

Bài tập 4

$$\text{Bài } 1.24 \rightarrow \begin{cases} (a) & 1 \text{ đ} \\ (b) & 1 \text{ đ} \end{cases}$$

$$\text{Bài } 1.25 \rightarrow 1 \text{ đ}$$

$$\text{Bài } 1.26 \rightarrow 1 \text{ đ}$$

$$\text{Bài } 1.27 \rightarrow ~~3 \text{ đ}~~ 1,5 \text{ đ} \quad (a=0,5; b=0,5; c=0,5)$$

$$\text{Bài } 1.28 \rightarrow 1,5 \text{ đ} \quad (a=0,5; b=0,5; c=0,5)$$

$$\text{Bài } 1.29 \rightarrow 1 \text{ đ}$$

$$\text{Bài } 1.30 \rightarrow 1 \text{ đ}$$

$$\text{Bài } 1.31 \rightarrow 1 \text{ đ}$$

$$\text{Bài } 1.32 \rightarrow 2 \text{ đ} \quad (a=1 \text{ đ}; b=1 \text{ đ})$$

Tổng : 12 đ

Các bài không có đáp án : 1.27 ; 1.30 ; 1.32
(chưa đề, sinh viên tự làm).

Bài 1.24 a) Xác định hàm xác suất
Xác suất để thu được x mặt ngửa là:

$$P_x = C_4^x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{4-x} = C_4^x \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{C_4^x}{16}$$

Bảng xác suất:

x	0	1	2	3	4
P_x	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

b) $P(x \geq 1) = 1 - P(0) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

Bài 1.25; Xem trang cuối

Bài 1.26

Hàm xác suất của X là:

$$P_x = \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} \quad \text{với } \mu = 5.$$

$$\begin{aligned} P(x \leq 4) &= P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 \\ &= e^{-5} \left(1 + 5 + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} + \frac{5^4}{4!} \right) \\ &= 0,440 \end{aligned}$$

Bài 1.28

Hàm mật độ xác suất của X :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad \text{với } \mu = 50; \sigma = 3$$

$$(i) P(x < c) = F(c) = \Phi\left(\frac{c-50}{3}\right) = 5\%$$

Bảng $A_8 \Rightarrow \frac{c-50}{3} = -1,645 \Rightarrow c = 45,065$

$$(ii) P(x > c) = 1\% \rightarrow P(x \leq c) = 99\% \rightarrow F(c) = 99\%$$

$$F(c) = \Phi\left(\frac{c-50}{3}\right) = 99\% \rightarrow \frac{c-50}{3} = 2,326 \text{ (bảng } A_8) \rightarrow c = 56,978$$

Bài 1.29

Biến ngẫu nhiên X là tuổi thọ của bình ắc qui.

X tuân theo phân bố chuẩn, có hàm mật độ xác suất

$$\text{là } f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \text{ với } \mu = 4, \sigma = 1$$

Tỷ lệ số pin có tuổi thọ $x \geq 4$ năm là:

$$P(x \geq 4) = 1 - F(4)$$

Tỷ lệ số pin có tuổi thọ $x < 4$ năm là

$$P(x < 4) = F(4) = \Phi\left(\frac{4-4}{1}\right) = \Phi(0) = 1/2$$

\Rightarrow Số pin cần phải thay thế là 50%.

Bài 1.31,

Biến ngẫu nhiên X tuân theo phân bố chuẩn với $\mu = 0,01$

và $\sigma = 0,001$.

$$\Rightarrow P(0,009 < x < 0,011) = F(0,011) - F(0,009)$$

$$= \Phi\left(\frac{0,011 - 0,01}{0,001}\right) - \Phi\left(\frac{0,009 - 0,01}{0,001}\right)$$

$$= \Phi(1) - \Phi(-1) = \Phi(1) - [1 - \Phi(1)] = 2\Phi(1) - 1$$

$$\text{Bảng } A_7 \Rightarrow 2\Phi(1) - 1 = 2 \cdot 0,8413 - 1 = 0,6826$$

Vậy, trong 1000 dây điện loại B có: $1000 \times 0,6826 \approx 683$

dây có điện trở nằm giữa $0,009 \Omega$ và $0,011 \Omega$.

Bài 1.25

Xác suất một thanh thép bị lỗi là $p = 0,04$

Mỗi bó gồm 100 thanh sắt $\Rightarrow n = 100$.

Biến ngẫu nhiên x là số thanh thép lỗi trong một bó. Hàm xác suất là:

$$P_x = C_{100}^x p^x (1-p)^{100-x}$$

$$= C_{100}^x (0,04)^x (0,96)^{100-x}$$

$$\approx \frac{\mu^x}{x!} e^{-\mu} \text{ với } \mu = np = 0,04 \times 100 = 4$$

$$\Rightarrow P_0 = e^{-4} = 0,0183; P_1 = \frac{4}{1!} e^{-4} = 0,0733;$$

$$P_2 = \frac{4^2}{2!} e^{-4} = 0,1465; P_3 = \frac{4^3}{3!} e^{-4} = 0,1954;$$

$$P_4 = \frac{4^4}{4!} e^{-4} = 0,1954; P_5 = \frac{4^5}{5!} e^{-4} = 0,1563.$$

Lưu ý: Phân bố nhị thức với n lớn và p nhỏ có thể xấp xỉ bằng phân bố Poisson với $\mu = n \cdot p$.