

CHƯƠNG 1: TẬP HỢP VÀ ÁNH XẠ

1. Giả sử $A = \{1, \{1\}, \{2\}\}$. Chỉ ra các khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

a. $1 \in A$

b. $\{1\} \in A$

c. $\{1\} \subset A$

d. $\{\{1\}\} \subset A$

e. $\{\{2\}\} \in A$

f. $\{2\} \subset A$

2. Hãy liệt kê các tập hợp sau:

a. $\{1 + (-1)^n / n \in \mathbb{N}\}$

b. $\{n+1/n \in \{1, 2, 3, 5, 7\}\}$

c. $\{1/(n^2+n), n \in \mathbb{N}, n \text{ là lẻ và } n \leq 11\}$

3. Xét các tập hợp vũ trụ $= \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $B = \{1, 2, 4, 8\}$

$C = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ $D = \{2, 4, 6, 8\}$

Hãy xác định các tập hợp sau đây:

a. $(A \cup B) \cap C$

b. $A \cup (B \cap C)$

c. $C \cup D$



$$d. \overline{C} \cap \overline{D}$$

$$e. (A \cup B) \cap \overline{C}$$

$$f. A \cup (B \cap \overline{C})$$

$$g. (B \cap \overline{C}) \cap \overline{D}$$

$$h. B \cap \overline{C} \cap \overline{D}$$

$$i. (A \cup B) \cap \overline{C} \cap \overline{D}$$

4. Dùng các qui luật của lý thuyết tập hợp để đơn giản các biểu thức sau:

$$a. A \cap (B \cap \overline{A}) \quad b. (A \cap B) \cup (A \cap B \cap \overline{C} \cap D) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$$c. \overline{A} \cup \overline{B} \cup (A \cap B \cap \overline{C})$$

$$d. \overline{A} \cup (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap B \cap C \cap \overline{D})$$

5. Tại sao f trong các phương trình sau không phải là ánh xạ từ $R \rightarrow R$?

$$a. f(x) = 1/x$$

$$b. f(x) = \sqrt{x}$$

$$c. f(x) = \pm \sqrt{x^2 + 1}$$



CHƯƠNG 2: QUAN HỆ

1. Xét các quan hệ trên tập $A=\{1, 2, 3, 4\}$

a. $R_1=\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,4), (4,1), (4,4)\}$

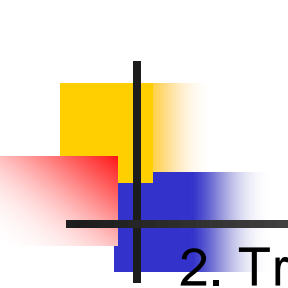
b. $R_2=\{(1,1), (1,2), (2,1)\}$

c. $R_3=\{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4)\}$

d. $R_4=\{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\}$

e. $R_5=\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\}$

Các quan hệ trên có tính phản xạ, đối xứng, bắc cầu?



2. Trong các quan hệ dưới đây, hãy cho biết quan hệ nào có tính phản xạ, đối xứng, phản xứng, bắc cầu?

a. C là tập con cố định của E , xét quan hệ R trên tập $P(E)$: $A R B \Leftrightarrow A \cap C = B \cap C$

b. Quan hệ R trên \mathbb{Z} : $x R y \Leftrightarrow x+y$ chẵn

c. Quan hệ R trên \mathbb{Z} : $x R y \Leftrightarrow x-y$ lẻ

d. Quan hệ R trên $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$: $(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a \leq c$

e. Quan hệ R trên \mathbb{Z} : $x R y \Leftrightarrow x^2 + y^2$ chẵn

f. Quan hệ \mathcal{R} trên \mathbf{R} : $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow |x| = |y|$

g. Quan hệ \mathcal{R} trên \mathbf{R} : $x \mathcal{R} y \Leftrightarrow \sin^2 x + \cos^2 y = 1$

CHƯƠNG 3: LOGIC HÌNH THỨC

1. a. Giả sử mệnh đề $p=T$, hãy xác định tất cả các chân trị của các biến mệnh đề q, r, s để mệnh đề sau lấy chân trị T:

$$p \rightarrow [(\neg q \vee r) \wedge \neg s] \wedge [\neg s \rightarrow (\neg r \wedge p)]$$

