

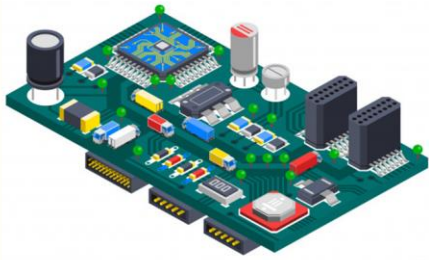


Ôn tập

Cho bảng sự thật như sau:

A	B	C	$f(A, B, C)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

- Biểu diễn hàm logic dưới dạng chính tắc 1 và chính tắc 2.
- Rút gọn biểu thức



4.4 Hàm logic

- Bảng giá trị (bảng sự thật) của hàm logic

Cho hàm logic theo n -biến $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, khi ta thay thế các X_i bằng giá trị 0 hay 1, ta sẽ có một giá trị của hàm logic.

Thí dụ: Hàm logic theo 3 biến $f(X_1, X_2, X_3) = X_1 + X_2.X_3$.

$$f(0, 0, 1) = 0 + 0.1 = 0$$

$$f(0, 1, 1) = 0 + 1.1 = 1$$

$$f(1, 0, 0) = 1 + 0.0 = 1$$

Lưu ý việc áp dụng các định đề và định lý của đại số logic để tính nhanh giá trị của f .

- Với 3 biến, ta có 8 tổ hợp giá trị các biến. Thống kê tất cả giá trị của f ứng với 8 tổ hợp giá trị các biến vào một bảng \rightarrow ta có bảng giá trị (bảng sự thật) của hàm logic f .



4.4 Hàm logic

- Thí dụ bảng giá trị (bảng sự thật) của hàm logic $f(X_1, X_2, X_3) = X_1 + X_2X_3$

Thập phân	X_1	X_2	X_3	$f(X_1, X_2, X_3)$
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1



4.5 Biểu diễn hàm logic

Dạng chính tắc 1

Bước 1: Các tổ hợp giá trị các biến làm cho $f = 1$: 011, 100, 101, 110, 111.

Bước 2: Thay 0 bằng \bar{X} và 1 bằng X . Với thí dụ trên ta có:

$$011 \rightarrow \bar{X}_1 X_2 X_3$$

$$100 \rightarrow X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3$$

$$101 \rightarrow X_1 \bar{X}_2 X_3$$

$$110 \rightarrow X_1 X_2 \bar{X}_3$$

$$111 \rightarrow X_1 X_2 X_3$$

Mỗi số hạng là một tích hay một minterm.

Bước 3: Dạng chính tắc 1 sẽ liệt kê f dưới dạng tổng của các số hạng trên (nghĩa là liệt kê các minterm). Ở thí dụ trên ta có 5 minterm.

$$f(X_1, X_2, X_3) = \bar{X}_1 X_2 X_3 + X_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3 + X_1 \bar{X}_2 X_3 + X_1 X_2 \bar{X}_3 + X_1 X_2 X_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \sum m(3, 4, 5, 6, 7)$$



4.5 Biểu diễn hàm logic

Dạng chính tắc 2

Bước 1: Các tổ hợp giá trị các biến làm cho $f = 0$: 000, 001, 010.

Bước 2: Thay 0 bằng X và 1 bằng \bar{X} . Với thí dụ trên ta có:

$$000 \rightarrow X_1 + X_2 + X_3$$

$$001 \rightarrow X_1 + X_2 + \bar{X}_3$$

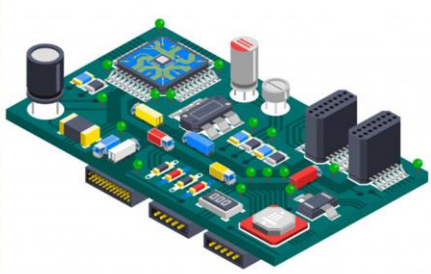
$$010 \rightarrow X_1 + \bar{X}_2 + X_3$$

Mỗi số hạng là một tổng hay một maxterm.

Bước 3: Dạng chính tắc 2 sẽ liệt kê f dưới dạng tích của các số hạng trên (nghĩa là liệt kê các maxterm). Ở thí dụ trên ta có 3 maxterm.

$$f(X_1, X_2, X_3) = (X_1 + X_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_2 + \bar{X}_3) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3)$$

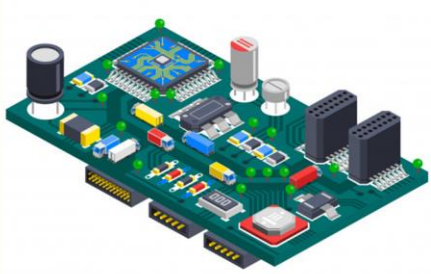
$$f(X_1, X_2, X_3) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 = \prod M(0, 1, 2)$$



4.5 Biểu diễn hàm logic

<i>INPUTS</i>			<i>OUTPUT</i>	PRODUCT TERM
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$AB\bar{C}$
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	1	$A\bar{B}\bar{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	1	ABC

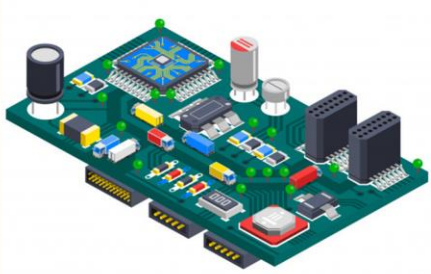
$$X = AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$



4.5 Biểu diễn hàm logic

<i>INPUTS</i>			<i>OUTPUT</i>
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>X</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$X = (A + B + C). (A + \bar{B} + C). (A + \bar{B} + \bar{C}). (\bar{A} + B + \bar{C}). (\bar{A} + \bar{B} + C)$$



4.6 Bìa Karnaugh

- Bìa Karnaugh là một cách thể hiện mối quan hệ các mức logic giữa ngõ vào và ngõ ra
- Bìa Karnaugh là một trong những phương pháp để đơn giản hóa biểu thức logic
- Có thể áp dụng cho hàm nhiều biến nhưng thường hay áp dụng cho hàm 2-6 biến là nhiều nhất
- Rút gọn biểu thức logic dùng bìa Karnaugh thì dễ thực hiện hơn so với phương pháp đại số



4.6 Bìa Karnaugh

- Cách lập bìa K (Karnaugh)

Bìa K của một hàm logic n-biến sẽ có 2^n ô. Mỗi ô ứng với một tổ hợp giá trị các biến.

