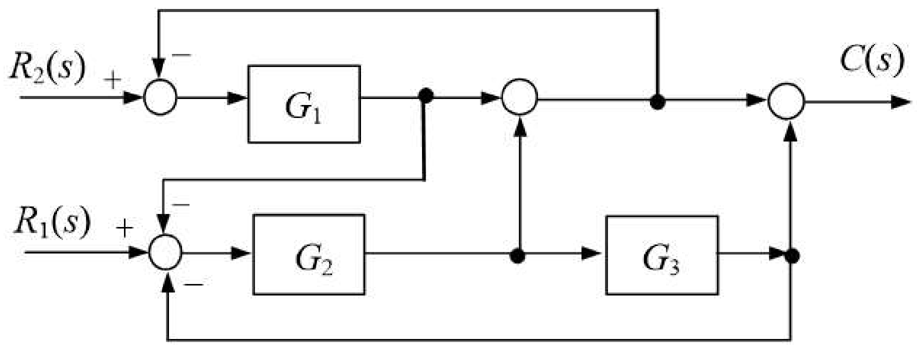
$$L_1 = -G_1$$

$$L_2 = -G_2G_3 \qquad L_1 \cdot L_2 = (-G_1)\cdot(-G_2G_3) = G_1G_2G_3$$

$$L_3 = G_1G_2$$

第2章习题练习

例4、求系统输出量$C(s)$的表达式



$$\frac{C(s)}{R_1(s)}=\frac{G_2G_3(1+G_1)+G_2}{1-(-G_1-G_2G_3+G_1G_2)+G_1G_2G_3}=\frac{G_2G_3+G_1G_2G_3+G_2}{1+G_1+G_2G_3-G_1G_2+G_1G_2G_3}$$

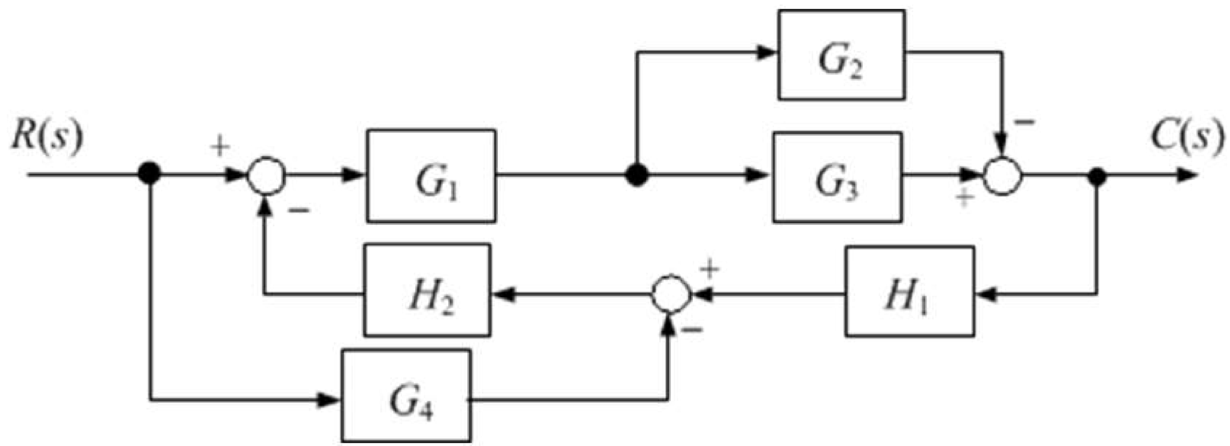
$$\frac{C(s)}{R_2(s)}=\frac{G_1(1+G_1G_2)-G_1G_2-G_1G_2G_3}{1-(-G_1-G_2G_3+G_1G_2)+G_1G_2G_3}=\frac{G_1-G_1G_2}{1+G_1+G_2G_3-G_1G_2+G_1G_2G_3}$$

$$C(s)=\frac{(G_2G_3+G_1G_2G_3+G_2)R_1(s)+(G_1-G_1G_2)R_2(s)}{1+G_1+G_2G_3-G_1G_2+G_1G_2G_3}$$

12

第2章习题练习

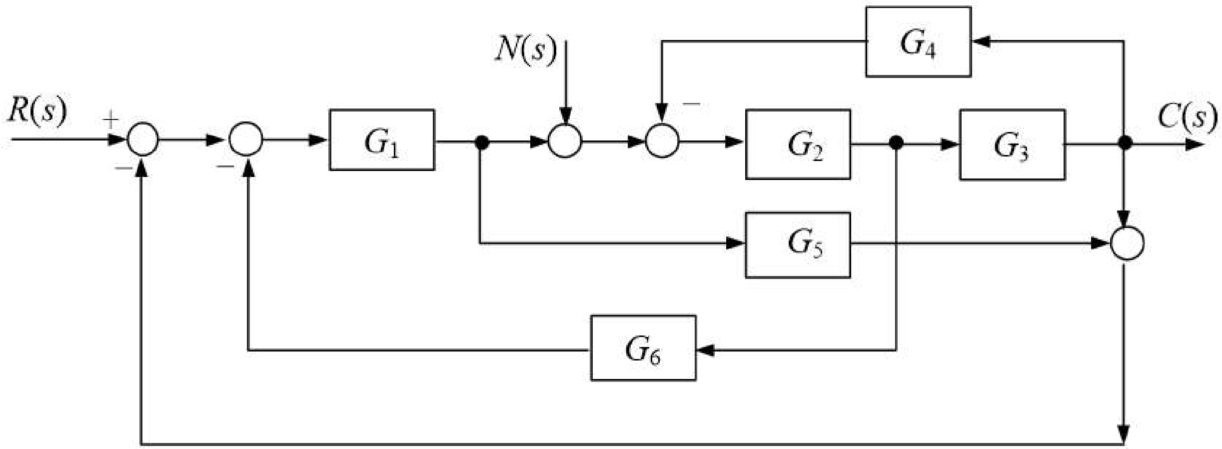
例5、试画出与结构图对应的信号流图，并求系统的传递函数$C(s)/R(s)$



系统共有2个回路　　　　系统共有4个通道

第2章习题练习

作业1： 求系统输出量$C(s)$的表达式



第2章小结

2、两种模式变换、状态图

①状态空间方程到传递函数(SISO)

$$G(s) = c^T(sI - A)^{-1}b$$

要点：记住公式；求逆不出错

②传递函数到状态空间方程(SISO)

