

# PHƯƠNG PHÁP TĂNG KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG PHẦN MỀM MDSOLIDS GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN DẦM SIÊU TĨNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP LỰC

## THE METHOD INCREASE THE ABILITY TO APPLY MDSOLIDS SOFTWARE TO SOLVE SOME TYPE OF INDETERMINATE BEAM PROBLEM BY FORCE METHOD

Trần Ngọc Hải

*Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp*

Đến Tòa soạn ngày 12/9/2017, chấp nhận đăng ngày 05/02/2018

**Tóm tắt:** Những phương pháp thông thường sử dụng phần mềm MDSOLIDS không giải được bài toán dầm siêu tĩnh... Với cách tiếp cận khác, bằng cách sơ đồ hoá dầm siêu tĩnh, tính các liên kết thừa theo phương pháp lực, gán giá trị các liên kết thừa lên hệ cơ bản. Bài toán siêu tĩnh trở thành bài toán tĩnh định, từ đó dùng MDSOLIDS giải bài toán. Đây là điểm tích cực nhất được đề cập đến trong bài báo, khai thác được khả năng tính toán, vẽ biểu đồ rất mạnh của phần mềm. Phạm vi ứng dụng rộng, thuận tiện cho người sử dụng.

**Từ khóa:** Phần mềm MDSOLIDS, dầm siêu tĩnh, phương pháp lực.

**Abstract:** Normal methods using MDSOLIDS software do not solve the indeterminate beam problems. With approaching the problem in other ways, by diagramming indeterminate beams, calculating constraint links by force method, assigning value of constraint links to basic structure, the indeterminate problems become the static problems which can be solve by the MDSOLIDS software. This is the most positive point of the research that highlights the ability of calculation and graph drawing of MDSOLIDS software. The application range of the software is wide, and convenient for the users.

**Keywords:** MDSOLIDS software, indeterminate beams, force method.

### 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

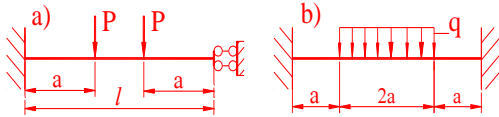
Việc sử dụng phần mềm MDSolids giải các bài toán cơ bản, đơn giản về sức bền vật liệu đã thành phổ biến. Tuy nhiên khi giải các bài toán phức tạp như dầm siêu tĩnh, dầm liên tục... nếu theo cách thông thường sẽ không giải được các bài toán đó từ MDSolids. Với cách tiếp cận khác, bằng cách sơ đồ hoá dầm siêu tĩnh, tính các liên kết thừa theo phương pháp lực, gán giá trị các liên kết thừa lên hệ cơ bản, bài toán siêu tĩnh trở thành bài toán tĩnh định tương đương, từ đó dùng

MDSolids giải bài toán. Đây là phương pháp tiếp cận tích cực, khai thác được khả năng tính toán, vẽ đồ thị rất mạnh của phần mềm. Phạm vi ứng dụng rộng, thuận tiện cho người sử dụng. Phần tiếp sau đây trình bày cách giải một số dạng bài toán siêu tĩnh bằng phần mềm MDSolids để làm rõ nội dung của phương pháp.

### 2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Những nghiên cứu về lý thuyết giải các dạng bài toán về dầm siêu tĩnh, dầm liên tục đã

được trình bày kỹ [1]. Vấn đề là chọn phương pháp lực,... hay các phương pháp khác để giải bài toán. Quan sát sơ đồ dầm chịu tải (hình 1a, 1b), ở sơ đồ (1a), có thể dùng phương pháp phần tử hữu hạn để tính, sơ đồ (1b) dùng phương trình ba mômen để giải hoàn toàn bài toán.



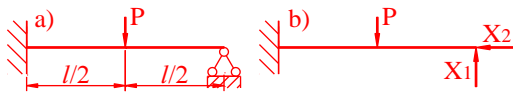
Hình 1. Sơ đồ dầm siêu tĩnh

Từ quan điểm sử dụng nhiều nhất tính năng của MDSolids, chúng tôi sử dụng phương pháp lực [1] giải bài toán.