HD: Vì $p=T$,

$$\text{Mà } [(\neg q \vee r) \wedge \neg s] \wedge [\neg s \rightarrow (\neg r \wedge p)] = T$$

$$s=F, r=F, q=F$$

b. . CMR: $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ và $\neg p \wedge \neg q$ tương đương logic



2. CMR các mệnh đề sau đây là hằng đúng

- a. $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
- b. $(p \wedge q) \rightarrow p$
- c. $p \rightarrow (p \vee q)$
- d. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
- e. $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
- f. $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow p$
- g. $\neg(p \rightarrow q) \rightarrow \neg q$

3. Xét xem các mđ sau có phải là hằng đúng không?

a. $(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$

b. $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$

4. CMR các mđ sau là tương đương:

a. $\neg p \leftrightarrow q$ và $p \leftrightarrow \neg q$

b. $\neg(p \leftrightarrow q)$ và $\neg p \leftrightarrow q$

5. CMR qui tắc suy luận sau là đúng:

$$(\neg p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$$

$$r \rightarrow t$$

$$\neg t$$

$$\therefore p$$

6. Hãy kiểm tra các qui tắc suy luận sau:

a. $p \rightarrow q$

$$\neg q$$

$$\neg r$$

$$\therefore \neg (p \vee r)$$

b. $p \rightarrow q$

$$r \rightarrow \neg q$$

$$r$$

$$\therefore \neg p$$

c. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$$\neg q \rightarrow \neg p$$

$$p$$

$$\therefore r$$

. Hãy kiểm tra các qui tắc suy luận sau: (tt)

d. $p \wedge q$

$$p \rightarrow (r \wedge q)$$

$$r \rightarrow (s \vee t)$$

$$\neg s$$

$$\therefore t$$

e. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

$$p \vee s$$

$$t \rightarrow q$$

$$\neg s$$

$$\therefore \neg r \rightarrow \neg t$$

f. $p \vee q$

$$\neg p \vee r$$

$$\neg r$$

$$\therefore q$$



7. Dùng PP CM phản chứng qui tắc suy luận sau (phủ định KL đưa vào giả thiết, CM hằng sai)

$$p \rightarrow r$$

$$\neg p \rightarrow q$$

$$\underline{q \rightarrow s}$$

$$\therefore \neg r \rightarrow s$$

HD: $\neg(\neg r \rightarrow s) \Leftrightarrow \neg(r \vee s) \Leftrightarrow \neg r \wedge \neg s$ thêm vào giả thiết, rồi CM các suy luận là hằng sai



8. Xét các vị từ theo biến thực x:

$p(x,y)$: “ x là ước của y”

Hãy xác định chân trị của các mđ sau:

a. $p(2,3)$

b. $p(2,6)$

c. $\forall y, p(1,y)$

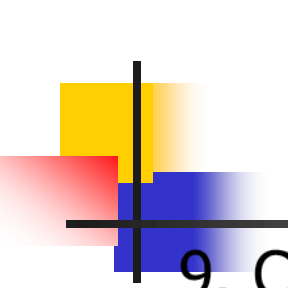
d. $\forall x, P(x,x)$

e. $\forall y, \exists x, p(x,y)$

f. $\exists y, \forall x, p(x,y)$

g. $\forall x, \forall y, (p(x,y) \wedge p(y,x)) \rightarrow (x=y)$

h. $\forall x, \forall y, \forall z, (p(x,y) \wedge p(y,z)) \rightarrow p(x,z)$



9. Cho $P(x)$ là câu "x học ở lớp hơn 4 giờ mỗi ngày trong tuần", ở đây không gian là tập hợp các sinh viên. Hãy diễn đạt các lượng từ sau thành câu thông thường

a. $\exists x P(x)$

b. $\forall x P(x)$

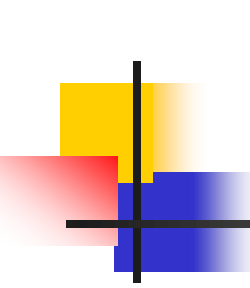
c. $\exists x \neg P(x)$

d. $\forall x \neg P(x)$

10. Cho $P(x)$ là câu "x nói được tiếng Anh" và $Q(x)$ là câu "x biết ngôn ngữ C++", ở đây không gian là tập hợp các sinh viên trong trường. Hãy diễn đạt các câu sau bằng cách dùng $P(x)$, $Q(x)$, các lượng từ và các liên từ logic

a. Có một sinh viên ở trường nói được tiếng Anh và biết ngôn ngữ C++.

b. Có một sinh viên ở trường nói được tiếng Anh nhưng không biết ngôn ngữ C++.



c. Mọi sinh viên ở trường đều nói được tiếng Anh hoặc biết ngôn ngữ C++.

d. Không có một sinh viên ở trường nói được tiếng Anh hoặc biết ngôn ngữ C++.