Các ô trong bìa K được sắp xếp sao 2 ô kề nhau chỉ khác nhau 1 giá trị

A \ B	0	1
	0	1
0		
1		

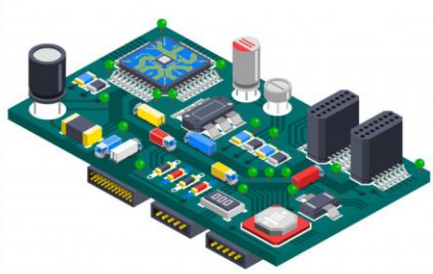
2 biến

AB \ C	0	1
	0	1
00		
01		
11		
10		

3 biến

AB \ CD	00	01	11	10
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

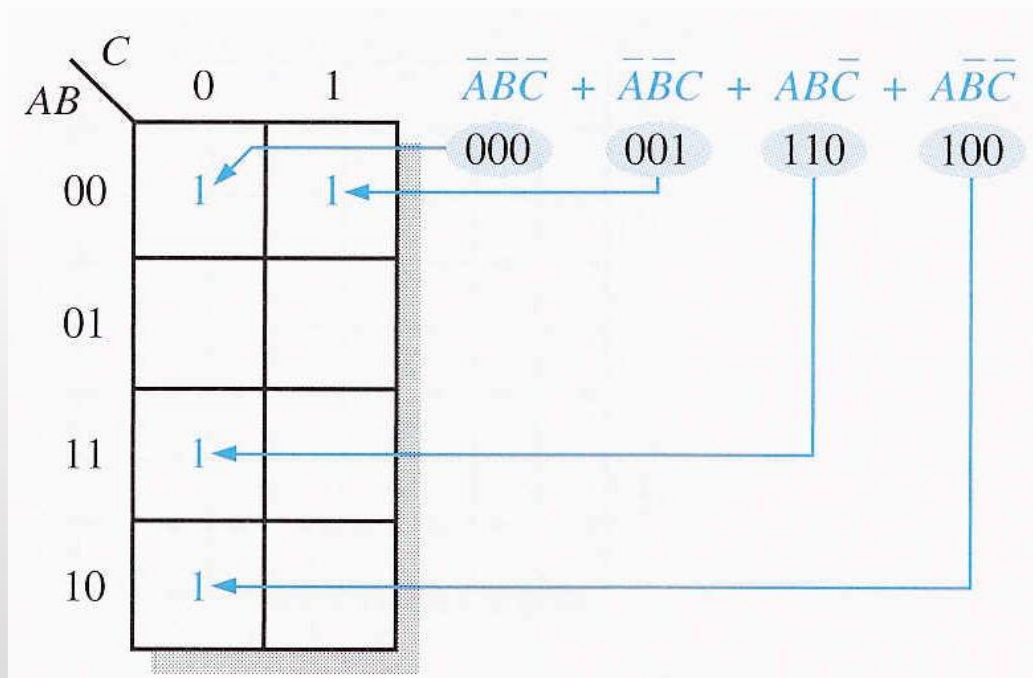
4 biến



4.6 Bìa Karnaugh

Dạng chính tắc 1

Thí dụ: Hàm $f(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} = \sum m(0, 1, 4, 6)$



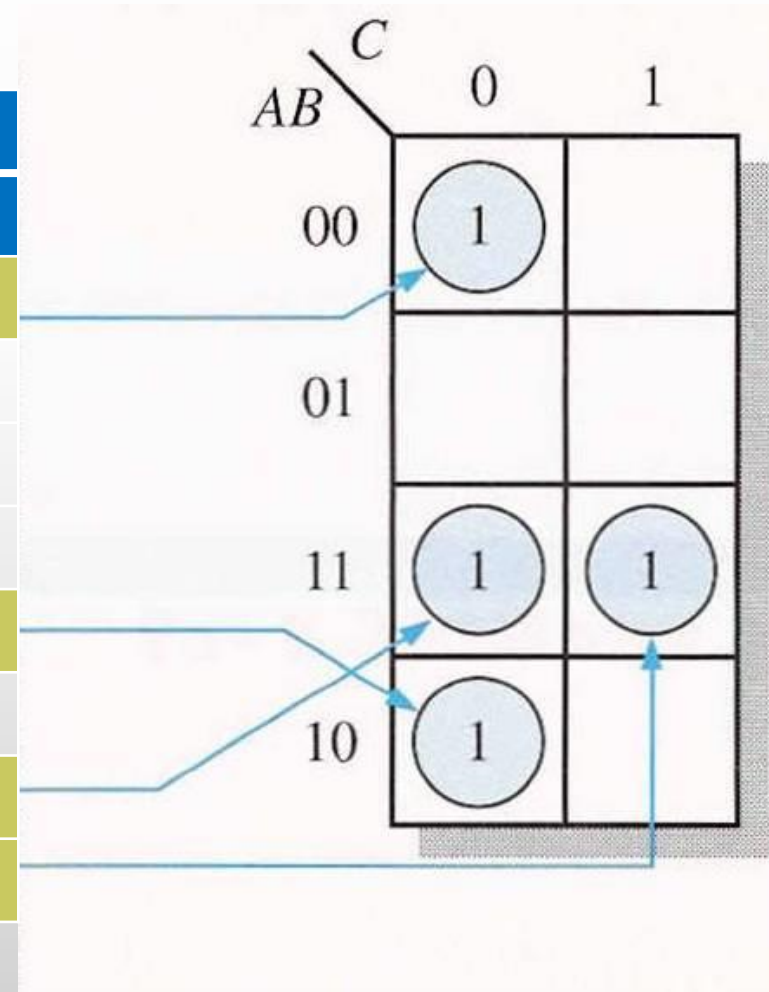
A	B	C	f(A, B, C)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



