Tìm kiếm và sắp xếp

Duc-Minh Vu @ Phenikaa - ORLab

Nội dung

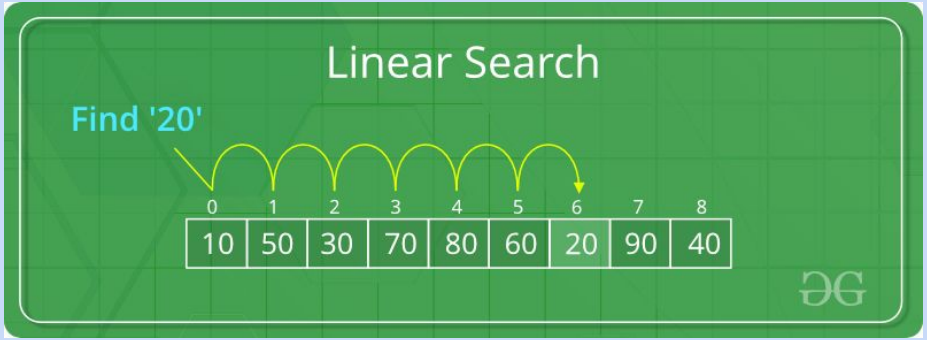
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính.
- Thuật toán tìm kiếm nhị phân.
- Một số hàm trong C/C++ hỗ trợ tìm kiếm tuyến tính/tìm kiếm nhị phân.
-

Bài toán tìm kiếm

- Cho một danh sách n phần tử, tìm phần tử thỏa mãn điều kiện nào đó.
  - Có giá trị bằng giá trị X cho trước.
  - Có giá trị lớn hơn X cho trước
  - …
  - => thỏa mãn một điều kiện logic nào đó, gọi là f(X)
- Tùy vào cách thức lưu trữ thông tin, có các phương thức tìm kiếm khác nhau
  - Không thứ tự: tìm kiếm tuyến tính
  - Có thứ tự: tìm kiếm nhị phân, tam phân, nội suy, etc.
- Nếu miền giá trị bé, có thể tìm kiếm trong O(1)

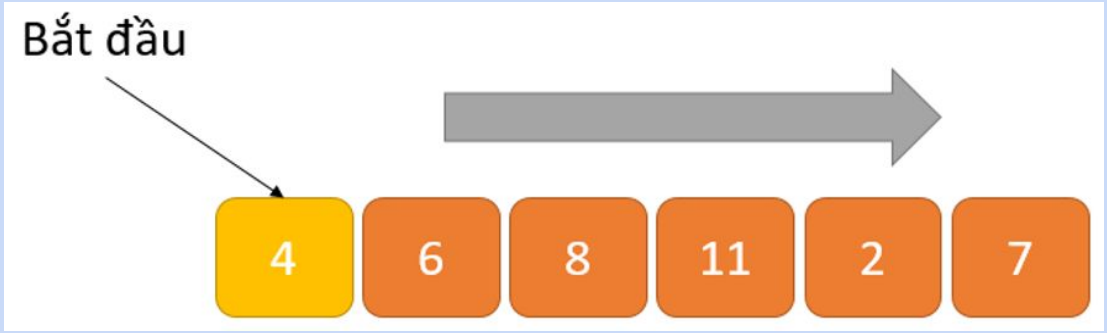
Tìm kiếm với độ phức tạp tuyến tính

- Linear Search - GeeksforGeeks
- Thuật toán tìm kiếm tuyến tính (tek4.vn)
- Áp dụng với các danh sách tuyến tính: mảng, danh sách liên kết, etc.
- Duyệt từ đầu đến cuối danh sách và kiểm tra biểu thức logic.
- Độ phức tạp: O(n*g(M)) với n là kích thước danh sách và M là thời gian lớn nhất cho việc kiểm tra điều kiện.
    - Thông thường O(g(M))=1

