Một số khái niệm cơ bản về đồ thị

Định nghĩa đồ thị (tt)

Định nghĩa đơn đồ thị vô hướng *G = (V,E) bao gồm V là tập các đỉnh, và E là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh.*

Định nghĩa đa đồ thị vô hướng *G= (V, E) bao gồm V là tập các đỉnh, và E là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cạnh. Hai cạnh* e_1 *và* e_2 *được gọi là cạnh lặp nếu chúng cùng tương ứng với một cặp đỉnh.*

Định nghĩa giả đồ thị vô hướng *G = (V, E) bao gồm V là tập các đỉnh và E là tập các cặp không có thứ tự gồm hai phần tử (không nhất thiết phải khác nhau) của V gọi là cạnh. Cạnh e được gọi là khuyên nếu nó có dạng e = (u, u).*

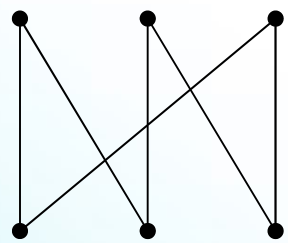
Định nghĩa đồ thị (tt)

Định nghĩa đơn đồ thị có hướng *G = (V, E) bao gồm V là tập các đỉnh và E là tập các cặp có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cung.*

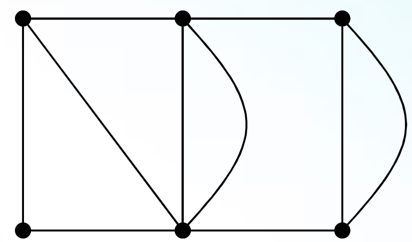
Định nghĩa đa đồ thị có hướng *G = (V, E) bao gồm V là tập các đỉnh và E là tập các cặp có thứ tự gồm hai phần tử khác nhau của V gọi là các cung. Hai cung* e_1, e_2 *tương ứng với cùng một cặp đỉnh được gọi là cung lặp.*

Định nghĩa đồ thị

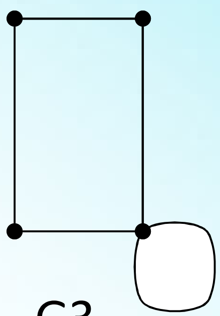
VD:



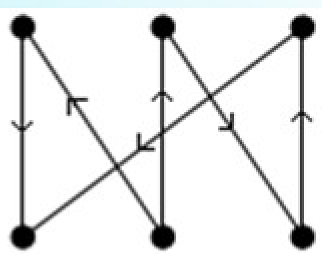
G1



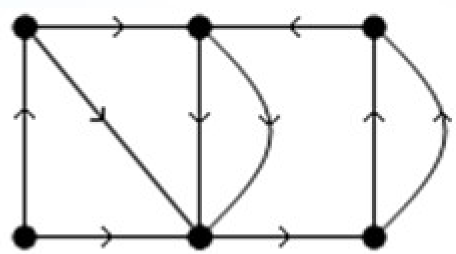
G2



G3

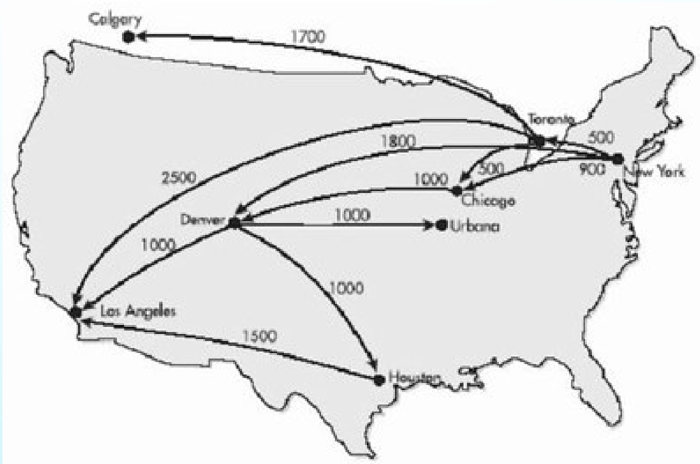


G4

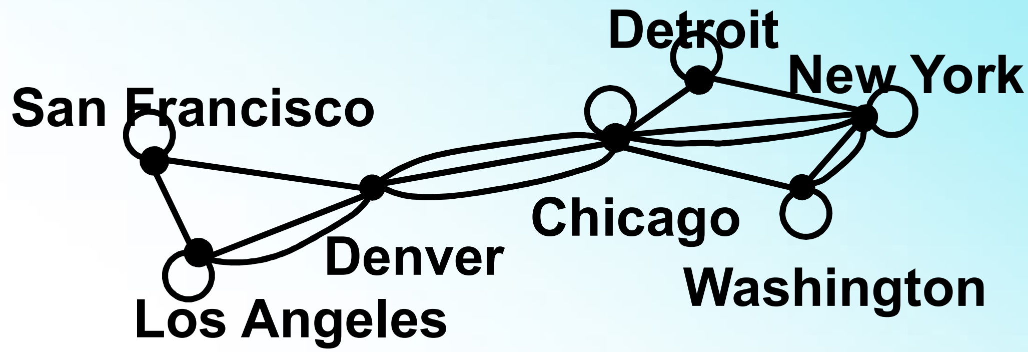


G5

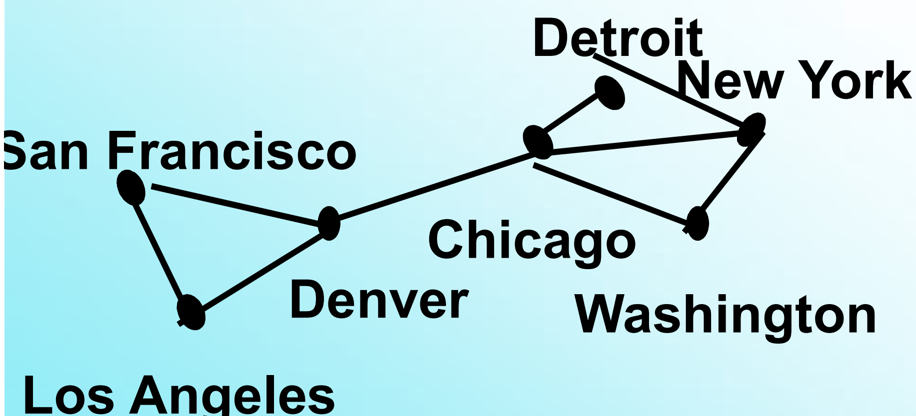
Một số ví dụ về đồ thị:



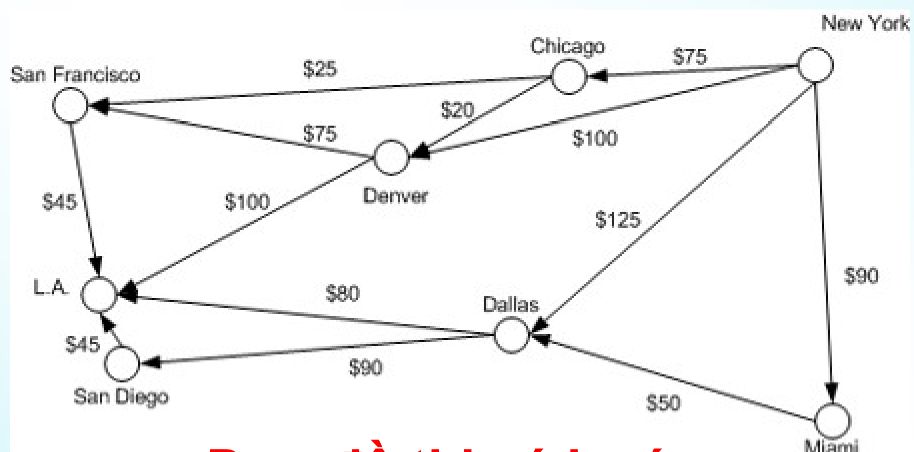
Đơn đồ thị có hướng



Giả đồ thị vô hướng



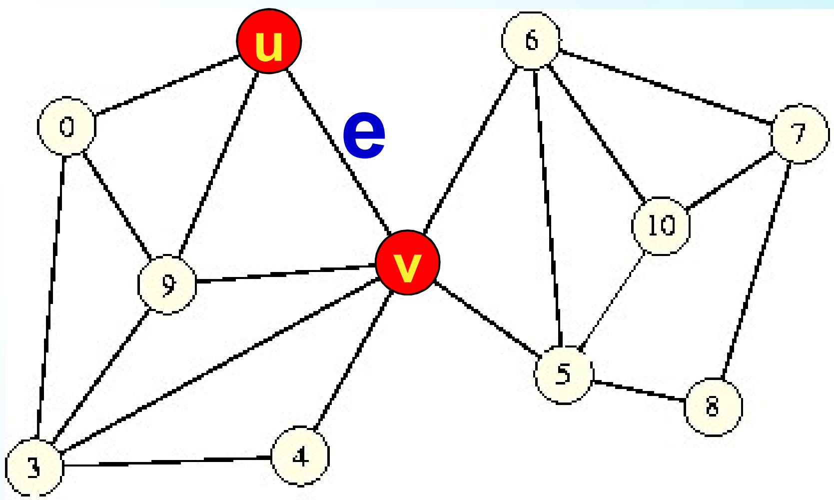
Đơn đồ thị vô hướng



Đơn đồ thị có hướng

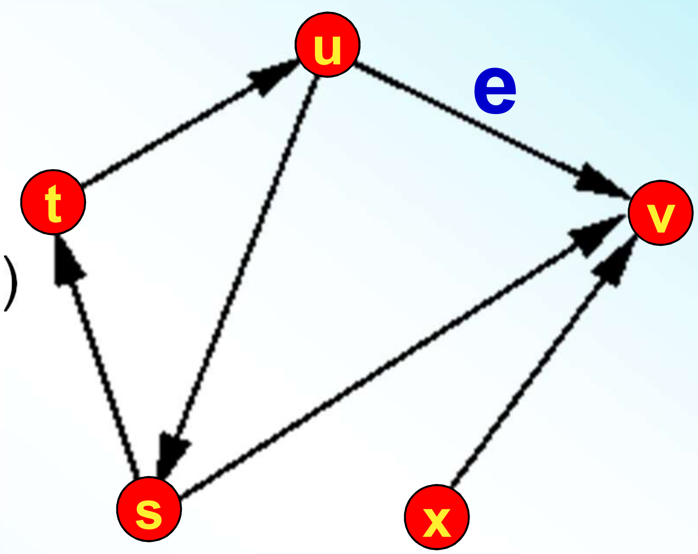
Những thuật ngữ cơ sở

- Xét đồ thị vô hướng G = <V, E>
  - Nếu e = (u,v) là một cạnh của G thì:
    - Hai đỉnh u, v được gọi là hai **đỉnh kề** nhau
    - Cạnh e được gọi là **cạnh liên thuộc** với đỉnh u và đỉnh v
    - Đỉnh u, đỉnh v được gọi là **đỉnh đầu** của cạnh e
  - **Bậc của một đỉnh** v (deg(v)) là **số cạnh liên thuộc** với nó.
  - VD: deg(0) = 3, deg(5) = 4, deg(2) = 6, deg(8) = 2,…



Những thuật ngữ cơ sở (tt)

