



縮小盤オセロにおける完全解析

メタデータ	言語: jpn 出版者: 宮崎大学工学部 公開日: 2020-06-21 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 竹下, 祐輝, 池田, 諭, Takeshita, Yuki メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10458/5588

縮小盤オセロにおける完全解析

竹下 祐輝^{a)}・池田 諭^{b)}

Perfect Analysis in Miniature Othello

Yuki TAKESHITA, Satoshi IKEDA

Abstract

More than 20 years has passed since J. Feinstein (1993) found that a perfect play on 6×6 board of Othello gives a 16-20 win for the second player. A computer Othello surpasses a much more human now. However, standard 8×8 board remain unsolved. In this paper, we show the perfect play in miniature Othello (4×4, 4×6, 4×8, 4×10 and 6×6 boards). From these results, we discuss the feature of the Othello larger than or equal to 8×8 board. In addition, in the 6×6 board, we confirm the result of Feinstein.

Keywords: Combinatorial theory, Combinatorial optimization, Perfect play, Rectangle Othello

1. はじめに

オセロは、二人零和有限確定完全情報ゲーム¹⁾に分類される。このクラスに分類されるゲームは、必ず、先手必勝、後手必勝、引き分けの何れかになるという性質をもつ²⁾。

1993 年、ファインシュタイン (Joel Feinstein) は、縮小盤 6×6 盤オセロの後手必勝、及び、パーフェクトプレイ「黒 16 白 20」を発見した³⁾。このとき、彼はムーブオーダーリングを用いたアルファ・ベータ法により、約 400 億の局面を、およそ 2 週間で探索したと記述している。ただし、この結果はイギリスオセロ協会のニューズレター上で報告されたため、論文としては残っていない。

それから 20 年以上が経過し、コンピュータオセロは、今や、人間を遥かに凌ぐようになった。しかし、未だに、標準盤である 8×8 盤オセロは、先手必勝、後手必勝、引き分けの何れであるかが分かっていない。その原因は、探索空間が膨大となり、現在の最新の計算機を用いたとしても、完全解析が不可能なためである。

また 2007 年、宮崎大学の白濱拓也が、4×4 盤オセロは後手必勝、4×6 盤オセロは先手必勝であることを、卒業論文において記述している⁴⁾。更に彼は、盤の大きさを $2m \times 2n$ で一般化したとき、 m と n の和が、奇数ならば先手必勝、偶数ならば後手必勝と予想している。

そこで本稿では、4×4 盤、4×6 盤、4×8 盤、4×10 盤、6×6 盤オセロの完全解析を実行し、白濱の予想の真偽を確かめると共に、8×8 盤オセロや、それ以上の盤のゲームの性質について考察する。また、6×6 盤オセロの完全解析

について、ファインシュタインの追試を実行する。

2. オセロ

本稿では、オセロの完全解析と、パーフェクトプレイを取り上げる。オセロはリバースに由来するゲームであり、オセロ株式会社の登録商標である。リバースが、空の盤の中央 4 マスに両者が 2 つずつ任意で配置して始まるのに対し、オセロは初期配置が決まっている (図 2-1 参照)。

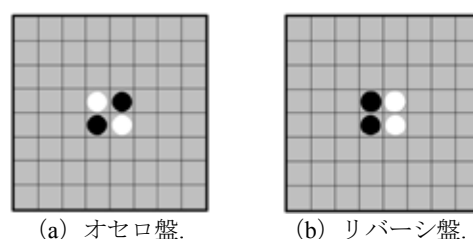


図 2-1. 初期配置.