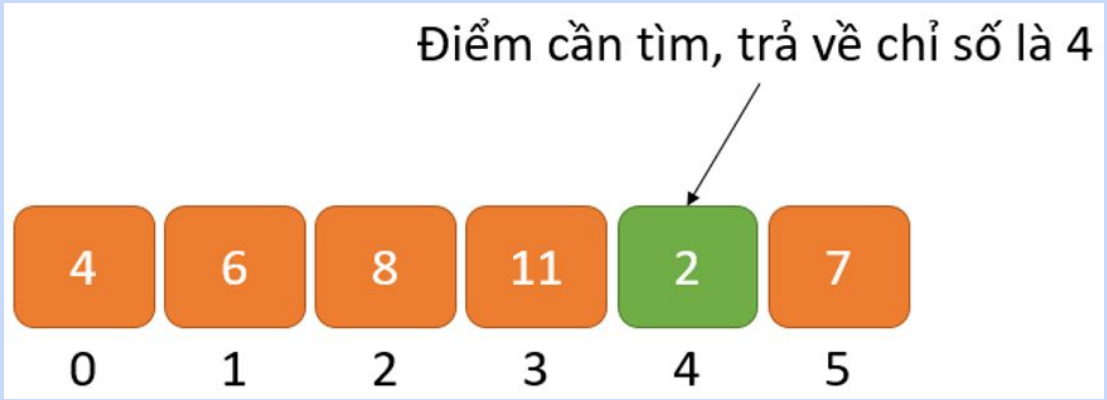



```
int search(int arr[], int n, int x)
{
    int i;
    for (i = 0; i < n; i++)
        if (arr[i] == x)
            return i;
    return -1;
}
```

O(n)



Tìm kiếm vị trí số 2 trong danh sách sau



Điều kiện logic: bằng số 2.
Trả về: vị trí của số 2 tìm thấy

Functions in <algorithm>

Non-modifying sequence operations:

all_of C++11	Test condition on all elements in range (function template)
any_of C++11	Test if any element in range fulfills condition (function template)
none_of C++11	Test if no elements fulfill condition (function template)
for_each	Apply function to range (function template)
find	Find value in range (function template)
find_if	Find element in range (function template)
find_if_not C++11	Find element in range (negative condition) (function template)
find_end	Find last subsequence in range (function template)
find_first_of	Find element from set in range (function template)
adjacent_find	Find equal adjacent elements in range (function template)
count	Count appearances of value in range (function template)
count_if	Return number of elements in range satisfying condition (function template)
mismatch	Return first position where two ranges differ (function template)
equal	Test whether the elements in two ranges are equal (function template)
is_permutation C++11	Test whether range is permutation of another (function template)
search	Search range for subsequence (function template)
search_n	Search range for elements (function template)

<algorithm> - C++ Reference (cplusplus.com)

Các hàm này đều có thể tự triển khai “dễ dàng”.

Một số hàm sử dụng tìm kiếm/duyệt tuần tự trong C++

Các phiên bản của tìm kiếm trên STL C++

- find - C++ Reference (cplusplus.com) : tìm kiếm phần tử đầu tiên trong một danh sách cho trước (với điều kiện bằng)
- find_if - C++ Reference (cplusplus.com) : trả về vị trí phần tử đầu tiên thỏa mãn một điều kiện cho trước tự định nghĩa.
- find_if_not - C++ Reference (cplusplus.com) : tìm kiếm vị trí phần tử đầu tiên không thỏa mãn một điều kiện cho trước tự định nghĩa/
- find_first_of - C++ Reference (cplusplus.com): tìm kiếm vị trí đầu tiên của một phần tử trong tập A mà nó xuất hiện trong tập B.
- …

Tìm các số chia hết cho 3

Cho một số tự nhiên N. Hãy đếm xem từ 1 đến N có bao nhiêu số chia hết cho 3.