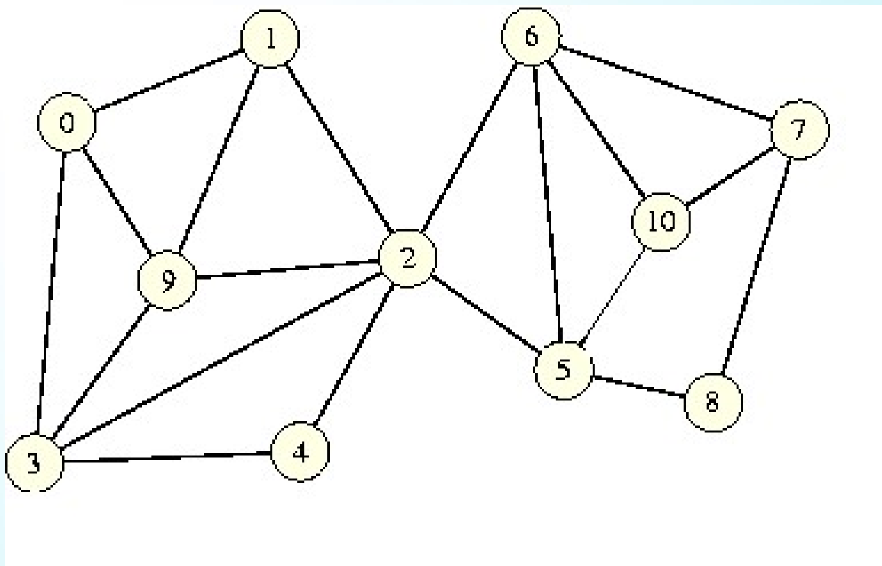
- Xét đồ thị có hướng G = <V, E>
  - Nếu e = (u,v) là một cung của G thì:
    - Đỉnh v được gọi là **đỉnh kề** của đỉnh u
    - Cung e được gọi là **cung đi ra** khỏi đỉnh u và là **cung đi vào** đỉnh v
    - Đỉnh u được gọi là **đỉnh đầu** của cung e, đỉnh v được gọi là **đỉnh cuối** của cạnh e
  - **Bán bậc ra của một đỉnh** v ($deg^+(v)$) là **số cung đi ra** khỏi nó.
  - **Bán bậc vào của một đỉnh** v ($deg^-(v)$) là **số cung đi vào** nó.
  - VD: $deg^+(t) = 1$, $deg^-(t) = 1$, $deg^+(v) = 0$, $deg^-(0) = 3$,…



Những thuật ngữ cơ sở (tt)

- Đỉnh có bậc 0 được gọi là đỉnh cô lập
- Đỉnh có bậc 1 được gọi là đỉnh treo
- **Định lý.** Xét đồ thị vô hướng G = <V, E>. Khi đó, tổng bậc của tất cả các đỉnh của đồ thị sẽ bằng hai lần số cạnh của nó.

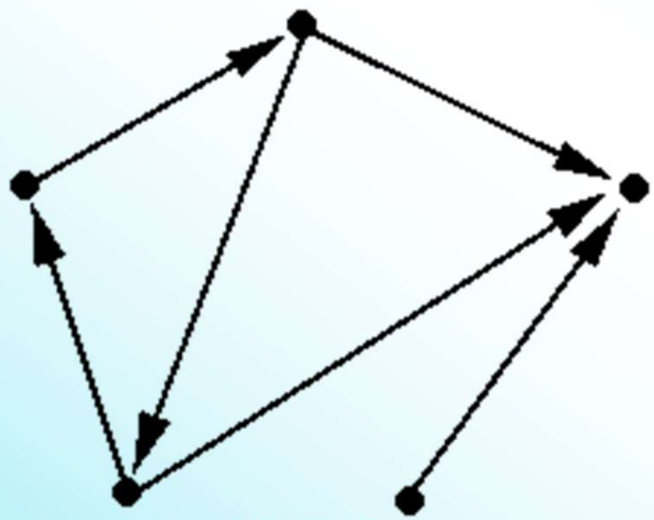
$$\sum_{v \in V} \deg(v) = 2|E|$$



Những thuật ngữ cơ sở (tt)

- **Định lý.** Xét đồ thị có hướng G = <V, E>. Khi đó, tổng bán bậc ra của tất cả các đỉnh sẽ bằng tổng bán bậc vào của tất cả các đỉnh và bằng số cung của đồ thị.

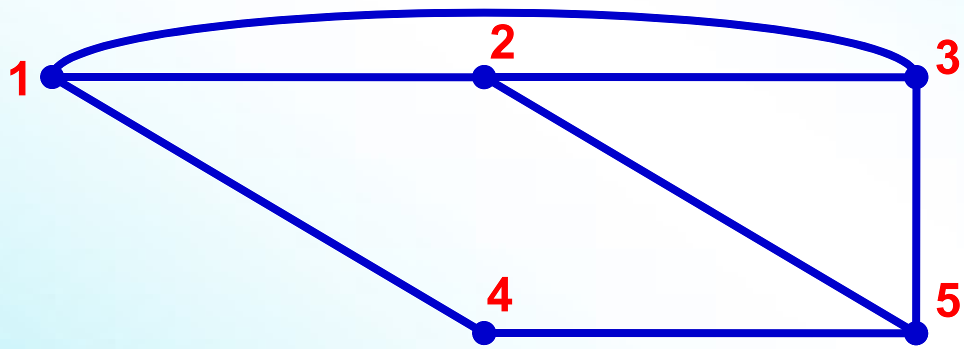
$$\sum_{v \in V} \deg^{+}(v) = \sum_{v \in V} \deg^{-}(v) = |E|$$