Các bước cơ bản như sau:

1. Xác định bậc siêu tĩnh.
2. Chọn hệ cơ bản, đặt các phản lực liên kết vào hệ cơ bản.
3. Thiết lập hệ phương trình chính tắc.

Ví dụ: cho dầm (hình 2a), hệ cơ bản, phản lực liên kết (hình 2b)



Hình 2. Sơ đồ dầm siêu tĩnh

Gọi  $\delta_{11}$ ,  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{21}$ ,  $\delta_{22}$  là chuyển vị đơn vị theo phương  $X_1$ ,  $X_2$  do các lực đơn vị gây ra. Như vậy chuyển vị theo các phương  $X_1$ ,  $X_2$  do các lực  $X_1$ ,  $X_2$  và tải trọng gây ra tính bởi biểu thức:

$$\Delta_1 = \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P}$$

$$\Delta_2 = \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P}$$

Từ  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  ta có hệ phương trình:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0$$

Giải hệ phương trình, xác định được  $X_1$ ,  $X_2$ .

Trường hợp tổng quát, ký hiệu  $\delta_{ij}$  là chuyển vị theo phương  $i$  do lực đơn vị theo phương  $j$  gây nên. Với hệ siêu tĩnh bậc  $n$ , ta có hệ

phương trình chính tắc:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2P} = 0$$

.....

$$\delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{nP} = 0$$

4. Giải hệ phương trình chính tắc.

5. Vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn.

Như vậy cơ sở lý thuyết của giải pháp là dùng phương pháp lực xác định phản lực liên kết tại liên kết thừa hệ siêu tĩnh, sau đó sử dụng MDSolids giải bài toán.

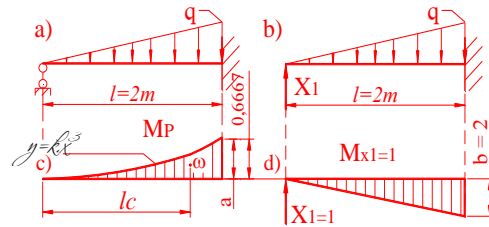
### 3. ỨNG DỤNG PHẦN MỀM MDSOLIDS GIẢI MỘT SỐ DẠNG BÀI TOÁN DẦM SIÊU TĨNH

#### 3.1. Những ví dụ

Ví dụ 1 [4]: Vẽ biểu đồ nội lực dầm siêu tĩnh, một đầu ngàm,  $q=1$  kN (hình 3a).

Lời giải: Thực hiện qua 5 bước sau:

1. Hệ có bậc siêu tĩnh bằng 1
2. Chọn hệ cơ bản, đặt phản lực liên kết vào gối đỡ đơn bị bỏ đi (hình 3b).
3. Phương trình chính tắc:  $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$



Hình 3. Biểu đồ mômen  $M_p$ ,  $M_{x1}$

4. Giải phương trình chính tắc: Dùng MDSolids vẽ biểu đồ  $M_p$ ,  $M_{x1=1}$  (hình 3c, 3d). Tính:

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{8}{3EJ}$$

$$\Delta_{1P} = \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \omega \frac{l}{c} \cdot b = \frac{1}{EJ} \left( \frac{a \cdot l}{n+1} \cdot \frac{(n+1)}{(n+2)} \cdot b \right)$$

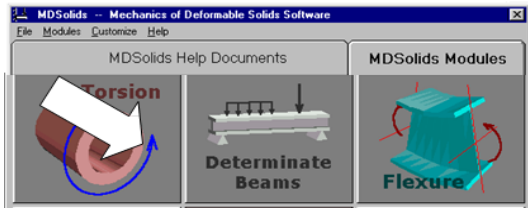
$$\Rightarrow \Delta_{1P} = -\frac{1}{EJ} \cdot \left( \frac{0,6667 \times 2}{(3+1)} \cdot \frac{(3+1)}{(3+2)} \times 2 \right) = -\frac{2,6668}{5EJ}$$

$$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} \Rightarrow X_1 = \frac{2,6667}{5EJ} \cdot \frac{3EJ}{8} \approx \frac{1}{5} \text{ kN}$$

