



# Toán rời rạc: Mô hình tính toán

---

TS. Phạm Văn Cảnh

# Mô hình tính toán

1. Ngôn ngữ và văn phạm
  - ✓ Văn phạm cấu trúc câu
  - ✓ Phân loại văn phạm cấu trúc câu
2. Các máy hữu hạn trạng thái
  - ✓ Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra
  - ✓ Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra
  - ✓ Sự chấp nhận của ngôn ngữ
3. Máy Turing
  - ✓ Đoán nhận ngôn ngữ
  - ✓ Tính hàm

# Mô tả ngôn ngữ

---

- Một bộ chữ cái (một bộ từ vựng)  $\Sigma$  là một tập không rỗng, hữu hạn. Các phần tử của tập này được gọi là các ký hiệu; Một từ (hoặc một câu) trên  $\Sigma$  là một xâu các phần tử của  $\Sigma$  có chiều dài hữu hạn. Xâu rỗng, được ký hiệu là  $\lambda$ , là xâu không chứa ký hiệu nào. Tập tất cả các từ trên  $\Sigma$  được ký hiệu  $\Sigma^*$ . Một ngôn ngữ trên  $\Sigma$  là một tập con của  $\Sigma^*$ .
- Ngôn ngữ có thể mô tả bằng cách
  - Liệt kê các từ trong ngôn ngữ;
  - Chọn một số tiêu chuẩn mà các từ thuộc ngôn ngữ đó phải thỏa mãn.
    - Mô tả thông qua dùng văn phạm: Quy tắc sinh ngôn ngữ; một số phần tử của từ vựng không thể thay thế bằng ký hiệu khác  $\rightarrow$  ký hiệu kết thúc ( $\Sigma$ ); các phần tử khác có thể thay thế bằng các ký hiệu khác  $\rightarrow$  ký hiệu không kết thúc ( $\Delta$ ).  
Ví dụ: câu  $\rightarrow$  chủ ngữ + vị ngữ

# Văn phạm cấu trúc câu

- Một văn phạm cấu trúc câu  $G=(V, T, S, P)$  gồm
  - Một từ vựng  $V$ ,
  - Tập con  $T$  của  $V$  là các phần tử kết thúc,
  - ký hiệu xuất phát  $S$  và tập các sản xuất  $P$ .
  - Tập  $V-T$  là tập không kết thúc ( $N$ ).
  - Mỗi dẫn xuất trong  $P$  cần phải chứa ít nhất một ký hiệu không kết thúc ở vế trái.
- Ví dụ 1,  $G=(V, T, S, P)$ , trong đó
  - $V=\{\text{"tôi"}, \text{"anh"}, \text{"làm việc"}, \text{chu\_ngu}, \text{vi\_ngu}, S\}$ ,
  - $T=\{\text{"tôi"}, \text{"anh"}, \text{"làm việc"}\}$ ,
  - $S$  là ký hiệu xuất phát
  - Các dẫn xuất  $\{S \rightarrow \text{chu\_ngu vi\_ngu}, \text{chu\_ngu} \rightarrow \text{"tôi"}, \text{chu\_ngu} \rightarrow \text{"anh"}, \text{vi\_ngu} \rightarrow \text{"làm việc"}\}$
- Ví dụ 2,  $G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các sản xuất  $\{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow \lambda\}$

**Định nghĩa 2.16.** Văn phạm (Grammar)  $G$  là một bộ sắp thứ tự gồm 4 thành phần:

$$G = \langle \Sigma, \Delta, S, P \rangle$$

trong đó:

- $\Sigma$  là một bảng chữ cái, gọi là *bảng chữ cái chính* (hay *bảng chữ cái kết thúc*), mỗi phần tử của nó được gọi là một *ký hiệu chính* hay *ký hiệu kết thúc* (terminal),
- $\Delta$  là một bảng chữ cái,  $\Delta \cap \Sigma = \emptyset$ , gọi là *bảng ký hiệu phụ* (hay *bảng chữ cái không kết thúc*), mỗi phần tử của nó được gọi là một *ký hiệu phụ* hay *ký hiệu không kết thúc* (non terminal),
- $S \in \Delta$  được gọi là *tiên đề* hay *ký hiệu xuất phát* (start),
- $P$  là tập hợp các *quy tắc sinh* (production) có dạng  $\alpha \rightarrow \beta$ , với  $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup \Delta)^*$ ;  $\alpha$  được gọi là *vế trái* và  $\beta$  được gọi là *vế phải* của quy tắc này, và *trong  $\alpha$  phải chứa ít nhất một ký hiệu phụ*. Như vậy, các quy tắc hợp lệ của  $P$  có dạng:

$$\alpha \rightarrow \beta \text{ với } \alpha = \alpha' A \alpha'', \text{ trong đó } A \in \Delta, \alpha', \alpha'', \beta \in (\Sigma \cup \Delta)^*$$

---

# Văn phạm cấu trúc câu

Chẳng hạn, với  $\Sigma = \{0,1\}$ ,  $\Delta = \{S, A, B\}$  thì các quy tắc  $S \rightarrow 0S1A$ ,  $0AB \rightarrow 1A1B$ ,  $A \rightarrow \varepsilon, \dots$  là các quy tắc hợp lệ vì vế trái luôn chứa ít nhất 1 ký hiệu phụ thuộc  $\Delta$ , nhưng các quy tắc dạng:  $0 \rightarrow A$ ,  $01 \rightarrow 0B, \dots$  là các quy tắc không hợp lệ.

4.  $G_4 = \langle \Sigma, \Delta, S, P_4 \rangle$ , trong đó:

$\Sigma = \{\text{tôi, anh, chị, ăn, uống, cơm, phở, sữa, café}\},$

$\Delta = \{\langle \text{câu} \rangle, \langle \text{chủ\_ngữ} \rangle, \langle \text{vị\_ngữ} \rangle, \langle \text{động\_từ1} \rangle, \langle \text{động\_từ2} \rangle, \langle \text{danh\_từ1} \rangle, \langle \text{danh\_từ2} \rangle\}$

$S = \langle \text{câu} \rangle$ ; với tập quy tắc  $P_4$ :

$P_4 :$	$\langle \text{câu} \rangle \rightarrow \langle \text{chủ\_ngữ} \rangle \langle \text{vị\_ngữ} \rangle,$	(1)
	$\langle \text{chủ\_ngữ} \rangle \rightarrow \text{tôi},$	(2)
	$\langle \text{chủ\_ngữ} \rangle \rightarrow \text{anh},$	(3)
	$\langle \text{chủ\_ngữ} \rangle \rightarrow \text{chị},$	(4)
	$\langle \text{vị\_ngữ} \rangle \rightarrow \langle \text{động\_từ1} \rangle \langle \text{danh\_từ1} \rangle,$	(5)
	$\langle \text{vị\_ngữ} \rangle \rightarrow \langle \text{động\_từ2} \rangle \langle \text{danh\_từ2} \rangle,$	(6)
	$\langle \text{động\_từ1} \rangle \rightarrow \text{ăn},$	(7)
	$\langle \text{động\_từ2} \rangle \rightarrow \text{uống},$	(8)
	$\langle \text{danh\_từ1} \rangle \rightarrow \text{cơm},$	(9)
	$\langle \text{danh\_từ1} \rangle \rightarrow \text{phở},$	(10)
	$\langle \text{danh\_từ2} \rangle \rightarrow \text{sữa},$	(11)
	$\langle \text{danh\_từ2} \rangle \rightarrow \text{café}.$	(12)

**Thí dụ 2.12:** Các bộ bốn sau là các văn phạm:

1.  $G_1 = \langle \{0, 1\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \varepsilon\} \rangle$ , ở đây, tập quy tắc  $P_1 = \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow \varepsilon\}$ , có thể được

viết tường minh, bao gồm cả số hiệu các quy tắc, dưới dạng:

$P_1:$      $\left| \begin{array}{ll} S \rightarrow 0S1, & (1) \\ S \rightarrow \varepsilon. & (2) \end{array} \right.$

$S \rightarrow 0S1$

$S \rightarrow \varepsilon$

Các chuỗi có thể sinh ra:

- 01 nếu (1) + (2)
- 00S11 nếu (1) + (1).
- Nếu (1) + (1) + (2) ta lại có: 0011
- Nếu (1) + (1) + (1) ta lại có: 000S111



2.  $G_2 = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, S, P_2 \rangle$ , với tập quy tắc:

$P_2:$	$S \rightarrow Ab,$	(1)	$Ab \rightarrow aAbb$ hoặc $b$
	$A \rightarrow aAb,$	(2)	$aAbb \rightarrow aaAbbb$ hoặc $abb$
	$A \rightarrow \epsilon.$	(3)	$aaAbbb \rightarrow aaaAbbbb$ hoặc $aabbb$ N chữ a và N+1 chữ b

3.  $G_3 = \langle \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, S, P_3 \rangle$ , với tập quy tắc  $P_3$

$P_3:$	$S \rightarrow ABC,$	(1)	$ABC \rightarrow aBC$ hoặc $aABC$ - $aBC \rightarrow abBC$ hoặc $abC$ - $aABC \rightarrow aaABC$ hoặc $aaBC$ Tổng quát: $n(a) m(b) x(c)$
	$A \rightarrow aA,$	(2)	
	$B \rightarrow bB,$	(3)	
	$C \rightarrow cC,$	(4)	
	$A \rightarrow a,$	(5)	
	$B \rightarrow b,$	(6)	
	$C \rightarrow c.$	(7)	

# Dẫn xuất

Cho  $G=(V, T, S, P)$  là một văn phạm cấu trúc câu.

- Cho  $w_0 = AXB$  và  $w_1 = AYB$  là các xâu trên  $V$ , nếu có một dẫn xuất  $X \rightarrow Y$  thì ta nói  $w_1$  được dẫn xuất trực tiếp từ  $w_0$ . Ký hiệu  $w_0 \Rightarrow w_1$
- Nếu  $w_0, w_1, \dots, w_n$  là các xâu trên  $V$  sao cho  $w_0 \Rightarrow w_1; w_1 \Rightarrow w_2; \dots; w_{n-1} \Rightarrow w_n$  thì ta nói  $w_n$  được dẫn xuất từ  $w_0$ , ký hiệu  $w_0 \Rightarrow w_n$ . Dãy các bước dùng để nhận được  $w_n$  từ  $w_0$  được gọi là một dẫn xuất
- Ví dụ,  $G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các sản xuất  $\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\}$  thì:

$ab$  được dẫn xuất trực tiếp từ  $aSb$

$aaabbb$  được dẫn xuất từ  $S$  vì  $S \rightarrow aSb \rightarrow aaSbb \rightarrow aaaSbbb \rightarrow aaabbb$

# Ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm

Cho  $G=(V, T, S, P)$  là một văn phạm cấu trúc câu

- Ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm  $G$  (hay gọi là ngôn ngữ của  $G$ ), được ký hiệu là  $L(G)$  là tập hợp tất cả các xâu chỉ gồm ký hiệu kết thúc được dẫn xuất từ ký hiệu xuất phát  $S$ .

$$L(G) = \{w \in T^* \mid S \Rightarrow w\}$$

- Ví dụ,  $G = (\{S, A, a, b\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aA, S \rightarrow b, A \rightarrow aa\})$ , xác định  $L(G)$

$S \rightarrow aA \rightarrow aaa$

$S \rightarrow b$

$G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các sản xuất  $\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\}$ , xác định  $L(G)$

- $L(G) = \{a...ab...b: \text{Trong đó số các chữ cái } a = \text{số các chữ cái } b\}$

$G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các sản xuất  $\{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow \lambda\}$ , xác định  $L(G)$

$S \rightarrow aS \rightarrow aaS$  hoặc  $abS$

- $aaS \rightarrow aaaS$  hoặc  $abbS$
- $abS \rightarrow abaS$  hoặc  $abbS$
- $aaaS \rightarrow aaaaS$  hoặc  $aaabS$
- $abaS \rightarrow abaaS$  hoặc  $ababS$
- $abbS \rightarrow abbaS$  hoặc  $abbbbS$

$S \rightarrow bS \rightarrow baS$  hoặc  $bbS$

- $baS \rightarrow baaS$  hoặc  $bbbS$
- $bbS \rightarrow bbaS$  hoặc  $bbbS$
- $baaS \rightarrow baaaS$  hoặc  $baabS$
- $bbaS \rightarrow bbaaS$  hoặc  $bbabS$
- $bbbS \rightarrow bbbaS$  hoặc  $bbbbS$

$L(G)$ : tất cả các xâu chứa  $a$  và  $b$

$G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các sản xuất  $\{S \rightarrow aS, S \rightarrow Sb, S \rightarrow \lambda\}$ , xác định  $L(G)$

$S \rightarrow aS \rightarrow aaS$  hoặc  $aSb$

- $aaS \rightarrow aaaS$  hoặc  $aaSb$
- $aSb \rightarrow aaSb$  hoặc  $aSbb$
- $aaaS \rightarrow aaaaS$  hoặc  $aaaSb$
- $aaSb \rightarrow aaasb$  hoặc  $aaSbb$

$L(G)$ :  $a...ab....b$  trong đó  $a$  luôn đứng trước  $b$

# Tìm văn phạm cấu trúc sinh ra tập $\{0^n 1^m\}$

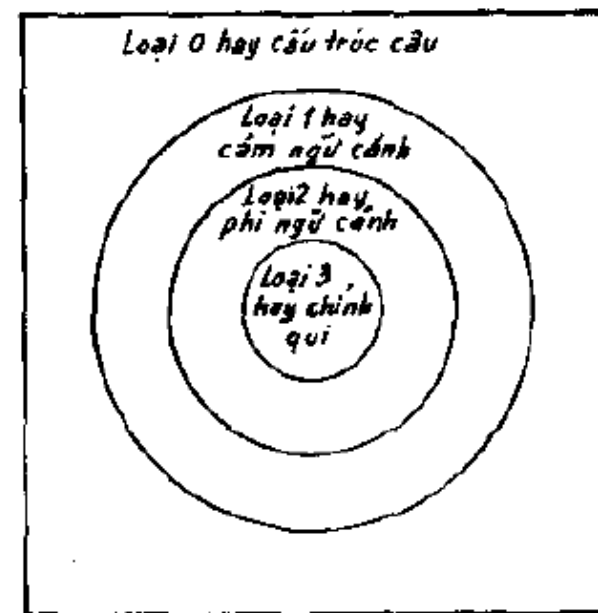
Văn phạm  $G_1$  có từ vựng  $V = \{S, 0, 1\}$ , các ký hiệu kết thúc  $T = \{0, 1\}$  và các sản xuất  $S \rightarrow 0S$ ,  $S \rightarrow S1$  và  $S \rightarrow \lambda$ .

$\{V, T, S, P\}$  với  $V = \{0, 1, 2, S, A, B\}$ ,  $T = \{0, 1, 2\}$ , ký hiệu xuất phát là  $S$  và các sản xuất  $S \rightarrow 0SAB$ ,  $S \rightarrow \lambda$ ,  $BA \rightarrow AB$ ,  $0A \rightarrow 01$ ,  $1A \rightarrow 11$ ,  $1B \rightarrow 12$ ,  $2B \rightarrow 22$ .

Tìm văn phạm cấu trúc sinh ra tập  $\{0^n 1^n 2^n\}$

# Các loại văn phạm cấu trúc câu

- Các loại văn phạm cấu trúc câu được phân loại theo các loại sản xuất
- Phân loại do Chomsky đưa ra
  - Văn phạm loại 0: không có hạn chế nào đối với các sản xuất
  - Văn phạm loại 1: chỉ có các dạng sản xuất có dạng  $w_1 \rightarrow w_2$ , trong đó chiều dài  $w_2$  lớn hơn hoặc bằng chiều dài  $w_1$  hoặc có dạng  $w_1 \rightarrow \lambda$ .
  - Văn phạm loại 2: chỉ có các dạng sản xuất có dạng  $w_1 \rightarrow w_2$ , trong đó chiều dài  $w_1$  chỉ là ký hiệu đơn và không phải là ký hiệu kết thúc.
  - Văn phạm loại 3: chỉ có các dạng sản xuất có dạng  $w_1 \rightarrow w_2$ , trong đó  $w_1 = A$  và  $w_2 = aB$  hoặc  $w_2 = a$  (trong đó  $A, B$  là ký hiệu không kết thúc, còn  $a$  là ký hiệu kết thúc) hoặc có dạng  $w_1 = S$  và  $w_2 = \lambda$ .








$G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  
 $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các  
sản xuất  $\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\}$  là văn  
phạm loại gì?



Văn phạm cấu trúc sinh ra tập  $\{0^n 1^n 2^n\}$   
dưới đây là văn phạm loại gì?



$\{V, T, S, P\}$  với  $V = \{0, 1, 2, S, A, B\}$ ,  $T = \{0, 1, 2\}$ , ký hiệu xuất phát là  $S$  và các sản xuất  $S \rightarrow 0SAB$ ,  $S \rightarrow \lambda$ ,  $BA \rightarrow AB$ ,  $0A \rightarrow 01$ ,  $1A \rightarrow 11$ ,  $1B \rightarrow 12$ ,  $2B \rightarrow 22$ .