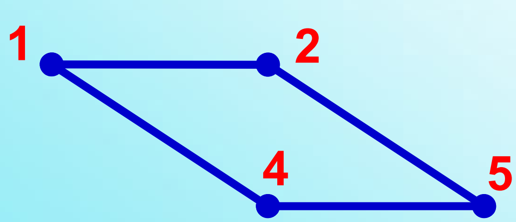


Đồ thị con

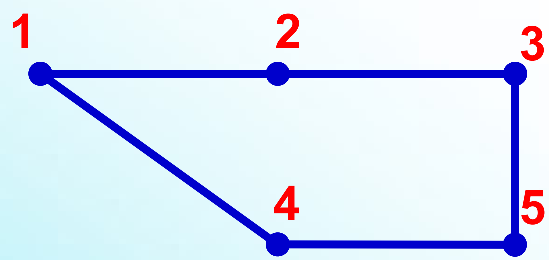
- **Định nghĩa.** Xét đồ thị G = <V, E>. Đồ thị H = <W, F> là một đồ thị con của G nếu và chỉ nếu mọi đỉnh của H cũng là đỉnh của G và mọi cạnh/cung của H cũng là cạnh/cung của G. ($W \subseteq V$, $F \subseteq E$).

VD:

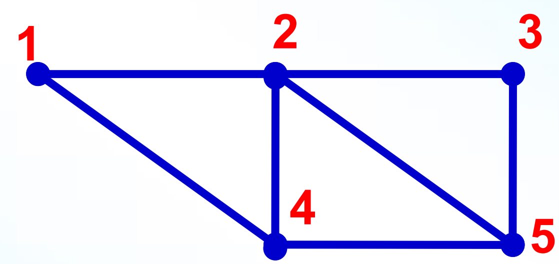




Đồ thị con của G



Đồ thị con của G



Không là đồ thị con của G

Đường đi – Chu trình – Sự liên thông

Đường đi

Định nghĩa. Xét đồ thị G = <V, E>. Một đường đi độ dài n từ u tới v, n là một số nguyên dương, trong một đồ thị là một dãy:

$$u = x_0\ x_1\ x_2\ \ldots\ x_n = v$$

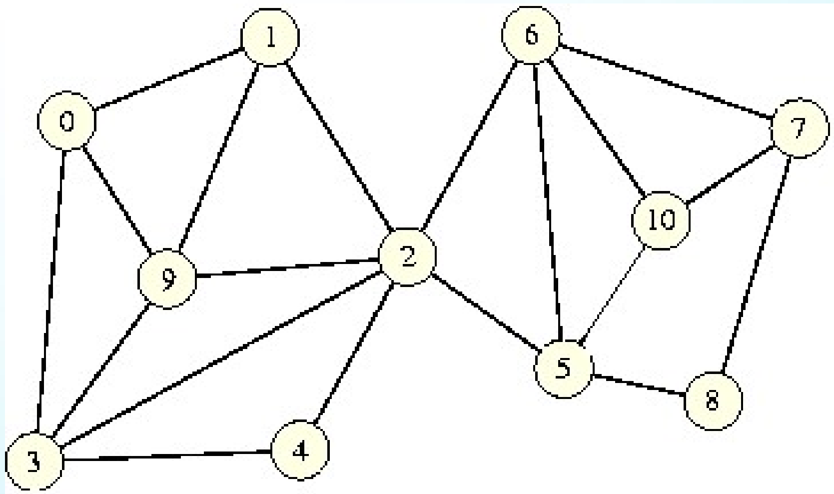
sao cho $\forall i \in \{0,\ldots,n-1\}$, $(x_i, x_{i+1}) \in E$