4.6 Bìa Karnaugh

Thí dụ: $X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$

INPUTS			OUTPUT
A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1





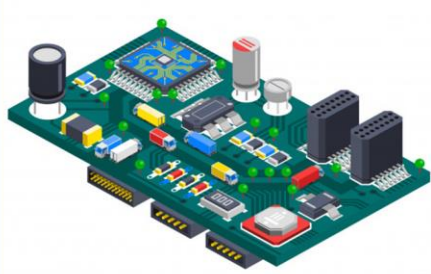
4.6 Bìa Karnaugh

Thí dụ:

Cho hàm $f(A, B, C) = \bar{A} + A\bar{B} + ABC$

\bar{A}	$+ A\bar{B}$	$+ ABC$
000	100	110
001	101	
010		
011		

AB \ C	C	
	0	1
00	1	1
01	1	1
11	1	
10	1	1

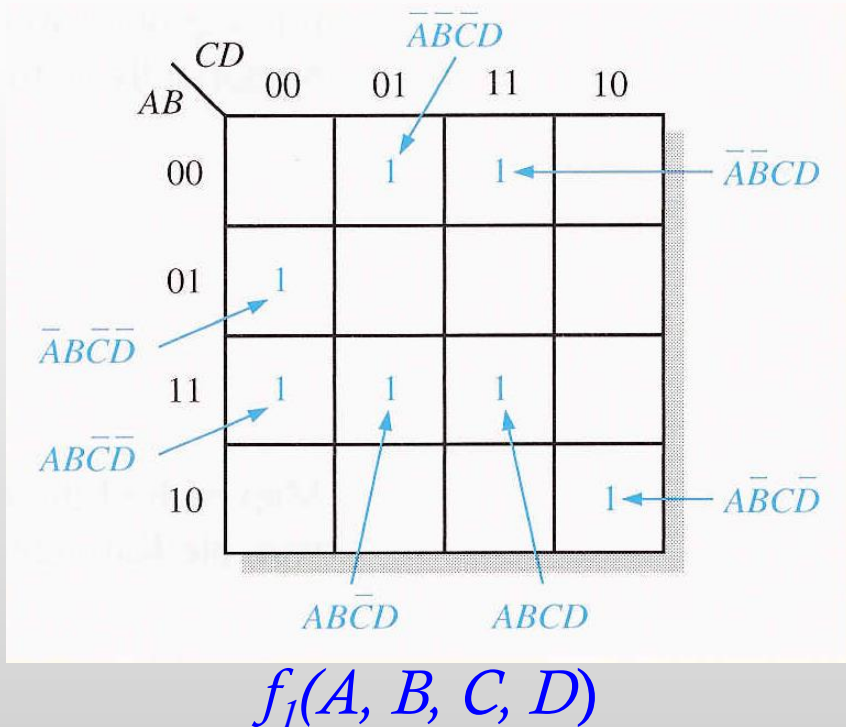


4.6 Bìa Karnaugh

Thí dụ:

Hàm $f_1(A, B, C, D)$ $\bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABCD + AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D$

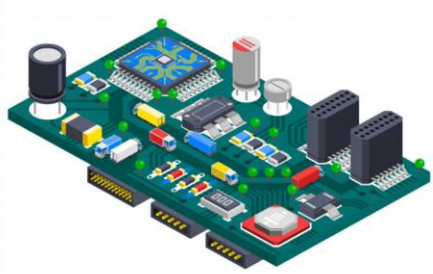
Hàm $f_2(A, B, C, D)$ $\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B} + AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D$



$\bar{B}\bar{C}$	$\bar{A}\bar{B}$	$+$	$AB\bar{C}$	$+$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	$+$	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	$+$	$\bar{A}B\bar{C}D$
0000	1000		1100		1010		0001		1011
0001	1001		1101						
1000	1010								
1001	1011								

$f_2(A, B, C, D)$

$AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	1	1		
01				
11	1	1		
10	1	1	1	1