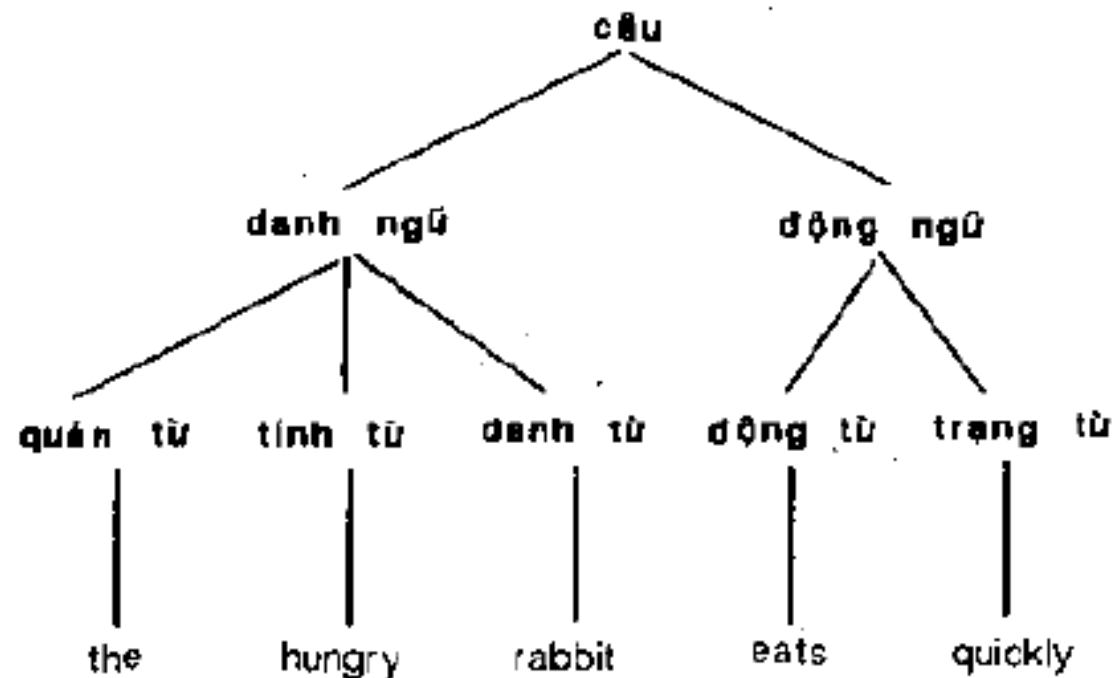
# Tìm văn phạm cấu trúc sinh ra tập $\{0^n 1^m\}$ bằng văn phạm chính quy

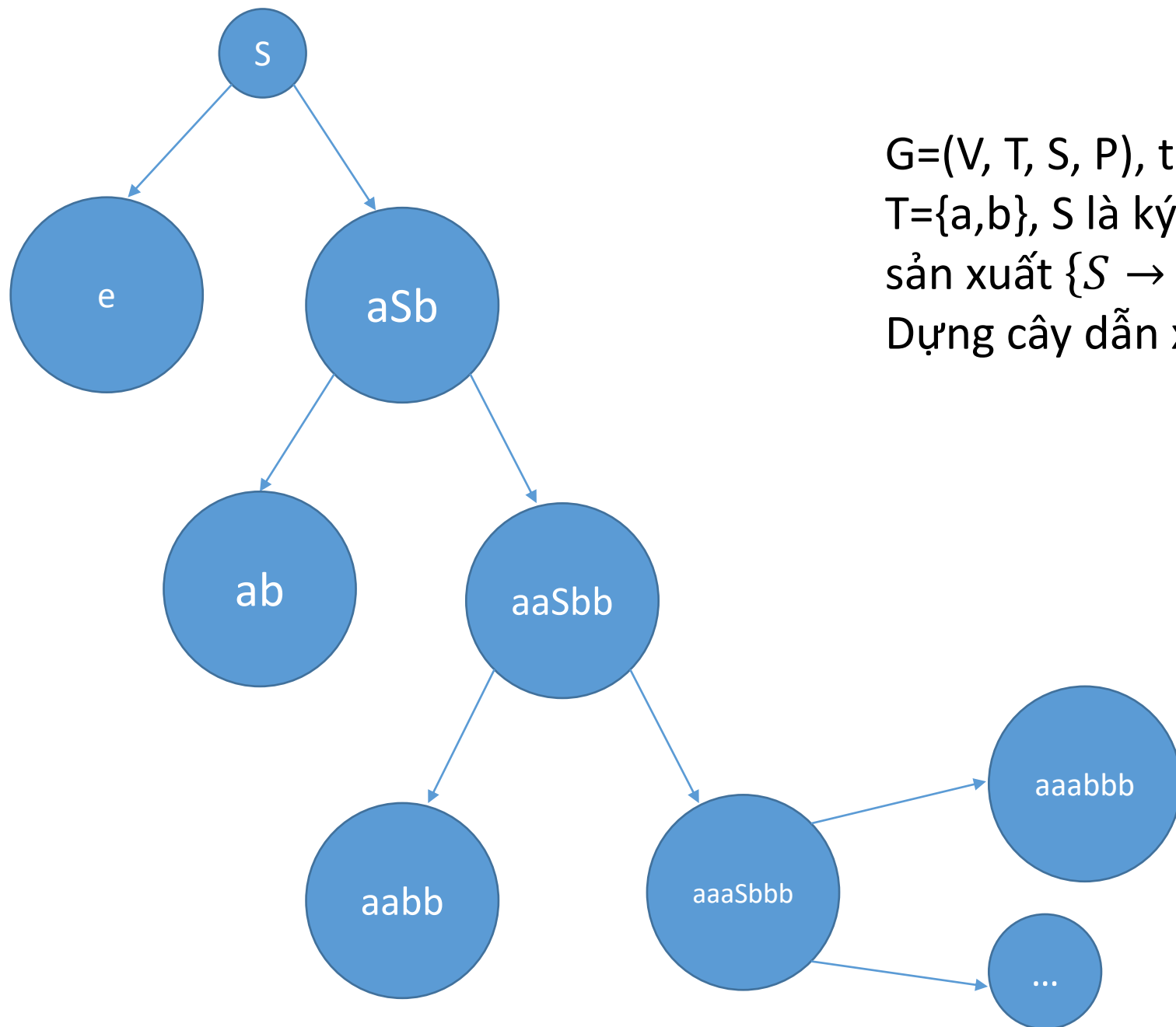
Văn phạm  $G_1$  có từ vựng  $V = \{S, 0, 1\}$ , các ký hiệu kết thúc  $T = \{0, 1\}$  và các sản xuất  $S \rightarrow 0S$ ,  $S \rightarrow S1$  và  $S \rightarrow \lambda$ .

- ~~$V = \{S, A, 0, 1\}; T = \{0, 1\}; P = \{S \rightarrow 0S; S \rightarrow 1A; S \rightarrow \lambda; A \rightarrow 1A; A \rightarrow 1\}$~~
- $V = \{S, A, 0, 1\}; T = \{0, 1\}; P = \{S \rightarrow 0S; S \rightarrow 1A; S \rightarrow 1; A \rightarrow 1A; A \rightarrow 1; S \rightarrow \lambda\}$

# Cây dẫn xuất

Một dẫn xuất trong ngôn ngữ được sinh bởi một văn phạm phi ngữ cảnh có thể được biểu diễn bằng đồ thị nhờ một cây, gọi là cây dẫn xuất (cây cú pháp).





$G=(V, T, S, P)$ , trong đó  $V=\{a,b, S\}$ ,  
 $T=\{a,b\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và các  
sản xuất  $\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\}$   
Dựng cây dẫn xuất cho xâu  $aaabbbb$

Cho  $V = \{S, A, B, a, b\}$  và  $T = \{a, b\}$ . Tìm ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm  $\{V, T, S, P\}$  với tập  $P$  các sản xuất bao gồm:

a)  $S \rightarrow AB, A \rightarrow ab, B \rightarrow bb$

b)  $S \rightarrow AB, S \rightarrow aA, A \rightarrow a, B \rightarrow ba$

c)  $S \rightarrow AB, S \rightarrow AA, A \rightarrow aB, A \rightarrow ab, B \rightarrow b$

d)  $S \rightarrow AA, S \rightarrow B, A \rightarrow aaA, A \rightarrow aa, B \rightarrow bB, B \rightarrow b$

e)  $S \rightarrow AB, A \rightarrow aAb, B \rightarrow bBa, A \rightarrow \lambda, B \rightarrow \lambda$

Tìm văn phạm cấu trúc câu cho từng ngôn ngữ sau:

- a) Tập tất cả các xâu nhị phân chứa một số chẵn các số 0 và không chứa số 1 nào.
- b) Tập tất cả các xâu nhị phân tạo bởi một số 1 và tiếp sau là một số lẻ các số 0.
- c) Tập tất cả các xâu nhị phân chứa một số chẵn các số 0 và một số chẵn các số 1.
- d) Tập tất cả các xâu chứa 10 hoặc nhiều hơn các số 0 và không chứa số 1 nào.
- e) Tập tất cả các xâu chứa số các số 0 nhiều hơn số các số 1
- f) Tập tất cả các xâu chứa số các số 0 và số các số 1 bằng nhau.
- g) Tập tất cả các xâu chứa số các số 0 và số các số 1 không bằng nhau.

# Phân loại văn phạm

a)  $S \rightarrow aAB, A \rightarrow Bb, B \rightarrow \lambda$

b)  $S \rightarrow aA, A \rightarrow a, A \rightarrow b$

c)  $S \rightarrow ABa, AB \rightarrow a$

d)  $S \rightarrow ABA, A \rightarrow aB, B \rightarrow ab$

e)  $S \rightarrow bA, A \rightarrow B, B \rightarrow a$

f)  $S \rightarrow aA, aA \rightarrow B, B \rightarrow aA, A \rightarrow b$

g)  $S \rightarrow bA, A \rightarrow b, S \rightarrow \lambda$

h)  $S \rightarrow AB, B \rightarrow aAb, aAb \rightarrow b$

i)  $S \rightarrow aA, A \rightarrow bB, B \rightarrow b, B \rightarrow \lambda$

j)  $S \rightarrow A, A \rightarrow B, B \rightarrow \lambda$



Cho  $G$  là văn phạm với  $V = \{a, b, c, S\}$ ,  $T = \{a, b, c\}$ , ký hiệu xuất phát  $S$  và các sản xuất  $S \rightarrow abS$ ,  $S \rightarrow bcS$ ,  $S \rightarrow bbS$ ,  $S \rightarrow a$ ,  $S \rightarrow cb$ . Dựng các cây dẫn xuất cho

a)  $bcbbba$

b)  $bbbcbba$

c)  $bcabbbbbbcb$

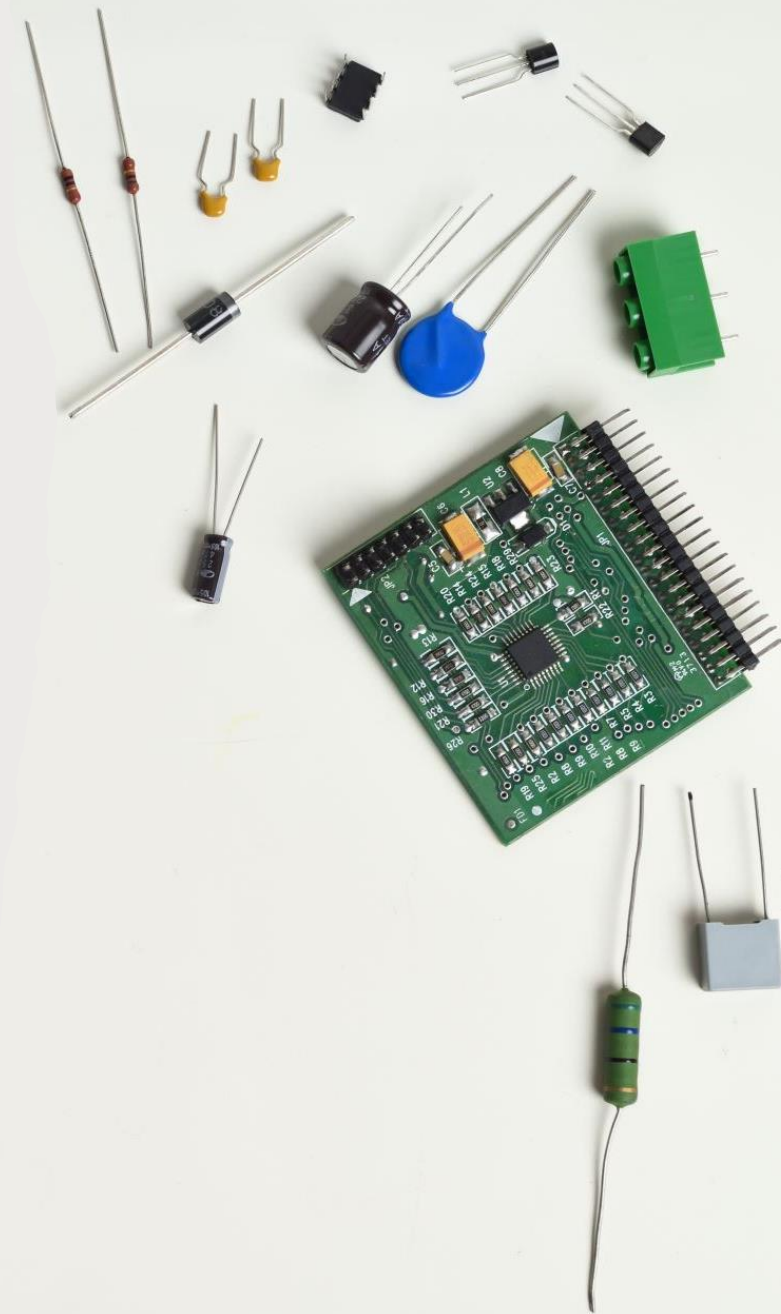
# Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra

## Máy bán hàng – Nguyên tắc hoạt động

Một máy bán hàng hoạt động theo nguyên tắc sau:

- 1) Máy chỉ nhận các đồng 5 xu, 10 xu, 25 xu
- 2) Nếu tổng số tiền đưa vào vượt quá 30 xu thì máy sẽ trả lại số tiền thừa (số tiền không vượt quá 30 xu)
- 3) Giá 1 cốc nước cam bằng giá một cốc nước táo là 30 xu. Khi máy đã nhận đủ 30 xu, người mua ấn nút màu cam thì nhận được cốc nước cam, ấn vào nút màu đỏ thì nhận được cốc nước táo

Ví dụ, đưa vào đồng 25 xu, đồng 10 xu, máy sẽ trả lại 5 xu. Sau đó ấn nút đỏ, máy sẽ đưa ra cốc nước táo.



# Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra

## Máy bán hàng – Thiết kế máy (1)

---

- Các khả năng của đầu vào là:  
5 xu, 10 xu, 25 xu, nút màu cam (O), nút màu đỏ (R)
- Các khả năng của đầu ra là:  
không có gì (n), 5 xu, 10 xu, 15 xu, 20 xu, 25 xu, cốc nước cam (OJ), cốc nước táo (AJ)
- Các trạng thái có thể của máy:  
có 7 trạng thái khác nhau  $s_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 6$ ), trạng thái  $s$  nghĩa là máy đã nhận được  $(5 \times i)$  xu



## Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra

### Máy bán hàng – Thiết kế máy (2)

- Các khả năng của đầu vào là:

5 xu, 10 xu, 25 xu, nút màu cam (O), nút màu đỏ (R)

- Các khả năng của đầu ra là:

không có gì (n), 5 xu, 10 xu, 15 xu, 20 xu, 25 xu, OJ, AJ

- Các trạng thái có thể của máy:

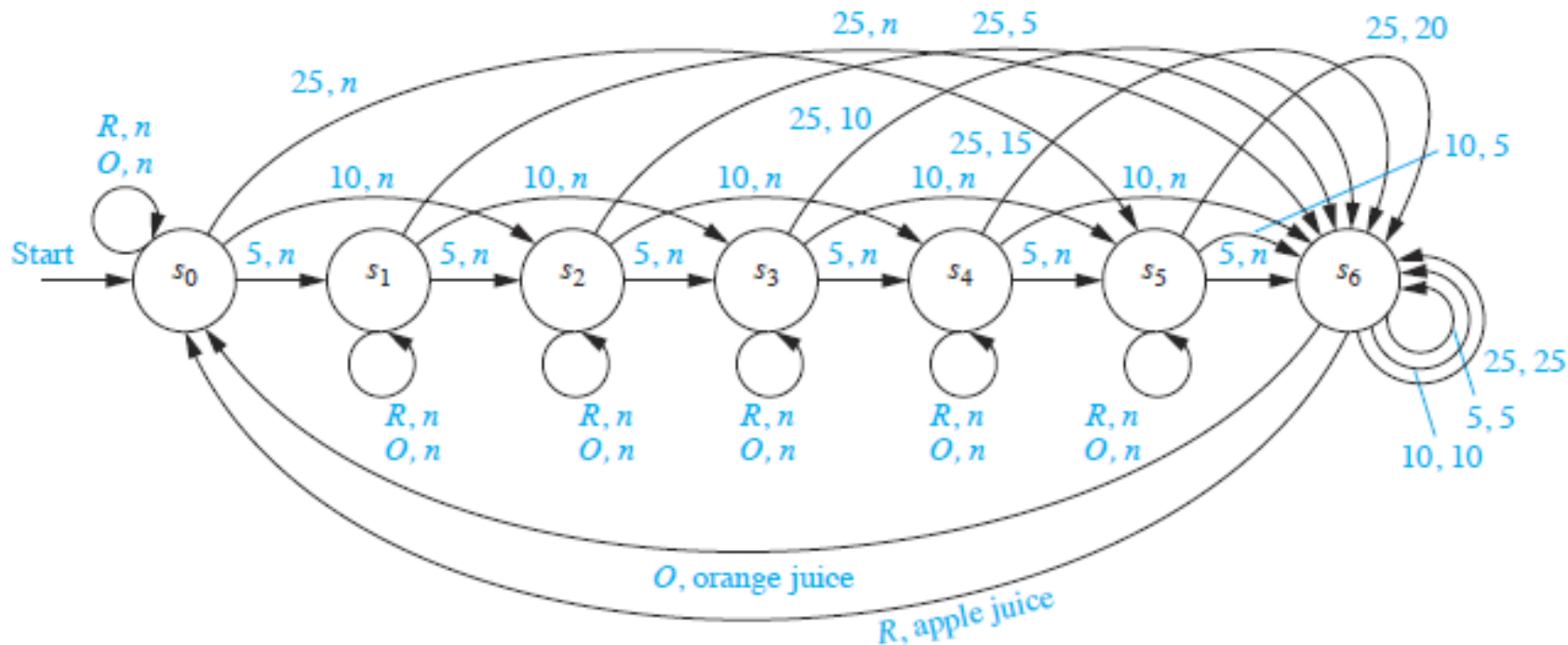
có 7 trạng thái khác nhau  $s_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 6$ )

	Next State					Output				
	<i>Input</i>					<i>Input</i>				
<i>State</i>	5	10	25	O	R	5	10	25	O	R
$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_5$	$s_0$	$s_0$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_6$	$s_1$	$s_1$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_6$	$s_2$	$s_2$	$n$	$n$	5	$n$	$n$
$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_3$	$s_3$	$n$	$n$	10	$n$	$n$
$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_6$	$s_4$	$s_4$	$n$	$n$	15	$n$	$n$
$s_5$	$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_5$	$s_5$	$n$	5	20	$n$	$n$
$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_0$	$s_0$	5	10	25	OJ	AJ

## Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra

### Máy bán hàng – Thiết kế máy (3)

- Các khả năng của đầu vào là: 5 xu, 10 xu, 25 xu, nút màu cam (O), nút màu đỏ (R), cancel (C)
- Các khả năng của đầu ra là: không có gì (n), 5 xu, 10 xu, 15 xu, 20 xu, 25 xu, OJ, AJ
- Các trạng thái có thể của máy: có 7 trạng thái khác nhau  $s_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 6$ )

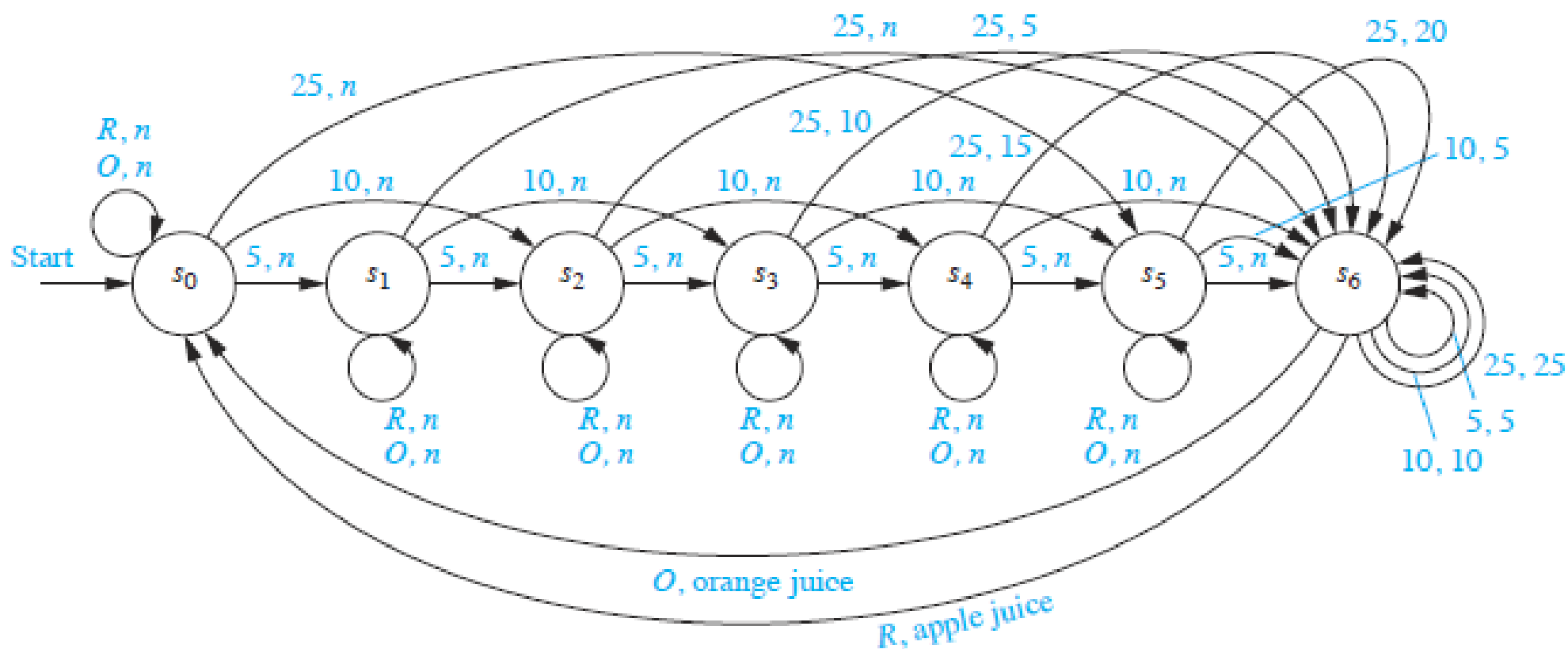


# Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra

- Một máy hữu hạn trạng thái  $M = (S, I, O, f, g, s_0)$ , trong đó  $s_0 \in S$ ,  $S$  là tập hữu hạn các trạng thái,  $I$  là bộ chữ cái hữu hạn đầu vào,  $O$  là bộ chữ cái hữu hạn đầu ra,  $f$  là hàm chuyển trạng thái  $f(s, i) = s'$  với  $s, s' \in S, i \in I$ ,  $g$  là hàm đầu ra  $g(s, i) = o$  với  $s \in S, i \in I, o \in O$ .
- Hàm chuyển và hàm đầu ra có thể mô tả bằng **bảng chuyển trạng thái**

