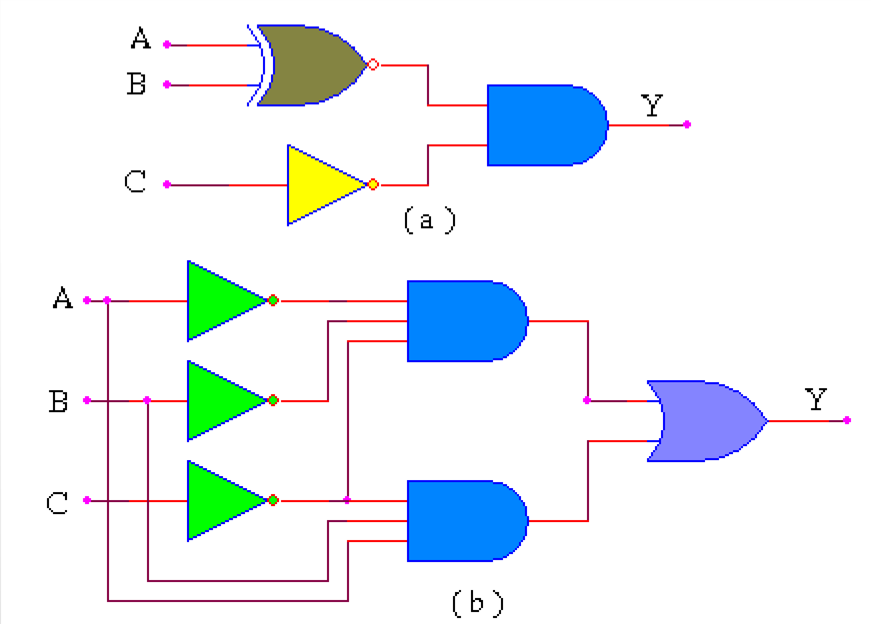
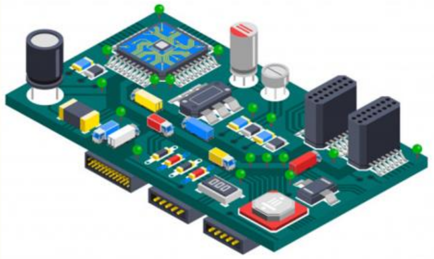
Ôn tập

Ví dụ 1: Lập bảng sự thật của mạch sau:





Thiết kế tổ hợp logic

Khi làm 1 bài toán thiết kế logic tổ hợp ta cần thực hiện các bước sau:

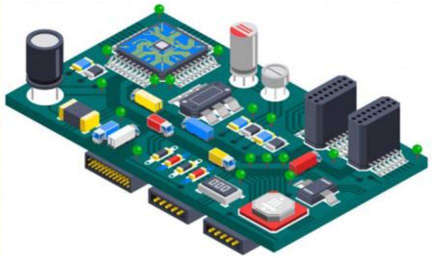
Bước 1: Dựa vào yêu cầu của bài toán đặt ra, chúng ta đặt các biến cho ngõ vào và các hàm của ngõ ra tương ứng.

Bước 2: Thiết lập bảng sự thật cho ngõ ra và ngõ vào theo yêu cầu của bài toán

Bước 3: Từ bảng sự thật viết ra biểu thức mô tả sự liên hệ logic giữa ngõ ra và các ngõ vào.

Bước 4: Áp dụng các định lý của đại số boole để rút gọn biểu thức logic ngõ ra. Sau đó chuyển sang dạng logic khác để thuận lợi hơn cho việc thực hiện mạch logic.

Bước 5: Từ biểu thức logic rút gọn được ta chuyển sang mạch logic tương ứng.



3.10 Biểu diễn logic

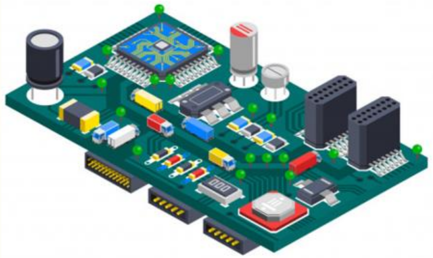
• Các định nghĩa

Logic states

Logic variables

Logic functions

A	B	Y=f(A,B)
0 (hở)	0 (hở)	0 (tắt)
0 (hở)	1 (đóng)	0 (tắt)
1 (đóng)	0 (hở)	0 (tắt)
1 (đóng)	1 (đóng)	1 (cháy)