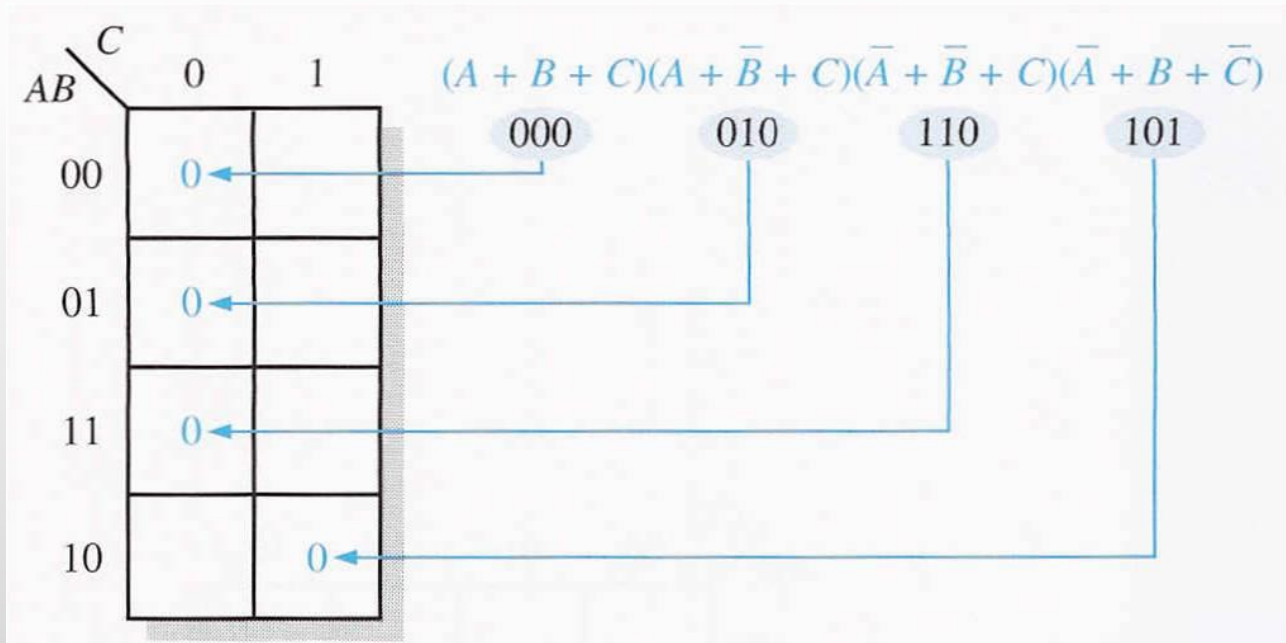


4.6 Bìa Karnaugh

Dạng chính tắc 2

Thí dụ: Hàm $f(A, B, C) = (A + B + C)(A + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + B + \bar{C})$

$$f(A, B, C) = (C + D)(A + B + D)(\bar{A} + B + C)$$



		CD			
AB \	CD	00	01	11	10
00		0			0
01		0			
11		0			
10		0	0		



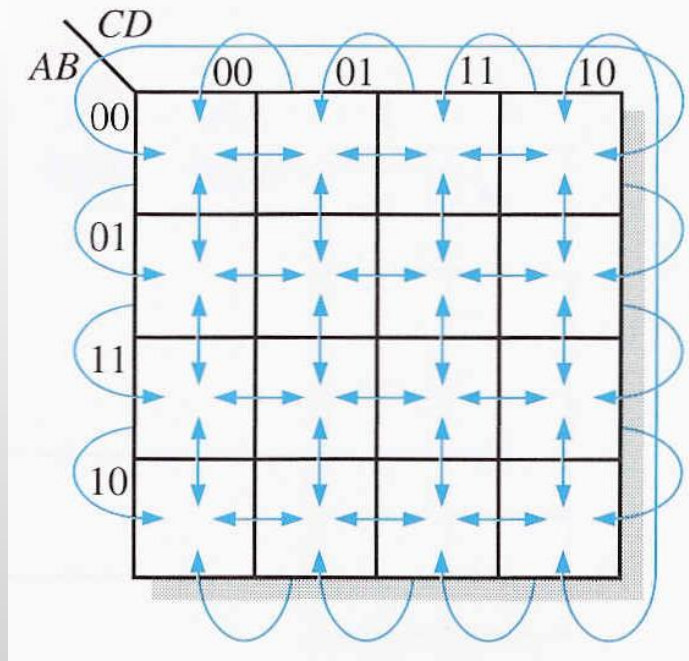
4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

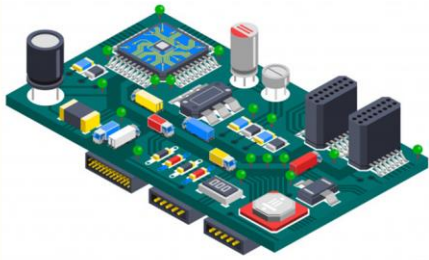
- Phương pháp bìa K

Nhóm các ô kế cận $= 2^i$ ô, với $i = 0, 1, 2, 3, \dots$ nghĩa là nhóm các ô kế cận sẽ có 1, 2, 4, 8, \dots ô và 1 ô có thể nhóm nhiều lần

Hàm sau khi rút gọn cần có số số hạng ít nhất, mỗi số hạng có ít số biến nhất

Ô kế cận (hay ô kề nhau)





4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

- Các ví dụ gom nhóm

AB \ C	00	01	11	10
0	1			1
1	1			1

AB \ C	00	01	11	10
0	1			1
1	1			

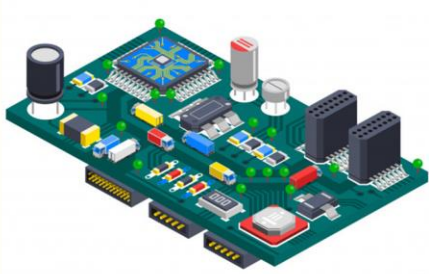
Thí dụ:

AB \ C	00	01	11	10
0		1		
1	1	1	1	1

AB \ C	00	01	11	10
0	1	1		
1	1	1		1

AB \ C	00	01	11	10
0		1		
1	1	1	1	1

AB \ C	00	01	11	10
0	1	1		
1	1	1		1



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

- Các ví dụ gom nhóm

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		
11			1	1
10	1			1

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	
01	1			1
11	1			1
10	1		1	

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01			1	
11		1		
10	1	1		

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

AB \ CD	00	01	11	10
00	1		1	
01	1			1
11	1			1
10	1		1	

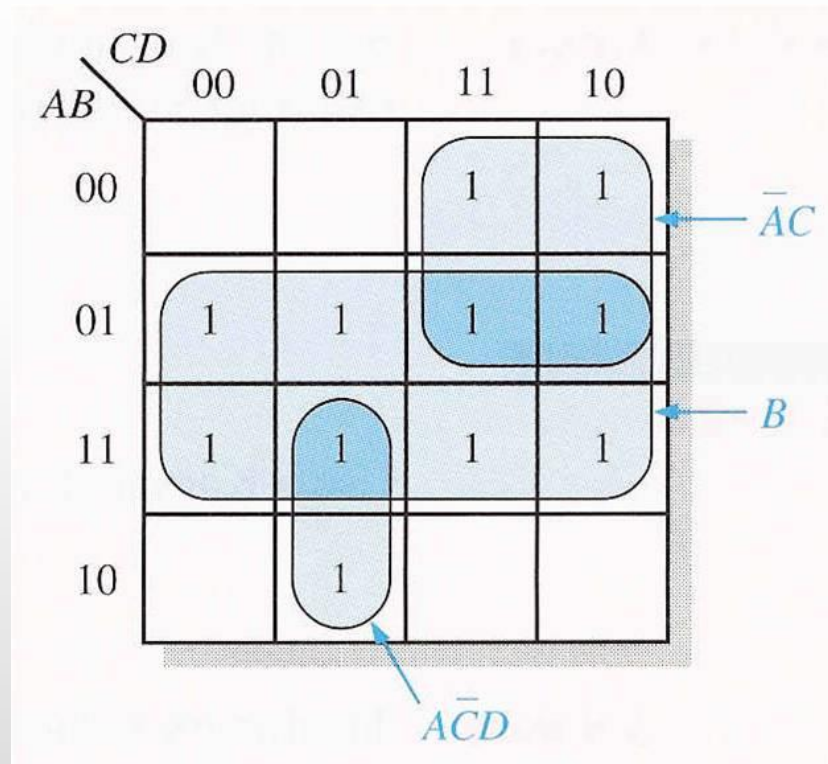
AB \ CD	00	01	11	10
00	1	1		
01			1	
11		1		
10	1	1		

AB \ CD	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

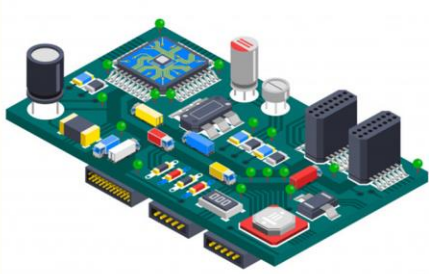


4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Rút gọn hàm logic dạng chính tắc 1

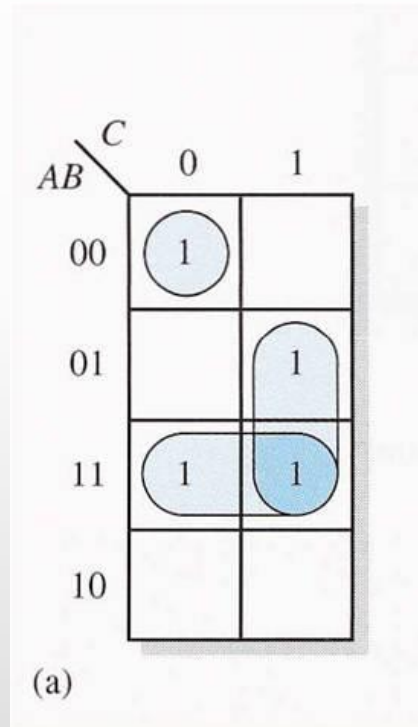
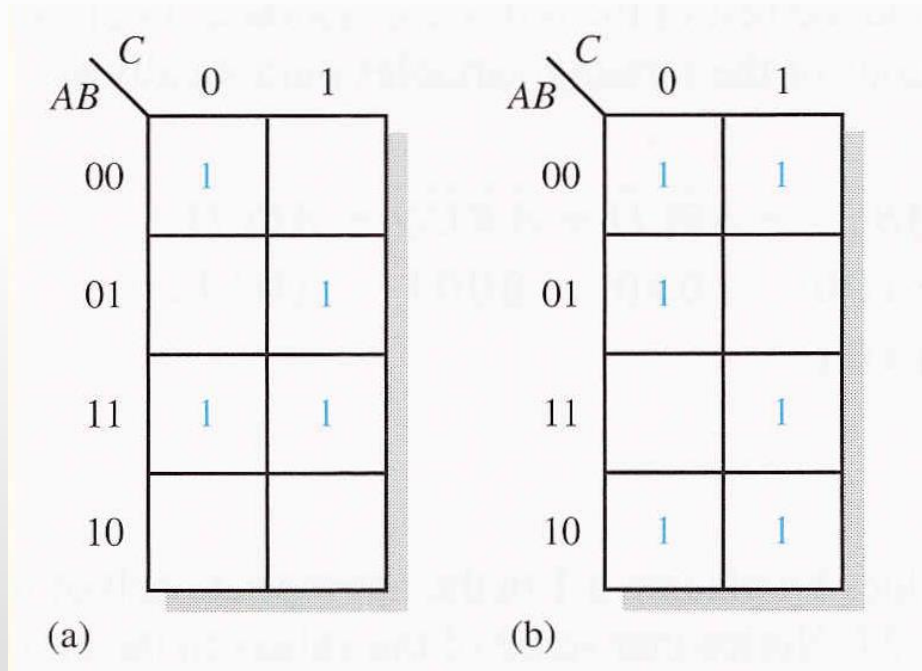


$$X = B + \bar{A}C + A\bar{C}D$$

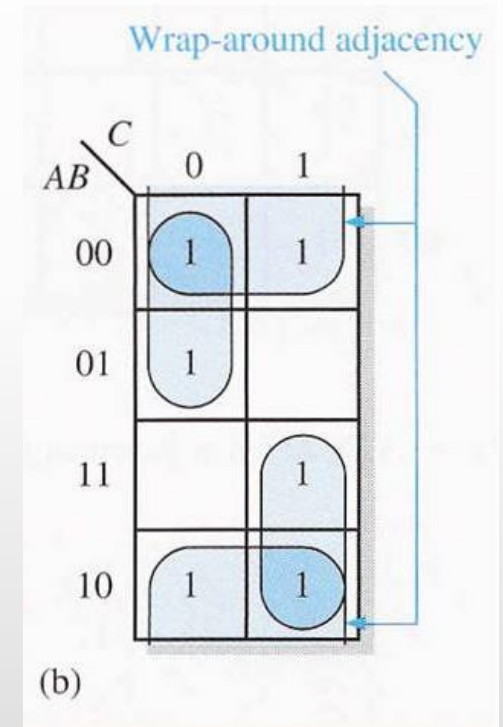


4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

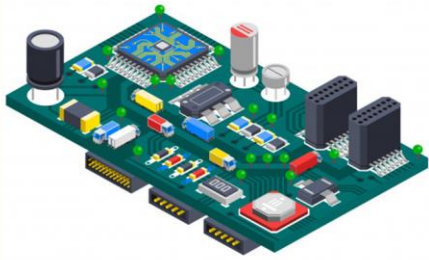
Thí dụ:



$$X = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB + BC$$



$$X = \bar{A}\bar{C} + \bar{B} + AC$$



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Thí dụ:

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1	1	1
11				
10		1	1	

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1		1	1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1			1
11	1			1
10	1		1	1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1	1	1
11				
10		1	1	

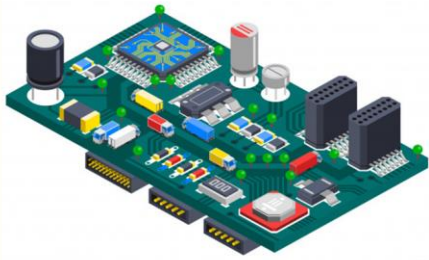
AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		1
11	1	1		1
10	1		1	1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	1		1	1
01	1			1
11	1			1
10	1		1	1

$$X = \bar{A}\bar{C} + \bar{A}B + A\bar{B}D$$

$$X = \bar{D} + B\bar{C} + A\bar{B}C$$

$$X = \bar{D} + \bar{B}C$$



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Rút gọn hàm logic dạng chính tắc 2

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0			0
01	0			
11	0			
10	0	0		

AB \ CD				
	00	01	11	10
00	0			0
01	0			
11	0			
10	0	0		

$$X = (C + D)(\bar{A} + B + C)(A + B + D)$$

AB \ CD				
	00	01	11	10
00		0	0	0
01	0			
11	0			
10		0		

AB \ CD				
	00	01	11	10
00		0	0	0
01	0			
11	0			
10		0		

$$X = (\bar{B} + C + D)(B + C + \bar{D})(A + B + \bar{C})$$

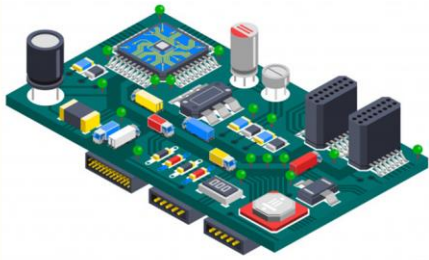


4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Bìa K cho hàm 5 biến

<div> <div>ABC</div> <div>DE</div> </div>									
		000	001	011	010	110	111	101	100
00									
01									
11									
10									

Các ô đối xứng qua d có thể nhóm được với nhau

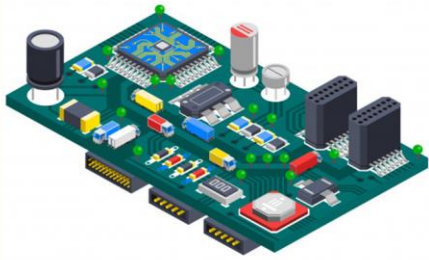


4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Bìa K cho hàm 5 biến

		d							
DE	ABC	000	001	011	010	110	111	101	100
00		1							1
01				1			1		
11				1			1		
10		1			1	1			1

$$X = BCE + \bar{B}\bar{C}\bar{E} + \bar{C}D\bar{E}$$



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Bìa K cho hàm 5 biến

ABC DE									
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1				1	1		
01			1	1			1	1	
11			1	1			1	1	
10		1							1

$$X = CE + \bar{B}\bar{C}D\bar{E} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{E} + AB\bar{D}\bar{E}$$



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Bìa K cho hàm 5 biến

BC \ DE				
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$A = 0$

BC \ DE				
	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$A = 1$

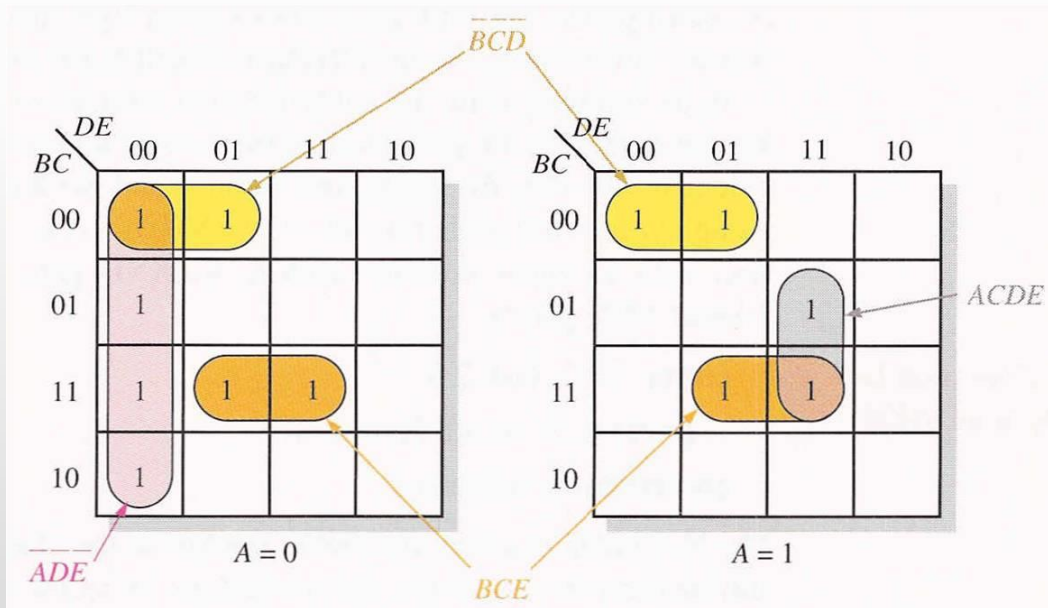
Các ô có vị trí giống nhau trong 2 bảng thì có thể gom được với nhau