能控型、能观型

对角型（约当型不要求）

要点：记住能控能观型的特征；

传递函数要求*n*>*m*

③状态图

由状态图→状态方程

由状态方程→状态图

要点：如果状态图中存在回路，不要忘记Mason公式

15

第2章习题练习

例6、已知系统的传递函数，求能控、能观和对角标准型

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s^3+8s^2+12s+9}{s^3+7s^2+14s+8}=1+\frac{s^2-2s+1}{s^3+7s^2+14s+8}$$

能控标准型

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -8 & -14 & -7\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & -2 & 1\end{bmatrix}x+u$$

能观标准型

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -8\\ 1 & 0 & -14\\ 0 & 1 & -7\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x+u$$

第2章习题练习

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=1+\frac{s^2-2s+1}{s^3+7s^2+14s+8}=1+\frac{\frac{4}{3}}{s+1}+\frac{-\frac{9}{2}}{s+2}+\frac{\frac{25}{6}}{s+4}$$

对角标准型

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -4\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & -\frac{9}{2} & \frac{25}{6}\end{bmatrix}x+u$$

17

第2章习题练习

已知系统的传递函数，求能观标准型

$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s^2-2s+1}{s^3+7s^2+14s+8}$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -8\\ 1 & 0 & -14\\ 0 & 1 & -7\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ -2\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}x$$

系统微分方程： $\dddot{y}+7\ddot{y}+14\dot{y}+8y=\ddot{u}-2\dot{u}+u$

选择如下变量作为状态变量：

$$x_1=\ddot{y}+7\dot{y}+14y-\dot{u}+2u$$

$$x_2=\dot{y}+7y-u$$

$$x_3=y$$

状态方程：

$$\dot{x}_1=\dddot{y}+7\ddot{y}+14\dot{y}-\ddot{u}+2\dot{u}=-8y+u=-8x_3+u$$

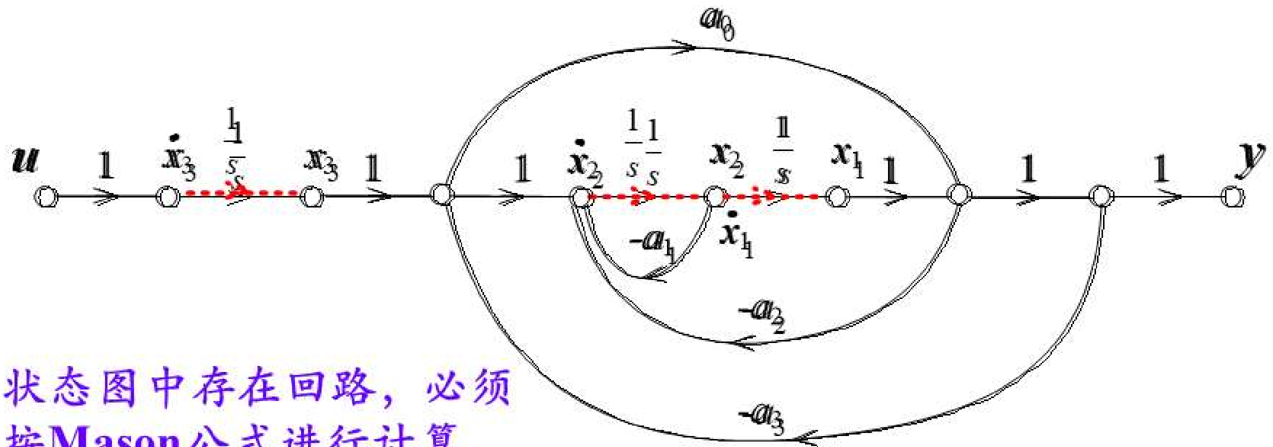
$$\dot{x}_2=\ddot{y}+7\dot{y}-\dot{u}=x_1-14y-2u=x_1-14x_3-2u$$

$$\dot{x}_3=\dot{y}=x_2-7y+u=x_2-7x_3+u$$

18

第2章习题练习

例7、已知系统的状态图，求其状态方程和输出方程



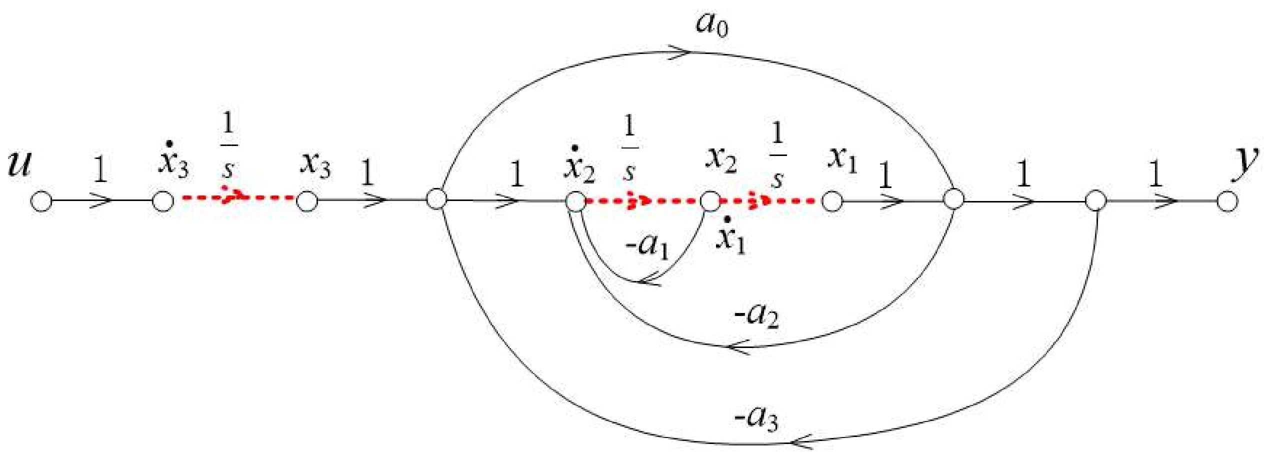
状态图中存在回路，必须按Mason公式进行计算。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{-(a_2+a_3)}{1+a_0a_3} & -a_1 & \dfrac{1-a_0a_2}{1+a_0a_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