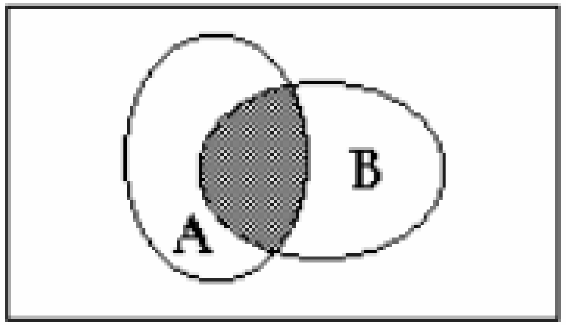


3.10 Biểu diễn logic

- Các cách biểu diễn logic

A \ B	0	1
0	0	1
1	1	1

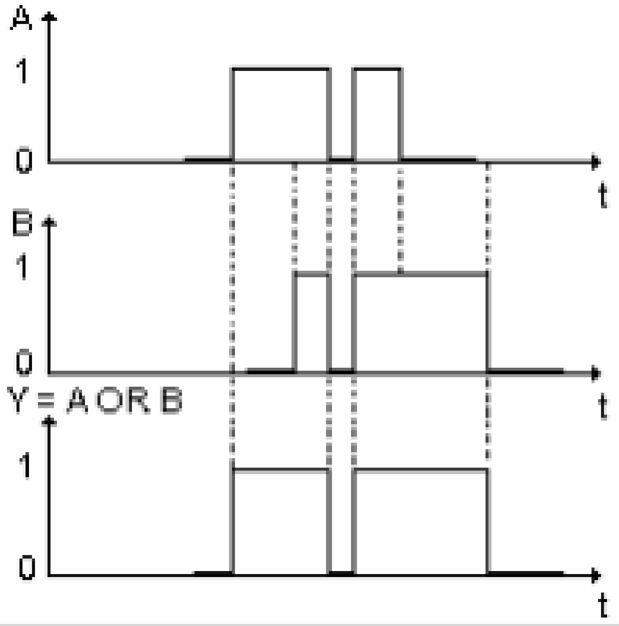
Bảng Karnaugh



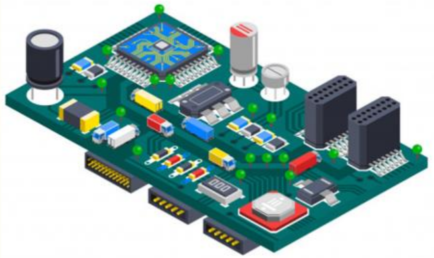
Biểu đồ Venn

A	B	f(A,B) = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Bảng chân lý

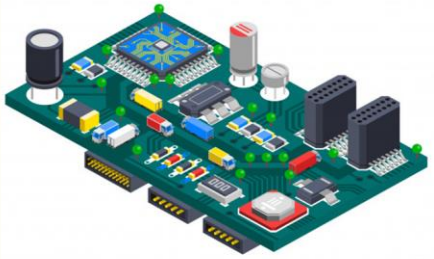


Biểu đồ thời gian



4. Đại số logic – Hàm logic

- 4.1 Các định đề của Huntington (postulate)
- 4.2 Các định lý cơ bản (theorem)
- 4.3 Biểu thức logic
- 4.4 Hàm logic
- 4.5 Biểu diễn hàm logic
- 4.6 Rút gọn hàm logic bằng phương pháp đại số
- 4.7 Rút gọn hàm logic bằng phương pháp bìa K
- 4.8 Rút gọn hàm logic có dấu tuỳ định
- 4.9 Rút gọn nhiều hàm



4.1 Các định đề của Huntington

- **1. Tính chất đóng** (closure property):

  a) *Định đề 1a (P1a)*: Nếu X và Y ở trong cùng một miền, miền này chỉ lấy giá trị {0, 1} thì (X +Y) cũng ở trong miền này.

  b) *Định đề 1b (P1b)*: Nếu X và Y ở trong cùng một miền, miền này chỉ lấy giá trị {0, 1} thì (X · Y) cũng ở trong miền này.

- **2. Tính chất đồng nhất** (identity property):

  Tồn tại các hằng 0 và 1 sao cho:

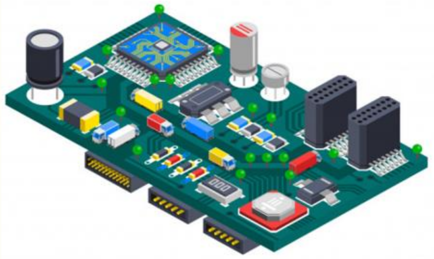
  a) *Định đề 2a (P2a)*: X + 0 = X

  b) *Định đề 2b (P2b)*: X · 1 = X

- **3. Tính chất giao hoán** (commutative property):

  a) Định đề *3a (P3a)*: X + Y = Y + X

  b) *Định đề 3b (P3b)*: X · Y = Y · X



4.1 Các định đề của Huntington

- **4.** **Tính chất phân bố** (distributive property):

  a) *Định đề 4a (P4a)*: $X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$

  b) *Định đề 4b (P4b)*: $X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$

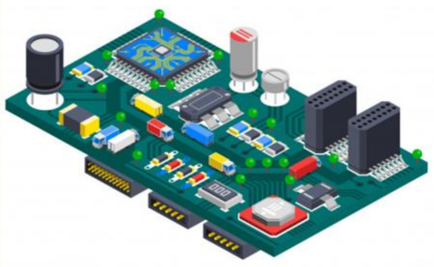
- **5.** **Tính chất bù** (complement property):

  Tồn tại phần tử bù ký hiệu là X của $\overline{X}$ sao cho:

  a) *Định đề 5a (P5a)*: $X + \overline{X} = 1$

  b) *Định đề 5b (P5b)*: $X \cdot \overline{X} = 0$

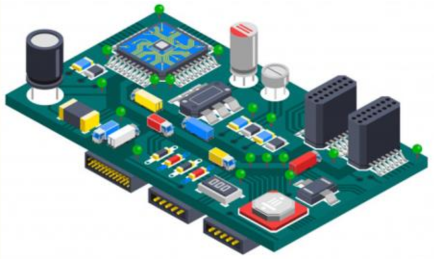
Mười (10) định đề trên định nghĩa nền tảng cho toàn bộ lý thuyết về đại số logic!



4.1 Các định đề của Huntington

- Cho một tập hợp B có số phần tử hữu hạn B = {X, Y, Z, . . .} và các phần tử của B chỉ lấy giá trị trong tập {0, 1}. Ta trang bị cho B hai phép toán ký hiệu là “+” và “·”. Nếu mọi phần tử X, Y, Z, . . . thuộc B đều thỏa 10 định đề của Huntington, <B, +, ·, –, 0, 1> sẽ hình thành một cấu trúc đại số logic. Ký hiệu “–” biểu thị phép toán bù (đảo của các phần tử).

- Những ký hiệu X, Y, Z, . . . biểu thị các biến của đại số logic (gọi tắt là biến logic), những biến này chỉ lấy giá trị 0 hoặc 1. Ba ký hiệu “·”, “+” và “–” biểu thị các phép toán của đại số logic (gọi tắt là phép toán logic (logic operation)), đây là những toán tử của đại số logic (gọi tắt là toán tử logic (logic operator)).



4.1 Các định đề của Huntington

- Nguyên tắc đối ngẫu phát biểu như sau:

  Bất kỳ định đề hay định lý nào trong đại số logic đều có định đề hay định lý (đối ngẫu) kết hợp, được tạo ra bằng cách thực hiện các thao tác sau:

  (1) hoán đổi 0 và 1 (0 được đổi thành 1 và 1 được đổi thành 0).