本稿では便宜上、ゲーム名は「オセロ」という名称で統一して扱う。ただし、初期配置が図 2-1 (a) のような場合をオセロ盤、図 2-1 (b) のような場合をリバース盤とする。

2.1 オセロのルール

オセロのルール⁵⁾は、次のようになる。

ゲームを開始する前に、1 人が黒石、もう 1 人が白石を選択し、各々の石を、8×8 盤の中央 4 マスへ図 2-1 のように配置する。黒が先手である。ゲームが始まると、両者は交互に空のマスへ自色の石を置いていく。石を置ける条件は、盤面にある自色の石と置いた石で、相手色の石を縦・横・斜め方向の何れかで挟むことである。ま

a)情報システム工学専攻大学院生

b)情報システム工学科准教授

た、パスは何回でもできるが、石を置けるマスがある場合は認められない。全てのマスを埋め尽くすか、双方とも置けるマスが無くなった場合、ゲームは終了する。ゲーム終了時に、石を多く所有している方が勝者である。

2.2 完全解析

完全解析とは、初期状態から終局までのあらゆる手を読み切り、解析することをいう。完全解析を行うと、そのゲームが先手必勝、後手必勝、引き分けの何れであるかを決定することができる。

2.3 パーフェクトプレイ (Perfect Play)

一般に、ゲームのパーフェクトプレイとは、相手の対応に関わらず、可能な限り最高の結果へ繋がる競技者の行動や戦略の総称である。すなわち、オセロにおいては、双方が最善の1手を選択し続けた場合の手順と、その最終結果のことをいう。

3. コンピュータオセロ

研究で実装した本プログラムでは、簡単なムーブオーダーリングにより、深さ優先探索によるネガマックス・アルファ・ベータ法の性能を向上させている。

3.1 ゲーム木

まず、現在の局面で打てる手を全て列挙する。次に、それらの手の1つを打ち、その局面で手を全て列挙する。その後、局面を1つ戻し、更に別の手を打ち、同様に列挙する。この一連の作業を全ての手について行くと、図3-1のような木構造になる。この木のことをゲーム木と呼び、この中で最善手を選ぶ作業（探索）をしていく。

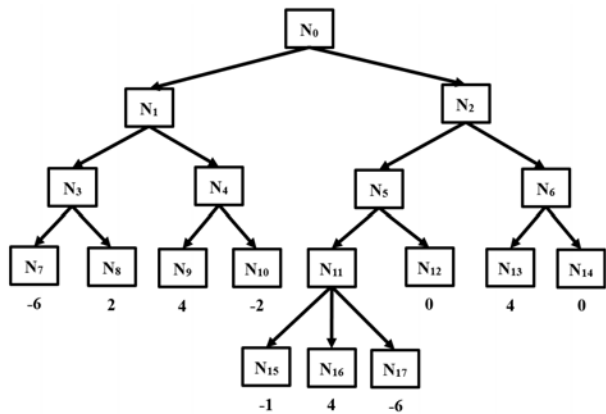


図 3-1. ゲーム木。

N_0 はコンピュータの手番である現在の局面を表し、 N_1 、 N_2 は着手による次の局面である。末端の値は局面の形勢を数値化したものであり、評価値という。また、本研究においては深さ優先探索を用い、図3-1の場合、 N_0 、 N_1 、 N_3 、 N_7 、 N_8 、 N_4 、 N_9 、 N_{10} 、 N_2 、…のように探索する。

3.2 ミニマックス法 (MiniMax algorithm)

ミニマックス法とは、ゲーム木から最善手を探し出すためのアルゴリズムである。ここでの最善手とは、相手が常に自分にとっての最悪手を打つと仮定した場合の最善手である。具体的な動作は次のようになる。