19

第2章习题练习

例7、已知系统的状态图，求其状态方程和输出方程



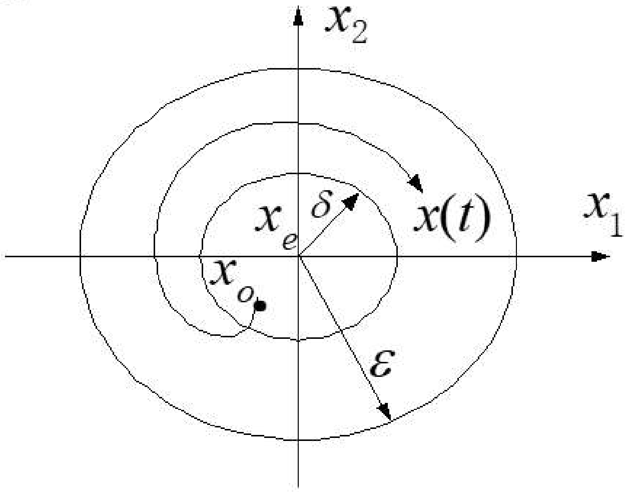
$$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+a_0 a_3} & 0 & \frac{a_0}{1+a_0 a_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

20

第3章小结

1、系统的稳定性

■Lyapunov稳定



■渐进稳定　　特征方程的全部根位于左半开平面

■BIBO稳定　　传递函数的极点位于左半开平面

21

第3章小结

2、Routh判据

①在已知系统传递函数或特征方程的条件下，Routh判据的运算量最小。关键是灵活应用

② Routh表的运算容易掌握，但仍需通过练习才能到手。

$$a_0s^n + a_1s^{n-1} + \cdots + a_{n-1}s + a_n = 0$$

系统稳定的必要条件是特征方程各项系数全为正，且不缺项。

Routh稳定判据

Routh表 $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$

s^n	a_0	a_2	a_4	$\cdots$
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	$\cdots$
s^{n-2}	$b_1 = \dfrac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$b_2 = \dfrac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$b_3 = \cdots$	$\cdots$
s^{n-3}	$c_1 = \dfrac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}$	$c_2 = \dfrac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$	$c_3 = \cdots$	$\cdots$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
s^0	$\cdots$	0	0	0

系统稳定的充要条件是Routh表中第一列元素均为正。

特征方程具有正实部根的个数等于Routh表第一列中系数改变符号的次数。

第3章习题练习

例8、已知系统特征方程，判断系统的稳定性

$$(s-1)^2(s+2)=s^3-3s+2=0$$

s^3	1	-3
s^2	δ^+	2
s^1	$\dfrac{-3\delta^+-2}{\delta^+}$	0
s^0	2	

但是，**Routh**表的第**1**列有零元素时，并不意味着一定存在虚轴上的根（可能存在），本题就是一个例子。本题的s^2行存在零元素，但在虚轴上没有根。

第3章习题练习

例9　$2s^5+s^4+6s^3+3s^2+s+1=0$

s^5	2	6	1
s^4	1	3	1
s^3	δ^+	-1	0
s^2	$\frac{1}{\delta^+}+3$	1	0
s^1	-1	0	0
s^0	1	0	0

第1列符号改变2次，故有2个根在右半平面。其余3个根在左半平面。(在虚轴上没有根)

第3章习题练习

例10、一个4阶线性系统的状态方程如下， 其中常系数$b_1 \neq 0$，$b_2 \neq 0$， $b_3 \neq 0$，$b_4 \neq 0$,求使系统渐近稳定的充分必要条件。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -b_4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b_3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -b_2 & -b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

本题可以得到系统的特征方程，因此采用**Routh**判据较好。

第3章习题练习

首先计算系统特征方程

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -b_4 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -b_3 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -b_2 & -b_1\end{bmatrix} \Rightarrow |sI-A|=\begin{vmatrix}s & -1 & 0 & 0\\ b_4 & s & -1 & 0\\ 0 & b_3 & s & -1\\ 0 & 0 & b_2 & s+b_1\end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}|sI-A| &= s\left[s^2(s+b_1)+sb_2+b_3(s+b_1)\right]+b_4\left[s(s+b_1)+b_2\right]\\ &= s^4+b_1s^3+(b_2+b_3+b_4)s^2+(b_1b_3+b_1b_4)s+b_2b_4\end{aligned}$$