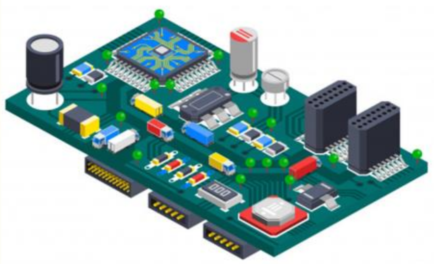
  (2) hoán đổi các toán tử + và · (toán tử + được đổi thành toán tử · và toán tử · được đổi thành toán tử +).

  Thí dụ:

  a) *Định đề 5a (P5a)*: $X + \overline{X} = 1$

  b) *Định đề 5b (P5b)*: $X \cdot \overline{X} = 0$

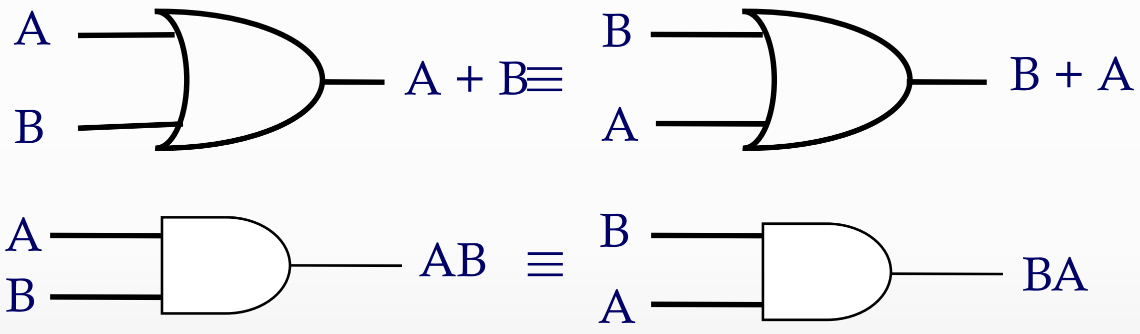
  Cặp mệnh đề đối ngẫu.