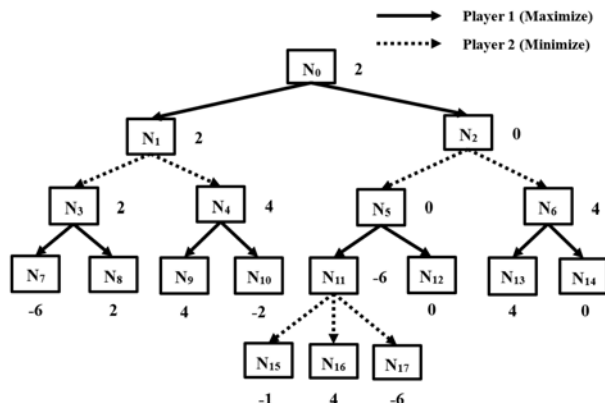


図 3-2. ミニマックス法。

図3-2は、ミニマックス法を適用した場合の最終結果を表している。ここで、評価値は数値が大きいほど、プレイヤー1が有利であることを意味し、実線の矢印、破線の矢印は、それぞれプレイヤー1にとって、最も得な手を選択する処理、最も不利な手を選択する処理となる。また、深さ優先探索により、 $N_0 \sim N_6$ 、及び N_{11} の評価値は N_3 、 N_4 、 N_1 、 N_{11} 、 N_5 、 N_6 、 N_2 、 N_0 の順に決定する。例えば、 N_3 の評価値を決定するとき、 N_7 の評価値は -6、 N_8 の評価値は 2 と分かっている。このときの手番はプレイヤー1であるため、プレイヤー1にとって有利である N_8 の局面を選択する。このような作業を両者について行っていくと、局面 N_0 における最善手は N_1 であると分かる。

このように、ミニマックス法のみでも最善手を求められるが、この手法のみだと、全ての着手について探索する必要があるため、膨大な探索時間がかかる。

3.3 アルファ・ベータ法 (Alpha-Beta Pruning)

ミニマックス法の欠点を改善する手法として、最も効果的なのがアルファ・ベータ法である。アルファ・ベータ法は絶対に採用されない手を、それ以上探索しないことで枝刈りを行い、探索空間を削減するものである。アルファ・ベータ法は単純なミニマックス法と同じ最終結果を与えるため、これらは多くの場合、併せて用いられる。図3-3をみてほしい。これは図3-2の例にアルファ・ベータ法を適用した際の最終結果を表しており、図3-3中のバツ印は、枝刈りされた箇所を表している。

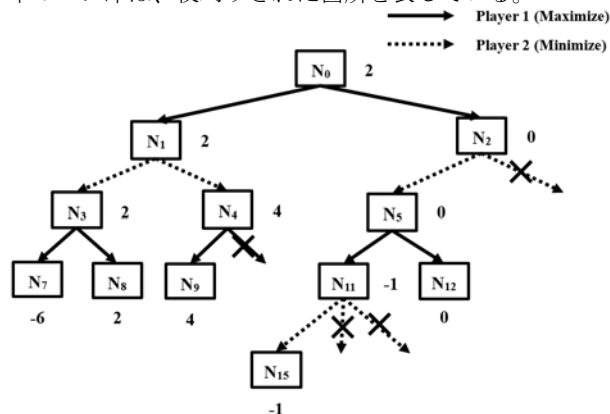


図 3-3. アルファ・ベータ法を適用した枝刈り。

まず、 N_4 以下の手に注目してみる。 N_4 以下の手を探索する時点で、 N_1 の評価値は2以下であることが分かっている。 N_4 の評価値が2より大きくなると、 N_4 が選ばれることはない。したがって、 N_4 に N_9 の評価値4が返ってきた時点で枝刈りが行われる。

次に、 N_{11} に注目してほしい。 N_{11} 以下の手を探索する時点で N_0 の評価値は2である。 N_{11} の評価値が2以下であると決まった時点で、 N_{11} 以下は最善手として選ばれることはない。したがって N_{11} に N_{15} の評価値-1が返ってきた時点で枝刈りが行われる。

3.4 ネガマックス法 (NegaMax algorithm)

ミニマックス法を核として枝刈り手法を実装すると、先手と後手で場合分けをした同一の処理をコーディングすることになる。これを改善する手法が、ネガマックス法である。この手法は、「下位ノードから受け取った値の符号を反転し、最大化する」という操作を行い、処理を一つに纏める。具体的な動作は以下のようになる。