第3章习题练习

$$|sI-A| = s^4 + b_1 s^3 + (b_2+b_3+b_4)s^2 + (b_1 b_3 + b_1 b_4)s + b_2 b_4$$

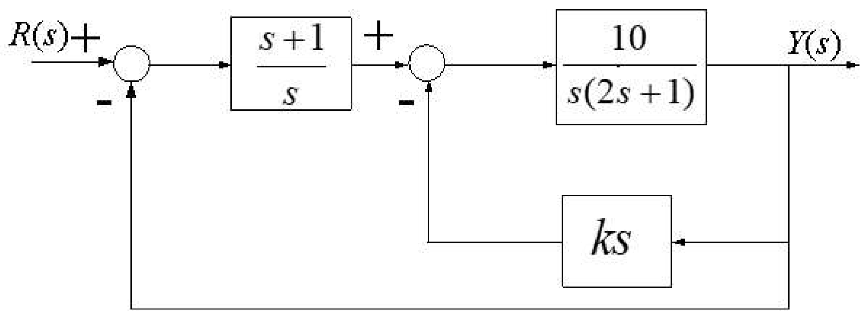
s^4	1	$b_2+b_3+b_4$	$b_2 b_4$
s^3	b_1	$b_1 b_3+b_1 b_4$	0
s^2	b_2	$b_2 b_4$	0
s^1	$b_1 b_3$	0	0
s^0	$b_2 b_4$	0	0

故系统渐进稳定的条件是：

$$b_1>0,\ \ b_2>0,\ \ b_3>0,\ \ b_4>0$$

第3章习题练习

例11 求使系统稳定的k的取值范围。



$k > 0.1$

内环结构 $$\frac{\frac{10}{s(2s+1)}}{1+ks\cdot\frac{10}{s(2s+1)}}=\frac{10}{s(2s+1)+10ks}=\frac{10}{2s^2+(10k+1)s}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\frac{s+1}{s}\cdot\frac{10}{2s^2+(10k+1)s}}{1+\frac{s+1}{s}\cdot\frac{10}{2s^2+(10k+1)s}}=\frac{10(s+1)}{2s^3+(10k+1)s^2+10s+10}$$

29

第3章习题练习

例12 已知单位负反馈控制系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+3)(s+5)}$$

若要求闭环极点的实部均小于-1，试确定K的取值范围。

闭环特征方程 $s^3 + 8s^2 + 15s + K = 0$

令$s_1 = s+1$ $(s_1-1)^3 + 8(s_1-1)^2 + 15(s_1-1) + K = 0$

$$s_1^3 + 5s_1^2 + 2s_1 + K - 8 = 0$$

$$\begin{cases} 5\times 2 > K-8 \\ K-8>0 \end{cases} \Rightarrow 18 > K > 8$$

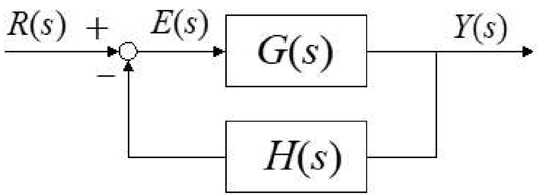
30

第3章小结

3、稳态误差

①稳态误差的概念

★稳态误差一般按“输入误差”的定义计算（图中$E(s)$）



如果题目对稳态误差有定义，则应该按题义去计算。

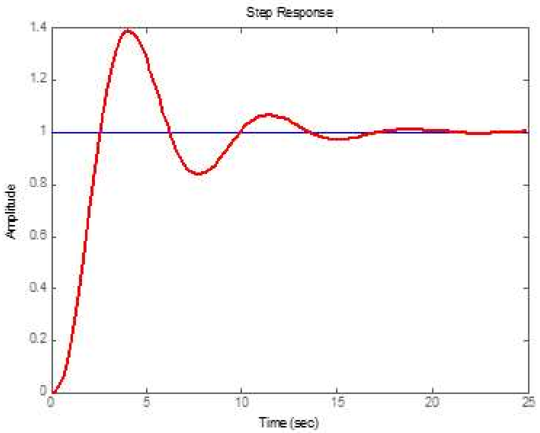
★一个稳定的系统，其稳态误差才有意义

计算稳定误差前，要判系统的稳定性。

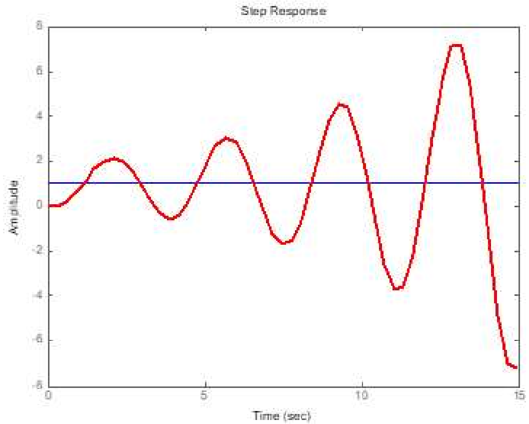
第3章小结

计算稳定误差前，要判系统的稳定性

$$G_0(s)=\frac{k}{s(s+1)(0.5s+1)}$$



$k=1$单位阶跃响应



$k=5$单位阶跃响应

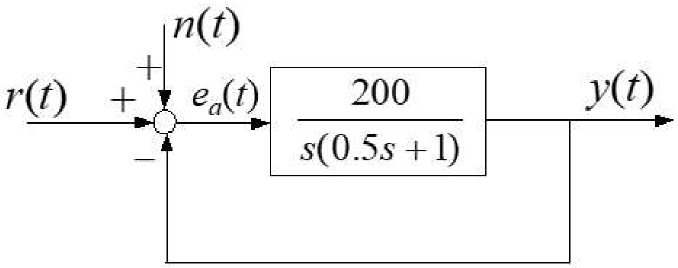
32

第3章小结

②稳态误差的计算：终值定理 $e_{ss}=\lim\limits_{t\to\infty}e(t)=\lim\limits_{s\to0}sE(s)$

终值定理由误差的传递函数表达式推导稳态误差值，具有一般性，但不适用于稳态误差无极限的情况。

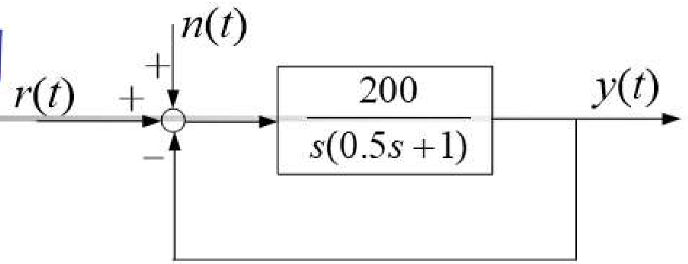
例13 已知输入为 $r(t)=1(t)$，干扰输入为 $n(t)=0.1\times1(t)$，定义系统的误差为 $e(t)=r(t)-y(t)$，求系统的稳态误差。