4.1 Các định đề của Huntington

- Áp dụng của các định đề

Giao hoán

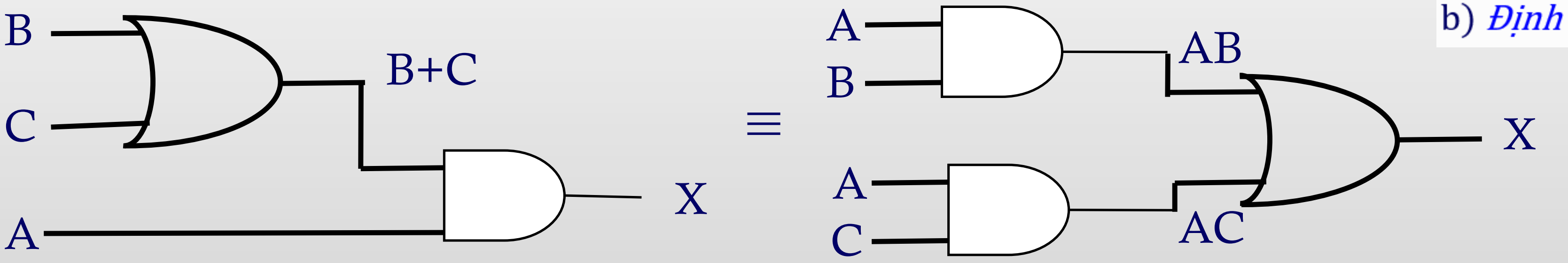


3. Tính chất giao hoán (commutative property):

a) Định đề *3a (P3a)*: $X + Y = Y + X$

b) *Định đề 3b (P3b)*: $X \cdot Y = Y \cdot X$

Phân bố



$X = A(B + C)$

$X = AB + AC$

4. Tính chất phân bố (distributive property):

a) *Định đề 4a (P4a)*: $X + (Y \cdot Z) = (X + Y) \cdot (X + Z)$

b) *Định đề 4b (P4b)*: $X \cdot (Y + Z) = (X \cdot Y) + (X \cdot Z)$

4.1 Các định đề của Huntington

- Áp dụng của các định đề

Đồng nhất

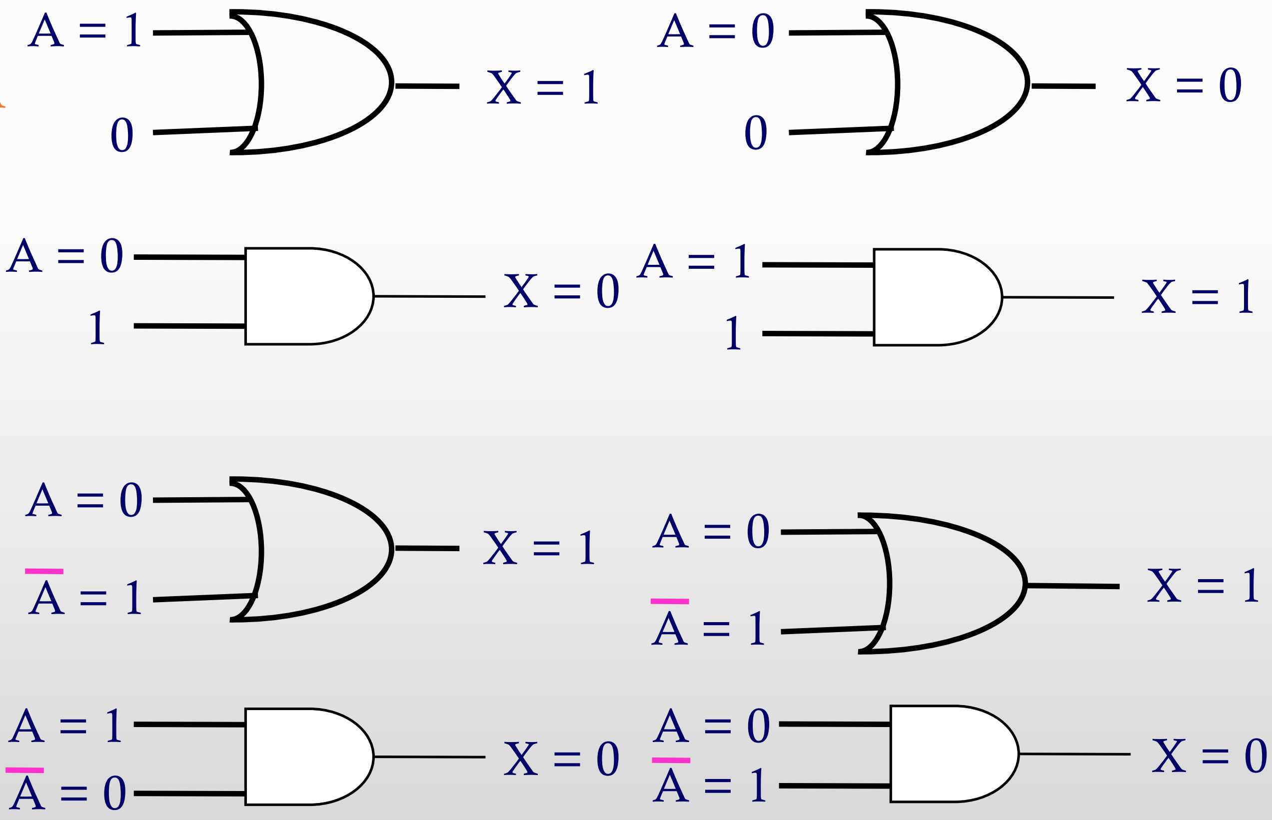
$X = A + 0 = A$

$X = A.1 = A$

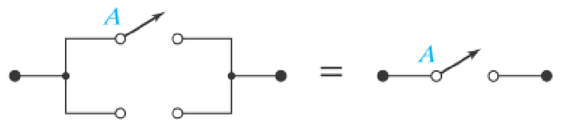
Bù

$X = A + \overline{A} = 1$

$X = A.\overline{A} = 0$

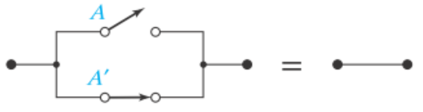


2. Tính chất đồng nhất (identity property):
Tồn tại các hằng 0 và 1 sao cho:
a) *Định đề 2a (P2a)*: $X + 0 = X$
b) *Định đề 2b (P2b)*: $X \cdot 1 = X$

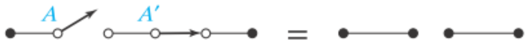


$(A + 0 = A)$

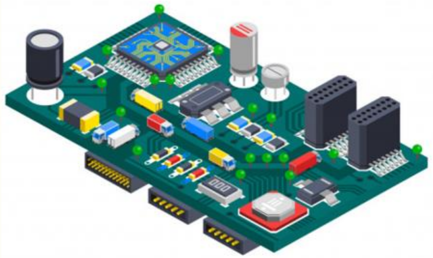
5. Tính chất bù (complement property):
Tồn tại phần tử bù ký hiệu là X của $\overline{X}$ sao cho:
a) *Định đề 5a (P5a)*: $X + \overline{X} = 1$
b) *Định đề 5b (P5b)*: $X \cdot \overline{X} = 0$



$(A + A' = 1)$



$(A \cdot A' = 0)$



4.2 Các định lý cơ bản

- **1.** Định lý lấy bù 2 lần (involution theorem)

  Định lý 1 (T1): $X = \overline{\overline{X}}$

- **2.** Định lý đồng nhất (identity theorem)

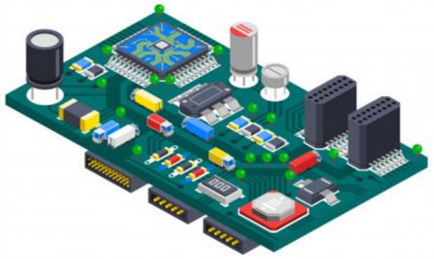
  Định lý 2a (T2a): $X + 1 = 1$

  Định lý 2b (T2b): $X \cdot 0 = 0$

- **3.** Định lý không thay đổi (idempotency theorem)

  Định lý 3a (T3a): $X + X = X$

  Định lý 3b (T3b): $X \cdot X = X$



4.2 Các định lý cơ bản

- **4.** Định lý kết hợp (associative theorem)

  Định lý 4a (T4a): $X + (Y + Z) = (X + Y) + Z$

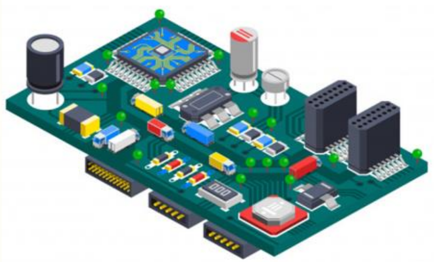
  Định lý 4b (T4b): $X \cdot (Y \cdot Z) = (X \cdot Y) \cdot Z$
- **5.** Định lý DeMorgan (DeMorgan's theorem)

  Định lý 5a (T5a): $\overline{X + Y} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$

  Định lý 5b (T5b): $\overline{X \cdot Y} = \overline{X} + \overline{Y}$
- **6.** Định lý liền kề (adjacency theorem)(uniting theorem)

  Định lý 6a (T6a): $X \cdot Y + X \cdot \overline{Y} = X$

  Định lý 6b (T6b): $(X + Y) \cdot (X + \overline{Y}) = X$



4.2 Các định lý cơ bản

- **7.** Định lý hấp thụ (absorption theorem)

  Định lý 7a (T7a): $X + X \cdot Y = X$

  Định lý 7b (T7b): $X \cdot (X + Y) = X$

- **8.** Định lý đơn giản hóa (elimination theorem)

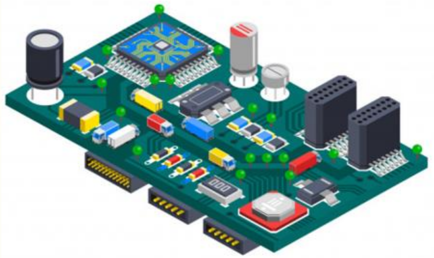
  Định lý 8a (T8a): $X + \overline{X} \cdot Y = X + Y$

  Định lý 8b (T8b): $X \cdot (\overline{X} + Y) = X \cdot Y$

- **9.** Định lý liên ứng (consensus theorem)