11. Dùng các lượng từ để diễn đạt các câu sau:

a. Tất cả sinh viên tin học đều phải học môn toán tin học.

b. Có một sinh viên trong lớp đã có máy vi tính.

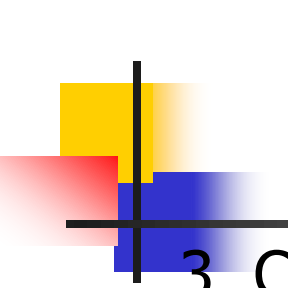
c. Tất cả sinh viên trong lớp đã học ít nhất một môn tin học.

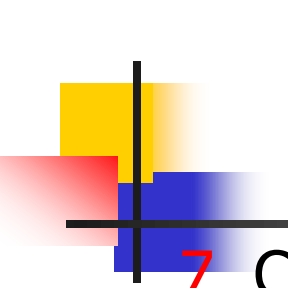
d. Mỗi sinh viên trong lớp ở một nhà trong ký túc xá.



Chương 4: LÝ THUYẾT ĐẾM CƠ BẢN

1. Trong trường đại học có 18 sinh viên toán và 325 sinh viên tin học.
 - a. Có bao nhiêu các chọn 2 đại diện sao cho 1 là sinh viên toán còn người kia là sinh viên tin học?
 - b. Có bao nhiêu cách chọn 1 đại diện là sinh viên toán hoặc sinh viên tin học.
2. một phiếu trắc nghiệm đa lựa chọn gồm 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời.
 - a. Có bao cách điền 1 phiếu trắc nghiệm, nếu mọi câu hỏi đều được trả lời.
 - b. Có bao cách điền 1 phiếu trắc nghiệm, nếu có thể bỏ trống.

- 
3. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 10, có bit đầu tiên và bit cuối cùng bằng 1?
 4. Có bao nhiêu xâu gồm 3 chữ số thập phân
 - a. Không chứa cùng 1 chữ số 3 lần?
 - b. Bắt đầu bằng chữ số lẻ?
 - c. Có đúng 2 chữ số 4? =
 5. Có bao nhiêu biển đăng ký xe, nếu mỗi biển số gồm 2 chữ số liên tiếp theo sau là 4 chữ cái **hoặc** 2 chữ cái theo sau là 4 chữ số?
 6. Có bao nhiêu biển đăng ký xe, nếu mỗi biển số gồm 3 chữ cái liên tiếp theo sau là 3 chữ số, hoặc 4 chữ cái theo sau là 2 chữ số?