本例应按题意所定义的误差去计算。如果自认为右图的 $e_a(t)$ 为系统误差，则与题意不同，只会得到稳态误差为零的错误结论。

33

第3章习题练习



(1)判断系统的稳定性

$$G(s)=\frac{\dfrac{200}{s(0.5s+1)}}{1+\dfrac{200}{s(0.5s+1)}}=\frac{200}{0.5s^2+s+200}$$

系统的特征方程系数全为正，故系统稳定。

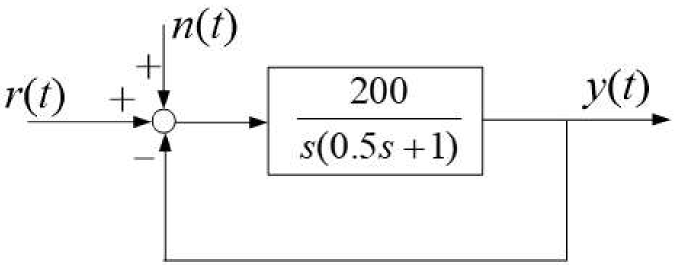
(2)根据终值定理推导系统稳态误差的计算公式

由题意，稳态误差的定义为，$E(s)=R(s)-Y(s)$，故有

$$E(s)=R(s)-G(s)[R(s)+N(s)]=\frac{1}{s}-\frac{200}{0.5s^2+s+200}\left(\frac{1}{s}+\frac{0.1}{s}\right)$$

$$=\frac{1}{s}\cdot\frac{0.5s^2+s-20}{0.5s^2+s+200}$$

第3章习题练习



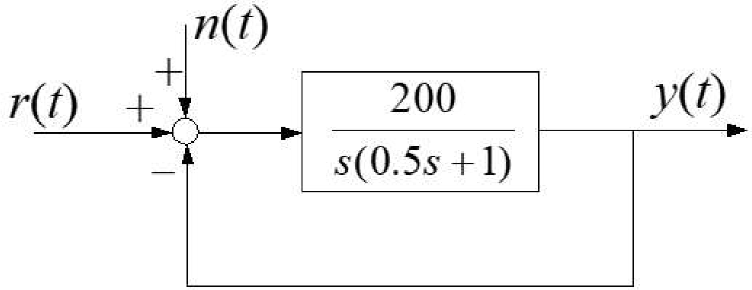
(3)计算稳态误差

$$E(s)=R(s)-G(s)[R(s)+N(s)]=\frac{1}{s}\cdot\frac{0.5s^2+s-20}{0.5s^2+s+200}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{0.5s^2+s-20}{0.5s^2+s+200}=-0.1$$

第3章习题练习

另一种算法——用叠加原理的算法：

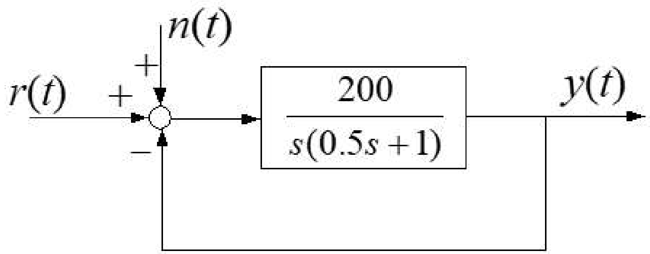


(1)判断系统的稳定性（从略）

(2)设$n(t)=0$，求$r(t)=1(t)$时的e_{ssr}

$e(t)=r(t)-y(t)$，系统为无差系统，单位阶跃输入时，$e_{ssr}=0$

第3章习题练习



(3)设$r(t)=0$，求$n(t)=0.1\times 1(t)$时的e_{ssn}

由题意，$e(t)=r(t)-y(t)=-y(t)$

$$E_n(s)=-G(s)N(s)=\frac{-200}{0.5s^2+s+200}\cdot\frac{0.1}{s}$$

$$\lim_{s\to 0} sE_n(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{-200}{0.5s+s+200}\cdot\frac{0.1}{s}=-0.1$$

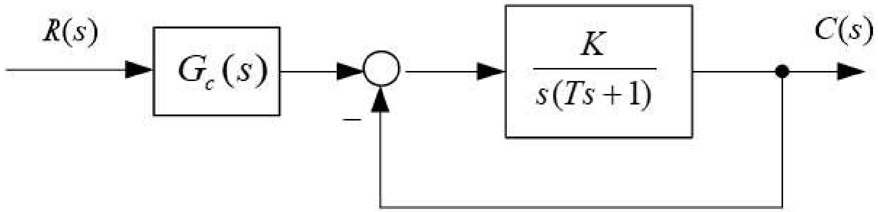
由本例说明，系统对输入稳态无差，但对扰动仍有稳态误差。

(4)系统的稳态误差 $e_{ss}=e_{ssr}+e_{ssn}=0+(-0.1)=-0.1$

37

第3章习题练习

例14 已知输入为 $r(t)=1+at$，$G_c(s)=1+bs$ 为比例微分控制器，定义系统的误差为 $E(s)=R(s)-C(s)$，试证明通过适当调节微分时间常数 b，可以使得系统对于输入 $r(t)$ 的稳态误差为零。