  Định lý 9a (T9a): $X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z + Y \cdot Z = X \cdot Y + \overline{X} \cdot Z$

  Định lý 9b (T9b): $(X + Y) \cdot (\overline{X} + Z) \cdot (Y + Z) = (X + Y) \cdot (\overline{X} + Z)$



4.2 Các định lý cơ bản

- **10.** Định lý bù của hằng

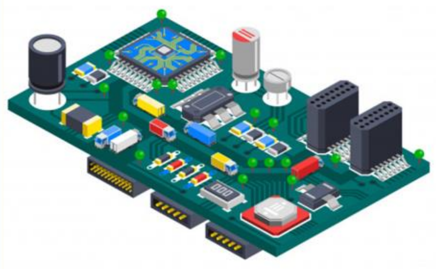
  Định lý 10a (T10a): $0 = \overline{1}$

  Định lý 10b (T10b): $1 = \overline{0}$

- **11.** Định lý phân bố

  Định lý 11a (T11a): $(X + Y).(X + Z) = X + Y.Z$

  Định lý 11b (T11b): $(X.Y) + (X.Z) = X(Y + Z)$

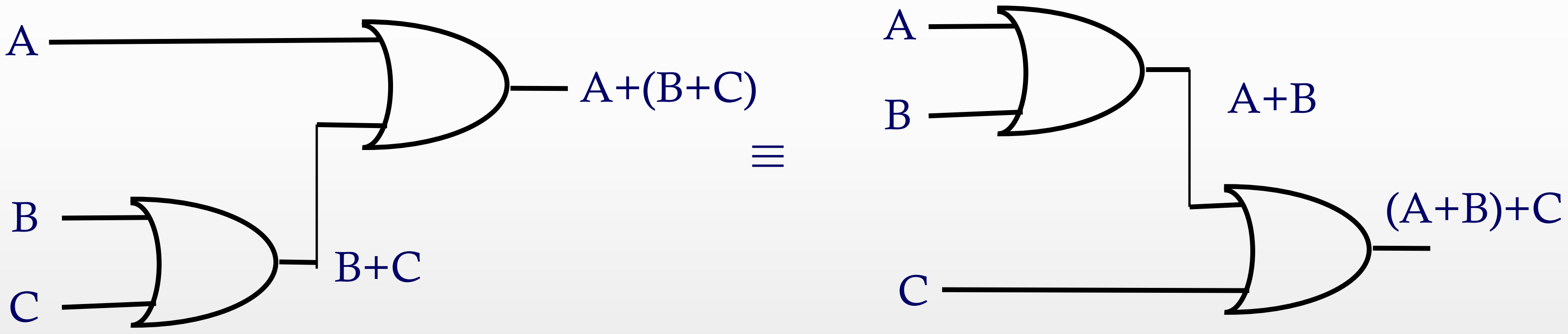


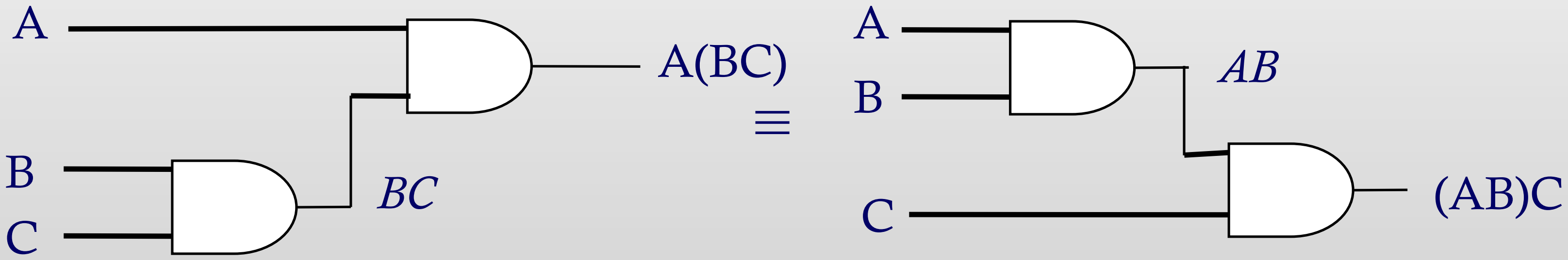
4.2 Các định lý cơ bản

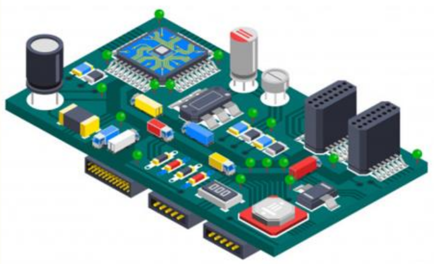
- Áp dụng của các định lý

Kết hợp

$A + (B + C) = (A + B) + C$
$A.(B.C) = (A.B).C$



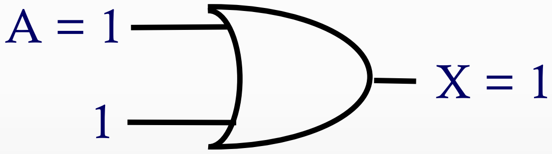


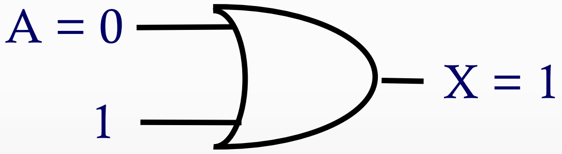


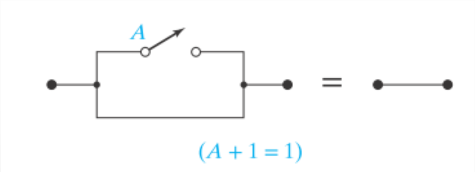
4.2 Các định lý cơ bản

- Áp dụng của các định lý

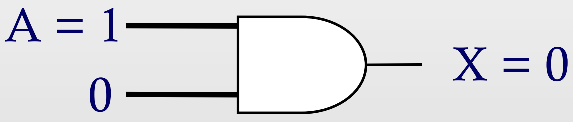