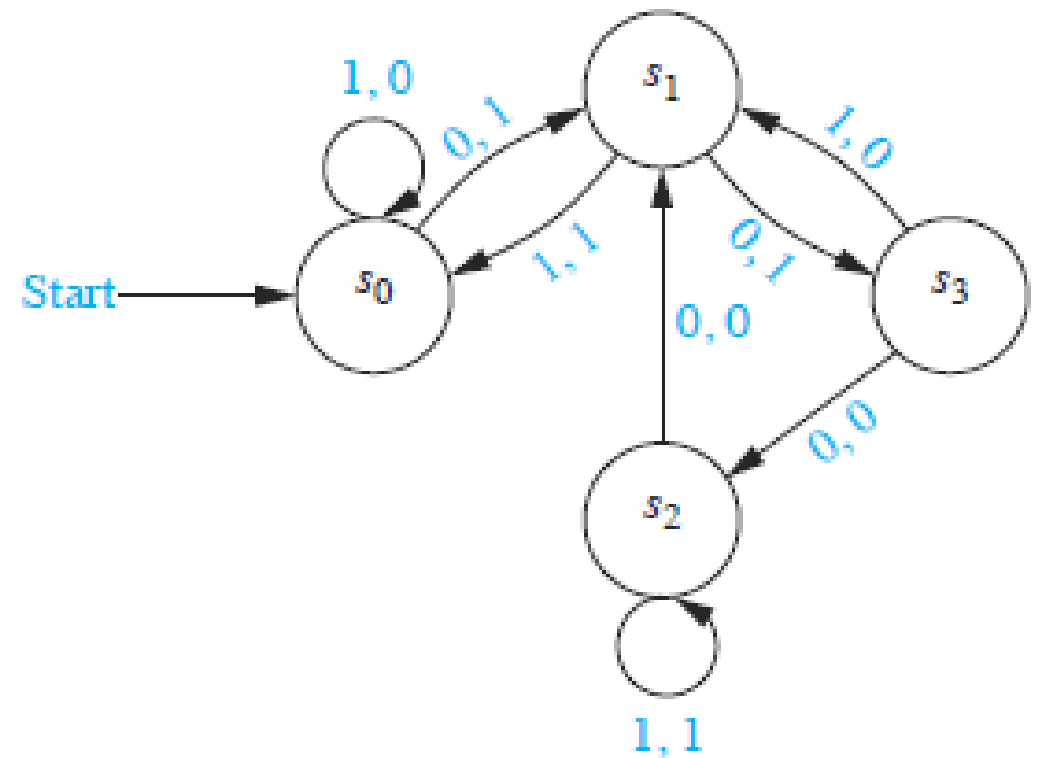
	Next State					Output				
	<i>Input</i>					<i>Input</i>				
<i>State</i>	5	10	25	O	R	5	10	25	O	R
$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_5$	$s_0$	$s_0$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_6$	$s_1$	$s_1$	$n$	$n$	$n$	$n$	$n$
$s_2$	$s_3$	$s_4$	$s_6$	$s_2$	$s_2$	$n$	$n$	5	$n$	$n$
$s_3$	$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_3$	$s_3$	$n$	$n$	10	$n$	$n$
$s_4$	$s_5$	$s_6$	$s_6$	$s_4$	$s_4$	$n$	$n$	15	$n$	$n$
$s_5$	$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_5$	$s_5$	$n$	5	20	$n$	$n$
$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_6$	$s_0$	$s_0$	5	10	25	OJ	AJ

# Dùng đồ thị để biểu diễn máy hữu hạn trạng thái



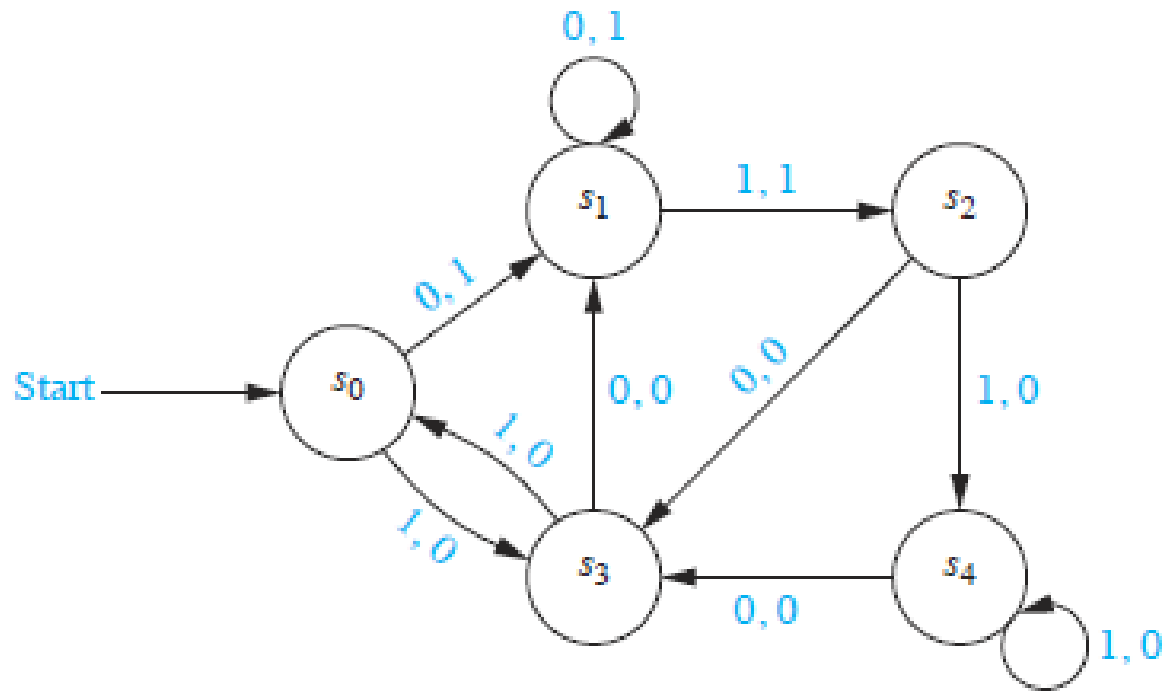
# Biểu diễn máy hữu hạn trạng thái sau bằng đồ thị

State	$f$		$g$	
	Input		Input	
	0	1	0	1
$s_0$	$s_1$	$s_0$	1	0
$s_1$	$s_3$	$s_0$	1	1
$s_2$	$s_1$	$s_2$	0	1
$s_3$	$s_2$	$s_1$	0	0





Mô tả máy hữu hạn trạng thái bằng bảng chuyển trạng thái được biểu diễn bởi đồ thị sau



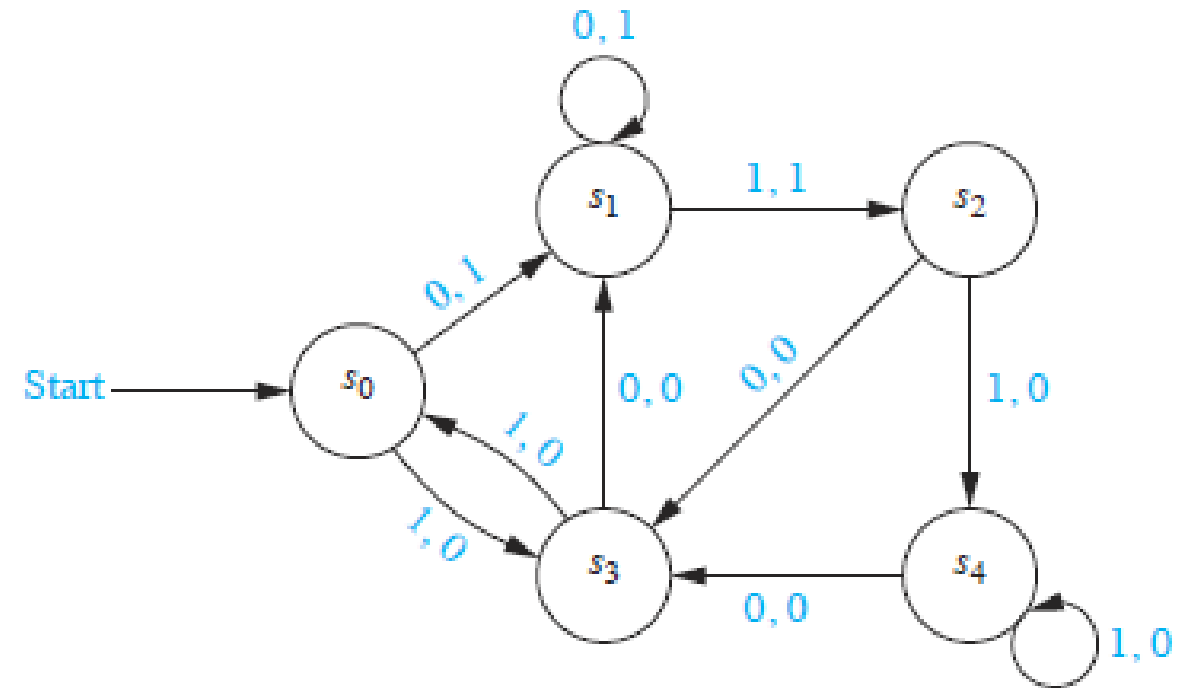
	<i>f</i>		<i>g</i>	
	<i>Input</i>		<i>Input</i>	
<i>State</i>	0	1	0	1
<i>s</i> <sub>0</sub>	<i>s</i> <sub>1</sub>	<i>s</i> <sub>3</sub>	1	0
<i>s</i> <sub>1</sub>	<i>s</i> <sub>1</sub>	<i>s</i> <sub>2</sub>	1	1
<i>s</i> <sub>2</sub>	<i>s</i> <sub>3</sub>	<i>s</i> <sub>4</sub>	0	0
<i>s</i> <sub>3</sub>	<i>s</i> <sub>1</sub>	<i>s</i> <sub>0</sub>	0	0
<i>s</i> <sub>4</sub>	<i>s</i> <sub>3</sub>	<i>s</i> <sub>4</sub>	0	0

# Xâu đầu vào và xâu đầu ra

- Một xâu đầu vào đưa trạng thái xuất phát qua một dãy các trạng thái được xác định bởi hàm chuyển. Lần lượt từ trái sang phải, mỗi ký hiệu đầu vào đưa máy từ trạng thái này sang trạng thái khác.
- Mỗi lần chuyển trạng thái tạo ra một đầu ra, do đó với một xâu đầu vào sẽ tạo ra một xâu đầu ra.
- Cụ thể, với xâu đầu vào  $x = x_1x_2 \dots x_k$  máy sẽ chuyển lần lượt qua các trạng thái  $s_1s_2 \dots s_k$ , trong đó  $s_i = f(s_{i-1}, x_i)$  và tạo ra xâu đầu ra  $y = y_1y_2 \dots y_k$ , trong đó  $y_i = g(s_{i-1}, x_i)$

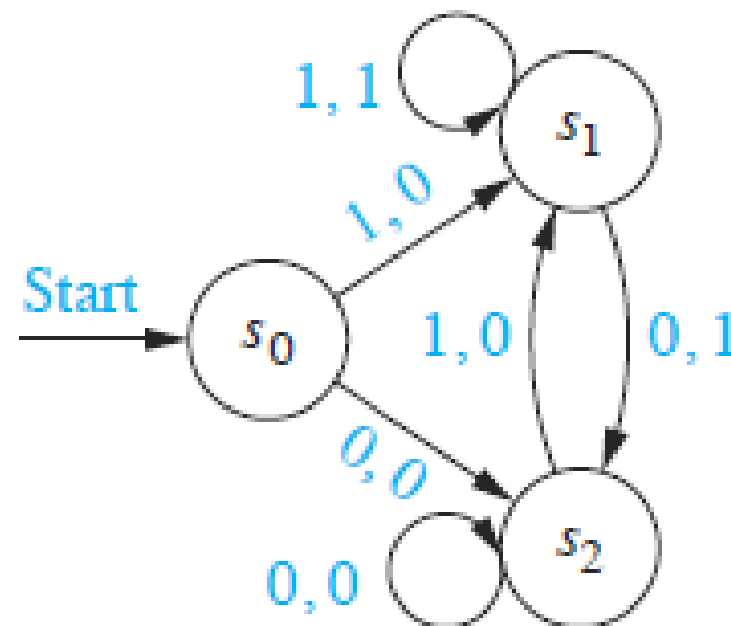
$$g(x) = y$$

Tìm  $g(101011)$

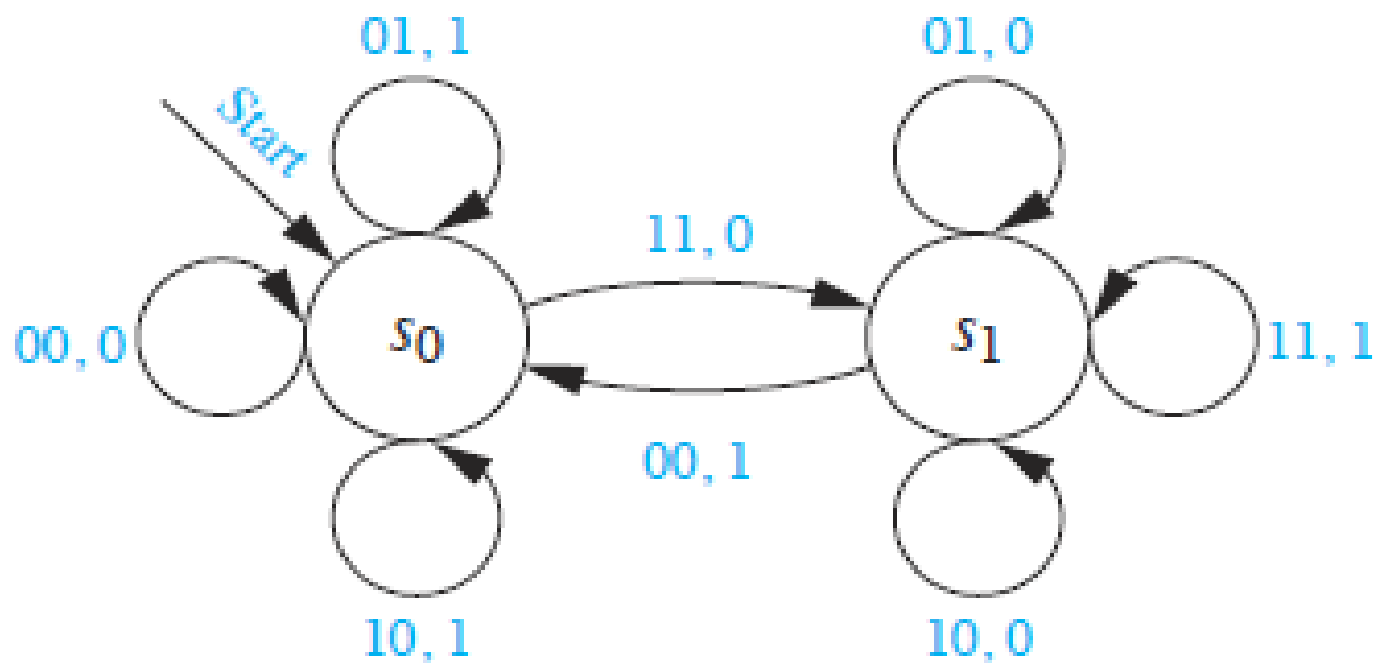


<i>Input</i>	1	0	1	0	1	1	—
<i>State</i>	$s_0$	$s_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_0$	$s_3$
<i>Output</i>	0	0	1	0	0	0	—

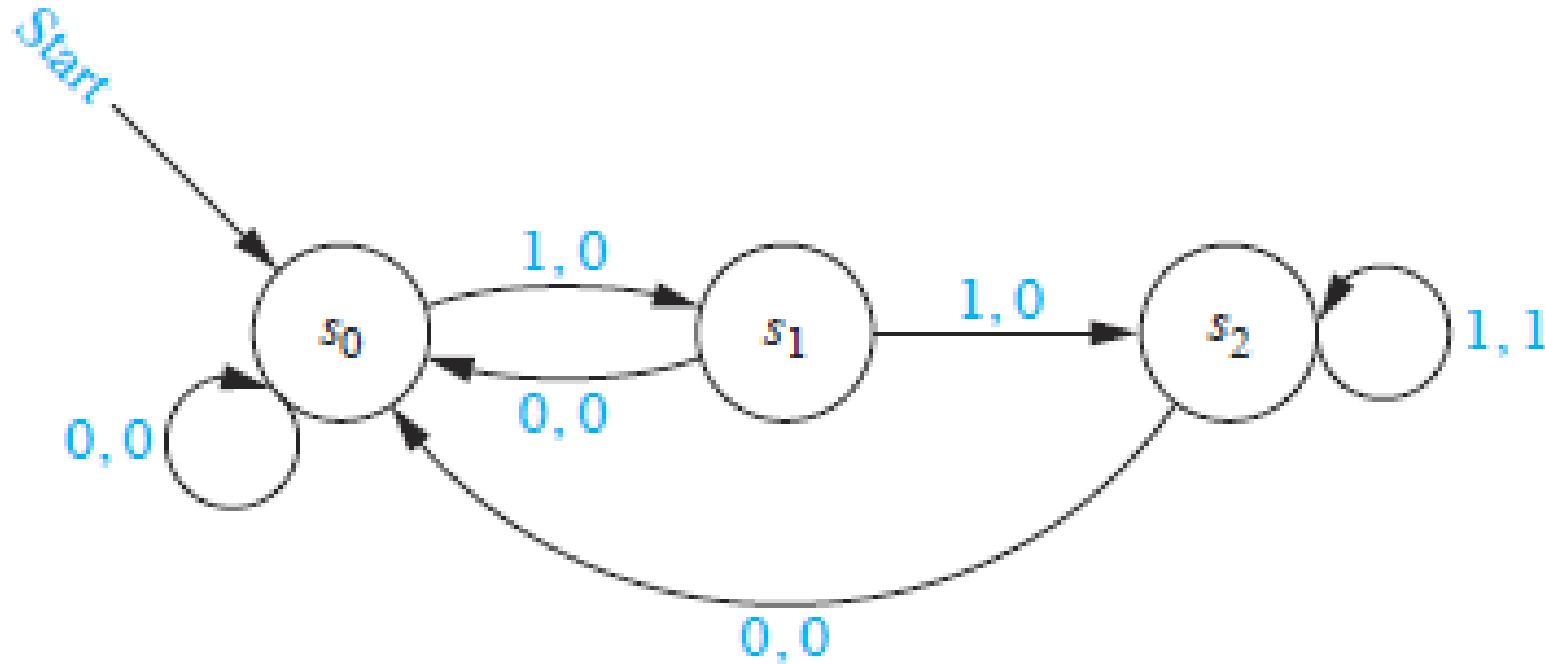
Một phần tử quan trọng trong nhiều dụng cụ điện tử là *máy* *trễ* – *đơn vị*, đây là máy tạo nên đầu ra chính là xâu đầu vào nhưng bị trễ một lượng thời gian cho trước. Vậy một máy hữu hạn trạng thái có thể được xây dựng như thế nào để nó làm trễ xâu đầu vào một đơn vị thời gian, tức là tạo nên đầu ra là xâu nhị phân  $0x_1x_2...x_{k-1}$  từ xâu đầu vào đã cho là  $x_1x_2...x_k$ ?