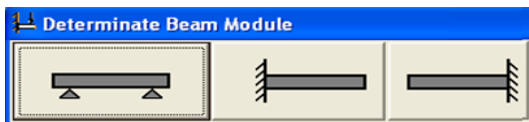
### 5. Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt:

Dùng MDSolids, thực hiện như sau:

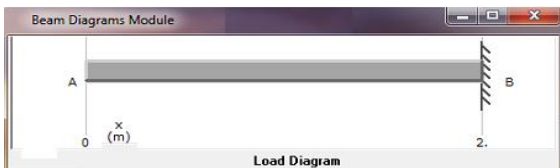
- a. Từ menu chính của MDSolids, chọn mục MDSolids, click “Determinate Beam”.



- b. Chọn dầm có liên kết tương ứng đề bài

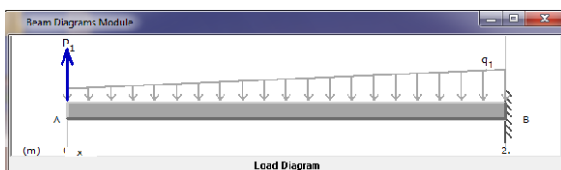


- c. Đặt chiều dài dầm (2 m)

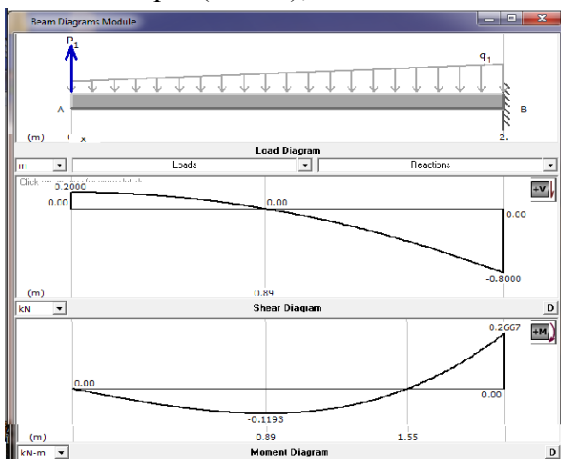


- d. Đặt tải trọng phân bố: bắt đầu: 0m, kết thúc: 2 m, độ lớn:  $q=1 \text{ kN/m}$ , chiều

- e. Đặt phản lực liên kết: điểm đặt: 0 m, chiều, độ lớn:  $X_1=1/5 \text{ kN}$ .



- f. Nhận kết quả (hình 4), Enter



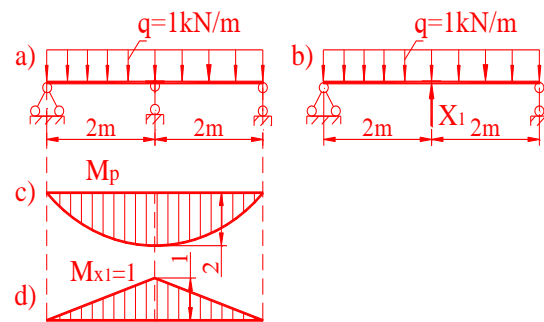
Hình 4. Biểu đồ lực cắt - mômen uốn

Ví dụ 2 [2]: Vẽ biểu đồ nội lực dầm liên tục (hình 5a).

Lời giải:

1. Hệ có bậc siêu tĩnh bằng 1
2. Chọn hệ cơ bản, đặt phản lực liên kết vào gối đỡ đơn bị bỏ đi (hình 5b).
3. Phương trình chính tắc:  $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$ .
4. Giải phương trình chính tắc:

Dùng MDSolids vẽ  $M_p$ ,  $M_{x1=1}$  (hình 5c, 5d).