Đồng nhất

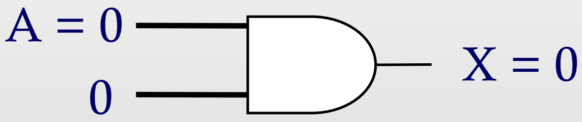






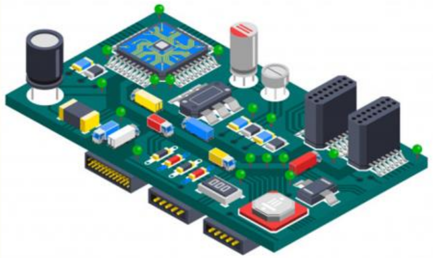
$$X = 1 + A = 1$$





$$X = 0 \cdot A = 0$$

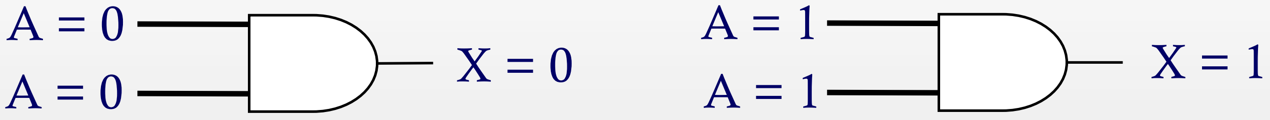
4.2 Các định lý cơ bản



- Áp dụng của các định lý

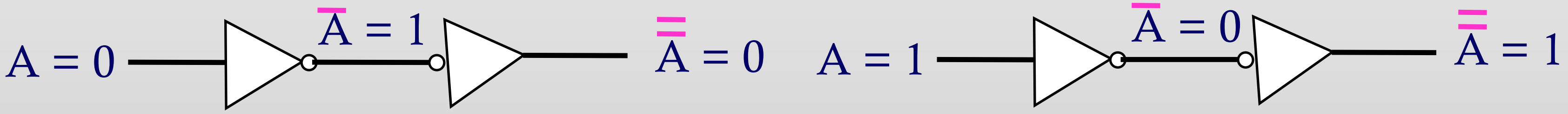
Không thay đổi

$$X = A + A = A$$



$$X = A \,.\, A = A$$

Lấy bù hai lần



$$\bar{\bar{A}} = A$$

4.2 Các định lý cơ bản

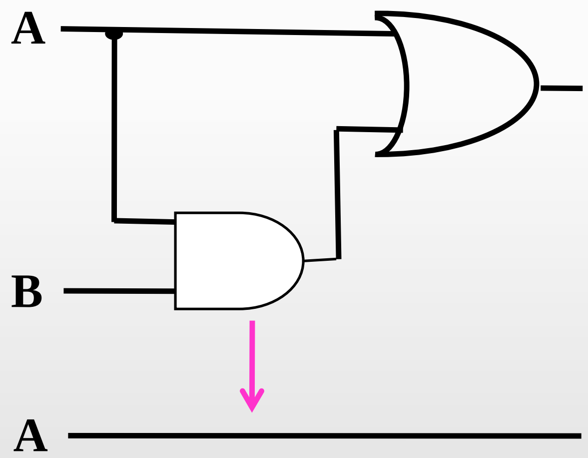
- Áp dụng của các định lý

Hấp thụ (absorption)

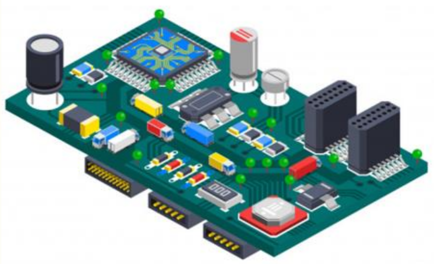
$A + A.B = A$

$A.(A + B) = A$

A	B	AB	$A+AB$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1
equal			



Straight connection



4.2 Các định lý cơ bản

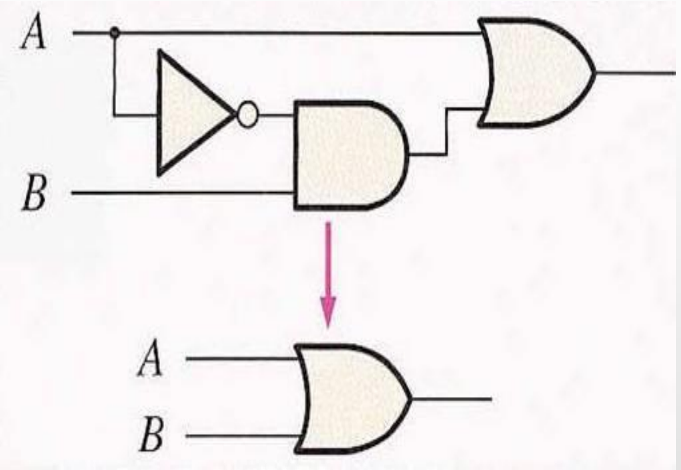
- Áp dụng của các định lý

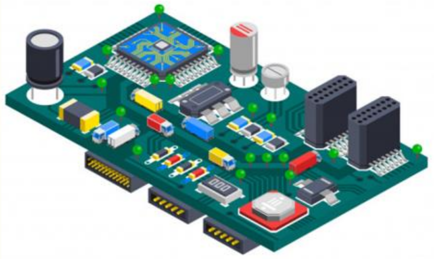
Đơn giản hóa

$A + \overline{A}.B = A + B$

$A(\overline{A} + B) = A.B$

A	B	$\overline{A}B$	$A + \overline{A}B$	A + B
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1
			equal	