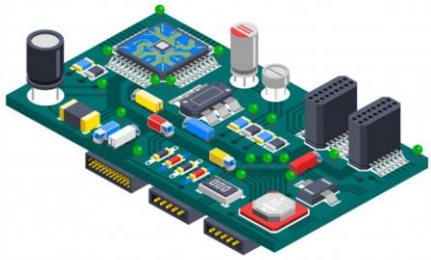
4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Thí dụ:

$$X = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}D\overline{E} + \overline{A}B\overline{C}\overline{D}E + \overline{A}B\overline{C}DE + \overline{A}BC\overline{D}E + \overline{A}BCDE + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{E} + A\overline{B}\overline{C}D\overline{E} + A\overline{B}C\overline{D}E + A\overline{B}CDE + ABC\overline{D}E + ABCDE + A\overline{B}CDE$$



$$X = \overline{A}\overline{D}\overline{E} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + BCE + ACDE$$



4.7 Rút gọn hàm logic bằng bìa K

Bìa K cho hàm 5 biến

$A = 0$

BC \ DE	00	01	11	10
00		1		
01		1	1	
11				
10	1			

$A = 1$

BC \ DE	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11				
10	1			

$$X = \bar{B}\bar{C}D\bar{E} + \bar{B}C\bar{D} + C\bar{D}E + AC\bar{D}$$



4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

- Xét hàm logic sau:

A	B	C	D	f	A	B	C	D	f
0	0	0	0	x	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
0	0	1	0	x	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	x	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Hàm trên có 3 tổ hợp giá trị các biến làm cho $f = x$ (tùy định), nghĩa là 0 hay 1 đều đúng. Có hai khả năng: hoặc những tổ hợp giá trị các biến này không xảy ra hoặc giá trị của f không được sử dụng.



4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

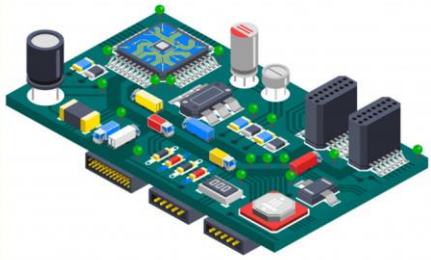
- Biểu diễn dạng đại số

- 5 tổ hợp giá trị các biến làm cho f bằng 1.

$$f(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 7, 11, 15) + d(0, 2, 5)$$

- 8 tổ hợp giá trị các biến làm cho f bằng 0.

$$f(A, B, C, D) = \prod M(4, 6, 8, 9, 10, 12, 13, 14).D(0, 2, 5)$$



4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

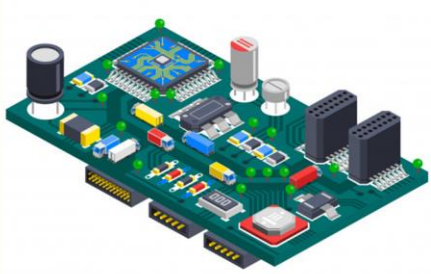
- Biểu diễn bằng bìa K

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	x	1	1	x
01		x	1	
11			1	
10			1	

Dạng chính tắc 1

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	x			x
01	0	x		0
11	0	0		0
10	0	0		0

Dạng chính tắc 2



4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

- Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

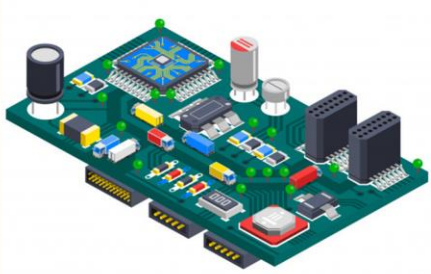
		CD			
		00	01	11	10
AB	00	X	1	1	X
	01		X	1	
	11			1	
	10			1	

$$F = CD + \bar{A}\bar{B}$$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	X	1	1	X
	01		X	1	
	11			1	
	10			1	

$$F = CD + \bar{A}D$$

Hai kết quả đều đúng



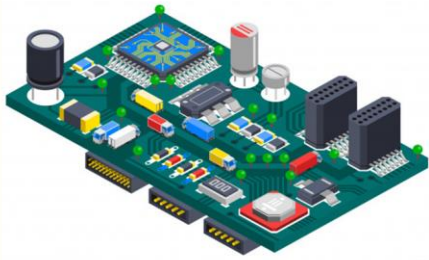
4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

- Rút gọn hàm logic

W \ AB	AB			
	00	01	11	10
CD	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	0	0	X	1
01	0	1	X	1
11	0	1	X	X
10	0	1	X	X

W \ AB		A			
		00	01	11	10
C	00	0	0	X	1
	01	0	1	X	1
	11	0	1	X	X
	10	0	1	X	X
		B			

$$W(A, B, C, D) = A + BD + BC$$



4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	x	0
01	1	1	x	1
11	1	1	0	0
10	0	x	0	0

$$F(A,B,C,D) = \sum m(1,3,5,7,9) + d(6,12,13)$$

Không sử dụng x: $F = \bar{A}D + \bar{B}\bar{C}D$

Sử dụng x: $F = \bar{C}D + \bar{A}D$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	x	0
01	1	1	x	1
11	1	1	0	0
10	0	x	0	0

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	x	0
01	1	1	x	1
11	1	1	0	0
10	0	x	0	0