Dữ liệu vào:

- Một số tự nhiên N

Kết quả:

- Một số là kết quả của bài toán

Ví dụ:

Input

10

Output

3

a) Viết thuật toán có độ phức tạp O(n)
b) Viết thuật toán có độ phức tạp O(1)

[Tìm các số chia hết cho 3 - LQDOJ: Le Quy Don Online Judge]

Tìm số hạng thứ n

Cho dãy số $2, 5, 8, \ldots$

Em hãy tìm số hạng thứ n với n được nhập từ bàn phím

Dữ liệu vào:

- Một dòng gồm một số nguyên dương n $(0 < n \leq 10^9)$

Kết quả:

- Một dòng số hạng thứ n

Ví dụ:

Input

4

Output

11

a) Viết thuật toán có độ phức tạp O(n)
b) Viết thuật toán có độ phức tạp O(1)

[Tìm số hang thứ n - LQDOJ: Le Quy Don Online Judge]

Chia dãy (THT'15)

Có một dãy các số nguyên $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Ta chia dãy số này thành 2 dãy con như sau:

- Dãy con thứ nhất gồm k số đầu tiên trong dãy đã cho và tổng các phần tử của dãy con này là T_1.
- Dãy con thứ hai gồm các số còn lại của dãy số đã cho và tổng các phần tử của dãy con này là T_2.

Yêu cầu: Tìm số nguyên dương k là độ dài của dãy con thứ nhất sao cho $|T1 - T2|$ nhỏ nhất.

Chú ý: Nếu có hơn một số k thỏa mãn thì ghi ra số k nhỏ nhất.

Dữ liệu

- Dòng đầu tiên ghi một số nguyên dương n ($n \leq 1000000$)
- Dòng thứ hai ghi n số nguyên $a_1, a_2, \ldots, a_n$ với $|a_i| \leq 10$ ($1 \leq i \leq n$), mỗi số cách nhau một dấu cách.

Kết quả

- Ghi ra một số nguyên dương k thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Sample Input

```
6
4 7 1 1 4 6
```

Sample Output

```
2
```

a) Viết thuật toán có độ phức tạp O(n^2)
b) Viết thuật toán có độ phức tạp O(n)

[Chia dãy (THT'15) - LQDOJ: Le Quy Don Online Judge]

Làm sao để có thể tìm kiếm tốt hơn O(n)?

1. Khai thác thông tin về dữ liệu.
2. Tổ chức lại cách lưu trữ dữ liệu

Tìm kiếm với độ phức tạp hằng số

- Cho một mảng A có N phần tử và các phần tử có giá trị nằm trong khoảng 0..10^6.
  - Cho một số X, kiểm tra xem X có tồn tại trong mảng A hay không.
  - Thực hiện thao tác kiểm tra M lần (e.g. M ~ 10^5 lần).
- Tìm kiếm tuyến tính chỉ khả dĩ khi tìm, e.g. 10-100 lần, trừ khi bạn có thể ngồi đợi hàng tiếng - Độ phức tạp O(M*N)
- Khai thác miền giá trị để “lưu trữ”.
  - Sử dụng một mảng phụ b[0..10^6] phần tử.
  - a[i] = x thì đánh dấu b[x] = true (hoặc bằng 1) // nghĩa là x tồn tại trong mảng A.
  - Kiểm tra số X có tồn tại trong mảng A hay không thì tương đương với kiểm tra b[X] có bằng 1 hay không.
  - Độ phức tạp O(N+M) với O(N) độ phức tạp do tiền xử lý tạo mảng B; và O(M) là độ phức tạp của M truy vấn.

Điểm danh vắng mặt

Một lớp học nọ của Boss Small có N học sinh. Một ngày đẹp trời, Boss Small nhận thấy số học sinh đi học chỉ có M người, ít hơn N nên Boss quyết định nhờ bạn điểm danh các học sinh trong lớp. Hãy viết một chương trình cho biết số thứ tự của các học sinh vắng mặt **theo thứ tự tăng dần**.

Biết rằng, lớp học đánh số thứ tự cho học sinh từ 1 cho đến N.

Input

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương lần lượt là N và M $(1 \leq M < N \leq 10^5)$
- Dòng thứ hai chứa M số nguyên khác nhau từng đôi một, có giá trị trong đoạn $[1, N]$.

