

Bài tập chương 1 - Giải tích

Ngày 23 tháng 3 năm 2022

BÀI TẬP CHƯƠNG 1: Phần 2

1 Đạo hàm - vi phân

Bài 1.1. Tính đạo hàm cấp cao tương ứng của

- (a) $y = e^{x \sin x}$. Tính $y''(0)$.
- (b) $y = \frac{x^2}{1-x^2}$. Tính $y^{(4)}$.
- (c) $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$. Tính $y^{(5)}(4)$.
- (d) $y = \frac{1}{2x+1}$. Tính $y^{(n)}$.
- (e) $y = x^2 e^x$. Tính $y^{(10)}(0)$.
- (f) $y = \sin(2x)$. Tính $y^{(100)}$.
- (g) $y = \ln \frac{1+2x}{1-2x}$. Tính $y^{(100)}$.

Bài 1.2. Tìm số trung gian c trong Định lý Rolle của hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)(x+5)$.

Bài 1.3. Tìm số trung gian c trong Định lý Lagrange với $f(x) = x^3 - 5x$ và $a = 0, b = 2$.

Bài 1.4. Chứng minh rằng:

- (a) $|\sin b - \sin a| \leq |b - a|$.
- (b) $|\arctan b - \arctan a| \leq |b - a|$.
- (c) $|\arcsin x - \arcsin y| \geq |x - y|, \quad x, y \in (-1, 1)$.

Bài 1.5. Tính các giới hạn sau:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{1/x} - 1)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^2}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$

2 Khai triển Taylor

Bài 2.1. Khai triển hàm số $f(x) = x^5 + 2x^3 - 7$ theo lũy thừa của $(x-3)$.

Bài 2.2. Khai triển Taylor hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ tới cấp 5 tại $x = 1$.

Bài 2.3. Khai triển Maclaurin hàm số $f(x) = x^2 e^x$ tới cấp 4.

Bài 2.4. Khai triển hàm số $y = \ln(1+2x)$ theo lũy thừa nguyên dương của x tới x^4 .

Bài 2.5. Khai triển hàm số $y = \sin^2(3x)$ theo lũy thừa nguyên dương của $x - \frac{\pi}{2}$ tới $(x - \frac{\pi}{2})^3$.

Bài 2.6. Tìm bốn số hạng đầu trong khai triển Taylor của $y = x^{10} - 4x^5 + 4x^2 - 7x$ tại $x = 2$. Sử dụng khai triển đó để tính gần đúng $y(2,05)$ và $y(1,97)$.