Tạo một máy hữu hạn trạng thái để cộng hai số nguyên ở dạng nhị phân



Xây dựng máy hữu hạn trạng thái cho kết quả đầu ra bằng 1 nếu đọc phải xâu nhị phân tới thời điểm đó kết thúc là 111  $\rightarrow$  bộ nhận ngôn ngữ



Xây dựng máy hữu hạn trạng thái cho kết quả đầu ra bằng 1 nếu đọc phải xâu (gồm các ký tự a đến z) tới thời điểm đó kết thúc là computer

# Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

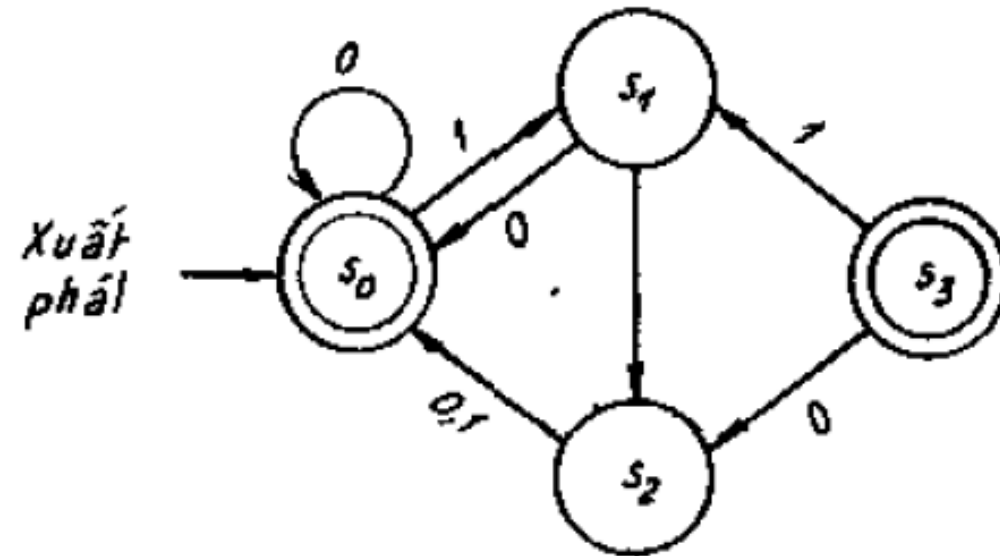
Thay vì xây dựng máy hữu hạn trạng thái có đầu ra để đoán nhận ngôn ngữ

- xây dựng máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra nhưng có những trạng thái kết thúc. Một xâu được chấp nhận nếu và chỉ nếu nó đưa trạng thái xuất phát tới một trong các trạng thái kết thúc.
- Otomat hữu hạn  $M = (S, I, f, s_0, F)$ ,  $S$  tập hữu hạn các trạng thái,  $I$  bộ chữ cái đầu vào,  $f$  là hàm chuyển,  $s_0$  là trạng thái xuất phát, tập trạng thái kết thúc  $F$  là tập con của  $S$ .



Dựng giản đồ trạng thái của ôtômat hữu hạn  $M = (S, I, f, s_0, F)$  với  $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ ,  $I = \{0, 1\}$ ,  $F = \{s_0, s_3\}$  và hàm chuyển  $f$  được cho trong Bảng 1.

BẢNG 1		
Trạng thái	f	
	Đầu vào 0	1
$s_0$	$s_0$	$s_1$
$s_1$	$s_0$	$s_2$
$s_2$	$s_0$	$s_0$
$s_3$	$s_2$	$s_1$



# Một số định nghĩa

- Cho  $A, B$  là hai tập con của  $V^*$  ( $V$  là tập từ vựng). Phép ghép của  $A, B$  được ký hiệu  $AB$  là tập tất cả các xâu có dạng  $xy$  trong đó  $x$  thuộc  $A$ ,  $y$  thuộc  $B$ .

Ví dụ,  $A=\{0,11\}$ ,  $B=\{1,10,110\}$  thì  $AB=\{01, 010, 0110, 111, 1110, 11110\}$

$BA = ?$

- $A^n = A^{n-1} A$  (chú ý  $A^0 = \lambda$ )

$A=\{1,00\}$  thì  $A^2 = \{11, 100, 001, 0000\}$

$A^3 = \{111, 1100, 1001, 10000, 0011, 00100, 00001, 000000\}$

- Cho  $A$  là một tập con của  $V^*$ . Khi đó bao đóng Kleen của  $A$  được ký hiệu là  $A^*$  là tập gồm các xâu được tạo bởi cách ghép một số tùy ý các xâu thuộc  $A$ .  
 $A^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} A^k$ . Ví dụ,  $A=\{0\}$  thì  $A^* = \{0^n\}$  với  $n \geq 0$ ;  $B=\{00\}$  thì  $B^* = \{0^{2n}\}$  với  $n \geq 0$ ;  $C = \{0,1\}$  thì  $A^*$  là tập tất cả các xâu nhị phân.

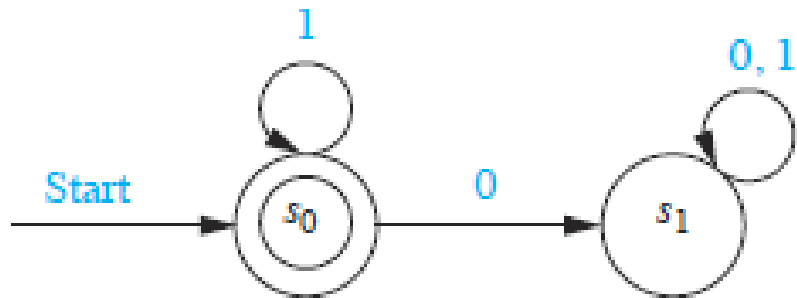
Xác định xem xâu 11101 có nằm trong các tập sau không?

- a)  $\{0, 1\}^*$       b)  $\{1\}^*\{0\}^*\{1\}^*$       c)  $\{11\}\{1\}^*\{01\}$   
d)  $\{11\}^*\{10\}^*$       e)  $\{111\}^*\{0\}^*\{1\}$       f)  $\{111, 000\}\{00, 01\}$

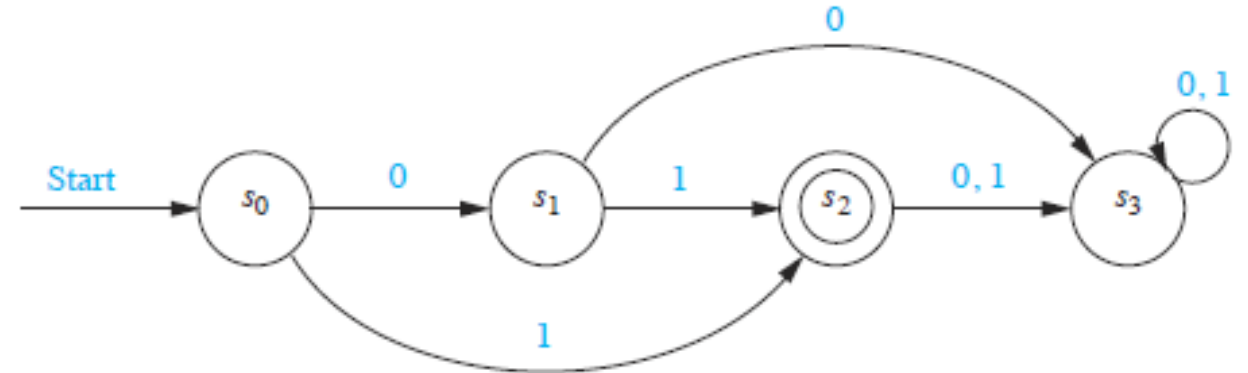
- Giả sử  $x = x_1x_2 \dots x_k$  là xâu trong  $I^*$ , khi đó  $f(s_0, x)$  là trạng thái nhận được bằng cách dùng tuần tự các ký hiệu trong  $x$
- Xâu  $x$  được gọi là chấp nhận được bởi máy  $M = (S, I, f, s_0, F)$  nếu  $f(s_0, x)$  là trạng thái kết thúc (thuộc  $F$ )
- Ngôn ngữ được chấp nhận được bởi máy  $M$  được ký hiệu  $L(M)$  là tập tất cả các xâu được chấp nhận bởi  $M$ .
- Hai otomat được gọi là tương đương nếu cùng chấp nhận một ngôn ngữ.

Xác định ngôn ngữ được chấp nhận bởi các otomat sau

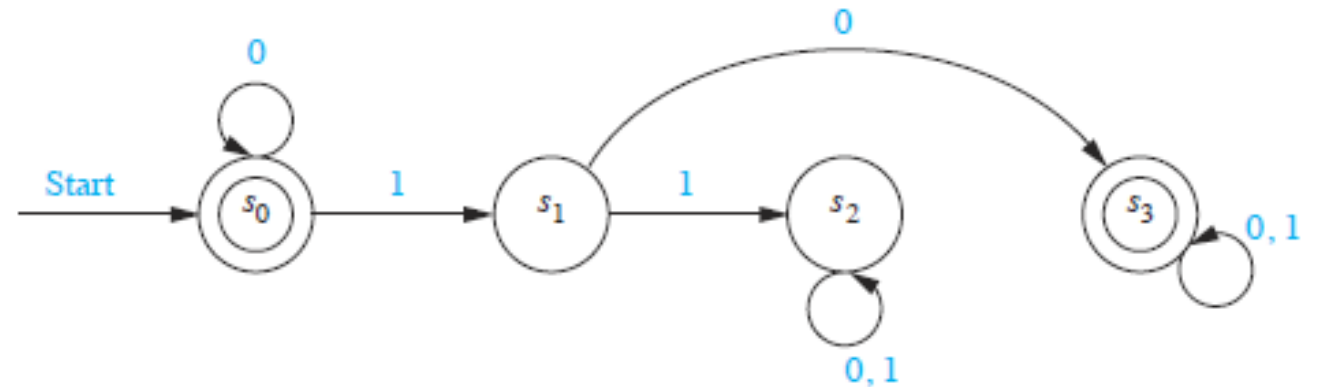
$\{1\}, \{01\}$



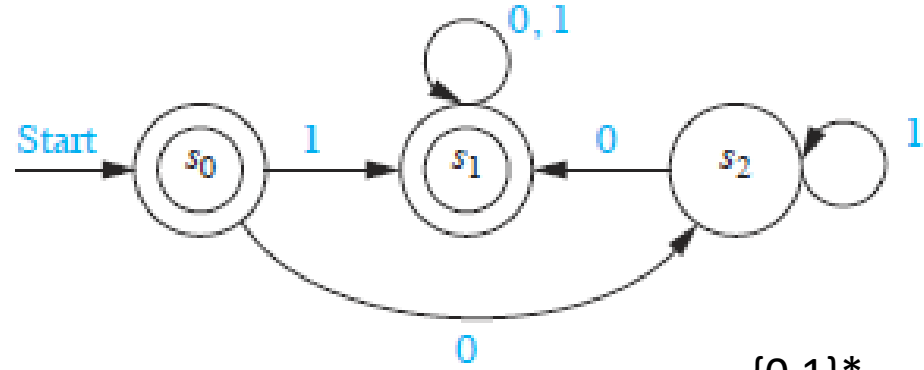
$\{0^*\}, \{0^*10^*\}$



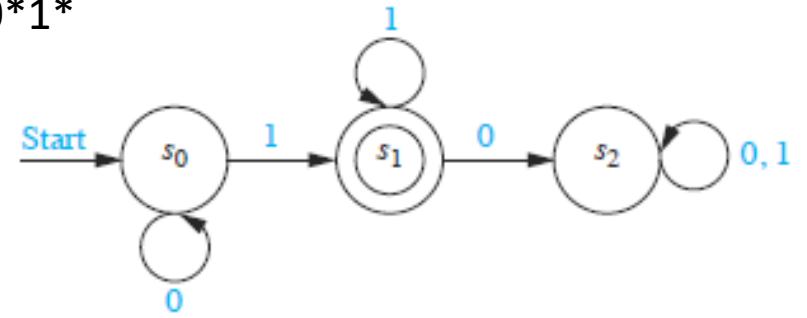
$\{1^*\}$



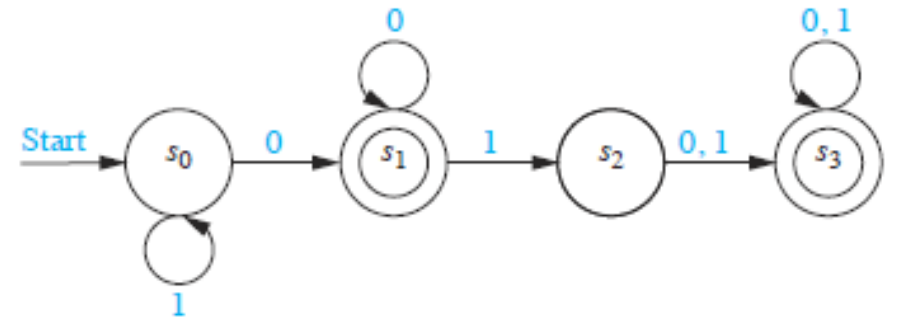
$\{00,1\}\{0,1\}^*$



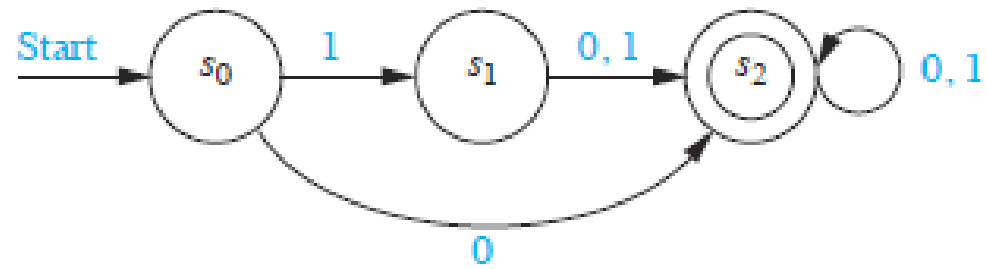
$0^*1^*$



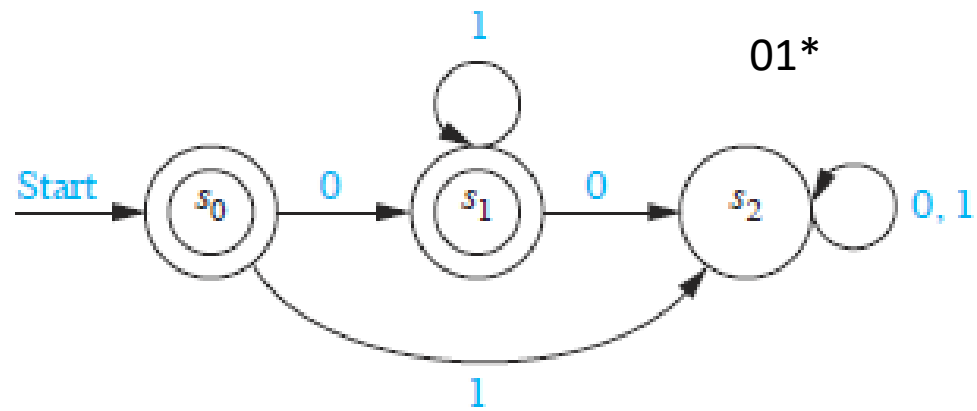
$1^*0^*\{1\{0,1\}^*,\text{lambda}\}$



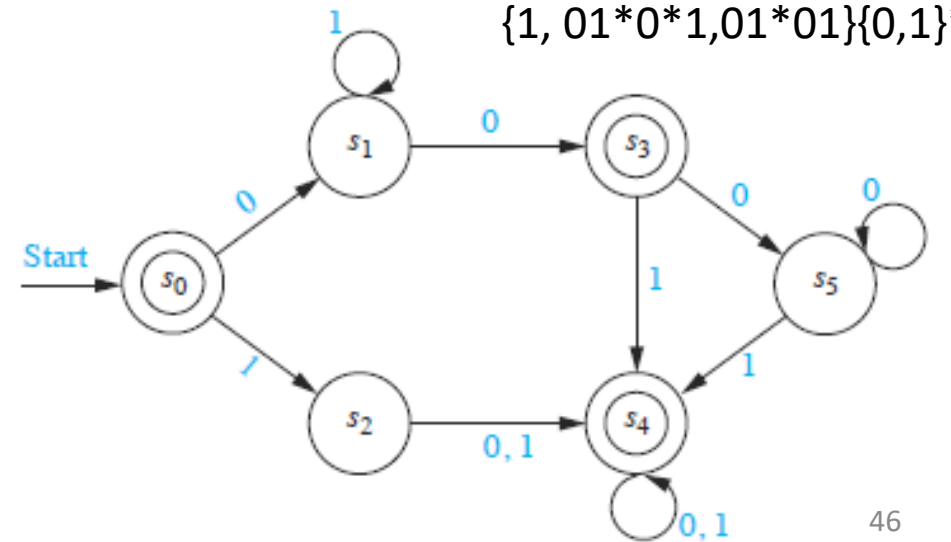
$\{0,1\}^*$



$01^*$



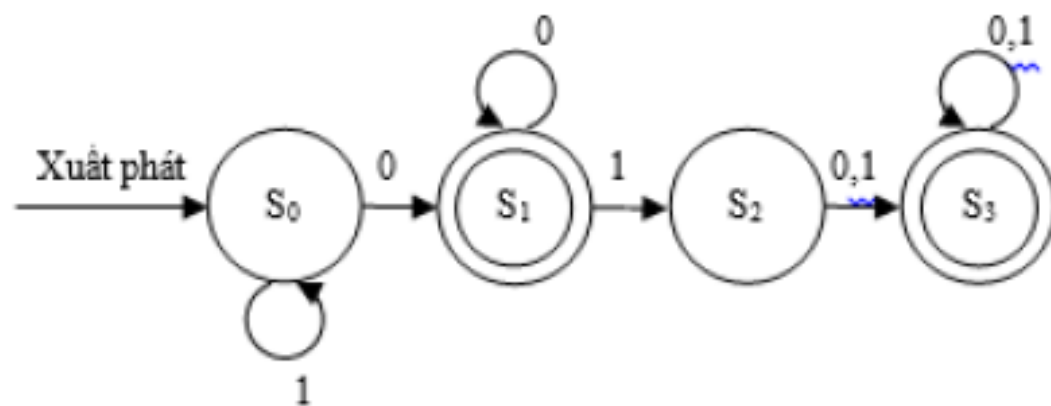
$\{1, 01^*0^*1, 01^*01\}\{0,1\}^*$



- a) Dựng ô tô máy hữu hạn đoán nhận tập  **$0^*11(10)^*$** .
- b) Hãy xây dựng văn phạm  $G = \langle V, T, S, P \rangle$  sinh ra tập trên.

Câu 5.a) Hãy xây dựng một Automat hữu hạn không tắt định đoán nhận ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm chính quy  $G = \langle V, T, S, P \rangle$ , trong đó tập từ vựng  $V = \langle 0, 1, S, A, B \rangle$ , tập ký hiệu kết thúc  $T = \langle 0, 1 \rangle$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và tập các dẫn xuất  $P = \langle S \rightarrow 1A, S \rightarrow 0, S \rightarrow \lambda, A \rightarrow 0B, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 1 \rangle$ .