$T>0$，$K>0$

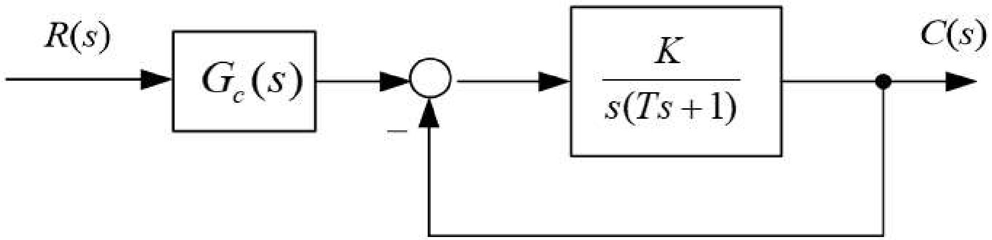
闭环传递函数 $$G(s)=\frac{K(1+bs)}{s(Ts+1)+K}$$

因为 $T>0$ 且 $K>0$，故系统闭环稳定

38

第3章习题练习

$$G(s)=\frac{K(1+bs)}{s(Ts+1)+K}$$



$T>0$，$K>0$

$$E(s)=R(s)-C(s)=\frac{s(Ts+1-Kb)}{Ts^2+s+K}R(s) \qquad R(s)=\frac{1}{s}+\frac{a}{s^2}=\frac{s+a}{s^2}$$

稳态误差 $$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=\lim_{s\to 0}\left[s\frac{s(Ts+1-Kb)}{Ts^2+s+K}\frac{s+a}{s^2}\right]$$

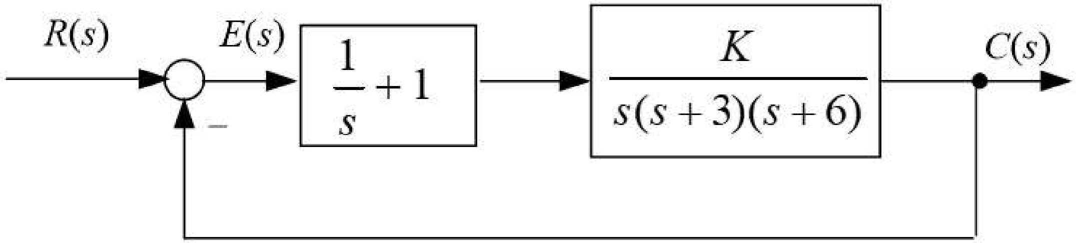
$$=\lim_{s\to 0}\left[\frac{(Ts+1-Kb)(s+a)}{Ts^2+s+K}\right]=\frac{a(1-Kb)}{K}$$

如果调节b，使得$b=1/K$，则必有$e_{ss}=0$

39

第3章习题练习

例15 已知系统结构图如下，要求系统在 $r(t)=t^2$ 作用下的稳态误差 $e_{ss}<0.5$，试确定 K 的取值范围。



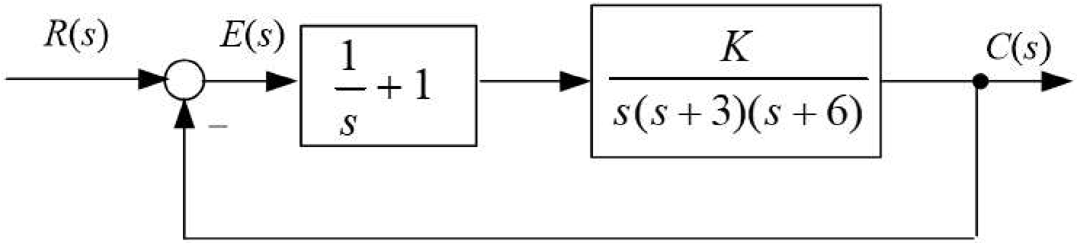
闭环系统特征方程 $s^2(s+3)(s+6)+K(s+1)=0$

整理后得： $s^4+9s^3+18s^2+Ks+K=0$

由劳斯判据可知，使得闭环系统稳定的 K 满足 $81>K>0$

第3章习题练习

81>K>0



开环系统传递函数

$$G_0(s)=\frac{K(s+1)}{s^2(s+3)(s+6)}=\frac{\frac{K}{18}(s+1)}{s^2(\frac{s}{3}+1)(\frac{s}{6}+1)}$$

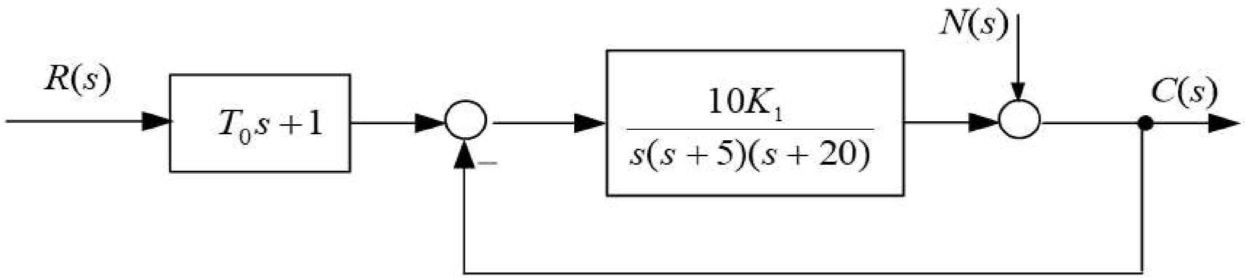
$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{sR(s)}{1+G_0(s)}=\lim_{s\to 0}\frac{2}{s^2[1+G_0(s)]}=\lim_{s\to 0}\frac{2}{s^2\left[1+\frac{\frac{K}{18}(s+1)}{s^2(\frac{s}{3}+1)(\frac{s}{6}+1)}\right]}=\frac{36}{K}<0.5$$