Output

In ra một danh sách các số nguyên, là số thứ tự của những học sinh vắng mặt, theo thứ tự tăng dần.

Ví dụ

Input 1

```
5 3
5 2 3
```

Copy

Output 1

```
1 4
```

Copy

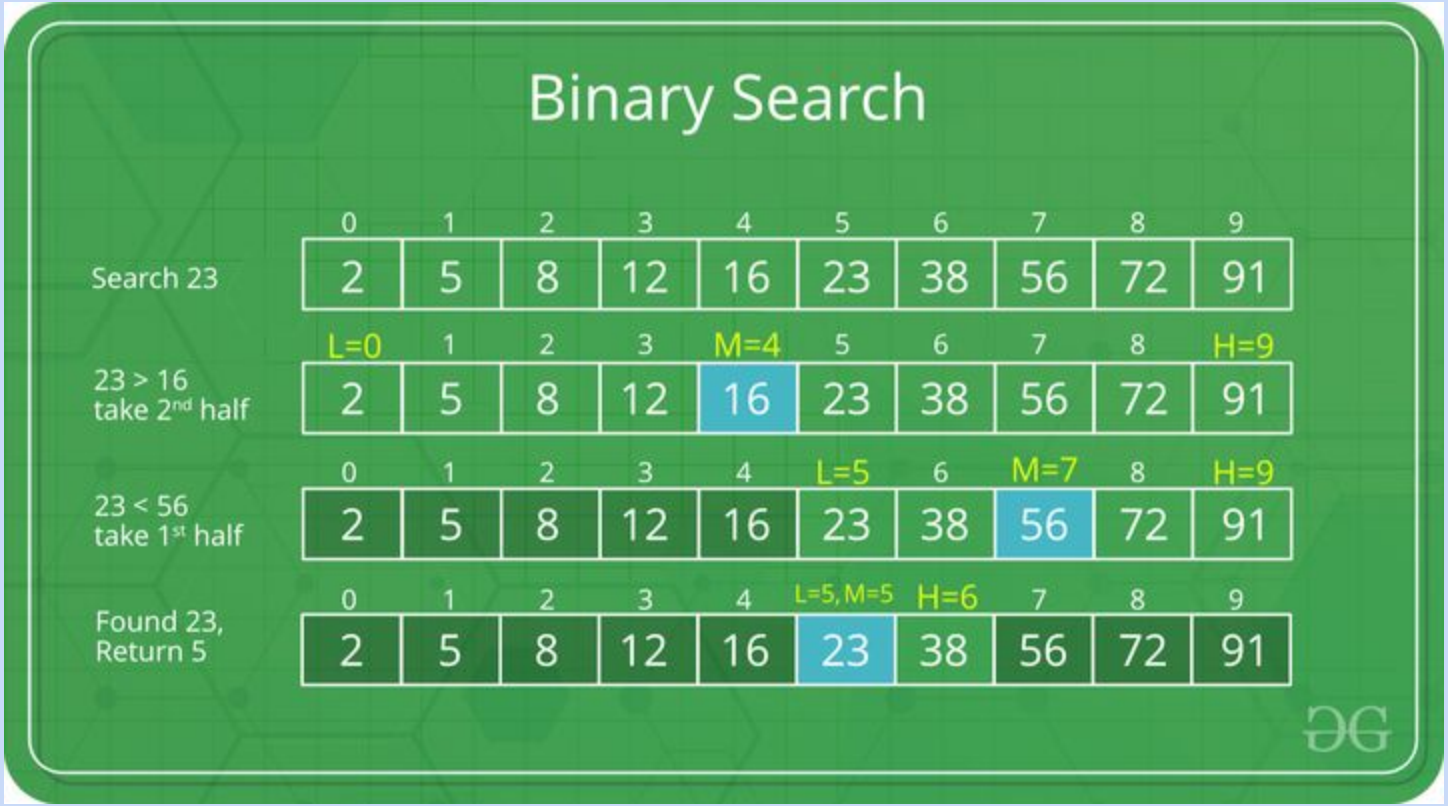
[Điểm danh vắng măt - LQDOJ: Le Quy Don Online Judge]