Dạng chính tắc 1



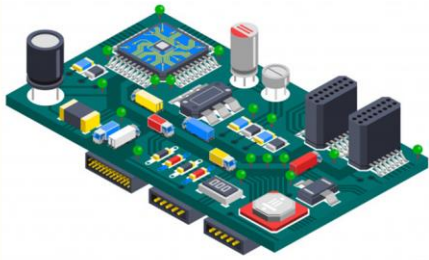
4.8 Rút gọn hàm logic có giá trị tùy định

AB \ CD		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	X	0
	01	1	1	X	1
	11	1	1	0	0
	10	0	X	0	0

AB \ CD		AB			
		00	01	11	10
CD	00	0	0	X	0
	01	1	1	X	1
	11	1	1	0	0
	10	0	X	0	0

$$F = \bar{D}(\bar{A} + \bar{C})$$

Dạng chính tắc 2

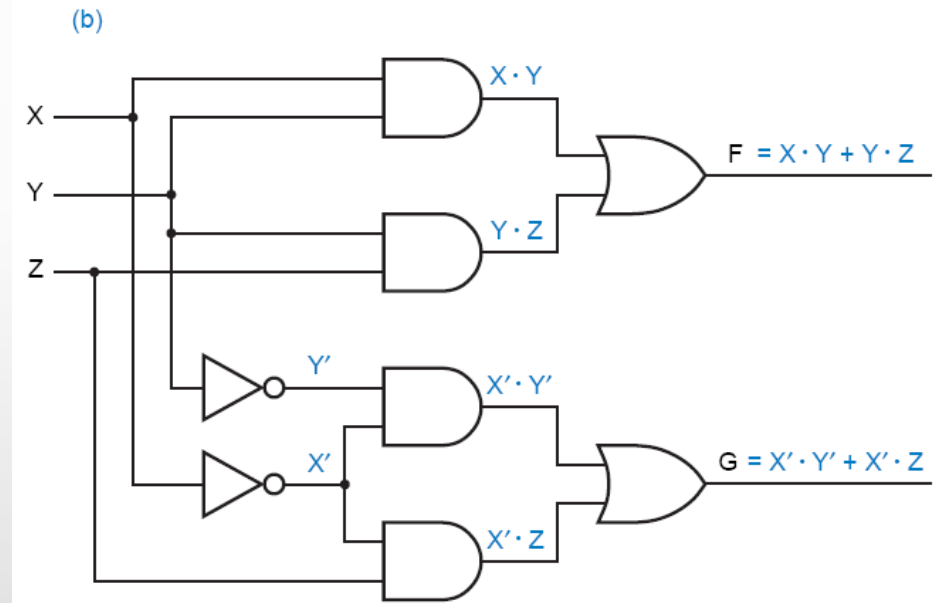
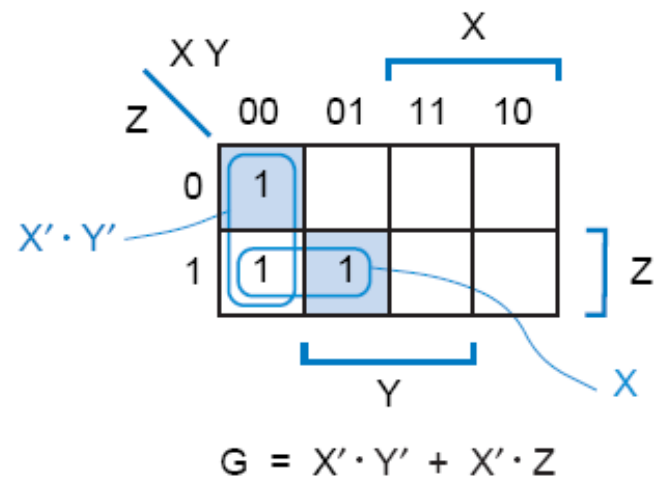
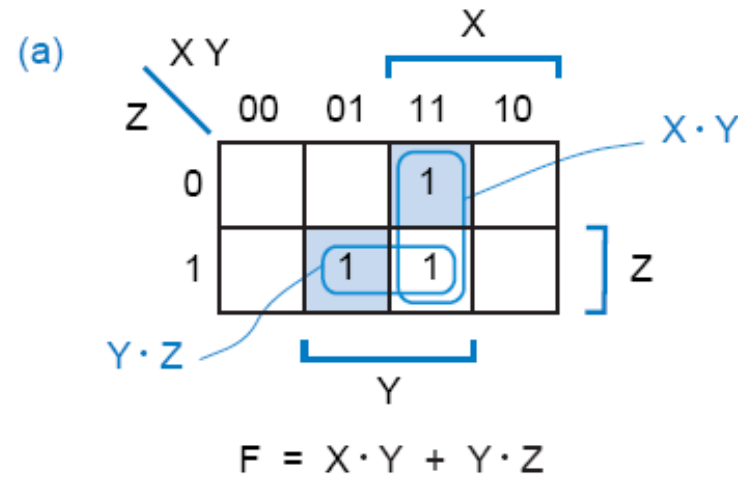


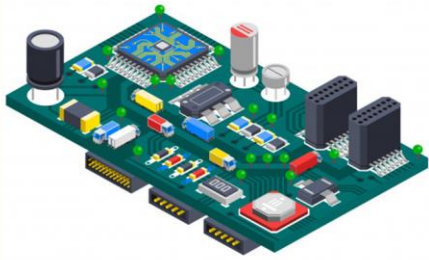
4.9 Rút gọn nhiều hàm

Rút gọn riêng rẽ

$$F = \Sigma_{X,Y,Z}(3,6,7)$$

$$G = \Sigma_{X,Y,Z}(0,1,3)$$





4.9 Rút gọn nhiều hàm

Rút gọn đồng thời

$$F = \Sigma_{X,Y,Z}(3,6,7)$$

$$G = \Sigma_{X,Y,Z}(0,1,3)$$