7. Có bao nhiêu đơn ánh từ tập 5 phần tử đến tập có số phần tử bằng:

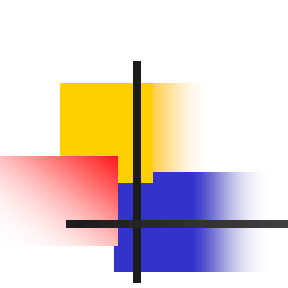
a. 4

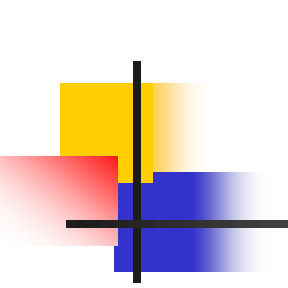
b. 5

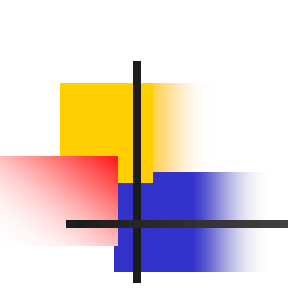
c. 6

d. 7

8. Có bao nhiêu xâu nhị phân có độ dài bằng 10 bắt đầu bằng 3 số 0 hoặc kết thúc bằng 2 số 0?

- 
- 9 a. Có bao nhiêu tập hợp con của $\{1,2,3,\dots,11\}$ chứa ít nhất một số chẵn?
b. Có bao nhiêu tập hợp con của $\{1,2,3,\dots,12\}$ chứa ít nhất một số chẵn?
c. Tổng quát hóa các kết quả trong a và b
- 10 a. Trong lớp học có 7 sinh viên, có bao nhiêu cách chia thành hai đội? Nếu yêu cầu mỗi đội có ít nhất 2 sinh viên
b. Trả lời các câu hỏi trong a) khi số sinh viên của lớp là 1 số nguyên tùy ý $n \geq 4$
11. Gọi n_1, n_2, \dots, n_r là các số nguyên dương có tổng bằng n . Có bao nhiêu cách chia n sinh viên thành r nhóm với số sinh viên của các nhóm là n_1, n_2, \dots, n_r .

- 
12. Có bao nhiêu cách chọn có hoàn lại lần lượt 5 phần tử từ tập 3 phần tử.
 13. Có bao nhiêu xâu có 6 chữ cái.
 14. Có bao nhiêu cách phân 3 công việc cho 5 người làm, nếu 1 người có thể làm nhiều việc?
 15. Tính số cách chọn 3 phần tử không có thứ tự từ tập có 5 phần tử nếu cho phép chọn có hoàn lại.
 16. Một nhà xuất bản có 3000 bản của một cuốn sách toán rời rạc. Có bao nhiêu cách cất chúng vào trong 3 kho hàng nếu các cuốn sách giống hệt nhau.
 17. Có bao nhiêu cách chọn 6 đối tượng từ 10 đối tượng khác nhau, khi
 - a. Các đối tượng lần lượt được chọn là có thứ tự và không cho phép lặp lại.
 - b. Các đối tượng lần lượt được chọn là có thứ tự và cho phép lặp lại.



18. Có bao nhiêu cách chọn 6 đối tượng từ 10 đối tượng khác nhau, khi (tt)

a. Các đối tượng lần lượt được chọn là không có thứ tự và không cho phép lặp lại.

b. Các đối tượng lần lượt được chọn là không có thứ tự và cho phép lặp lại.



19. Cho phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 = 11$$

- a. Có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm?
- b. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình thỏa mãn điều kiện: $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3$?

20. Phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21$$

Có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm sao cho:

- a. $x_1 \geq 1$?
- b. $x_i \geq 2$ với $i = 1, 2, 3, 4, 5$?



Chương 5: HỆ THỨC TRUY HỒI

1. Hãy tìm nghiệm của mỗi hệ thức truy hồi và điều kiện ban đầu sau đây. Dùng phương pháp lặp.

a. $a_n = 3a_{n-1}$ $a_0 = 2$

b. $a_n = a_{n-1} + 2$ $a_0 = 3$

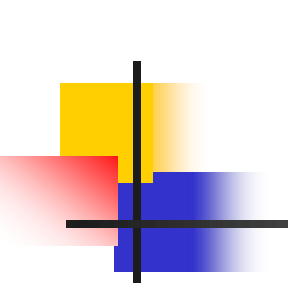
c. $a_n = a_{n-1} + n$ $a_0 = 1$

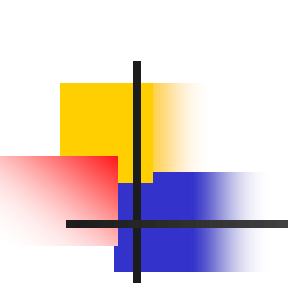
d. $a_n = a_{n-1} + 2n + 3$ $a_0 = 4$

e. $a_n = 2a_{n-1} - 1$ $a_0 = 1$

f. $a_n = 3a_{n-1} + 1$ $a_0 = 1$

g. $a_n = na_{n-1}$ $a_0 = 5$

- 
2. Một người gửi 1000 đô la vào tài khoản của mình trong ngân hàng với lãi suất kép 3% năm.
 - a. Hãy thiết lập hệ thức truy hồi cho tổng số tiền có trong tài khoản cuối năm thứ n ?
 - b. Tìm công thức tường minh cho tổng tài khoản vào cuối năm thứ n ?
 - c. Sau 100 năm tổng số tiền trong tài khoản là bao nhiêu?
 3. Giả sử dân số toàn thế giới năm 2010 là 9 tỷ người và tăng tốc độ 1% năm
 - a. Hãy thiết lập hệ thức truy hồi cho dân số thế giới n năm sau năm 2010
 - b. Tìm công thức tường minh cho dân số thế giới n năm sau năm 2010
 - c. Năm 2030 dân số thế giới là bao nhiêu?