Tìm kiếm với độ phức tạp logarit - tìm kiếm nhị phân

- Làm sao để tăng tốc độ tìm kiếm với dữ liệu đã được sắp xếp (e.g. có thứ tự)
  - Thực hiện được khi dữ liệu được lưu trữ có tổ chức
- Thuật toán tìm kiếm nhị phân (tek4.vn)
- Thuật toán tìm kiếm nhị phân áp dụng với các dãy có thứ tự được lưu trên mảng/vector
  - Khai thác tính chất có thứ tự
- Áp dụng quy tắc chia để trị để làm hẹp không gian tìm kiếm
  - So sánh giá trị cần tìm kiếm với giá trị “nằm giữa” để thu hẹp không gian tìm kiếm.
  - Mỗi lần không gian tìm kiếm giảm ½ so với lần trước đó.

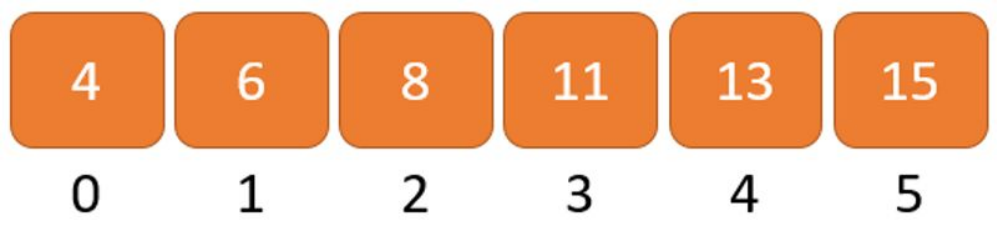
Tìm kiếm nhị phân

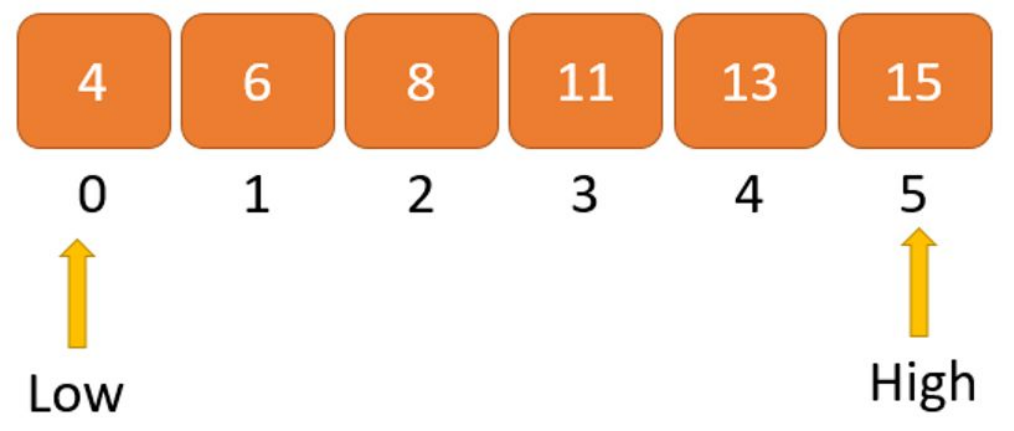
- Áp dụng quy tắc chia để trị
  - Giả sử tìm kiếm x trên đoạn A[l..r] có thứ tự không giảm
  - Nếu l == r, so sánh x với A[l] và dừng.
  - Ngược lại, so sánh phần tử cần tìm với phần tử nằm giữa của danh sách, A[m] với m = (l+r)/2
    - Nếu A[m] == x: dừng
    - Nếu A[m] > x: tìm kiếm trong khoảng A[l..m-1] //các số trong khoảng A[m..r] đều > x
    - Nếu A[m] < x: tìm kiếm trong khoảng A[m+1..r] //các số trong khoảng A[m..r] đều < x
- Triển khai thuận tiện bằng đệ quy/lặp
- Độ phức tạp: O(logn) với n là kích thước dữ liệu.