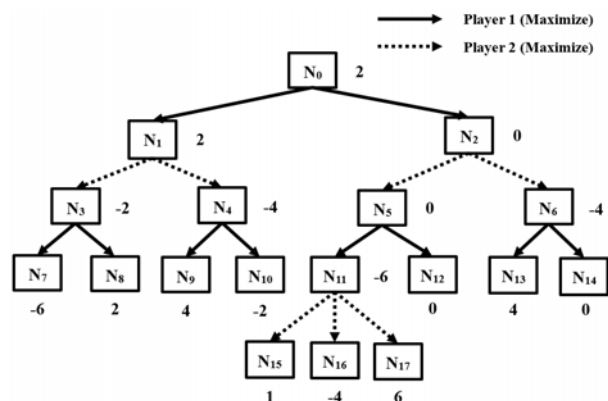


図 3-4. ネガマックス法.

図 3-4 は、図 3-2 の例のネガマックス版である。評価値は、数値が大きいほど、その局面を選択したプレイヤーが有利であることを意味する。図 3-4 を見ると、まず、この手法が最終的に、ミニマックス法と同様の結果を与えていることが確認できる。次に、途中の評価値における符号が、最大化後に反転されていることが分かる。この操作によって、双方共に最大化を行う簡潔なプログラムを書くことができる。

3.5 ムーブオーダリング (Move Ordering)

アルファ・ベータ法は、良い手から探索していくと、枝刈りが発生しやすい性質がある。このため、指し手を並び替えながら完全解析を行うことで、探索空間を削減することができる。このような指し手の順序付けをムーブオーダリングという。本研究では、図 3-5 のような評価による順序付けを採用している。また、図 3-5 中の数字は、小さいほど、評価が高いことを意味する。

1	4	2	2	4	1
4	5	3	3	5	4
2	3			3	2
2	3			3	2
4	5	3	3	5	4
1	4	2	2	4	1

図 3-5. 6×6 盤における着手の優先順位.

3.6 初手について

初手の黒番はオセロ盤、リバーシ盤共に、置けるマスが4箇所あるが、盤面の対称性を考慮すると、全ての着手について探索する必要はない。したがって、オセロ盤は1箇所、リバーシ盤は2箇所のみの探索を行う。

3.7 必勝読み

完全解析は、完全読みと必勝読みに分かれる。完全読みは終局の評価を石差で行い、必勝読みは終局の評価を勝ち、負け、引き分けの3通りで行う。パーフェクトプレイの導出には完全読みを用いなければならないが、アルファ・ベータ法は評価値の範囲が小さいほど、多くの枝刈りを発生させるため、同じ完全解析でも必勝読みの方が数倍速く終わる。したがって、本研究では、必勝読みを先に実行した上で、完全読みを行っている。

3.8 本研究における評価値

本研究では、完全読みを実行するため、局面の評価は終局でのみ行われる。したがって、本研究における評価値は、最終局面の黒石の数から白石の数を引いた、石差となる。ただし、途中で一方が完全勝利した局面では、勝利した方に空きマスの数を加算する処理が加えられる。

3.9 探索の高速化

ボードゲームの完全解析において、プログラム自体の探索速度は重要なファクターである。本研究では、2つの工夫を施している。

まず、現在の空マスを格納する双方向リストを導入した。これにより、終盤へ進むごとに探索コストを削ることが出来、探索速度は約2倍になった。次に、指定した色の石数を数える関数を利用していたが、これを削除した。代わりに、構造体に石数を格納する変数を追加し、反転・復元の際に加減した。この効果は約1.5倍だった。

以上の改良により、本解析プログラムは1秒間に、およそ150万手から200万手読むことができるようになった。また、プログラミング言語はC言語を用いており、使用したCPUはintel Corei7-4770 プロセッサである。