- 
4. Một nhân viên bắt đầu làm việc tại công ty từ năm 2019, với lương khởi điểm 5000 đô la / năm. Hằng năm anh ta nhận thêm 100 và 2% lương của năm trước.
- Hãy thiết lập công thức truy hồi tính lương nhân viên đó n năm sau năm 2019.
 - Hãy tìm công thức tường minh tính lương nhân viên này n năm sau năm 2019.
 - Lương năm 2030 của anh ta là bao nhiêu?
5. Giải các hệ thức truy hồi cùng các điều kiện sau:
- $a_n = 2a_{n-1}$ với $n \geq 1$, $a_0 = 3$
 - $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0$
 - $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 6$, $a_1 = 8$
 - $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 3$, $a_1 = 6$
 - $a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 2$, $a_1 = 1$
 - $a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2}$ với $n \geq 2$, $a_0 = 4$, $a_1 = 10$



6. Tìm nghiệm các hệ thức truy hồi cùng các điều kiện sau:

a. $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} - 2a_{n-3}$ với $n \geq 3$, $a_0=3$, $a_1=6$, $a_2=0$

b. $a_n = 7a_{n-2} + 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$, $a_0=9$, $a_1=10$, $a_2=32$

c. $a_n = 2a_{n-1} + 5a_{n-2} - 6a_{n-3}$ với $n \geq 3$, $a_0=7$, $a_1=-4$, $a_2=8$

—
— — —
— — —



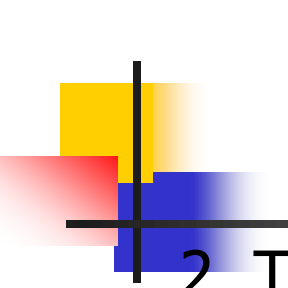
Chương 6: ĐẠI SỐ BOOLE

1. Vẽ các mạch tạo các đầu ra như sau:

a). $(x+y)x$

b). $x(y+z)$

c). $(x+y+z)(x \cdot y \cdot z)$



2. Tìm giá trị của các biến Boole x, y thỏa mãn phương trình $xy = x + y$

3. Chứng minh “luật hút thu”: $x + xy = x$; $x(x + y) = x$

4. CMR trong đại số Boole:

a. Nếu $x \vee y = 0$ thì $x = 0$ và $y = 0$

b. Nếu $x \wedge y = 1$ thì $x = 1$ và $y = 1$

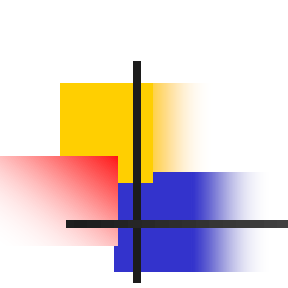
5. Tìm khai triển tổng các tích của các hàm Boole sau:

a. $F(x, y, z) = x + y + z$

b. $F(x, y, z) = (x + z)y$

c. $F(x, y, z) = x$

d. $F(x, y, z) = xy\bar{z}$



6. Một hệ thống đèn cố định điều khiển bởi nhiều công tắc. Thiết kế mạch điều khiển sao cho khi ấn (mở/ tắt) công tắc bất kỳ hệ thống đèn đang tắt sẽ bật, đang mở sẽ tắt. Hãy thiết kế mạch thực hiện điều đó khi có 2 công tắc Khi 3 công tắc.