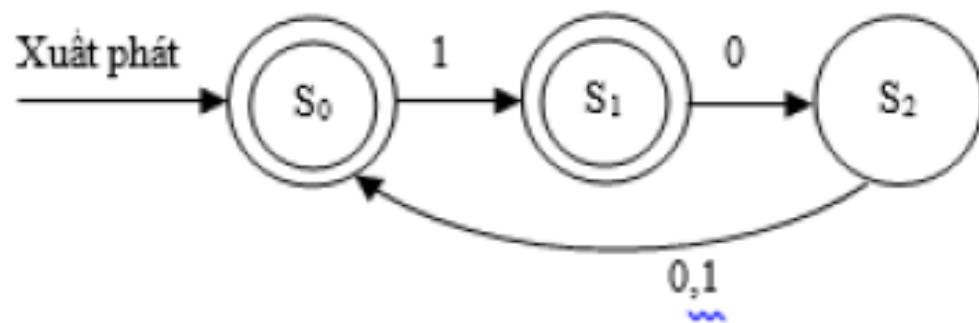
b) Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi Automat sau:





Câu 5.a) Hãy xây dựng một Automat hữu hạn không tắt định đoán nhận ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm chính quy  $G = \langle V, T, S, P \rangle$ , trong đó tập từ vựng  $V = \langle 0, 1, S, A, B \rangle$ , tập ký hiệu kết thúc  $T = \langle 0, 1 \rangle$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát và tập các dẫn xuất  $P = \langle S \rightarrow 1B, S \rightarrow 0, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 1, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1 \rangle$ .

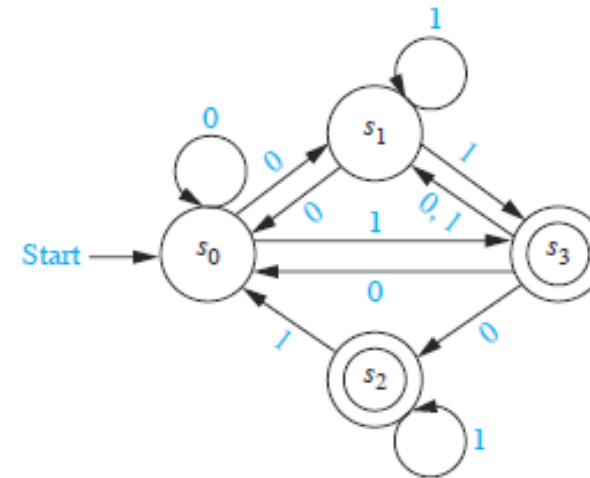
b) Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi Automat sau:



# Otomat không tất định

- Các otomat xét đến thời điểm này là **otomat tất định** vì mỗi trạng thái và một giá trị đầu vào có **một trạng thái tiếp theo duy nhất**.
- Các otomat xét tiếp sau đây là **otomat không tất định** vì mỗi trạng thái và một giá trị đầu vào có **nhiều trạng thái tiếp theo khả dĩ**.
- Otomat hữu hạn không tất định  $M = (S, I, f, s_0, F)$ ,  $S$  tập hữu hạn các trạng thái,  $I$  bộ chữ cái đầu vào,  $f$  là hàm chuyển với mỗi trạng thái ứng với mỗi đầu vào là **tập trạng thái đầu ra**,  $s_0$  là trạng thái xuất phát, tập trạng thái kết thúc  $F$  là tập con của  $S$ .

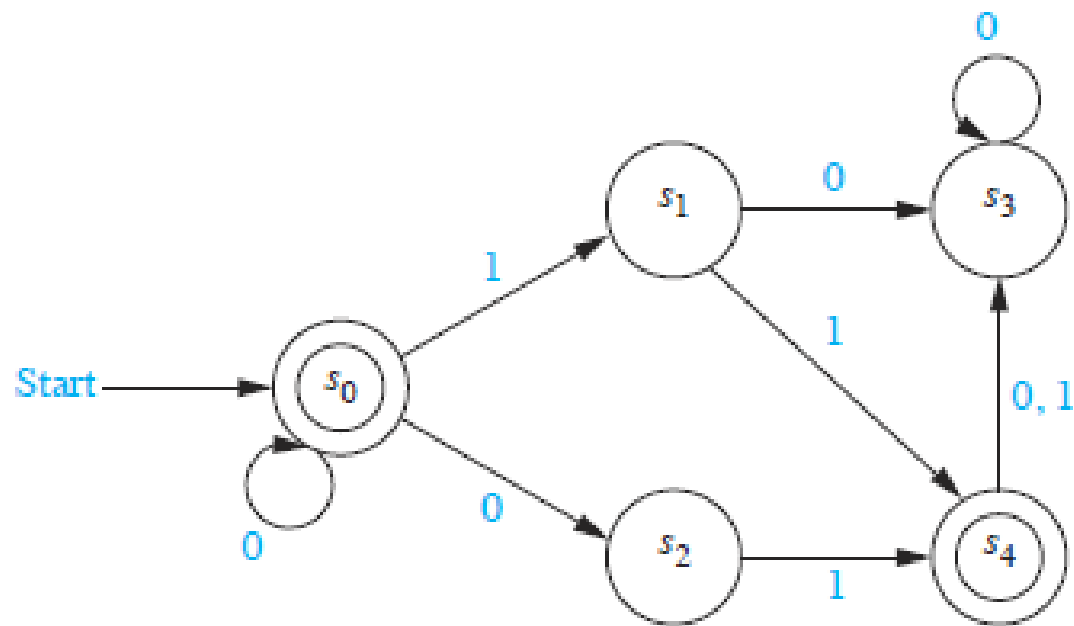
State	$f$	
	Input	
	0	1
$s_0$	$s_0, s_1$	$s_3$
$s_1$	$s_0$	$s_1, s_3$
$s_2$		$s_0, s_2$
$s_3$	$s_0, s_1, s_2$	$s_1$



- Giả sử  $x = x_1 x_2 \dots x_k$  là xâu trong  $I^*$ , khi đó  $S_1 = f(s_0, x_1), S_2 = \bigcup_{s \in S_1} f(s, x_2), \dots, S_k = \bigcup_{s \in S_{k-1}} f(s, x_k)$
- **Xâu  $x$  được gọi là chấp nhận** được bởi máy hữu hạn không tắt định  $M = (S, I, f, s_0, F)$  nếu  $S_k$  chứa trạng thái kết thúc (thuộc  $F$ )
- **Ngôn ngữ được chấp nhận** được bởi máy  $M$  được ký hiệu  $L(M)$  là tập tất cả các xâu được chấp nhận bởi  $M$ .
- Định lý: Nếu ngôn ngữ  $L$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tắt định  $M_0$  thì  $L$  cũng được chấp nhận bởi một otomat tắt định  $M_1$

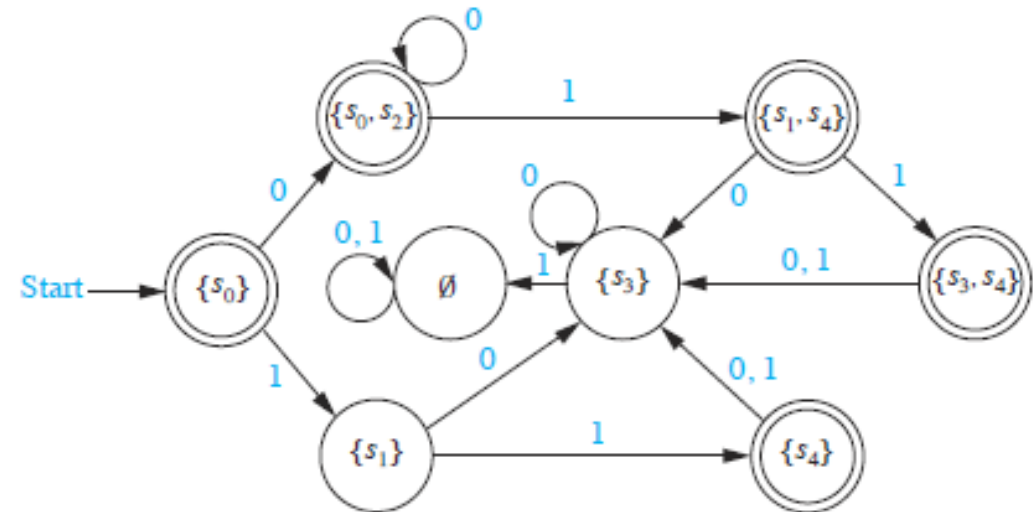
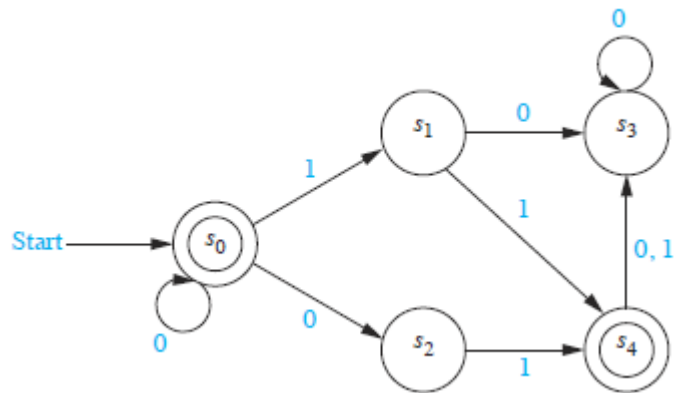
Tìm ngôn ngữ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tắt định sau

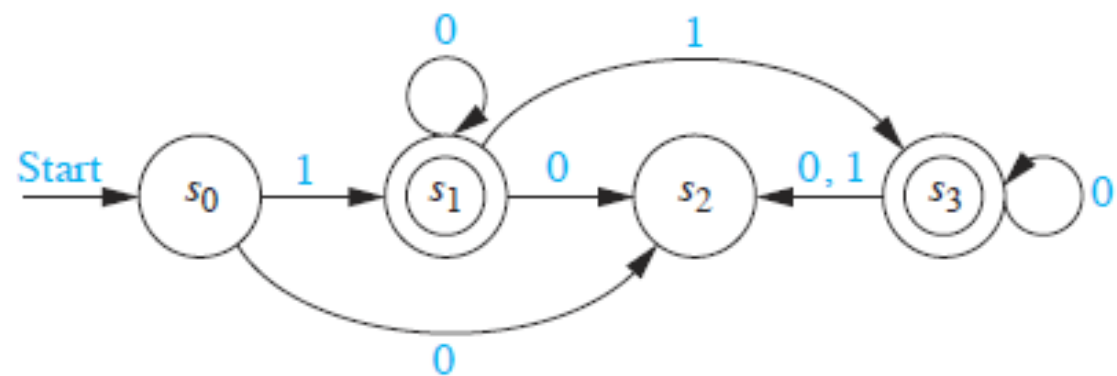
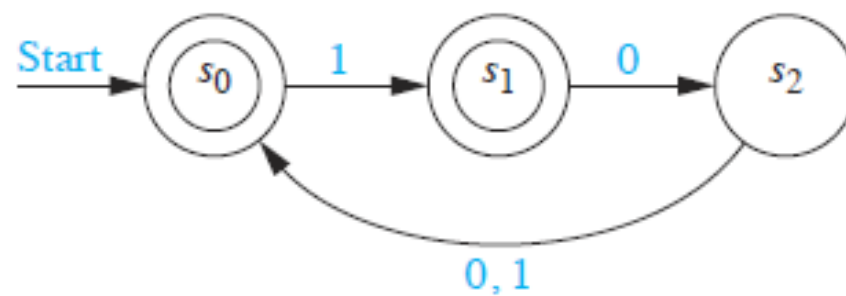
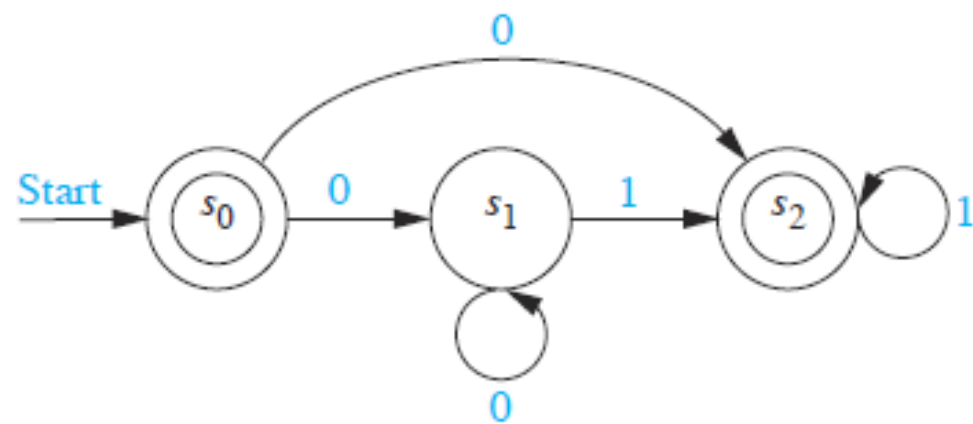
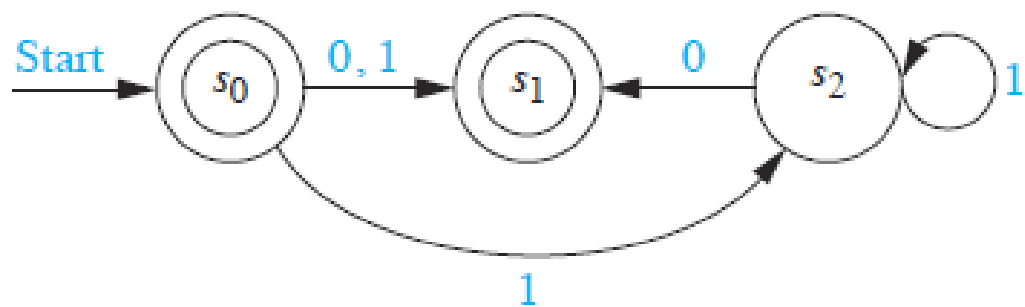
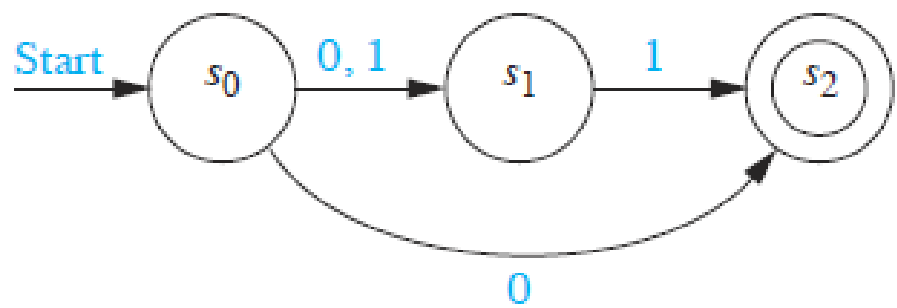
$0^*0^*1,0^*11$

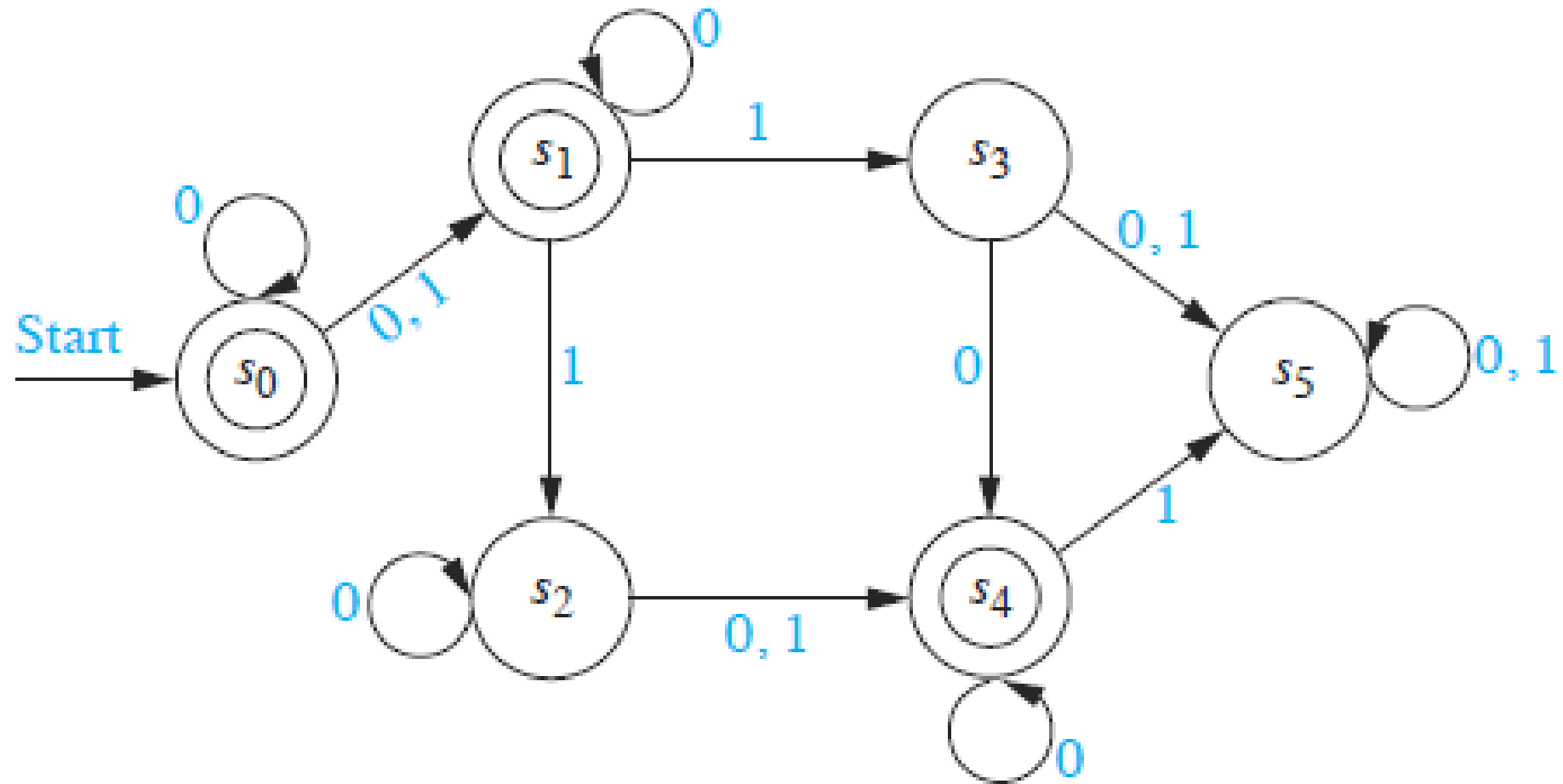


Định lý: Nếu ngôn ngữ  $L$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tắt định  $M_0$  thì  $L$  cũng được chấp nhận bởi một otomat tắt định  $M_1$

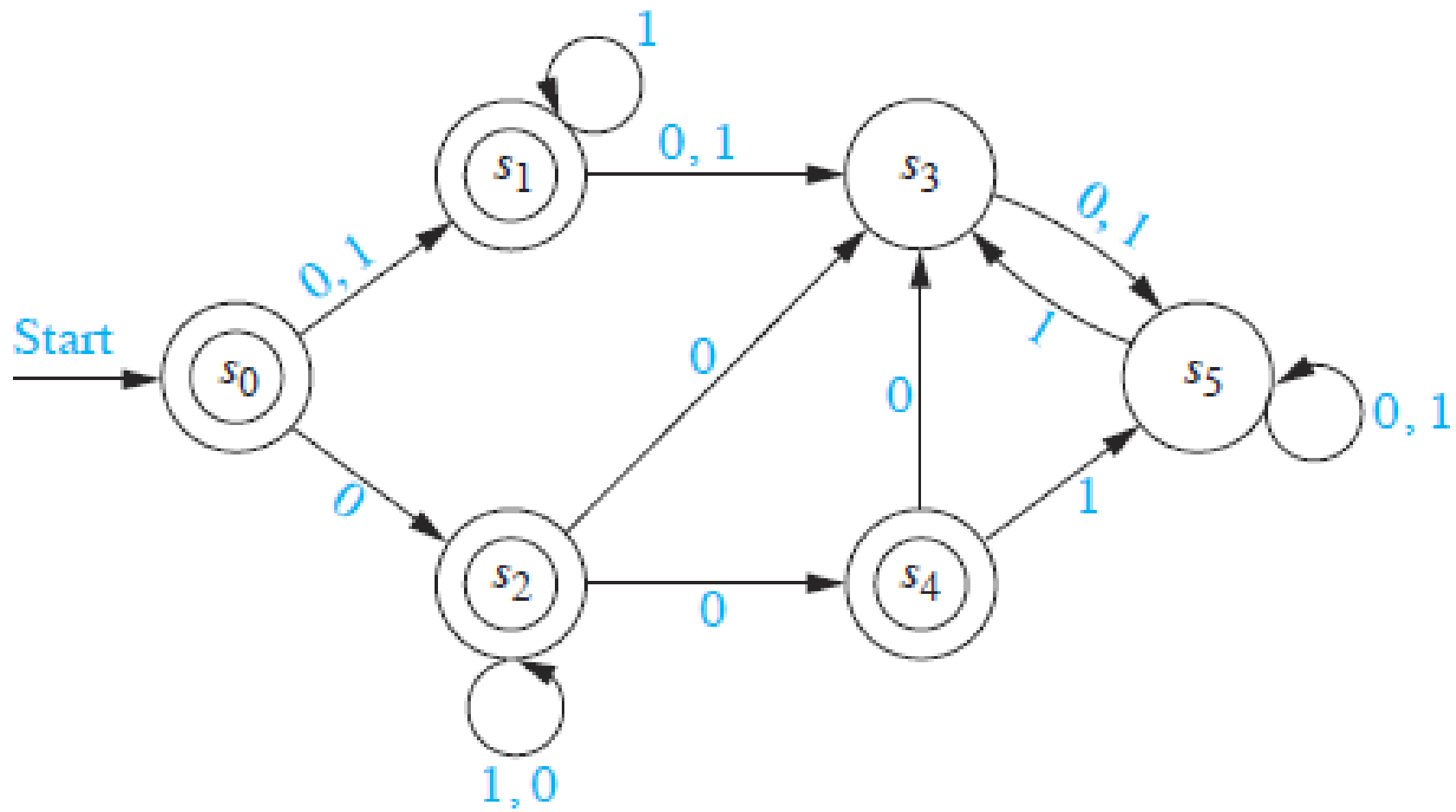
Tìm otomat hữu hạn tất định tương đương  
otomat hữu hạn không tất định sau











# Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Otomat hữu hạn có thể đoán nhận được ngôn ngữ

→ Otomat hữu hạn có thể đoán nhận được ngôn ngữ nào?