4. 実験

本章では、4×4 盤、4×6 盤、4×8 盤、4×10 盤、6×6 盤のオセロ盤、リバーシ盤それぞれに対する、パーフェクトプレイ、及び、完全解析結果を示す。また、本章における、図中の B は黒石（先手）、W は白石（後手）を、それぞれ意味する。

4.1 4×4 盤

4.1.1 オセロ盤

4×4 オセロ盤は後手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 3 白 11」となった。図 4-1 にその手順を示す。また、本盤において、パスは行われなかった。

2	3	4	7
1	W	B	
6	B	W	
9	8	10	5

図 4-1. パーフェクトプレイの手順（4×4 オセロ盤）。

4.1.2 リバーシ盤

4×4 リバーシ盤は後手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 6 白 9」となった。図 4-2 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 10 手目で行われた。

2	6		1
3	B	W	9
4	B	W	8
7	11	12	5

図 4-2. パーフェクトプレイの手順（4×4 リバーシ盤）。

4.2 4×6 盤

4.2.1 オセロ盤

4×6 オセロ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 20 白 4」となった。図 4-3 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 18 手目で行われた。

3	2	1	10	6	11
16	5	W	B	8	19
17	14	B	W	9	20
15	21	4	13	7	12

図 4-3. パーフェクトプレイの手順（4×6 オセロ盤）。

4.2.2 リバーシ盤

4×6 リバーシ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの

最終結果は「黒 21 白 3」となった。図 4-4 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 20 手目で行われた。

15	16	5	4	1	17
19	6	B	W	12	21
14	2	B	W	8	10
13	11	3	7	18	9

図 4-4. パーフェクトプレイの手順（4×6 リバーシ盤）。

4.3 4×8 盤

4.3.1 オセロ盤

4×8 オセロ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 28 白 0」となった。図 4-5 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 12 手目、24 手目、26 手目で、それぞれ行われた。

15	3	2	1	4	5	19	
20	14	10	W	B	8	22	27
25	17	13	B	W			
21	16	9	6	11	7	18	23

図 4-5. パーフェクトプレイの手順（4×8 オセロ盤）。

4.3.2 リバーシ盤

4×8 リバーシ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 28 白 0」となった。図 4-6 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 20 手目、22 手目、26 手目で、それぞれ行われた。

	5	2	3	4	1	10	11
25	24	12	B	W	9	16	18
		23	B	W	15	17	27
	21	6	13	8	7	14	19

図 4-6. パーフェクトプレイの手順（4×8 リバーシ盤）。

4.4 4×10 盤

4.4.1 オセロ盤

4×10 オセロ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 39 白 0」となった。図 4-7 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 19 手目、28 手目、34 手目、36 手目、38 手目、40 手目で、それぞれ行われた。

21	20	3	2	1	4	5	13	30	31
24	17	16	14	W	B	10	22	29	32
25	26	23	15	B	W	18	39	35	33
27	37	8	7	6	11	9	12	41	

図 4-7. パーフェクトプレイの手順 (4×10 オセロ盤) .

4.4.2 リバーシ盤

4×10 リバーシ盤は先手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 32 白 0」となった。図 4-8 にその手順を示す。また、本盤において、パスは 24 手目、26 手目、28 手目で、それぞれ行われた。

		5	2	3	4	1	20	21	
	29	15	23	B	W	25	17		27
31	30	16	14	B	W	8	10	18	22
		13	6	11	7	12	9		19

図 4-8. パーフェクトプレイの手順 (4×10 リバーシ盤) .

4.5 6×6 盤

4.5.1 オセロ盤

6×6 オセロ盤は後手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「黒 16 白 20」となった。図 4-9 にその手順を示す。また、本盤において、パスは行われなかった。

加えて、この最終結果は、はじめに述べたファインシュタインの実行結果³⁾と一致した。

23	9	8	7	27	25
24	14	1	4	17	16
20	13	W	B	6	15
19	2	B	W	5	12
21	30	3	10	31	29
22	18	26	11	28	32

図 4-9. パーフェクトプレイの手順 (6×6 オセロ盤) .