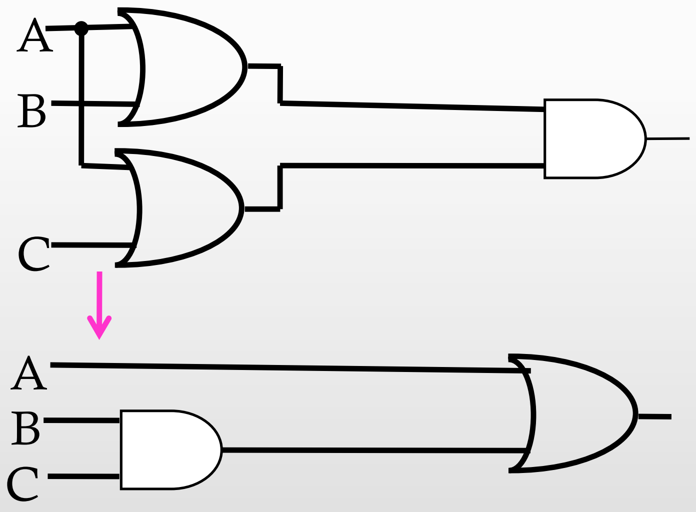


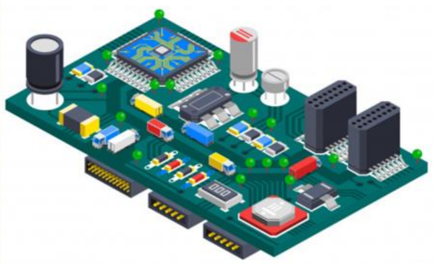
4.2 Các định lý cơ bản

- Áp dụng của các định lý

Phân bổ (A + B).(A + C) = A + B.C

A	B	C	A+B	A+C	(A+B)(A+C)	BC	A+BC
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1
					equal		

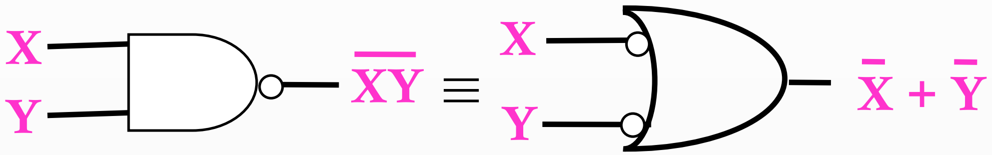




4.2 Các định lý cơ bản

- Áp dụng của các định lý

DeMorgan $\overline{XY} = \bar{X} + \bar{Y}$

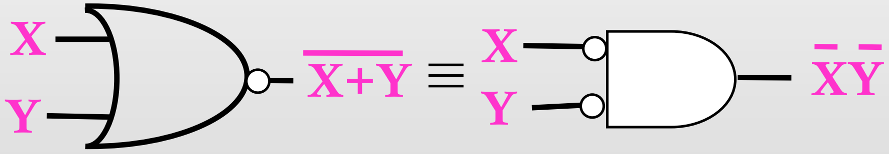


NAND

Negative-OR

INPUTS		OUTPUT	
X	Y	$\overline{XY}$	$\bar{X} + \bar{Y}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

$\overline{X+Y} = \bar{X}\bar{Y}$

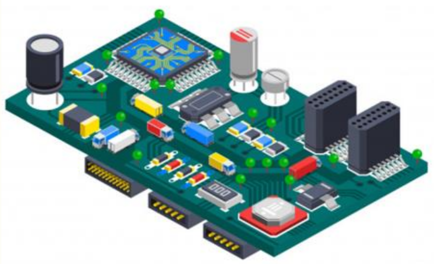


NOR

Negative-AND

INPUTS		OUTPUT	
X	Y	$\overline{X+Y}$	$\bar{X} . \bar{Y}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

PHENIKAA UNIVERSITY



4.2 Các định lý cơ bản

Độ ưu tiên của các phép toán:

- Biểu thức được tính từ trái sang phải
- Biểu thức trong ngoặc đơn được đánh giá trước
- Các phép toán bù được ưu tiên tiếp theo
- Tiếp theo là các phép toán "." (AND)
- Cuối cùng là các phép toán "+" (OR)

4.2 Các định lý cơ bản

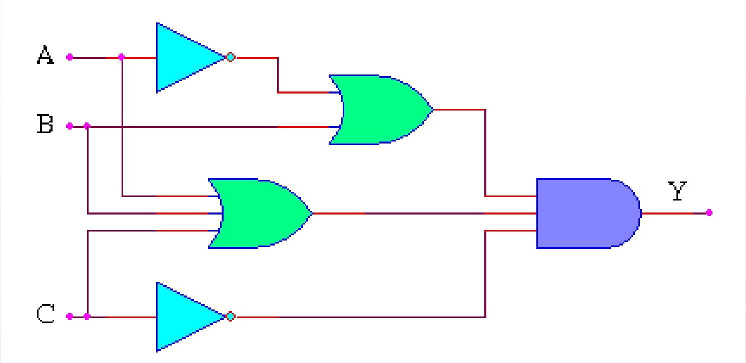
Ví dụ 1: Rút gọn các biểu thức sau

(a) $A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$

(b) $ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$

(c) $ABC + ABD + AB$

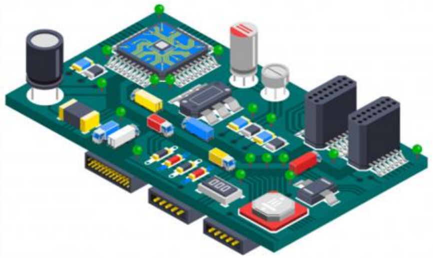
Ví dụ 2: Đơn giản mạch sau



Ví dụ 3: Tìm đối ngẫu cho các hàm dưới đây

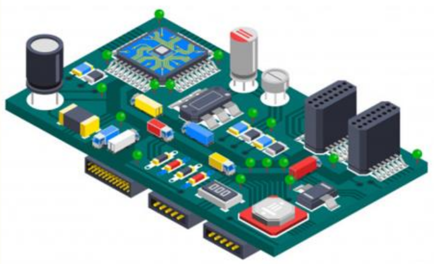
(a) $\mathrm{F} = \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z$

(b) $\mathrm{F} = x(\bar{y}\bar{z} + yz)$



4.3 Biểu thức logic

Thuật ngữ	Định nghĩa
Biểu thức logic	Dạng công thức toán học bao gồm các (Logic expression) toán tử logic và các biến logic.
Toán tử logic (Logic operator)	Cho trước một tập các ngõ vào, toán tử logic có chức năng tạo ra giá trị ngõ ra tương ứng với các qui luật đã biết, phù hợp với các định đề Huntington định nghĩa đại số logic.
Biến logic (Logic variable)	Ký hiệu biểu diễn hai giá trị của đại số logic là 0 và 1.
Chữ số logic (Logic literal)	Các giá trị 0 và 1, biến logic hoặc bù của biến logic.