# Biểu thức chính quy (tập chính quy)

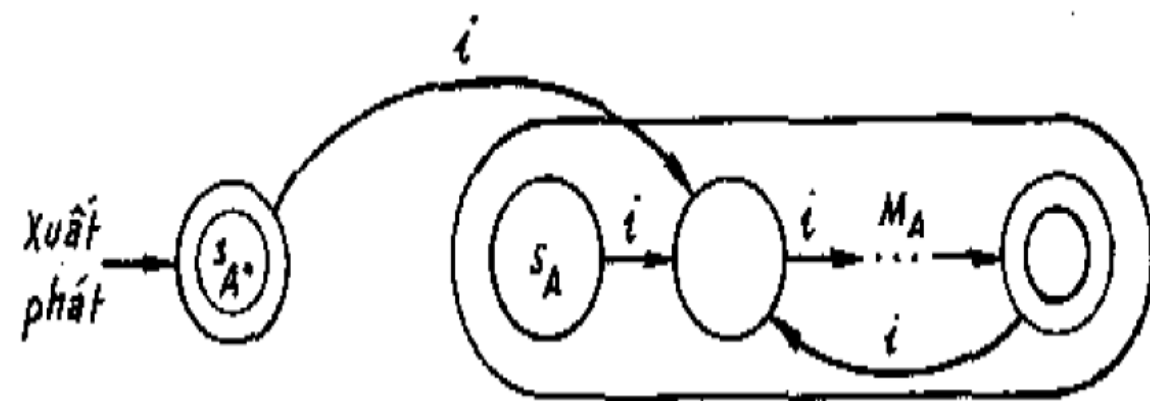
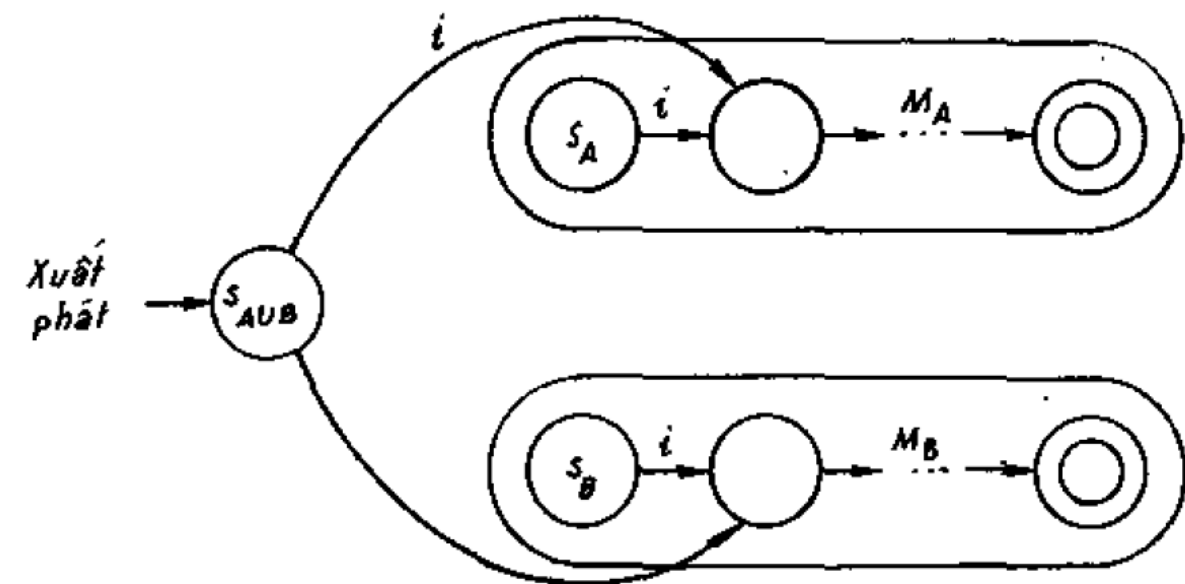
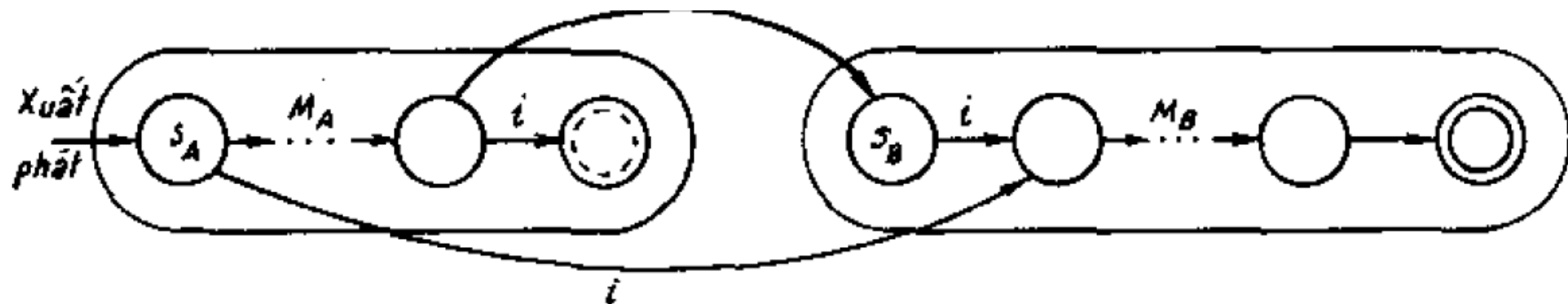
- Biểu thức chính quy trên tập  $I$ 
  - ✓ Ký hiệu  $\emptyset$  là một biểu thức chính quy
  - ✓ Ký hiệu  $\lambda$  là một biểu thức chính quy
  - ✓ Ký hiệu  $x$  là một biểu thức chính quy với mọi  $x \in I$
  - ✓ Các ký hiệu  $(AB)$ ,  $(A \cup B)$ ,  $A^*$  là các biểu thức chính quy với mọi  $A, B$  là các biểu thức chính quy.
- Mỗi biểu thức chính quy biểu diễn một tập được đặc tả bởi các quy tắc sau:
  - ✓ Ký hiệu  $\emptyset$  biểu diễn tập rỗng
  - ✓ Ký hiệu  $\lambda$  biểu diễn tập  $\{\lambda\}$ , tập chỉ chứa chuỗi rỗng
  - ✓ Ký hiệu  $x$  biểu diễn tập  $\{x\}$  chỉ chứa chuỗi chỉ có một ký hiệu  $x$
  - ✓ Các ký hiệu  $(AB)$  là tập được ghép bởi  $A, B$
  - ✓  $A^*$  biểu diễn bao đóng Kleene của tập được biểu diễn bởi  $A$

# Ví dụ

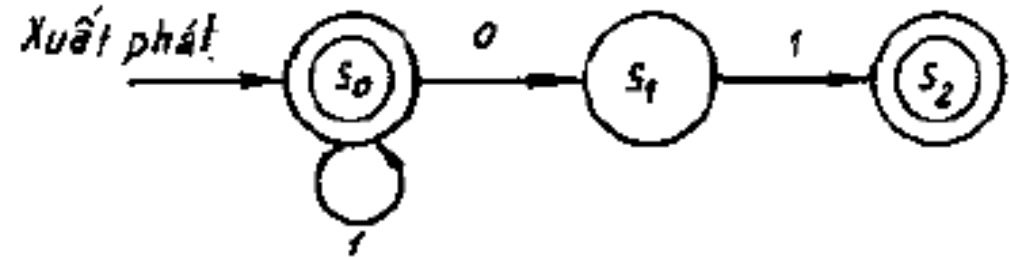
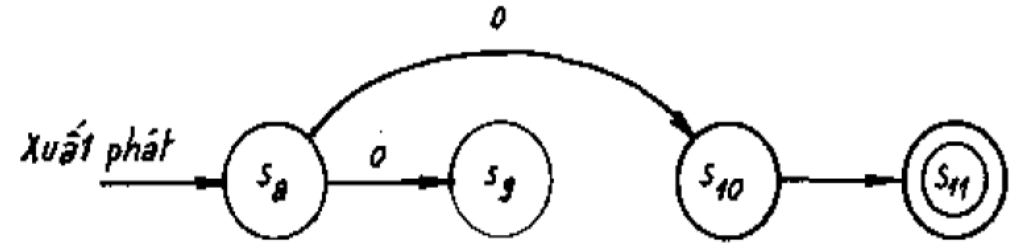
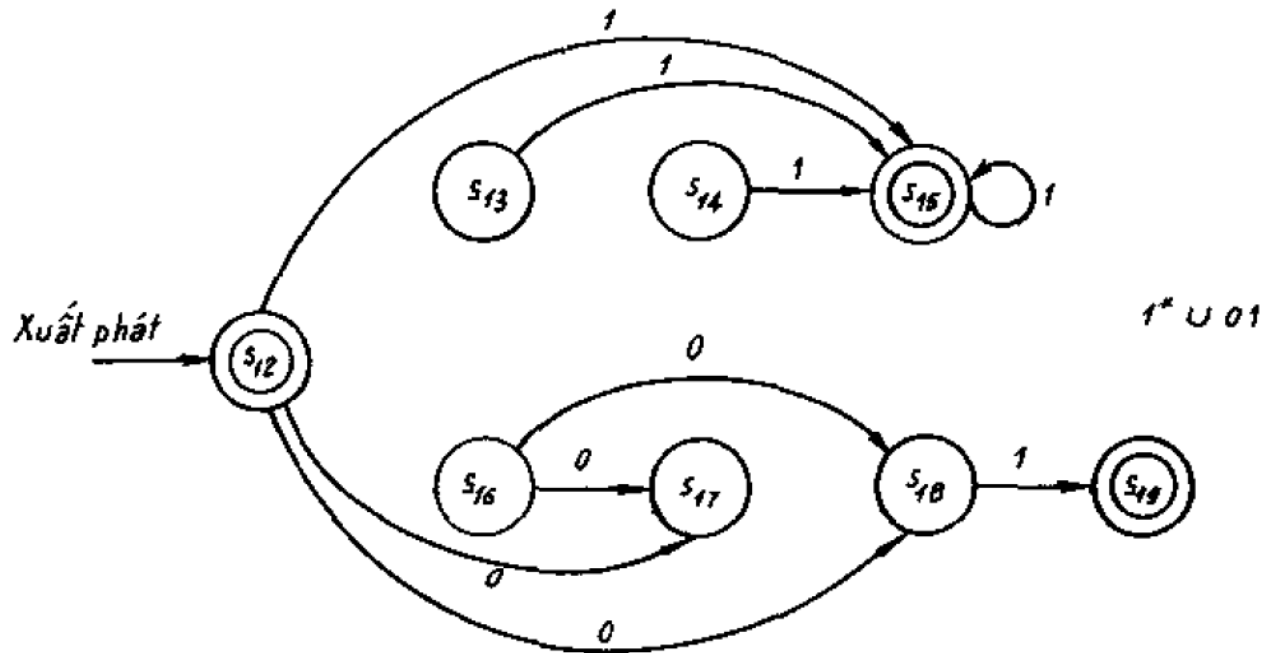
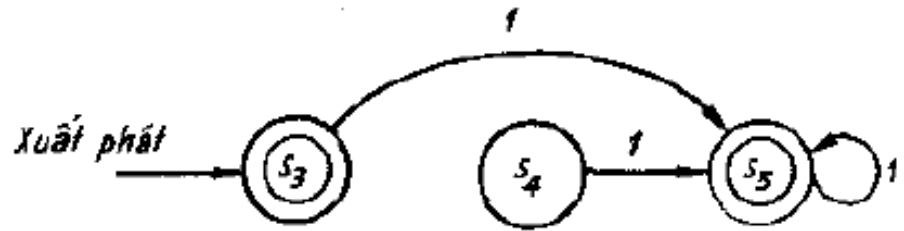
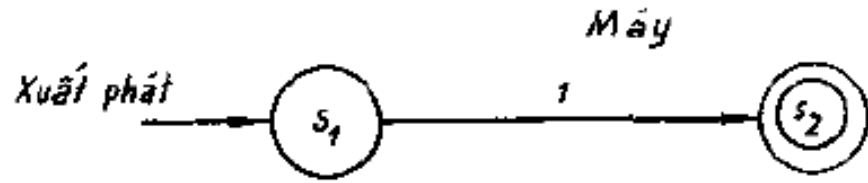
Biểu thức	Xâu
$10^*$	Một số 1 được tiếp theo bởi một số bất kỳ số 0 (kể cả không có số không nào)
$(10)^*$	Một số bất kỳ các cặp 10 (kể cả xâu rỗng)
$0 \cup 01$	Xâu 0 hoặc xâu 01
$0(0 \cup 1)^*$	Xâu bất kỳ bắt đầu bằng 0
$(0^*1)^*$	Xâu bất kỳ không kết thúc bằng 0

Định lý Kleene: Một tập là biểu thức chính quy nếu và chỉ nếu nó được chấp nhận bởi một otomat hữu hạn

- Mọi tập chính quy đều được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu
  - ✓  $\emptyset$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn
  - ✓  $\lambda$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn
  - ✓  $x$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn với mọi  $x \in I$
  - ✓  $(AB)$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu  $A, B$  được chấp nhận
  - ✓  $A \cup B$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu  $A, B$  được chấp nhận
  - ✓  $A^*$  được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu  $A$  được chấp nhận



# Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$



# Tập hợp chính quy và văn phạm chính quy

- Văn phạm loại 3 (văn phạm chính quy): chỉ có các dạng sản xuất có dạng  $w_1 \rightarrow w_2$ , trong đó  $w_1 = A$  và  $w_2 = aB$  hoặc  $w_2 = a$  (trong đó  $A, B$  là ký hiệu không kết thúc, còn  $a$  là ký hiệu kết thúc) hoặc có dạng  $w_1 = S$  và  $w_2 = \lambda$ .
- Một tập sinh bởi một văn phạm chính quy nếu và chỉ nếu nó là một tập chính quy.



Mô tả bằng lời các chuỗi trong các tập chính quy sau:

a)  $1^*0$

b)  $1^*00^*$

c)  $111 \cup 001$

d)  $(1 \cup 00)^*$

e)  $(00^*1)^*$

f)  $(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*00$

Xâu 1011 có thuộc các tập chính quy cho dưới đây không?