4.5.2 リバーシ盤

6×6 リバーシ盤は後手必勝で、パーフェクトプレイの最終結果は「17 対 19」となった。図 4-10 にその手順を示す。また、本盤において、パスは行われなかった。

31	9	8	5	15	25
27	16	12	2	24	26
14	13	B	W	1	4
19	11	B	W	3	17
29	28	10	6	18	23
30	32	20	7	21	22

図 4-10. パーフェクトプレイの手順 (6×6 リバーシ盤) .

4.6 実行データ

表 4-1 は、4×4 盤、4×6 盤、4×8 盤、4×10 盤、6×6 盤のオセロ盤に対する、完全解析結果を纏めたものである。表 4-1 の縦軸は盤の大きさであり、横軸は左から、「Position」が最終局面数、「Time」が実行時間、「Result」がパーフェクトプレイの最終結果をそれぞれ表している。例えば、4×4 盤の場合、最終局面数は 218、実行時間は 0.001 秒であり、パーフェクトプレイは先手黒負け (8 石差) で、終局状態は「黒 3 白 11」と読み取れる。

表 4-1. 各オセロ盤における解析結果.

	Position	Time	Result
4×4	218	0.001s	LOSS (-8) B: 3, W: 11
4×6	139,803	0.1s	WIN (+16) B: 20, W: 4
4×8	294,430,331	2m15s	WIN (+32) B: 28, W: 0
4×10	1,195,804,922,641	6d6h22m	WIN (+40) B: 39, W: 0
6×6	884,392,099,420	5d12h16m	LOSS (-4) B: 16, W: 20

また、表 4-2 は、リバーシ盤の完全解析結果を纏めたものである。ここで、表 4-2 の「Result」軸を見ると、リバーシ盤にはオセロ盤と同様の傾向があることが確認できる。

表 4-2. 各リバーシ盤における解析結果.

	Position	Time	Result
4×4	524	0.001s	LOSS (-3) B: 6, W: 9
4×6	274,549	0.15s	WIN (+18) B: 21, W: 3
4×8	299,987,758	2m12s	WIN (+32) B: 28, W: 0
4×10	842,204,125,277	4d12h22m	WIN (+40) B: 32, W: 0
6×6	1,628,664,185,199	8d12h42m	LOSS (-2) B: 17, W: 19

5. 考察

図 5-1 と図 5-2 は、表 4-1 と表 4-2 の「Result」軸を基に作成したグラフであり、先手の獲得石数の割合推移を表している。横軸は盤の大きさであり、縦軸はパーフェクトプレイにおける最終結果の合計石数に対する先手の獲得石数の割合を表している。したがって、縦軸において、50%より高い場合は先手必勝となり、それより低い場合は後手必勝となる。また、図 5-1 と図 5-2 中の要素は、円形の要素がオセロ盤、三角形の要素がリバーシ盤を、それぞれ意味する。

まず、図 5-1 より、 4×4 盤と 6×6 盤では、どちらも後手必勝となっているが、その推移で、先手の獲得石数の割合が増加しているのが分かる。次に図 5-2 より、長方盤オセロでも同様に、盤が大きくなると、先手の獲得石数の割合が増加する傾向が確認できる。以上より、オセロには盤の拡大に伴い、先手が有利になっていく性質があると考えられる。また、これらの結果から、 8×8 盤オセロが先手必勝、とは言えないまでも、更に先手の獲得石数の割合が高くなる可能性が高いと言える。