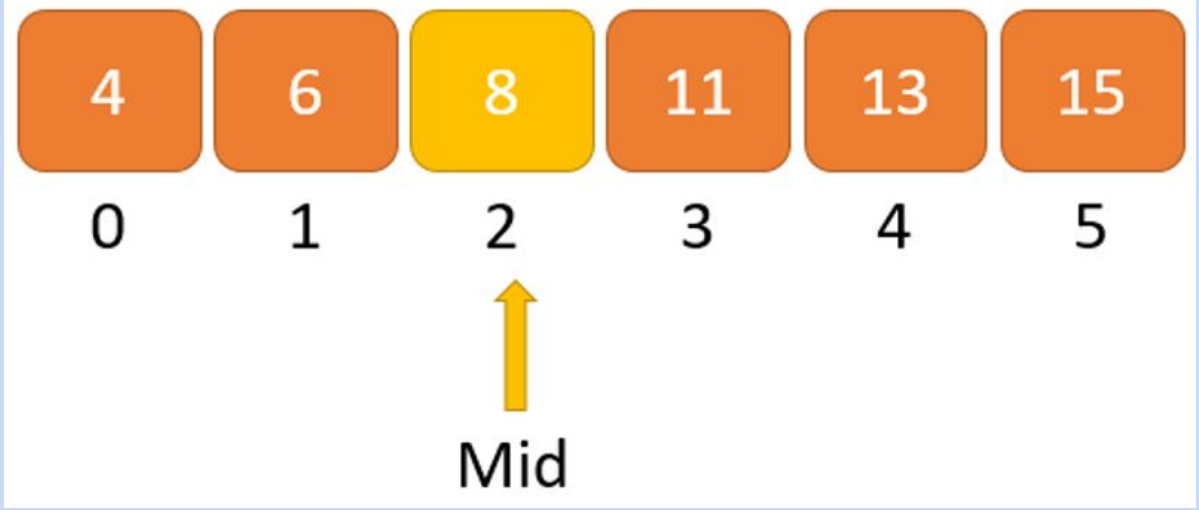
1. L = 0, H = 9, M = 4
2. L=5, H = 9, M = 7
3. L = 5, H = 6, M = 5

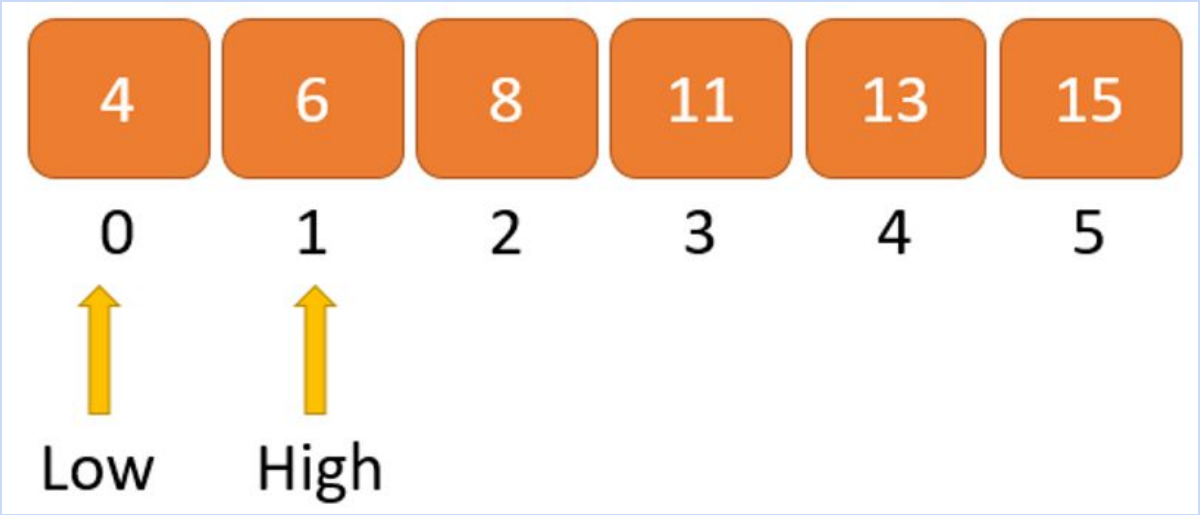
Tìm kiếm phần tử 23 trong mảng tăng dần gồm 9 phần tử