Giải: HD

- Trường hợp dùng 2 công tắc: x, y là 2 biến Boole
- Trường hợp dùng 3 công tắc: tương tự x, y, z là 3 biến Boole

— —



7. Tìm công thức tối thiểu các hàm sau:

a. $\bar{z} (x\bar{y} \vee yt) \vee y(x\bar{z} \vee \bar{x}z)$

b. $xyzt \vee \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{z}t \vee y\bar{z}\bar{t}$

c. $\bar{y}(zt \vee \bar{z}\bar{t}) \vee y(\bar{z}\bar{t} \vee xzt) \vee \bar{x}zt$

d. $xyzt \vee x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee yz \vee xy(\bar{z} \vee t)$

e. $\bar{z}\bar{y} \vee xy\bar{t} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z\bar{t} \vee x\bar{y}\bar{z}t \vee \bar{y}zt$



$$f. f = x\bar{y}zt + \bar{y}\bar{t} + \bar{x}\bar{z}\bar{t} + y\bar{t} + \bar{x}\bar{y}t + \bar{x}y\bar{z}t$$

$$g. f = xyzt + x\bar{y}zt + x\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}zt$$

$$h. f = xy\bar{z}t + x\bar{y}zt + \bar{x}yzt + x\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t$$

$$i. f = xyzt + xy\bar{z}t + x\bar{y}zt + \bar{x}yzt + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + x\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$$

8. Cho hàm Boole theo 4 biến $f(x, y, z, t)$ xác định bởi

$$f^{-1}(1) = \{1110, 0110, 0111, 1001, 1101, 0001, 1100, 0000\}$$

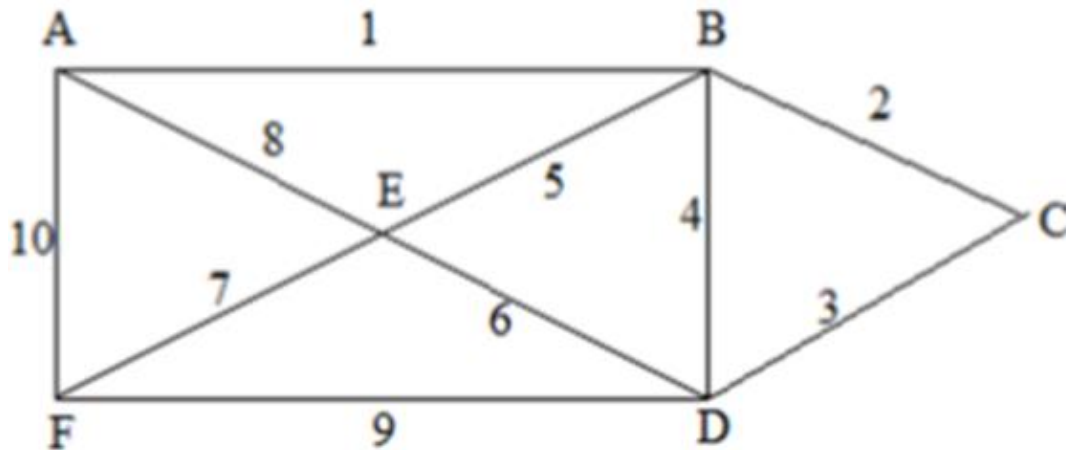
a. Tìm dạng nổi rời chính tắc f .

b. Tìm công thức đa thức tối thiểu của f .

c. Vẽ mạch tổng hợp của hàm Boole f tương ứng với một công thức tối thiểu nào đó của f trong câu b.

Chương 7: LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

1. Tìm cây khung tối thiểu của đồ thị G với trọng số như sau:





2. Cho đồ thị $G = (V, E)$, trong đó $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$, được biểu diễn theo danh sách đỉnh liền kề như sau:

Đỉnh	Đỉnh liền kề
a	b, d
b	a, c, d, e
c	b, f
d	a, b, e, g
e	b, d, f, h
f	c, e, h, i
g	d, h
h	e, f, g, i
i	f, h



a. Vẽ đồ thị G .

b. Tìm chu trình Euler của đồ thị G nếu có

3. Có 6 môn thi cần xếp lịch. Giả sử các môn học được đánh số từ 1 đến 6, và các cặp môn thi sau có chung sinh viên: 1 và 2, 1 và 3, 1 và 4, 1 và 5, 2 và 4, 2 và 5, 2 và 6, 3 và 4, 3 và 5, 3 và 6, 4 và 6, 5 và 6. Hãy xếp lịch thi sao cho: số đợt thi là ít nhất và các sinh viên không bị trùng lịch thi.

4. Dùng thuật toán Dijkstra, tìm đường đi ngắn nhất từ A đến F trong đồ thị sau