a)  $10^*1^*$

b)  $0^*(10 \cup 11)^*$

c)  $1(01)^*1^*$

d)  $1^*01(0 \cup 1)$

e)  $(10^*(11)^*$

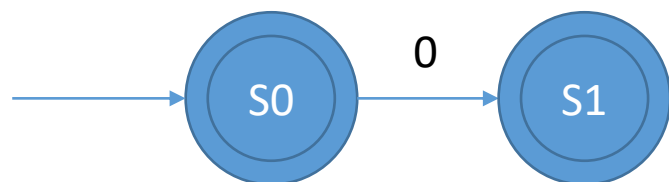
f)  $1(00)^*(11)^*$

g)  $(10)^*1011$

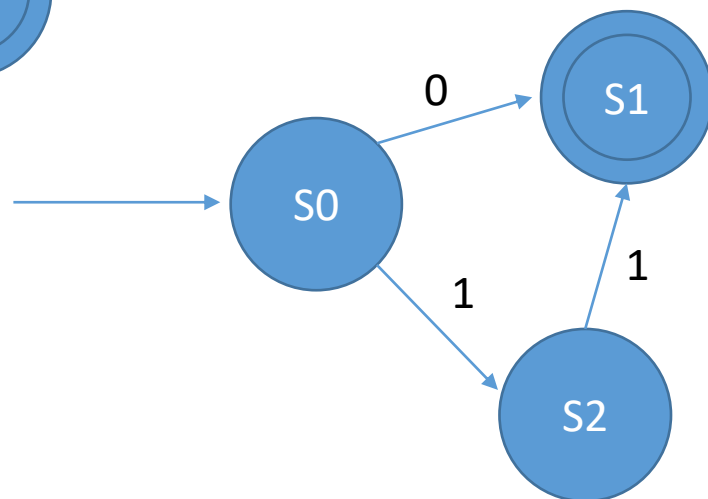
h)  $(1 \cup 00)(01 \cup 0)1^*$

# Tìm otomat hữu hạn đoán nhận

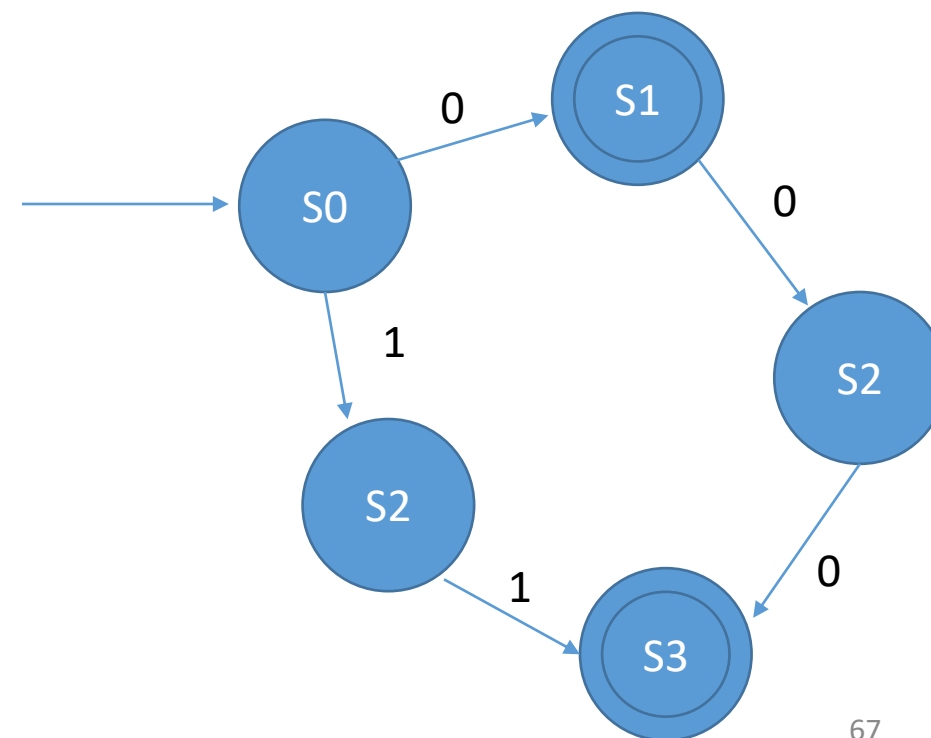
a)  $\{\lambda, 0\}$



b)  $\{0, 11\}$

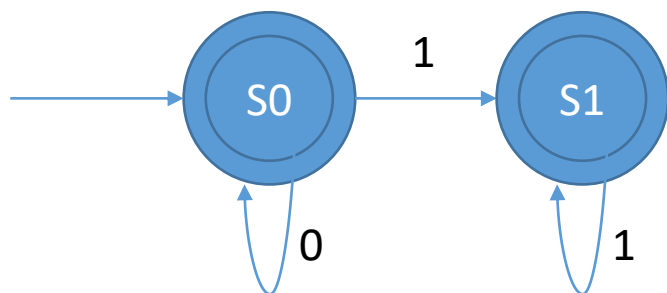


c)  $\{0, 11, 000\}$

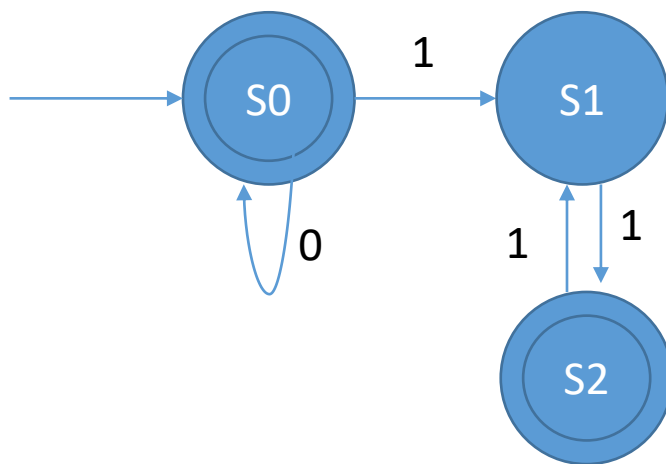


# Tìm otomat hữu hạn đoán nhận

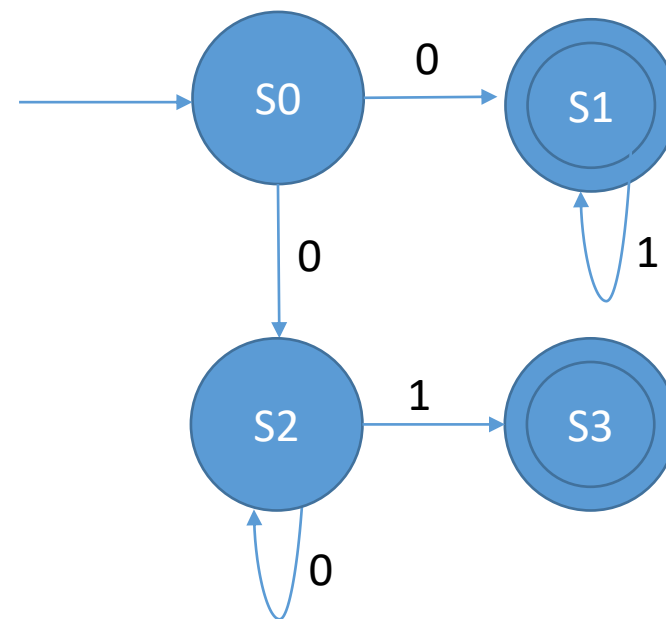
a)  $0^*1^*$



b)  $(0 \cup 11)^*$



c)  $01^* \cup 00^*1$



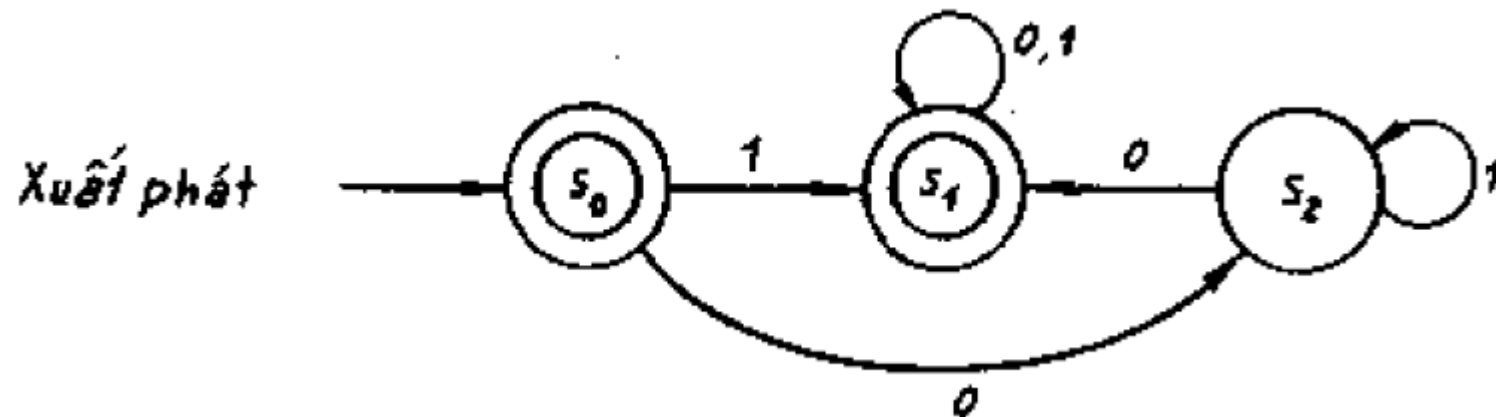
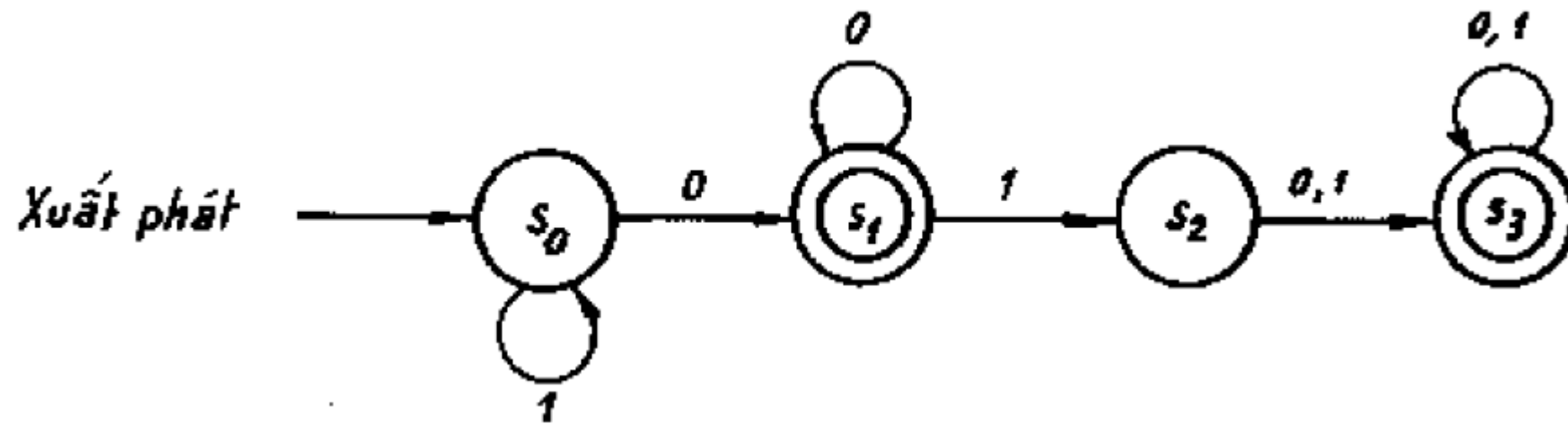
Dựng một ô tômat hữu hạn tất định chấp nhận các ngôn ngữ được sinh bởi văn phạm chính quy  $G = (V, T, S, P)$  trong đó  $V = \{0, 1, S, A, B\}$ ,  $T = \{0, 1\}$ ,  $S$  là ký hiệu xuất phát, và tập  $P$  các sản xuất là:

$$\text{a) } S \rightarrow 0A, S \rightarrow 1B, A \rightarrow 0, B \rightarrow 0$$

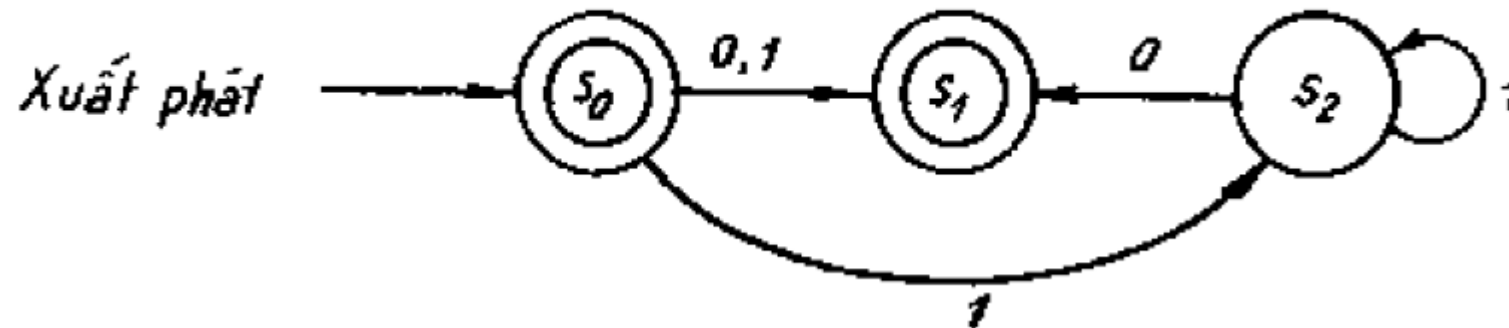
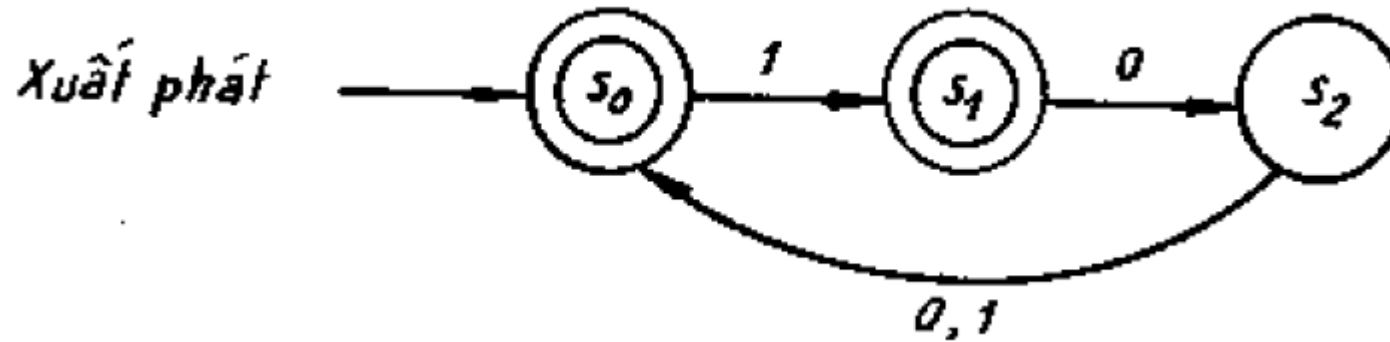
$$\text{b) } S \rightarrow 1A, S \rightarrow 0, S \rightarrow \lambda, A \rightarrow 0B, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 1$$

$$\text{c) } S \rightarrow 1B, S \rightarrow 0, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 1, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1$$

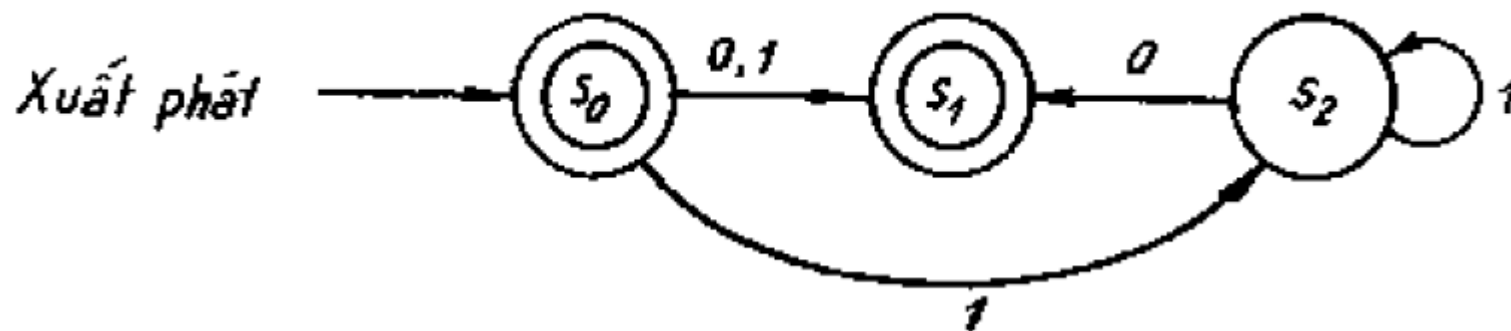
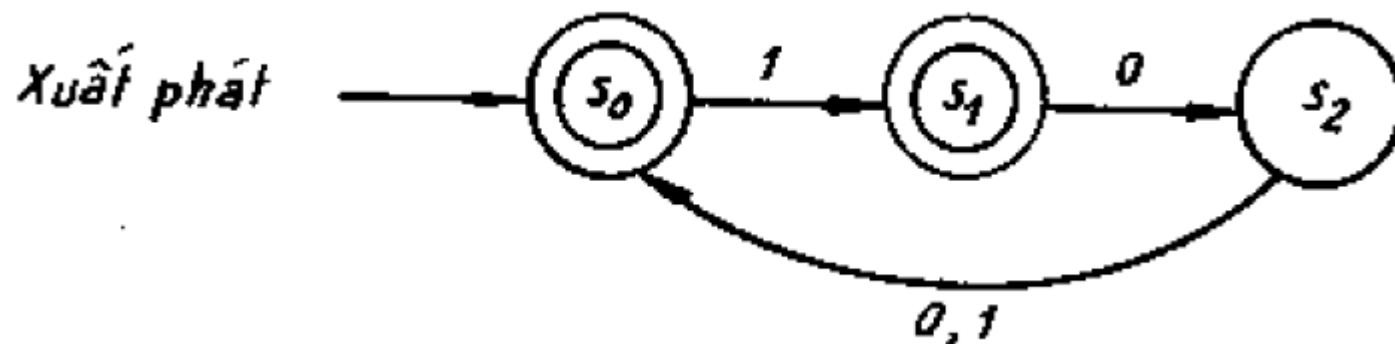
## Ngôn ngữ đoán nhận bởi automata hữu hạn



Ngôn ngữ đoán nhận bởi automat hữu hạn **không** tất định



Tìm automat hữu hạn **tất định** cho các automat dưới đây



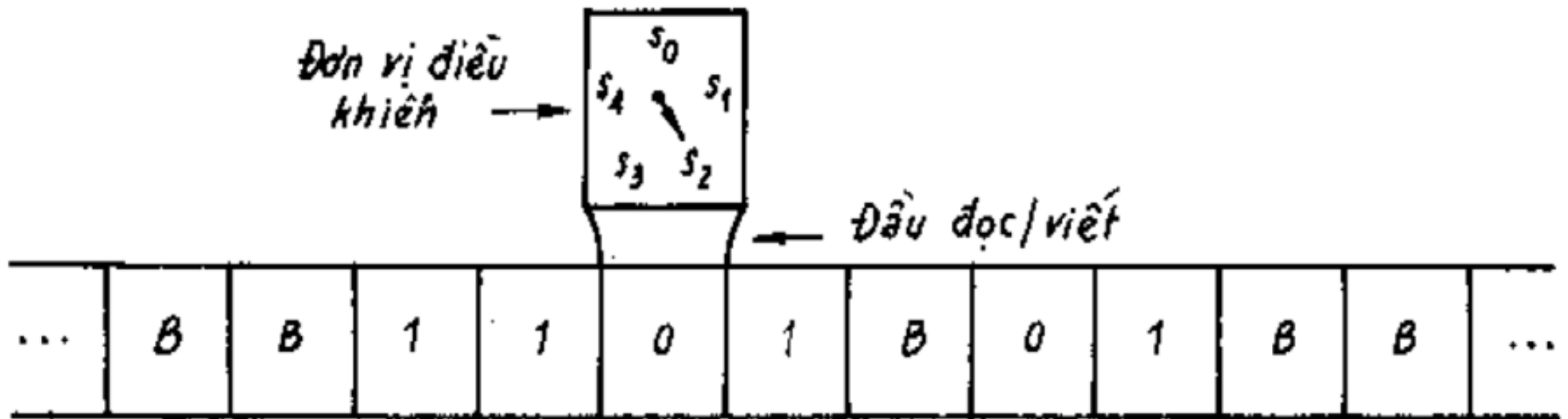


Tìm các ôtômat hữu hạn tất định chấp nhận các tập sau:

a)  $\{0\}$     b)  $\{1, 00\}$     c)  $\{1^n \mid n = 2, 3, 4, \dots\}$

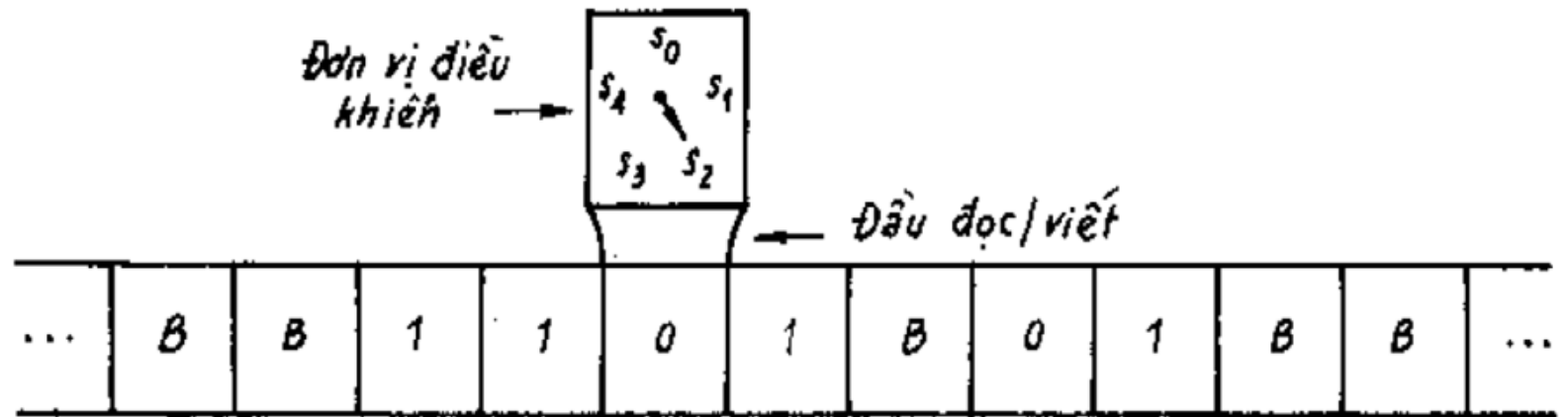
# Máy Turing (1)

- Các máy otomat hữu hạn còn đơn giản, đoán nhận được biểu thức chính quy (sinh ra bởi văn phạm chính quy), không đoán nhận được tập dễ mô tả như  $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$
- Máy Turing  $T = (S, I, f, s_0)$ , gồm một tập hữu hạn  $S$  các trạng thái; một bộ ký hiệu  $I$  (chứa ký hiệu khoảng trống B); hàm  $f$  từ  $S \times I$  đến  $S \times I \times \{R, L\}$  trong đó  $R$  – phải,  $L$  – trái; trạng thái xuất phát  $s_0$ .