满足要求的K值范围是：**81>K>72**

41

第3章习题练习

作业2 定义系统的误差为 $E(s)=R(s)-C(s)$，试确定系统的参数 K_1 和 T_0，使得系统同时满足以下条件：(1)在 $r(t)=t$ 作用下无稳态误差；(2)在 $n(t)=t$ 作用下，稳态误差的绝对值不大于0.05。



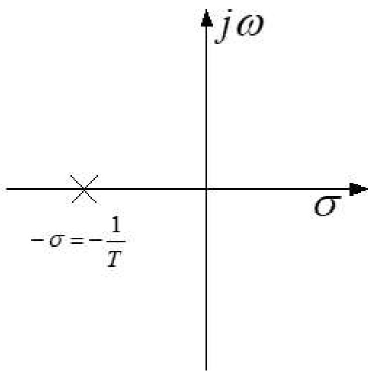
第3章小结

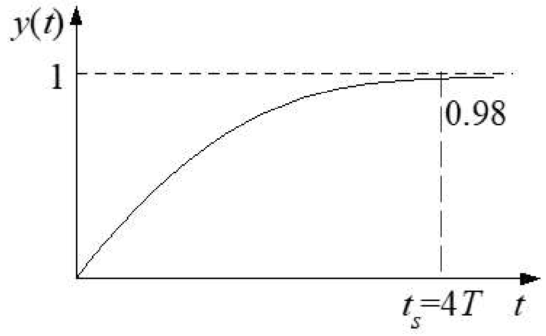
4、动态响应

①1阶和2阶系统，由极点位置估算单位阶跃响应特征

1阶系统 $G(s)=\dfrac{1}{Ts+1}$

动态响应根据于系统闭环传递函数，不是开环传递函数。



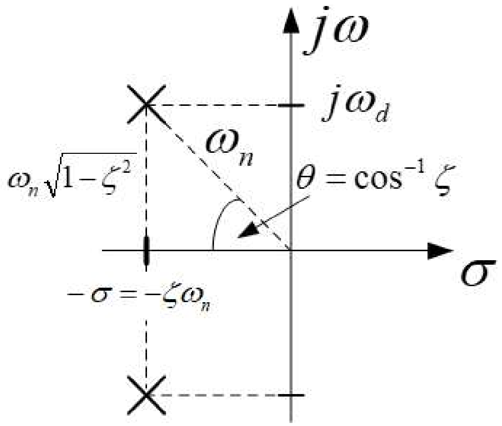


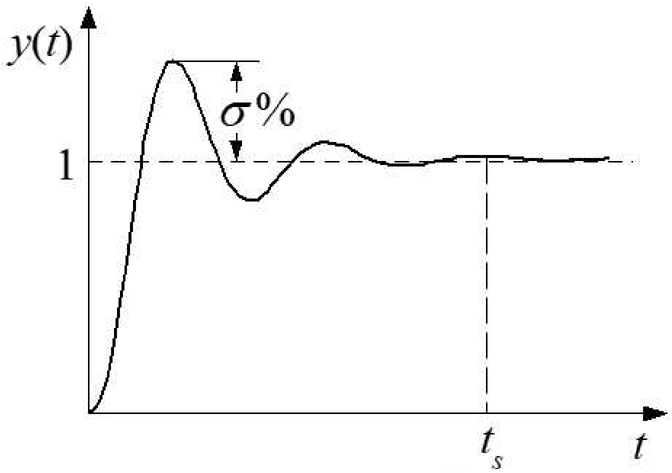
43

第3章小结

①1阶和2阶系统，由极点位置估算单位阶跃响应特征

$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}$$





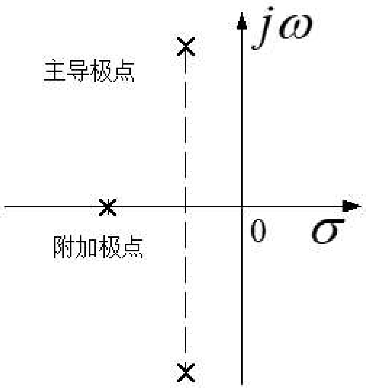
调整时间 $t_s=\dfrac{4}{\zeta\omega_n}=\dfrac{4T}{\zeta}$　　超调量 $\sigma\%=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

