

- (b) Biết có một trường hợp chẩn đoán đúng, tìm xác suất người được chẩn đoán đúng có bệnh.

Bài 1.16. Một nhà máy ô tô A có ba phân xưởng I, II và III cùng sản xuất một loại pít-tông. Phân xưởng I, II, III sản xuất tương ứng 40%, 35%, 25% sản lượng của nhà máy, với tỉ lệ phế phẩm tương ứng là 5%, 8%, 4%. Chọn ngẫu nhiên một pít-tông do nhà máy A sản xuất.

- (a) Tìm xác suất để pít-tông được chọn là phế phẩm.
 (b) Biết pít-tông được chọn là phế phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng II sản xuất.

Biến ngẫu nhiên và phân bố của biến ngẫu nhiên:

Bài 1.17. Một biến ngẫu nhiên X có hàm xác suất $f(x) = \frac{k}{2^x}$ (với $x = 0, 1, 2, 3, \dots$). Hỏi giá trị của tham số k và $P(x \geq 4)$?

Bài 1.18. Cho hàm mật độ xác suất $f(x) = kx^2$ (k phù hợp) nếu $0 \leq x \leq 5$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại của x ($x < 0$ và $x > 5$). Xác định hàm phân bố (tích lũy) $F(x)$.

Bài 1.19. Giả sử độ dài L của các bu-lông ốc vít được mô tả bởi hàm sau $L = 200 + X$ (mm) ở đây X là một biến số ngẫu nhiên với hàm mật độ xác suất $f(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)$ nếu $-1 \leq x \leq 1$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại của x . Xác định c sao cho 95% bu-lông ốc vít có chiều dài nằm trong khoảng $200 - c$ và $200 + c$.

Bài 1.20. Một biến ngẫu nhiên có hàm phân bố $F(x) = 1 - e^{-3x}$ nếu $x > 0$ và $F(x) = 0$ nếu $x \leq 0$. Tìm hàm mật độ xác suất $f(x)$ và tìm x sao cho $F(x) = 0.9$.

Bài 1.21. Gọi X là tỷ số giữa doanh thu và lợi nhuận của một số công ty. Giả sử X có hàm phân bố

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 2, \\ (x^2 - 4)/5 & \text{nếu } 2 \leq x < 3, \\ 1 & \text{nếu } x \geq 3. \end{cases}$$

Tìm và vẽ đồ thị của hàm mật độ xác suất $f(x)$. Tìm xác suất để X nhận giá trị từ 2.5 và 5 ?

Các số đặc trưng của biến ngẫu nhiên:

Bài 1.22. Tìm trung bình và phương sai của biến ngẫu nhiên X với hàm (mật độ) xác suất $f(x)$ được cho trong các trường hợp sau:

- (a) X là số điểm xuất hiện khi gieo một con súc sắc đồng nhất.
- (b) $f(0) = 0.512, f(1) = 0.384, f(2) = 0.096, f(3) = 0.008$.
- (c) $f(x) = 2x$ nếu $0 \leq x \leq 1$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại.

Bài 1.23. Một trạm xăng nhỏ được cung cấp đầy xăng vào mỗi chiều thứ bảy. Thể tích xăng bán ra được mô tả bởi một biến ngẫu nhiên X và được cho theo đơn vị 10000 gallon. Hàm mật độ xác suất của X được cho bởi $f(x) = 6x(1 - x)$ nếu $0 \leq x \leq 1$ và $f(x) = 0$ trong miền còn lại. Xác định:

- (a) trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của X ;
- (b) thể tích (chứa xăng) của trạm xăng trên là bao nhiêu để xác suất bán hết xăng trong một tuần là 95%.

Một số phân bố thường gặp:

Bài 1.24. Bốn đồng xu đồng nhất được tung đồng thời. Gọi X là biến ngẫu nhiên xác định số mặt ngửa của thực nghiệm trên.

- (a) Xác định hàm xác suất của biến ngẫu nhiên X .
- (b) Tìm xác suất để nhận được ít nhất một mặt ngửa.

Bài 1.25. Giả sử 4% các thanh thép được sản xuất bởi một nhà máy là bị lỗi, biết rằng các lỗi xảy ra ngẫu nhiên trong quá trình sản xuất. Người ta đóng gói các thanh sắt thành các bó, mỗi bó gồm 100 thanh sắt. Lấy ngẫu nhiên một bó. Bằng cách sử dụng tính chất xấp xỉ phân bố Poisson của phân bố nhị thức, tính gần đúng xác suất để bó sắt được chọn có chứa $x = 0, 1, 2, \dots, 5$ thanh thép lỗi?

Bài 1.26. Gọi X là số xe oto đi qua điểm A trong một phút trong thời gian từ 8 đến 10 giờ sáng ngày Chủ nhật. Giả sử X có phân bố Poisson với trung bình 5. Tính xác suất để quan sát thấy nhiều nhất 4 xe oto đi qua điểm A trong thời gian một phút?

Bài 1.27. Cho X là một biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn với kỳ vọng 10 và phương sai 4. Tìm các xác suất sau: (i) $P(X < 10)$; (ii) $P(X > 12)$; (iii) $P(9 < X < 13)$.