Băng vô hạn về cả 2 phía. Tại một thời điểm bất kỳ chỉ có một số hữu hạn các ô khác trống (khác B)

# Máy Turing (2)



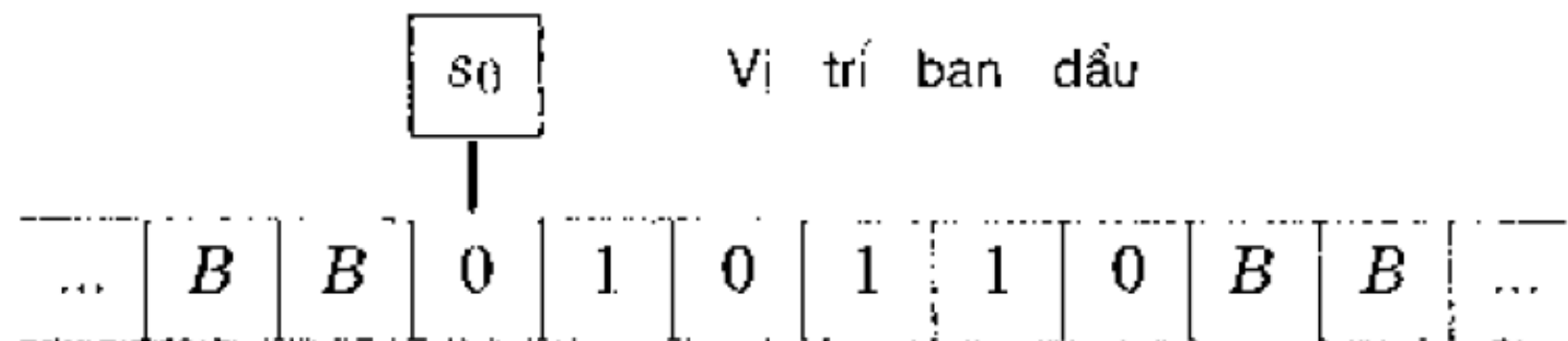
Băng vô hạn về cả 2 phía. Tại một thời điểm bất kỳ chỉ có một số hữu hạn các ô khác trống (khác B)

Ở mỗi bước, đơn vị điều khiển đọc được ký hiệu  $x$  hiện thời trên băng, nếu đơn vị điều khiển ở trạng thái  $s$  và hàm  $f(s, x) = (s', x', d)$  thì đơn vị điều khiển:

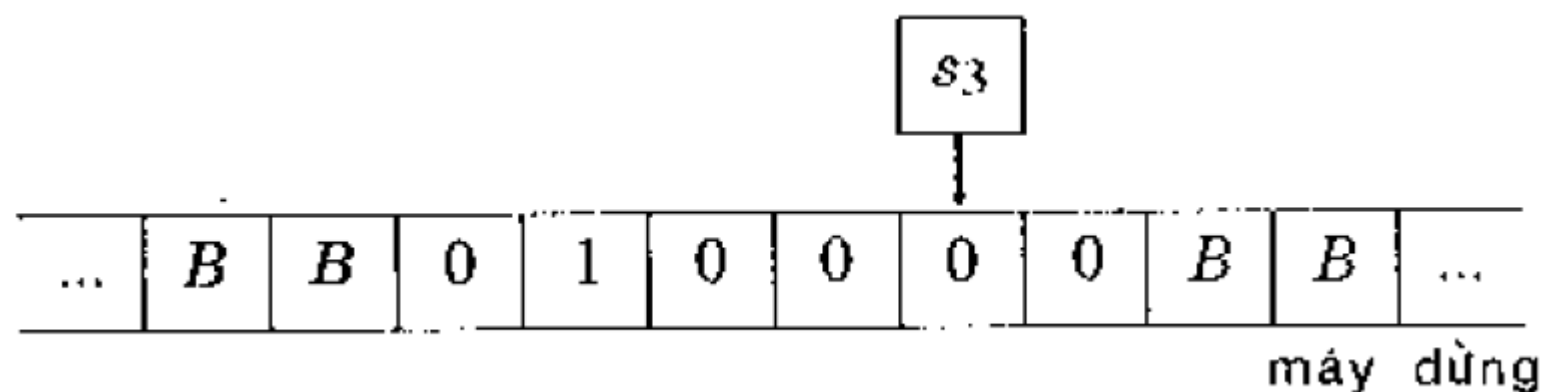
- 1) Chuyển sang trạng thái  $s'$ ;
- 2) Chuyển  $x'$  vào ô hiện thời sau khi xóa  $x$ ;
- 3) Chuyển sang phải 1 ô nếu  $d = R$  hoặc chuyển sang trái nếu  $d = L$

Để định nghĩa máy Turing là đặc tả **tập các bộ 5 phần tử dạng  $(s, x, s', x', d)$** .

Khi bắt đầu hoạt động, máy Turing được giả thiết là ở trạng thái ban đầu  $s_0$  và được đặt trên ký hiệu khác  $B$  trái nhất của băng. Trạng thái kết thúc của một máy Turing là trạng thái đầu tiên không nằm trong tập bộ 5 mô tả máy.



Xác định băng kết thúc khi máy Turing  $T$  được xác định bởi bảy bộ năm phân tử sau  $(s_0, 0, s_0, 0, R)$ ,  $(s_0, 1, s_1, 1, R)$ ,  $(s_0, B, s_3, B, R)$ ,  $(s_1, 0, s_0, 0, R)$ ,  $(s_1, 0, s_0, 0, R)$ ,  $(s_1, 1, s_2, 0, L)$ ,  $(s_1, B, s_3, B, R)$ ,  $(s_2, 1, s_3, 0, R)$  chạy trên băng như được cho trên



Máy Turing được đặc tả bởi các bộ năm phần tử  $(s_0, 0, s_1, B, R)$ ,  
 $(s_0, 1, s_1, 1, R)$ ,  $(s_1, 0, s_1, 0, R)$ ,  $(s_1, 1, s_2, 1, R)$ ,  $(s_2, 0, s_1, 0, R)$ ,  $(s_2, 1, s_3, 0, L)$ ,  
 $(s_3, 0, s_4, 0, R)$ ,  $(s_3, 1, s_4, 0, R)$  sẽ làm gì khi cho đầu vào là một chuỗi nhị phân?

Cho  $T$  là máy Turing được xác định bởi các bộ năm phần tử  $(s_0, 0, s_1, 1, R)$ ,  $(s_0, 1, s_1, 0, R)$ ,  $(s_0, B, s_1, 0, R)$ ,  $(s_1, 0, s_2, 1, L)$ ,  $(s_1, 1, s_1, 0, R)$  và  $(s_1, B, s_2, 0, L)$ . Đối với các băng ban đầu cho dưới đây, hãy xác định băng kết thúc khi  $T$  dừng lại. Giả sử rằng  $T$  xuất phát từ vị trí ban đầu.

a)	...	$B$	$B$	0	0	1	1	$B$	$B$	...
b)	...	$B$	$B$	1	0	1	$B$	$B$	$B$	...
c)	...	$B$	$B$	1	1	$B$	0	1	$B$	...
d)	...	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	...

$(s_0, 0, s_1, 0, R), (s_0, 1, s_1, 0, L), (s_0, B, s_1, 1, R), (s_1, 0, s_2, 1, R), (s_1, 1, s_1, 1, R), (s_1, B, s_2, 0, R)$  và  $(s_2, B, s_3, 0, R)$ .

a)

...	$B$	$B$	0	1	0	1	$B$	$B$	...
-----	-----	-----	---	---	---	---	-----	-----	-----

b)

...	$B$	$B$	1	1	1	$B$	$B$	$B$	...
-----	-----	-----	---	---	---	-----	-----	-----	-----

b)

...	$B$	$B$	0	0	$B$	0	0	$B$	...
-----	-----	-----	---	---	-----	---	---	-----	-----

d)

...	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	$B$	...
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Máy Turing được đặc tả bởi các bộ năm phần tử  $(s_0, 0, s_0, 0, R)$ ,  $(s_0, 1, s_1, 0, R)$ ,  $(s_0, B, s_2, B, R)$ ,  $(s_1, 0, s_1, 0, R)$ ,  $(s_1, 1, s_0, 1, R)$ ,  $(s_1, B, s_2, B, R)$  sẽ làm gì khi cho đầu vào là một xâu nhị phân?

Cũng hỏi như trên đối với máy Turing được đặc tả bởi các bộ năm phần tử  $(s_0, 0, s_1, B, R)$ ,  $(s_0, 1, s_1, 1, R)$ ,  $(s_1, 0, s_1, 0, R)$ ,  $(s_1, 1, s_2, 1, R)$ ,  $(s_2, 0, s_1, 0, R)$ ,  $(s_2, 1, s_3, 0, L)$ ,  $(s_3, 0, s_4, 0, R)$  và  $(s_3, 1, s_4, 0, R)$ ?



Xây dựng một máy Turing với các ký hiệu trên băng là 0, 1 và  $B$ , biết rằng máy thay số 0 đầu tiên bằng số 1 và không làm thay đổi bất cứ một ký hiệu nào khác trên băng.

Xây dựng một máy Turing với các ký hiệu trên băng là 0, 1, và  $B$ . Biết rằng với đầu vào là một xâu nhị phân máy sẽ thay tất cả các số 0 trên băng bằng các số 1 và không làm thay đổi bất kỳ một số 1 nào trên băng.

# Máy Turing để đoán nhận ngôn ngữ

**ĐỊNH NGHĨA** Cho  $V$  là tập con của bộ chữ cái  $I$ . Một máy Turing  $T = (S, I, f, s_0)$  **chấp nhận** chuỗi  $x$  trong  $V^*$  nếu và chỉ nếu  $T$  xuất phát từ vị trí ban đầu khi  $x$  đã được viết trên băng sẽ dừng lại ở một trạng thái kết thúc.  $T$  được nói là chấp nhận một tập con  $A$  của  $V^*$  nếu và chỉ nếu với mọi  $x$  thuộc  $A$ ,  $x$  được chấp nhận bởi  $T$ .

Khi nào một máy Turing  $T$  không chấp nhận một chuỗi  $x$  trong  $V^*$ ? Câu trả lời ở đây là:  $x$  không được chấp nhận nếu  $T$  không dừng lại hoặc dừng lại không phải ở trạng thái kết thúc khi máy hoạt động trên băng có chứa các ký hiệu của  $x$  trong các ô liên tiếp và xuất phát từ vị trí ban đầu.

Tìm một máy Turing chấp nhận tập các xâu nhị phân có số 1 là bit thứ hai của chúng. (Tức là tập chính quy  $(0^*1)1(0^*1)^*$ ).

Tìm máy Turing chấp nhận tập  $\{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$

*Giải:* Để xây dựng một máy như vậy, ta sẽ dùng một ký hiệu phụ  $M$  trên băng như một phân tử đánh dấu. Ta có  $V = \{0, 1\}$  và  $I = \{0, 1, M\}$ .

$(s_0, 0, s_1, M, R),$

$(s_1, 0, s_1, 0, R), (s_1, 1, s_1, 1, R), (s_1, M, s_2, M, L), (s_1, B, s_2, B, L), (s_2, 1, s_3, M, L), (s_3, 1, s_3, 1, L), (s_3, 0, s_4, 0, L), (s_3, M, s_5, M, R), (s_4, 0, s_4, 0, L), (s_4, M, s_0, M, R), (s_5, M, s_6, M, R).$

Dựng một máy Turing chấp nhận tập tất cả các xâu nhị phân kết thúc bằng một số 0.

Dựng một máy Turing chấp nhận tập tất cả các xâu nhị phân chứa ít nhất hai số 1.

Dựng một máy Turing chấp nhận tập tất cả các xâu nhị phân chứa một số chẵn con số 1.

# Tính hàm bằng máy Turing

- Máy Turing  $T$  khi cho đầu vào  $x$  sẽ dừng lại với đầu ra  $y$  ở trên băng, khi đó có thể định nghĩa  $T(x) = y$
- Miền xác định của  $T$  là tập các đầu vào làm cho  $T$  dừng lại;  $T(x)$  không xác định nếu  $T$  không dừng lại khi cho  $x$  như một đầu vào
- Dùng biểu diễn nhất phân các số nguyên, cụ thể số nguyên  $n$  được biểu diễn bằng đầu vào gồm  $n + 1$  số 1. Số 0 được biểu diễn 1, số 5 được biểu diễn 11111
- Biểu diễn bộ  $k$  số nguyên  $(n_1, n_2, \dots, n_k)$  bằng ghép của  $k$  đầu vào, đầu thứ  $i$  biểu diễn nhất phân của  $n_i$ , giữa các đầu vào này ngăn cách bởi dấu  $*$ . Ví dụ bộ 3 số  $(3, 0, 2)$  được biểu diễn bằng 1111\*1\*111

# Xây dựng máy Turing cộng hai số nguyên

*Giải:* Ta cần phải dựng một máy Turing tính được hàm  $f(n_1, n_2) = n_1 + n_2$ . Cặp  $(n_1, n_2)$  được biểu diễn bằng xâu gồm  $n_1+1$  số 1 tiếp sau là một dấu sao, rồi tiếp sau nữa là xâu gồm  $n_2 + 1$  số 1. Máy  $T$  cần phải nhận xâu này như đầu vào và tạo đầu ra trên băng là xâu gồm  $n_1 + n_2 + 1$  con số 1. Có một cách để làm điều này như sau. Máy xuất phát ở số 1 phía trái cùng của xâu đầu vào và thực hiện các bước để xóa số 1 này (máy sẽ dừng nếu  $n_1 = 0$  sao cho không còn số 1 nào trước dấu sao nữa) rồi thay dấu sao bằng số 1 trái cùng còn lại và sau đó dừng lại. Ta có thể dùng các bộ năm phần tử sau để làm điều đó:  $(s_0, 1, s_1, B, R)$ ,  $(s_1, *, s_2, B, R)$ ,  $(s_1, 1, s_2, B, R)$ ,  $(s_2, 1, s_2, B, R)$ ,  $(s_2, *, s_3, 1, R)$

# Nhận xét

- Tính hàm đơn giản nhưng máy Turing đã khá phức tạp
  - Để nhân được hai số cần 31 bộ 5 phần tử và 11 trạng thái
- Với các công việc phức tạp thì sao?
- Dùng đa băng (luôn xây dựng được máy dùng một băng làm được như máy đa băng)
- Dù có thay đổi hay tổ hợp của máy Turing thì cũng không làm tăng giảm sức mạnh của máy



Dựng một máy Turing tính hàm  $f(n) = n + 2$  với mọi số nguyên không âm  $n$ .

Dựng máy Turing tính hàm  $f(n) = n \bmod 3$

Dựng máy Turing tính hàm  $f(n) = 2n$

Tìm văn phạm cấu trúc câu sinh ra các ngôn ngữ sau

- a) Tập các xâu nhị phân có dạng  $0^{2n}1^{3n}$  với  $n$  là một số nguyên không âm.
- b) Tập các xâu nhị phân có số các số 0 nhiều gấp hai lần số các số 1.
- c) Tập các xâu nhị phân có dạng  $w^2$  với  $w$  là một xâu nhị phân.

$$\text{a) } S \rightarrow 00S111, S \rightarrow \lambda$$

$$\text{b) } S \rightarrow AAB, A \rightarrow BA, BA \rightarrow AB, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1, S \rightarrow \lambda$$

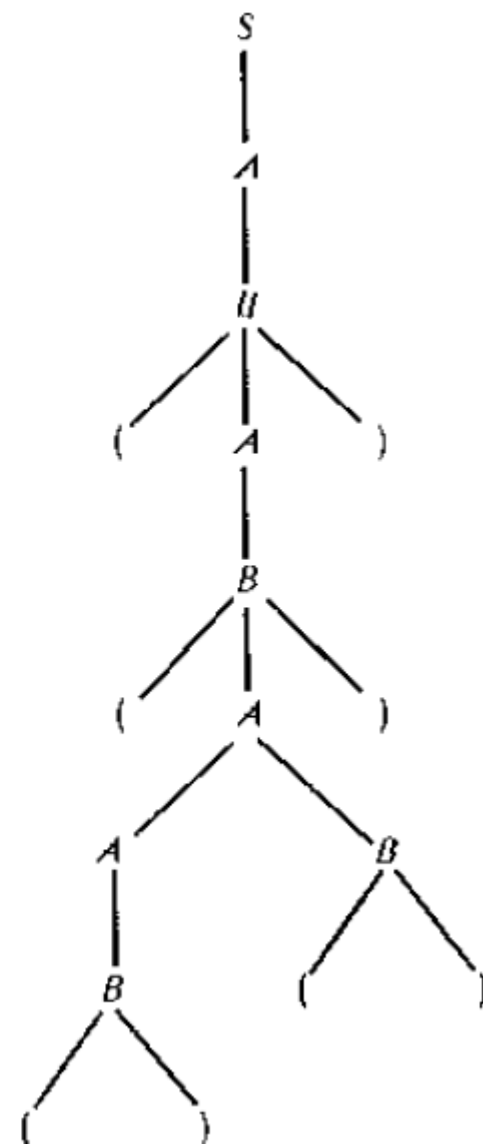
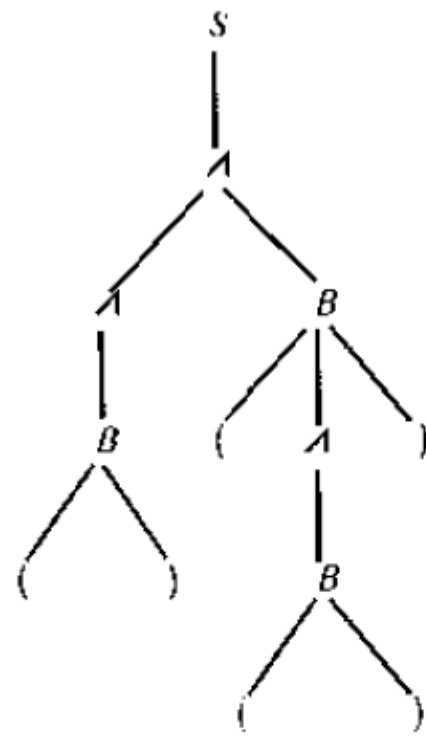
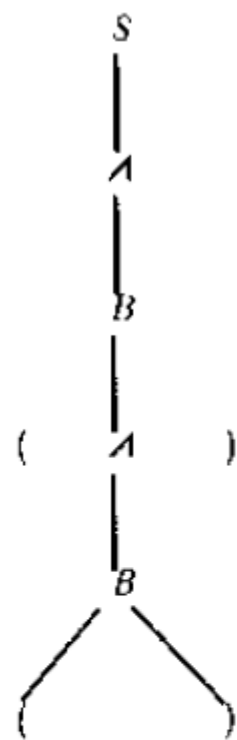
$$\text{c) } S \rightarrow ET, T \rightarrow 0TA, T \rightarrow 1TB, T \rightarrow \lambda, 0A \rightarrow A0, 1A \rightarrow A1, 0B \rightarrow B0, 1B \rightarrow B1, EA \rightarrow E0, EB \rightarrow E1, E \rightarrow \lambda$$

Dựng cây dẫn xuất của

a)  $(( ))$

b)  $()(())$

c)  $((())())$



Dựng một máy hữu hạn trạng thái có đầu ra tạo một đầu ra là 1, nếu xâu nhị phân được đọc tới lúc này như một đầu vào chứa bốn hoặc nhiều hơn các số 1. Sau đó, dựng một ô tô mat hữu hạn tất định chấp nhận tập đó.



Dựng các ô tômat hữu hạn chấp nhận các tập sau:

$$\text{a) } 0^*(10)^* \quad \text{b) } (01 \cup 111)^*10^*(0 \cup 1) \quad \text{c) } (001 \cup (11)^*)^*$$

## **Bài kiểm tra số 4**

**Thời gian làm bài: 45 phút**

- **Bài 1:**

Xây dựng văn phạm chính quy và Automat hữu hạn không tắt định đoán nhận biểu thức chính quy sau  $(A)^*101(A)^*$ .

Với A là :

- Đề lẻ: biểu diễn nhị phân của 2.
- Đề chẵn: biểu diễn nhị phân của 3.

- **Bài 2:**

Xây dựng Automat hữu hạn không tắt định đoán nhận dạng được các xâu ký tự (được tạo thành chỉ từ 3 ký tự '1', '2' và '3') biểu diễn các số nguyên không chia hết cho 2 hoặc 3.