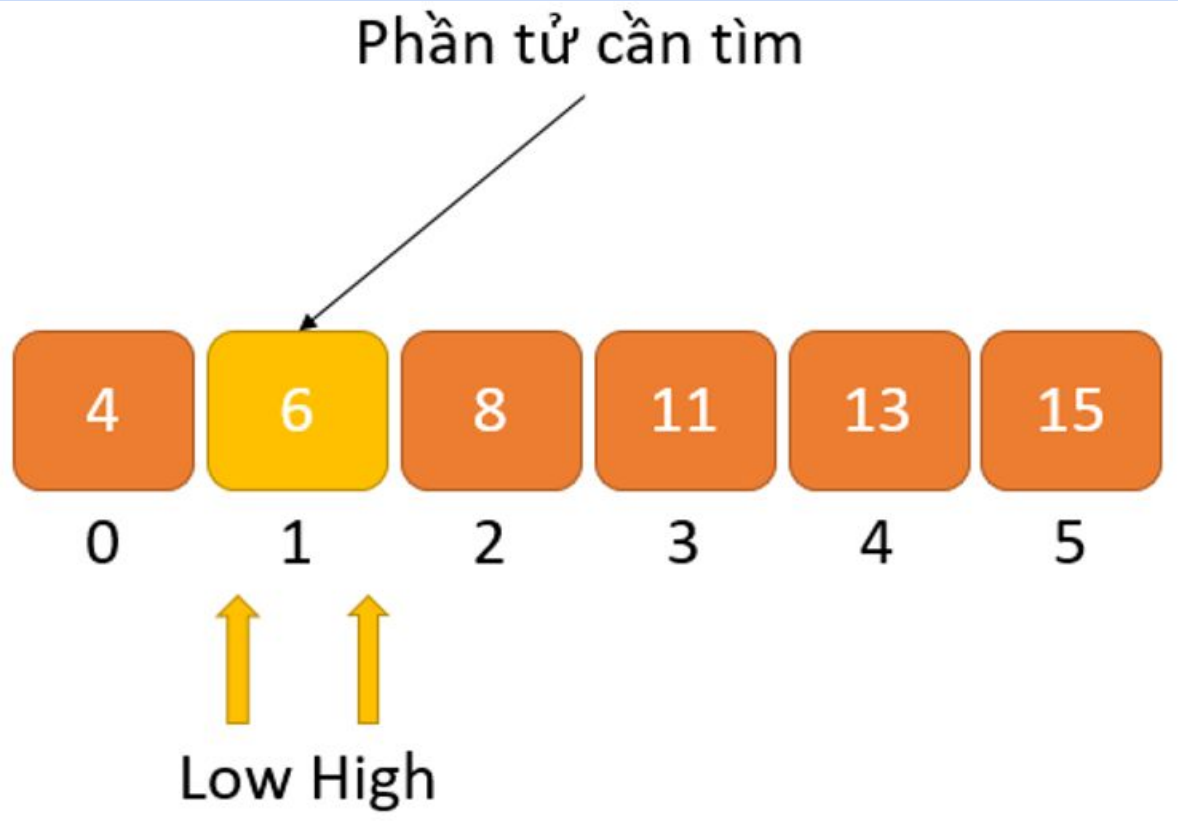


Tìm kiếm phần tử có giá trị 6 trong mảng tăng dần gồm 6





Tìm kiếm phần tử có giá trị 6 trong mảng tăng dần gồm 6



Tìm kiếm phần tử có giá trị 6 trong mảng tăng dần gồm 6

```
1.  // A recursive binary search function.It returns
2.  // location of x in given array arr[l..r] is present,
3.  // otherwise -1
4.  int binarySearch(int arr[], int l, int r, int x)
5.  {
6.      if (r == l )
7.        return arr[r] == x ? r : -1;
8.
9.      int mid = l + (r - l) / 2;
10.
11.     // If the element is present at the middle itself
12.     if (arr[mid] == x)
13.         return mid;
14.
15.     // If element is smaller than mid, then it can only be present in left subarray
16.     if (arr[mid] > x)
17.        return binarySearch(arr, l, mid - 1, x);
18.
19.     // Else the element can only be present in right subarray
20.     return binarySearch(arr, mid + 1, r, x);
21. }
```

Ref: [Binary Search - GeeksforGeeks]

Code mẫu:

[5s8XVL - Online C++ Compiler & Debugging Tool - Ideone.com]

Tìm kiếm nhị phân bằng đệ quy

```
1.  // An iterative binary search function.It returns
2.  // location of x in given array arr[l..r] if present,
3.  // otherwise -1
4.  int binarySearch(int arr[], int l, int r, int x)
5.  {
6.    while (l <= r)
7.    {
8.      int m = l + (r - l) / 2;
9.
10.     // Check if x is present at mid
11.     if (arr[m] == x) return m;
12.
13.     // If x greater, ignore left half
14.     if (arr[m] < x)
15.         l = m + 1;
16.     // If x is smaller, ignore right half
17.     else
18.         r = m - 1;
19.   }
20.   // if we reach here, then element was not present
21.   return -1;
22. }
```

Ref: [Binary Search - GeeksforGeeks]