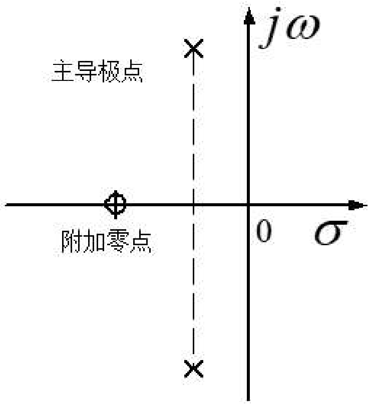
44

第3章小结

②估计高阶系统单位阶跃响应的方法

用主导极点决定的1阶或2阶系统代替高阶系统。并考虑非主导极点和零点的影响。估计的趋势虽然很近似，但对设计和调整系统很重要。





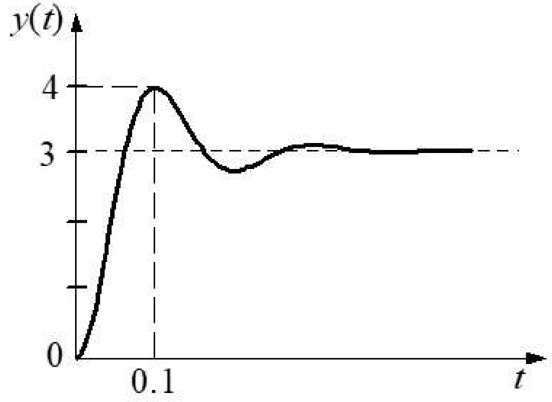
非主导极点使系统响应变慢，超调减小。

零点使系统响应变快，超调增大。

45

第3章习题练习

例16 已知2阶系统单位阶跃响应，求系统的传递函数



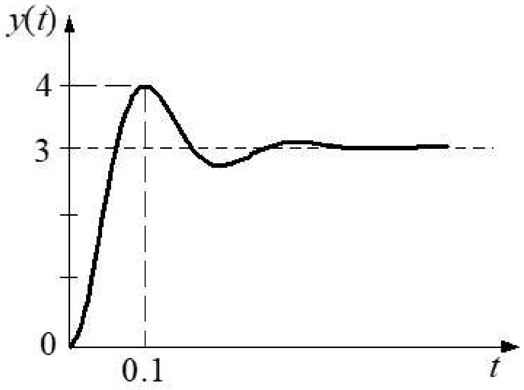
系统的稳态值，可由终值定理计算。即，

$$\lim_{s\to 0} sG(s)\cdot\frac{1}{s}=G(0)$$

系统在单位阶跃输入作用下，响应的稳态值是3，故系统的增益为3，不是1。设系统的模型(闭环传递函数)为，

$$G(s)=\frac{3}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{3\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

第3章习题练习



$$G(s)=\frac{3}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}=\frac{3\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$$

(1)由图得，$\sigma\%=(4-3)/3=33\%$，$t_p=0.1$

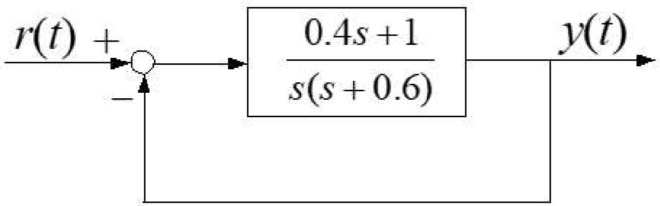
(2)由公式 $\sigma\%=e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}=0.33$ $\qquad \zeta=0.33$

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=0.1 \qquad \omega_n=33.2$$

47

第3章习题练习

例17 已知单位反馈系统如图所示。估计当$r(t)=1(t)$时的系统响应特征，超调量$\sigma\%$和调整时间t_s。



闭环传递函数

$$G(s)=\frac{0.4s+1}{s^2+s+1}$$

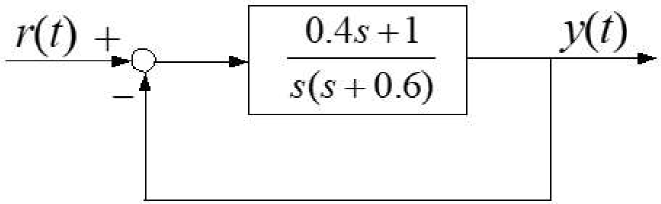
$$\begin{cases}2\zeta\omega_n=1\\ \omega_n^2=1\end{cases} \Rightarrow \zeta=0.5 \quad \omega_n=1$$

系统特征根 $s_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$

s_1、s_2为系统的主导极点，由此估计系统响应特性。

48

第3章习题练习

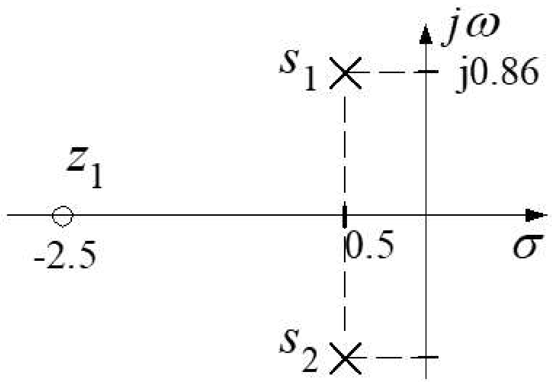


闭环传递函数

$$G(s)=\frac{0.4s+1}{s^2+s+1}$$

系统特征根 $s_{1,2}=-\frac{1}{2}\pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\zeta=0.5 \qquad \omega_n=1$



$$\sigma\%=e^{-\frac{0.5\pi}{\sqrt{1-0.5^2}}}=16.3\%$$

（精确值为18%）

$$t_s=\frac{4}{0.5\times1}=8s$$

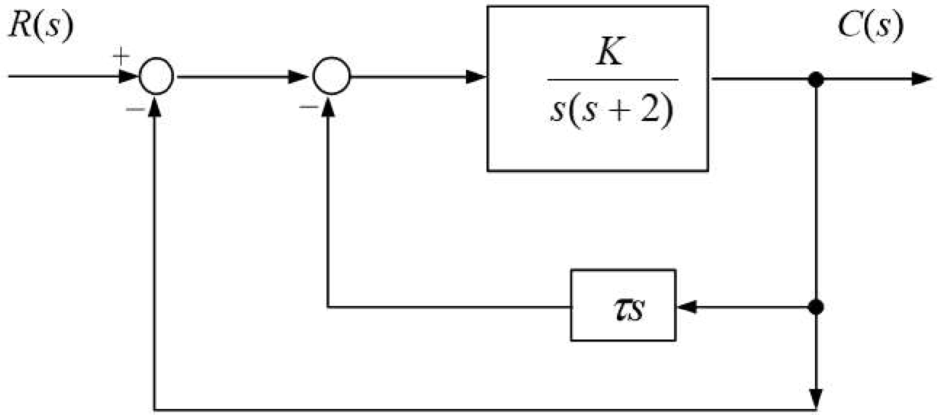
（精确值为7.8s）

由于零点的影响，超调量略大，调整时间略短。

49

第3章习题练习

作业3 已知控制系统如图所示。欲保证阻尼比ζ=0.7和单位斜坡响应的稳态误差e_{ss}=0.25，试确定系统参数K和τ，并计算系统的超调量σ%和调整时间t_s。定义系统的误差为 $E(s)=R(s)-C(s)$



50