Bài tập số 7: Chương 3 (Kiểm định giả thiết thống kê)

Bài 1.1. Kiểm định giả thiết $\mu = 0$ và đối thiết $\mu > 0$ sử dụng mẫu

$$0, \quad 1, \quad -1, \quad 3, \quad -8, \quad 6, \quad 1,$$

biết rằng biến ngẫu nhiên của tổng thể có phân bố chuẩn. Chọn mức ý nghĩa 5%.

- **Bài 1.2.** Giả sử biến ngẫu nhiên của tổng thể có phân bố chuẩn với phương sai 9. Hãy kiểm định giả thiết $\mu = 60.0$ và đối thiết $\mu = 57.0$ sử dụng mẫu có kích thước 20 với trung bình mẫu $\bar{x} = 58.50$ và mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.
- **Bài 1.3.** Kết luận của bài toán **Bài 1.2.** có thay đổi nếu chúng ta sử dụng một mẫu nhỏ có kích thước n=5 với trung bình mẫu $\bar{x}=58.05$ và mức ý nghĩa $\alpha=5\%$.
- **Bài 1.4.** Tìm miền bác bỏ trong bài toán **Bài 1.2.** trong trường hợp bài toán kiểm định hai phía với $\alpha = 5\%$.
- Bài 1.5. Một công ty bán các can chứa dầu, theo quy định mỗi can chứa 5000 g dầu. Sử dụng mẫu ngẫu nhiên có kích thước 51 với trung bình 4990 g và độ lệch chuẩn 20 g để kiểm định sự sai khác của trọng lượng trung bình của lượng dầu do máy đong dầu đổ vào mỗi can so với khối lượng 5000 g theo quy định. Chọn mức ý nghĩa 5%. Biết lượng dầu do máy đong dầu đổ vào mỗi can là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.
- Bài 1.6. Một mẫu ngẫu nhiên gồm 25 lốp xe có thời hạn sử dụng trung bình 37000 dặm (miles) và độ lệch chuẩn 5000 dặm. Nhà sản xuất khẳng định rằng thời hạn sử dụng trung bình của lốp xe là trên 35000 dặm. Với mức ý nghĩa 5%, liệu khẳng định của nhà sản xuất có được chấp nhận không? Biết thời hạn sử dụng của lốp xe là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.
- **Bài 1.7.** Thực hiện nhiều lần đo đồng thời điện áp của một mạch điện bằng hai thiết bị vôn kế khác nhau, chúng ta thu được sự sai khác của hai bi vôn kế đó là

$$0.4, -0.6, 0.2 0.0, 1.0, 1.4, 0.4 1.6 (V).$$

Với mức ý nghĩa 5%, liệu chúng ta có thể khẳng định rằng sự sai khác về kết quả đo điện áp của hai vôn kế đó là không đáng kể? Biết rằng

- sự sai khác về kết quả đo điệp áp của hai vôn kế tuân theo quy luật phân bố chuẩn.
- Bài 1.8. Giả sử trong quá khứ độ lệch chuẩn của khối lượng các kiện hàng được đóng gói bởi các máy tự động là 0.8 oz (1 oz \approx 0.028 kg). Hãy kiểm định giả thiết $H_0: \sigma = 0.8$ oz và đối thiết $H_1: \sigma > 0.8$ oz (trong trường hợp độ lệch chuẩn của khối lượng các kiện hàng tăng lên) sử dụng mẫu có kích thước 20 với độ lệch chuẩn 1.0 oz. Biết rằng khối lượng của kiện hàng là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn. Chọn mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.
- **Bài 1.9.** Có giả thiết cho rằng với thiết bị chạy bằng hệ thống pin nếu độ lệch chuẩn của tuổi thọ của pin nhỏ hơn một con số cố định, chẳng hạn 5 giờ thì chi phí sẽ tiết kiệm hơn khi chúng ta thay tất cả pin sau một thời gian cố định nào đó so với việc chúng ta thay riêng lẻ từng pin khi nó bị hỏng. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định giả thiết trên thông qua mẫu có kích thước n=28 với độ lệch chuẩn mẫu là s=3.5 giờ. Biết tuổi thọ của pin là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn.
- **Bài 1.10.** Nếu máy móc hoạt động bình thường thì trọng lượng sản phẩm tuân theo quy luật chuẩn với độ lệch chuẩn là 1 kg. Có thể coi máy móc còn hoạt động tốt hay không nếu cân thử 30 sản phẩm ta thấy độ lệch chuẩn mẫu là 1.1 kg. Hãy kiểm định giả thiết trên với mức ý nghĩa 0.01.
- Bài 1.11. Xăng nhãn hiệu A được sử dụng cho 16 xe ô tô cùng loại và thu được một mẫu gồm 16 giá trị về hiệu suất sử dụng của xăng nhãn hiệu A có giá trị trung bình là 19.6 (số dặm đi được/1 gallon) và độ lệch chuẩn 0.4 (số dặm đi được/1 gallon). Trong cùng điều kiện tương tự, xăng nhãn hiệu B sử dụng cho 16 xe ô tô và thu được một mẫu có giá trị trung bình 20.2 (số dặm đi được/1 gallon) và độ lệch chuẩn 0.6 (số dặm đi được/1 gallon). Liệu hiệu suất sử dụng của xăng nhãn hiệu B tốt hơn xăng nhãn hiệu A? Hãy kiểm định điều đó. Biết rằng hiệu suất sử dụng (số dặm đi được/1 gallon) của hai loại xăng trên là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn có cùng phương sai. Chọn mức ý nghĩa 5%.
- **Bài 1.12.** Có hai loại bi bằng thép: loại I và loại II. Loại I có đường kính X là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$. Loại II có đường kính Y là biến ngẫu nhiên có phân bố chuẩn $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$. Người ta cho rằng đường kính trung bình của hai loại vòng bi này bằng nhau. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi loại I và 10 viên bi loại II. Ta thu được mẫu:

X	2.66	2.68	2.63	2.60	2.67	2.59	2.62	2.61
Y	2.63	2.60	2.57	2.56	2.58	2.58	2.61	2.62

Hãy kiểm định giả thiết trên với mức ý nghĩa 5%.

Bài 1.13. Để so sánh trọng lượng trung bình của trẻ sơ sinh thành thị và nông thôn, người ta theo dõi 1000 cháu và thu được kết quả

Kết quả	Số cháu	Trung bình mẫu	Độ lệch chuẩn mẫu
Nông thôn	500	3.0 kg	0.4 kg
Thành thị	500	3.2 kg	0.3 kg

Với mức ý nghĩa 5%, có thể coi trọng lượng trẻ sơ sinh ở thành thị cao hơn nông thôn hay không?