Code mẫu: [TBkcWX - Online C++ Compiler & Debugging Tool - Ideone.com]

Tìm kiếm nhị phân bằng code tuần tự

Tìm kiếm nhị phân trong STL C++

- Áp dụng trên mảng/vector có thứ tự (e.g. giả sử tăng dần)
- Tổng quan về tìm kiếm nhi phân | How Kteam

Binary search (operating on partitioned/sorted ranges):

lower_bound	Return iterator to lower bound (function template)
upper_bound	Return iterator to upper bound (function template)
equal_range	Get subrange of equal elements (function template)
binary_search	Test if value exists in sorted sequence (function template)

Tìm kiếm nhị phân trong STL C++

- Áp dụng trên mảng/vector có thứ tự (e.g. giả sử tăng dần)
  - binary_search - C++ Reference (cplusplus.com): trả về true nếu phần tử x trong danh sách tìm kiếm.
  - equal_range - C++ Reference (cplusplus.com): trả về vị trí l và r trong danh sách tiếp kiếm các các phần tử trong đoạn [l,r - 1] đều bằng giá trị x.
  - lower_bound - C++ Reference (cplusplus.com): trả về vị trí đầu tiên trong danh sách có giá trị >= x.
  - upper_bound - C++ Reference (cplusplus.com): trả về vị trí đầu tiên trong danh sách có giá trị > x.

Các thuật toán tìm kiếm khác có độ phức tạp logarithm

- Cũng khai thác ý tưởng chia đoạn thành nhiều đoạn con
- Thuật toán tìm kiếm nội suy (interpolation search)
  - Thuật toán tìm kiếm nội suy (tek4.vn)
  - Interpolation Search - GeeksforGeeks
- Tìm kiếm tam phân
  - Ternary Search - GeeksforGeeks
  - Chia ra làm ba đoạn và tìm kiếm trên đoạn tương ứng
- etc.

Thực hành

- Triển khai thuật toán tìm kiếm tuyến tính/tìm kiếm nhị phân
- Thực hiện thao tác tìm kiếm M lần trên cùng 1 dãy số (có 10^5 phần tử được sinh ngẫu nhiên).
- Báo cáo thời gian thực hiện cho M = 100, M = 10^5, M = 10^6.