Hình 5. Biểu đồ mômen  $M_p$ ,  $M_{x1}$

Tính:  $\delta_{11}$ ,  $\Delta_{1P}$

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot 2 \left( \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times \frac{2}{3} \times 1 \right) = \frac{4}{3EJ}$$

$$\Delta_{1P} = \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \cdot 2 \left( \frac{2}{3} \times 2 \times 2 \times \frac{5}{8} \times 1 \right) = \frac{-10}{3EJ}$$

$$\Rightarrow X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} \Rightarrow X_1 = \frac{10}{3EJ} \cdot \frac{3EJ}{4} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ kN}$$

### 5. Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt:

- a. Chọn mục MDSolids Module, click “Determinate Beam”.

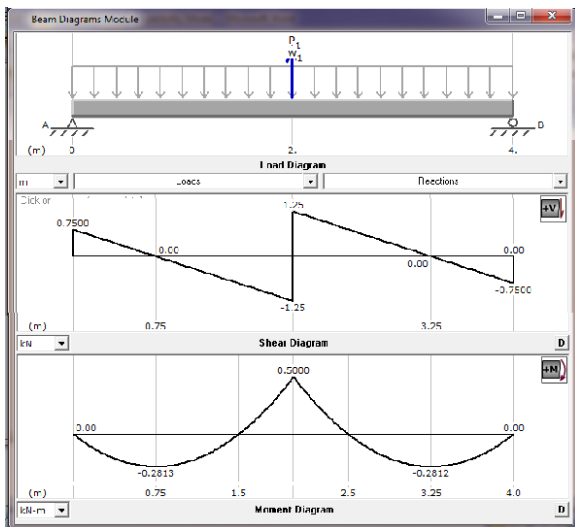
- b. Chọn dầm có dạng tương ứng với đề bài.

- c. Đặt chiều dài dầm (4 m).

- d. Đặt tải trọng phân bố:  $q = 1 \text{ kN/m}$  chiều, điểm bắt đầu (0 m), điểm kết thúc (4 m).

- e. Đặt phản lực liên kết: vị trí điểm đặt (0 m), chiều, độ lớn:  $X_1=2,5 \text{ kN}$ , Enter.

- f. Nhận kết quả (hình 6).

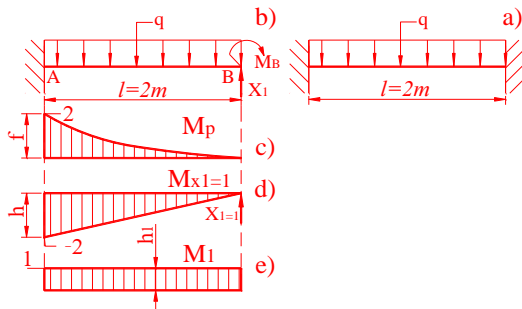


Hình 6. Biểu đồ lực cắt - mômen uốn

Ví dụ 3 [5]: Vẽ biểu đồ nội lực dầm ngàm hai đầu (hình 7a).

Lời giải:

1. Hệ có bậc siêu tĩnh bằng 2.
2. Chọn hệ cơ bản, đặt  $(X_1, \text{mômen } M)$  vào liên kết ngàm bị bỏ đi (hình 7b).



Hình 7. Biểu đồ mômen  $M_p, M_1, M_{x1}$

3. Lập hệ phương trình chính tắc

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0; \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0$$

4. Giải phương trình chính tắc

Vẽ biểu đồ  $M_p, M_{x1}, M_1$  (hình 7c, d, e).