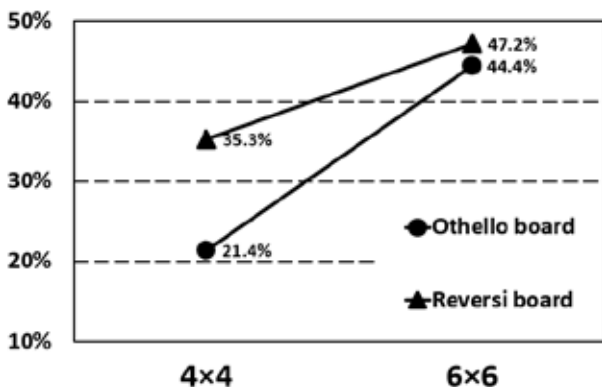


図 5-1. 先手の獲得石数の割合推移（正方盤）。

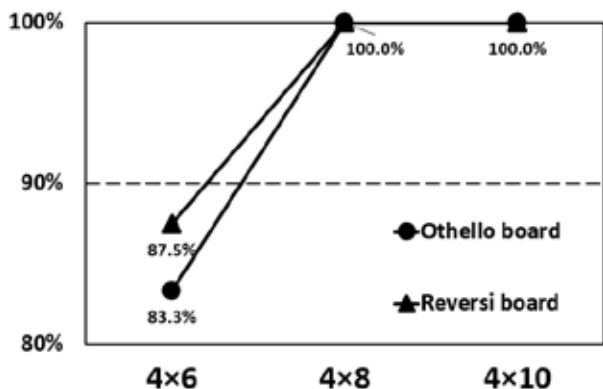


図 5-2. 先手の獲得石数の割合推移（長方盤）。

また、図 5-3 は表 4-1 の「Position」軸から作成したグラフであり、オセロ盤における最終局面数の推移を表している。横軸は盤の大きさであり、縦軸は最終局面数を

指数で表している。図 5-3 中の要素は、円形の要素が正方盤、三角形の要素が長方盤を、それぞれ意味する。

まず、図 5-3 より、長方盤において、 4×12 盤の最終局面数が 4×10 盤の最終局面数のおよそ 10^4 倍であると推測できる。このことと、 4×10 盤の実行時間が約 6 日である（表 4-1 参照）ことから、 4×12 盤の実行時間は、およそ 6 万日（約 164 年）と推測することができる。

次に、正方盤において、 4×4 盤から 6×6 盤への増加幅が約 10^{10} であることから、 8×8 盤の最終局面数は、少なくとも見積っても、およそ 10^{22} であると推測できる。ここで、本プログラムが、 6×6 盤の完全解析において、約 10^{12} の局面を探索するのに約 5 日半かかった（表 4-1 参照）ことを考慮すると、現時点における 8×8 盤の完全解析は不可能であることが分かる。

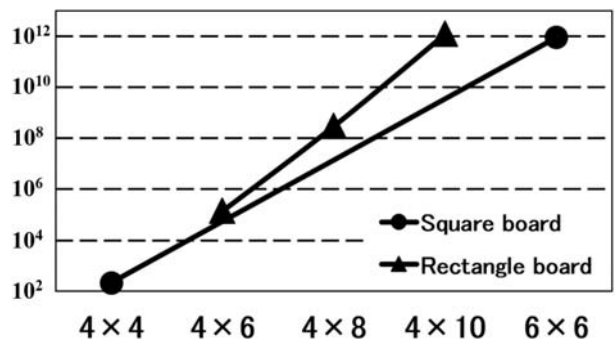


図 5-3. オセロ盤における最終局面数の推移。

5.1 一般化した盤における法則の予想

はじめに述べたように、白濱の予想では、 4×8 盤オセロは後手必勝、 4×10 盤オセロは先手必勝となっている。しかしながら、本研究で 4×8 盤オセロは先手必勝となったため、この予想は否定される。

また、本研究により、オセロが盤の拡張につれて先手有利となる傾向があることが分かった。したがって、盤のサイズが十分大きくなると、いずれは、先手必勝になると考えられる。加えて、長方盤オセロの完全解析結果が、ここまで全て先手必勝となったことと、 8×8 盤オセロが接戦となる可能性が高いことを考慮すると、オセロの盤を次のように一般化し、ゲームの性質を予想することができる。

