

Các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên:

Bài 1.22. Tìm trung bình và phương sai của biến ngẫu nhiên X với hàm (mật độ) xác suất $f(x)$ được cho trong các trường hợp sau:

- (a) X là số điểm xuất hiện khi gieo một con súc sắc đồng nhất.
- (b) $f(0) = 0.512, f(1) = 0.384, f(2) = 0.096, f(3) = 0.008$.
- (c) $f(x) = 2x$ nếu $0 \leq x \leq 1$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại.

Bài 1.23. Một trạm xăng nhỏ được cung cấp đầy xăng vào mỗi chiều thứ bảy. Thể tích xăng bán ra trong một tuần được mô tả bởi một biến ngẫu nhiên X và được cho theo đơn vị 10000 gallon. Hàm mật độ xác suất của X được cho bởi $f(x) = 6x(1 - x)$ nếu $0 \leq x \leq 1$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại. Xác định:

- (a) trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của X ;
- (b) thể tích (chứa xăng) của trạm xăng trên là bao nhiêu để xác suất bán hết xăng trong một tuần là 95%.

Một số phân bố thường gặp:

Bài 1.24. Bốn đồng xu đồng nhất được tung đồng thời. Gọi X là biến ngẫu nhiên xác định số mặt ngửa của thực nghiệm trên.

- (a) Xác định hàm xác suất của biến ngẫu nhiên X .
- (b) Tìm xác suất để nhận được ít nhất một mặt ngửa.

Bài 1.25. Giả sử 4% các thanh thép được sản xuất bởi một nhà máy là bị lỗi, biết rằng các lỗi xảy ra ngẫu nhiên trong quá trình sản xuất. Người ta đóng gói các thanh sắt thành các bó, mỗi bó gồm 100 thanh sắt. Lấy ngẫu nhiên một bó. Bằng cách sử dụng tính chất xấp xỉ phân bố Poisson của phân bố nhị thức, tính gần đúng xác suất để bó sắt được chọn có chứa $x = 0, 1, 2, \dots, 5$ thanh thép lỗi?

Bài 1.26. Gọi X là số xe oto đi qua điểm A trong một phút trong thời gian từ 8 đến 10 giờ sáng ngày Chủ nhật. Giả sử X có phân bố Poisson với trung bình 5. Tính xác suất để quan sát thấy nhiều nhất 4 xe oto đi qua điểm A trong thời gian một phút?

Bài 1.27. Cho X là một biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng 10 và phương sai 4. Tìm các xác suất sau: (i) $P(X < 10)$; (ii) $P(X > 12)$; (iii) $P(9 < X < 13)$.

Bài 1.28. Cho X là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng 50 và phương sai 9. Hãy xác định số c trong các trường hợp sau: (i) $P(X < c) = 5\%$; (ii) $P(X > c) = 1\%$; (iii) $P(-c < X - 50 < c) = 50\%$.

Bài 1.29. Tuổi thọ của một loại ắc-quy ô tô có phân bố chuẩn với tuổi thọ trung bình là bốn năm và độ lệch chuẩn là một năm. Nhà sản xuất mong muốn đảm bảo pin làm việc không dưới bốn năm. Để đảm bảo yêu cầu này, hỏi bao nhiêu phần trăm pin cần sản xuất để thay thế?

Bài 1.30. Chi phí bảo trì và sửa chữa máy móc hàng tháng ở một nhà máy A là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình \$12000 và độ lệch chuẩn \$2000. Hỏi xác suất cho chi phí bảo trì và sửa chữa máy móc ở nhà máy này trong tháng tới vượt \$15000 là bao nhiêu?

Bài 1.31. Biết điện trở của các dây điện loại B là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng 0.01Ω và độ lệch chuẩn 0.001Ω . Hỏi trong 1000 dây điện loại B có trung bình bao nhiêu dây có điện trở nằm giữa 0.009Ω và 0.011Ω ?

Bài 1.32. Điện trở do một nhà máy sản xuất có kháng trở là một biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng $\mu = 150\Omega$ và độ lệch chuẩn $\sigma = 5\Omega$. Tính xác suất để một điện trở có:

(a) kháng trở từ 148Ω đến 152Ω ;

(b) kháng trở từ 140Ω đến 160Ω .