Tính  $\Delta_{1P}, \Delta_{2P}$  dùng bảng tính  $\int \bar{M}_1 M_p ds$ ; [5]

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{f \cdot l \cdot h}{4} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{2 \times 2 \times 2}{4} = -\frac{2}{EJ}$$

$$\Delta_{2P} = \int \frac{\bar{M}_2 M_p ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{f \cdot l \cdot h}{2} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{2 \times 2 \times 1}{3} = \frac{4}{3EJ}$$

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{8}{3EJ}$$

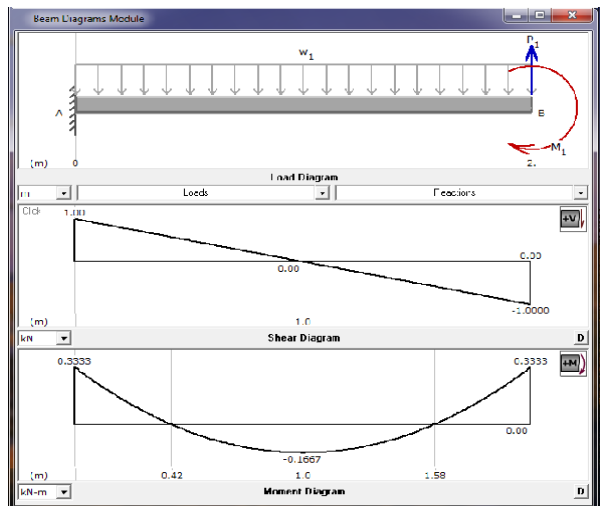
$$\delta_{22} = \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_2 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot 1 \times 2 \times 1 = \frac{2}{EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2 ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 1 = -\frac{2}{EJ}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{3}X_1 - 2X_2 - 2 = 0 \\ -2X_1 + 2X_2 + \frac{4}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3}X_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 1 \text{ kN} \\ X_2 = \frac{1}{3} \text{ kNm} \end{cases} \quad 5.$$

Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt:

Đặt  $X_1 = 1 \text{ kN}$ ,  $X_2 = M = 1/3 \text{ kNm}$  vào hệ cơ bản, dùng MDSolids vẽ, kết quả (hình 8).

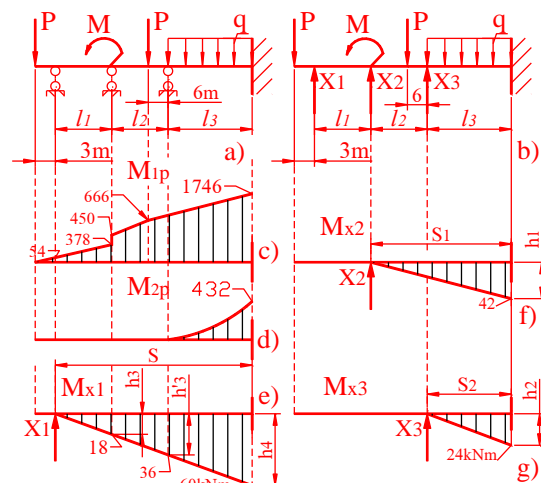


Hình 8. Biểu đồ lực cắt - mômen uốn

Ví dụ 4 [4]: Vẽ biểu đồ nội lực dầm liên tục  $P=18 \text{ kN}$ ,  $M=72 \text{ kNm}$ ,  $q=1,5 \text{ kN/m}$ ,  $l_1=l_2=18 \text{ m}$ ,  $l_3=24 \text{ m}$  (hình 9a)

Lời giải :

1. Hệ có bậc siêu tĩnh bằng 3.
2. Chọn hệ cơ bản, đặt phản lực liên kết  $(X_1, X_2, X_3)$  vào gối đỡ đơn bỏ đi (hình 9b).