$m, n \geq 2$ であるような整数 m, n に対し、 $2m \times 2n$ のオセロ盤、及び、リバーシ盤オセロを考える。このとき、 $m, n \leq 4$ を除いた全ての盤において、先手必勝となる。

この予想は、長方盤オセロの先手必勝、及び、辺が 10 以上の正方盤オセロが先手必勝となることを表している。

6. まとめ

本研究では、縮小盤オセロの完全解析を行った。その結果として、4×4 盤、6×6 盤では後手必勝となり、4×6 盤、4×8 盤、4×10 盤では先手必勝となることが分かった。ここで、4×8 盤オセロが先手必勝と分かったことで、白濱の予想が間違っていることが判明した。また、各盤それぞれに対しパーフェクトプレイを導出すると、盤の拡張につれて先手有利となる傾向があることが分かった。これは、リバーシ盤についても同様である。

以上より、正方盤、長方盤、リバーシ盤に関わらず、オセロには盤のサイズが十分大きくなると、いずれは先手必勝となる性質があると考えられる。したがって、4×4 盤、6×6 盤で後手必勝となっても、8×8 盤で後手必勝となるとは限らず、むしろ 10×10 盤以上の大きさになると、先手必勝の可能性が高くなると推測できる。

また、本稿では、6×6 盤の完全解析により、ファインシュタインの報告（後手必勝、及び、パーフェクトプレイの最終結果）が正しいことを確認することができた。

7. 今後の課題

本研究では、正方盤は 6×6 盤、長方盤は 4×10 盤までパーフェクトプレイを求めることができた。これを拡張し、4×12 盤、4×14 盤、6×8 盤の完全解析に取り組み、先手有利かどうかを確かめることが今後の課題である。ただし、現在、4×10 盤、6×6 盤の実行に数日かかっているため、指数オーダーで局面数が増加することを考慮すると、次の盤への挑戦は難しい。また、たとえ 3.7 節で述べた必勝読みを実行したとしても、この枝刈り効果は数倍程度であるため、現実的な時間での完全解析は不可能である。したがって、現在の最も優先すべき課題は、探索空間の削減である。

7.1 探索空間の削減

アルファ・ベータ法によるゲーム木の枝刈りはムーブオーダーリングの精度に依存している (3.5 節参照)。現在、この精度が低いため、改良する必要がある。そのために、パターンに基づく評価関数の作成や、局面情報を保存するハッシュテーブルを実装していく。

また、ハッシュテーブルの実装により、局面の重複及び対称性が考慮できる。しかし、テーブルへのアクセス時間により探索速度が落ちるため、序盤のみに適用する。

参考文献

- 1) J. V. Neumann and O. Morgenstern: *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press (1944).
- 2) J. Schaeffer, N. Burch, Y. Björnsson, A. Kishimoto, M. Müller, R. Lake, P. Lu and S. Sutphen: "Checkers Is Solved," *Science*, Vol.317, pp.1518-1522 (2007).
- 3) British Othello Federation: Forty Billion Nodes Under The Tree - The Newsletter of the British Othello Federation, [online] www.britishothello.org.uk/fbnall.pdf (Retrieved 28 Jan. 2015), pp.6-8 (1993).
- 4) 白濱拓也: 「縮小版オセロにおける必勝木の作成」, 宮崎大学工学部情報システム工学科平成 18 年度卒業論文(2007).
- 5) 村上健: 『史上最強カラー図解 強くなるオセロ』, ナツメ社, 14-17 ページ(2011).
- 6) Y. Takeshita, S. Ikeda, M. Sakamoto and T. Ito: "Perfect Analysis in miniature Othello," *Proceedings of the 2015 International Conference on Artificial life and Robotics*, pp.39 (2015).