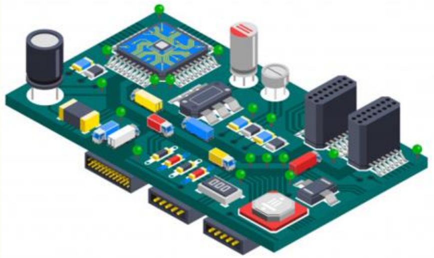


4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc 1

Hàng #	A B C	Hàm đa số (MAJORITY)	Minterm	Kí hiệu của minterm
0	0 0 0	0		
1	0 0 1	0		
2	0 1 0	0		
3	0 1 1	1	$\overline{A} \cdot B \cdot C$	m_3
4	1 0 0	0		
5	1 0 1	1	$A \cdot \overline{B} \cdot C$	m_5
6	1 1 0	1	$A \cdot B \cdot \overline{C}$	m_6
7	1 1 1	1	$A \cdot B \cdot C$	m_7

Mỗi tổ hợp giá trị ngõ vào làm cho ngõ ra bằng 1 sẽ tạo ra một minterm, các biến bằng 0 sẽ xuất hiện ở dạng bù trong minterm kết hợp và các biến bằng 1 sẽ xuất hiện ở dạng thật (không bù) trong minterm kết hợp.



4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc 1

$$
\begin{aligned}
MAJORITY &= m_3 + m_5 + m_6 + m_7 \\
&= \sum m(3,5,6,7) \\
&= (\overline{A} \cdot B \cdot C) + (A \cdot \overline{B} \cdot C) + (A \cdot B \cdot \overline{C}) + (A \cdot B \cdot C)
\end{aligned}
$$

Dạng chính tắc 1 còn gọi là dạng tổng các tích chuẩn
hay dạng chuẩn 1.

4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc 2

A'b'C' (CT1) = A+B+C

A'B'C (CT1) = A+B+C'

Hàng #	A B C	Hàm đa số (MAJORITY)	Maxterm	Kí hiệu của Maxterm
0	0 0 0	0	$A+B+C$	M_0
1	0 0 1	0	$A+B+\overline{C}$	M_1
2	0 1 0	0	$A+\overline{B}+C$	M_2
3	0 1 1	1		
4	1 0 0	0	$\overline{A}+B+C$	M_4
5	1 0 1	1		
6	1 1 0	1		
7	1 1 1	1		

Mỗi tổ hợp giá trị ngõ vào làm cho ngõ ra bằng 0 sẽ tạo ra một maxterm, các biến bằng 0 sẽ xuất hiện ở dạng thật (không bù) trong maxterm kết hợp và các biến bằng 1 sẽ xuất hiện ở dạng bù trong maxterm kết hợp.

4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc 2

$$\begin{aligned} MAJORITY &= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \\ &= \prod M(0,1,2,4) \\ &= (A+B+C)\cdot(A+B+\overline{C})\cdot(A+\overline{B}+C)\cdot(\overline{A}+B+C) \end{aligned}$$

Dạng chính tắc 2 còn gọi là dạng tích các tổng chuẩn hay dạng chuẩn 2.

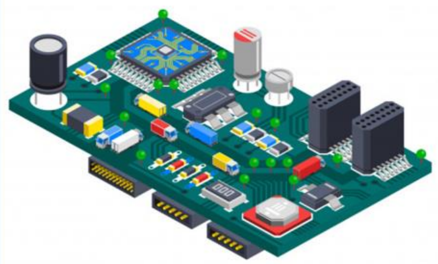
4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc của XOR

	A B	XOR $A \oplus B$	Minterm	Maxterm
0	0 0	0		$A + B$
1	0 1	1	$\overline{A} \cdot B$	
2	1 0	1	$A \cdot \overline{B}$	
3	1 1	0		$\overline{A} + \overline{B}$

$$A \oplus B = (\overline{A} \cdot B) + (A \cdot \overline{B}) \qquad \text{dang chinh tac 1}$$

$$= (A + B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) \qquad \text{dang chinh tac 2}$$



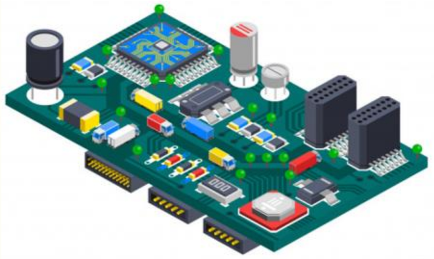
4.3 Biểu thức logic

- Dạng chính tắc của XNOR

	A B	XNOR $\overline{A \oplus B}$	Minterm	Maxterm
0	0 0	1	$\overline{A} \cdot \overline{B}$	
1	0 1	0		$A + \overline{B}$
2	1 0	0		$\overline{A} + B$
3	1 1	1	$A \cdot B$	

$$\overline{A \oplus B} = (\overline{A} \cdot \overline{B}) + (A \cdot B) \qquad \text{dang chinh tac 1}$$

$$= (A + \overline{B}) \cdot (\overline{A} + B) \qquad \text{dang chinh tac 2}$$



4.3 Biểu thức logic

Ví dụ: Một ngôi nhà có 3 công tắc, người chủ nhà muốn bóng đèn sáng khi cả 3 công tắc đều hở, hoặc khi công tắc 1 và 2 đóng còn công tắc thứ 3 hở. Hãy thiết kế mạch logic thực hiện sao cho số cổng là ít nhất

3 công tắc là A, B, C
Công tắc đóng là logic 1, hở là logic 0
Đèn sang là logic 1, tắt là logic 0

Ngõ vào			Ngõ ra	
A	B	C	Y	
0	0	0	1	(sáng) → $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
0	0	1	0	
0	1	0	0	
0	1	1	0	
1	0	0	0	
1	0	1	0	
1	1	0	1	(sáng) → $AB\bar{C}$
1	1	1	0	

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = (\bar{A}\bar{B} + AB)\bar{C}$$
$$= (\overline{A \oplus B})\bar{C}$$