Hình 9. Biểu đồ lực cắt - mômen uốn

### 3. Lập hệ phương trình chính tắc

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0$$

### 4. Giải phương trình chính tắc

Dùng MDSolids vẽ biểu đồ  $M_p$ ,  $M_{x1}$ ,  $M_{x2}$ ,  $M_{x3}$ , (hình 9c, d, e, f, g). Tính:  $\delta_{11}, \delta_{22}, \dots, \delta_{12}, \dots$ ,

$\delta_{13}, \Delta_{1P}, \Delta_{2P}$  dùng bảng tính  $\int \bar{M}_1 M_p ds$ ; [5]

$$\delta_{11} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_1 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{Sh^2}{3} = \frac{60^3}{3EJ} = \frac{72000}{EJ}$$

$$\delta_{22} = \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_2 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{S_1 h^2}{3} = \frac{42^3}{3EJ} = \frac{24696}{EJ}$$

$$\delta_{33} = \int \frac{\bar{M}_3 \bar{M}_3 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{S_2 h^2}{3} = \frac{24^3}{3EJ} = \frac{4608}{EJ}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2 ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times (18 + \frac{2}{3} \cdot 12) + 12 \times 30 \times \frac{30+60}{2} + \frac{1}{2} \times 30 \times 30 \times (30 + \frac{2}{3} \cdot 30) = 40572$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 24 \times 24 \times (36 + \frac{2}{3} \cdot 24) = \frac{14976}{EJ}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 24 \times 24 \times (18 + \frac{2}{3} \cdot 24) = \frac{9792}{EJ}$$

$$\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ} = -\frac{1}{EJ} \cdot \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times (54 + \frac{2}{3} \cdot 324) + 18 \times 12 \times \frac{450+666}{2} + \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times (450 + \frac{2}{3} \cdot 216) + 30 \times 30 \times \frac{666+1746}{2} + \frac{1}{2} \times 30 \times 30 \times \frac{2}{3} \times 1080 + \frac{24 \times 432}{12} \times (3 \times 60 + 36) = \frac{-2102760}{EJ}$$

$$\Delta_{2P} = \frac{1}{EJ} \cdot 450 \times 12 \times 6 + \frac{1}{2} \times 12 \times 216 \times \frac{2}{3} \cdot 12 + 666 \times 30 \times \frac{12+42}{2} + \frac{1}{2} \cdot 30 \times 1080 \times (12 + \frac{2}{3} \cdot 30) + \frac{24 \times 432}{12} \cdot 24 = \frac{-1225044}{EJ}$$

$$\Delta_{3P} = \int \frac{\bar{M}_3 M_p ds}{EJ} = \frac{1}{EJ} \cdot 882 \times 24 \times \frac{24}{2} + \frac{1}{2} \cdot 24 \times 864 \times \frac{2}{3} \cdot 24 + \frac{24 \times 432}{4} \times 24 = \frac{-482112}{EJ}$$

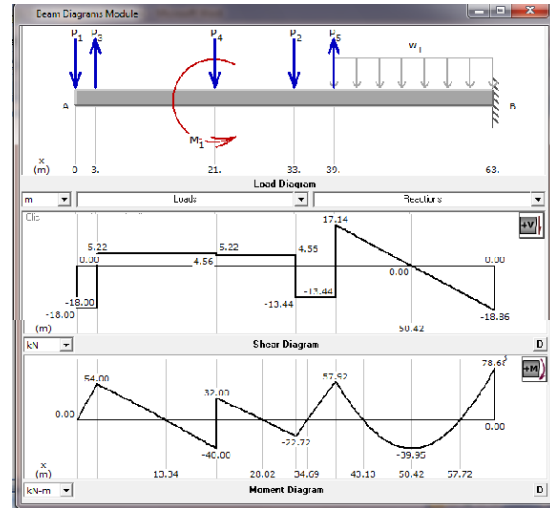
Thay các giá trị vào hệ ta có:

$$\begin{cases} 72000X_1 + 40572X_2 + 14976X_3 - 2102760 = 0; \\ 40572X_1 + 24696X_2 + 9792X_3 - 1225044 = 0 \\ 14976X_1 + 9792X_2 + 4608X_3 - 482112 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:

$$X_1 = 23,22 \text{ kN}; X_2 = -0,663 \text{ kN}; X_3 = 30,57 \text{ kN}$$

5. Vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt: Đặt  $X_1=23,22$  kN tại 3 m;  $X_2=0,663$  kN tại 21 m,  $X_3=30,57$  kN tại 39 m, chiều lực tác dụng, dùng MDSolids vẽ, kết quả (hình 10).



Hình 10. Biểu đồ lực cắt - mômen uốn

### 3.2. Nhận xét chung các ví dụ

Dùng định lý Castigliano, tài liệu [2], giải ví dụ 2, dùng phương trình ba mômen tài liệu [6] giải các ví dụ 1, 3 kết quả bằng kết quả tính dùng MDSolids nhưng phức tạp hơn rất nhiều.

Chọn hệ cơ bản hợp lý giúp việc lập phương trình chính tắc, tính giá trị các phản lực liên kết dễ dàng.

Khi hệ có bậc siêu tĩnh lớn, việc tính các đại lượng  $\Delta_{iP}$  khá phức tạp, ví dụ tính  $\Delta_{1P} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 M_p ds}{EJ}$ , do nhân biểu đồ thực hiện trên suốt chiều dài dầm (hình 9e, 9c, 9d) nên khối lượng tính lớn. Tài liệu ([4], tr82) giải ví dụ 4 bằng phương trình ba mômen cho cùng kết quả nhưng đơn giản hơn.

### 4. KẾT LUẬN

Bài báo trình bày phương pháp ứng dụng phần mềm MDSolids giải một số dạng bài toán dầm siêu tĩnh, dầm liên tục bằng phương

pháp lực. Việc tính phản lực tại liên kết thừa, gán giá trị của chúng lên hệ cơ bản thực chất là xây dựng hệ tĩnh định tương đương hệ siêu tĩnh. Bài toán siêu tĩnh trở thành bài toán tĩnh định, dùng MDSolids để giải, đây là điểm tích cực nhất của bài báo.

Toàn bộ quá trình vẽ biểu đồ lực cắt, mômen uốn thực hiện bằng MDSolids3.5. Đây là phương pháp tiếp cận mới, khai thác được khả năng tính toán, vẽ biểu đồ rất mạnh của

phần mềm. Phạm vi ứng dụng rộng, thuận tiện cho người sử dụng.

Một số dạng bài toán về dầm siêu tĩnh được giới thiệu là những bài toán điển hình. Tuy nhiên với các kết cấu dạng khung, các hệ có bậc siêu tĩnh lớn hơn 2 thì hiệu quả của phương pháp chưa cao, cách giải ví dụ 4 [4] phần nào nói nên hạn chế của phương pháp, vấn đề này sẽ tiếp tục được nghiên cứu để ứng dụng tốt hơn trên phần mềm.

## **TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1] Lê Quang Minh, Nguyễn Văn Vượng. *Sức bền vật liệu tập 2*. NXB Giáo dục Việt Nam, 2012.
- [2] Nhữ Phương Mai. *Sức bền vật liệu, lý thuyết và bài tập*. NXB Giáo dục Việt Nam, 2010.
- [3] Trần Minh Tú, Phạm Sĩ Đồng. *Hướng dẫn sử dụng phần mềm MDSOLIDS giải bài tập sức bền vật liệu*. NXB Hà Nội, 2010.
- [4] Nguyễn Văn Phương. *Cơ học kết cấu tập II*. NXB Xây dựng Hà Nội, 2010.
- [5] Н.М.БЕЛЯЕВ. *Сборник задач по сопротивлению материалов*. Издательство “НАУКА”, Москва, 1968.
- [6] П.А.СТЕПИН. *Сопротивление материалов*. Издательство “ВЫСШАЯ ШКОЛА”, Москва, 1966.

---

*Thông tin liên hệ:*    **Trần Ngọc Hải**

Điện thoại: 01663341951 - Email: tnhai@uneti.edu.vn

Khoa Cơ khí, Trường Đại học Kinh tế - Kỹ thuật Công nghiệp.