VD: Các đường đi từ 1 đến 5:

d1: 1 2 5 — Độ dài 2

d2: 1 2 4 3 9 2 5 — Độ dài 6

d3: 1 9 2 3 9 2 5 — Độ dài 6



Chu trình

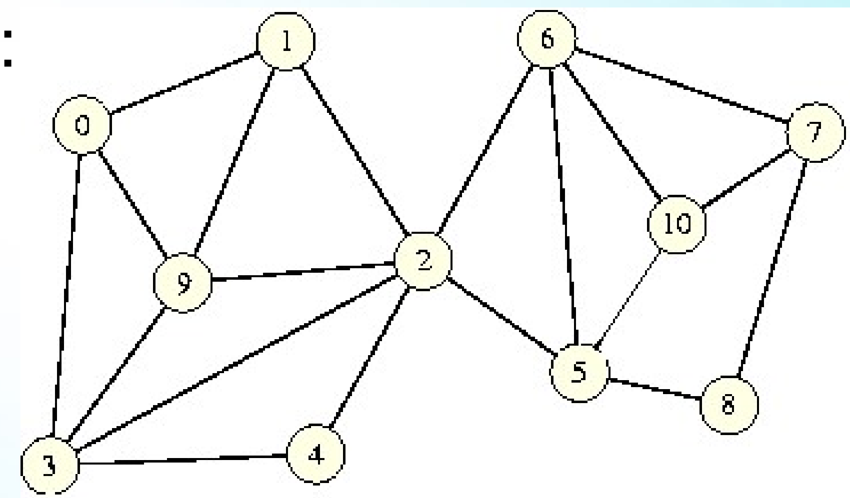
<u>Định nghĩa.</u> Xét đồ thị G = <V, E>. Một chu trình độ dài n (n là một số nguyên dương) là một đường đi có độ dài n với đỉnh đầu và đỉnh cuối trùng nhau

<u>VD:</u> Các chu trình trong đồ thị:

C1: 1 2 9 1 — **Độ dài 2**

C2: 1 9 0 3 9 2 1 — **Độ dài 6**

C3: 1 9 2 3 9 1 — **Độ dài 5**



Đường đi – Chu trình

- Một đường đi (chu trình) được gọi là **đường đi đơn (chu trình đơn)** nếu nó **không lặp lại cạnh nào**.
- Một đường đi (chu trình) được gọi là **đường đi sơ cấp (chu trình sơ cấp)** nếu nó **không lặp lại đỉnh nào**.

VD:

d1: 1 2 5 — Đường đi sơ cấp (hiển nhiên đơn)

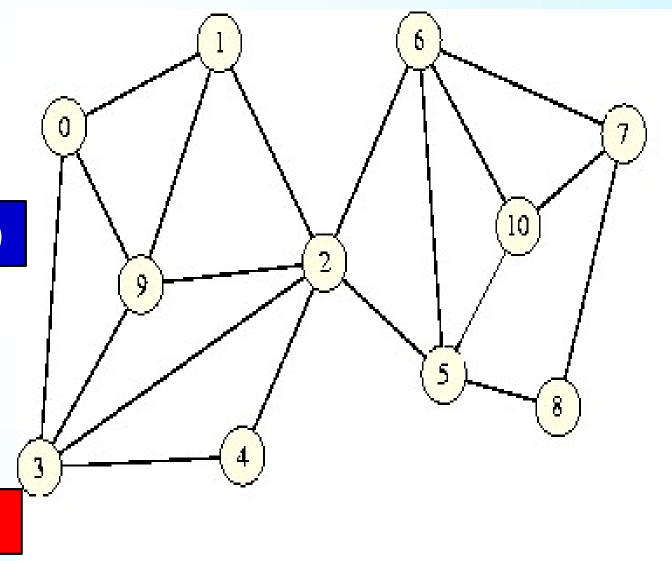
d2: 1 2 4 3 9 2 5 — Đường đi đơn (không sơ cấp)

d3: 1 9 2 3 9 2 5 — Đường đi không đơn (không sơ cấp)

C1: 1 2 9 1 — Chu trình sơ cấp (hiển nhiên đơn)

C2: 1 9 0 3 9 2 1 — Chu trình đơn (không sơ cấp)

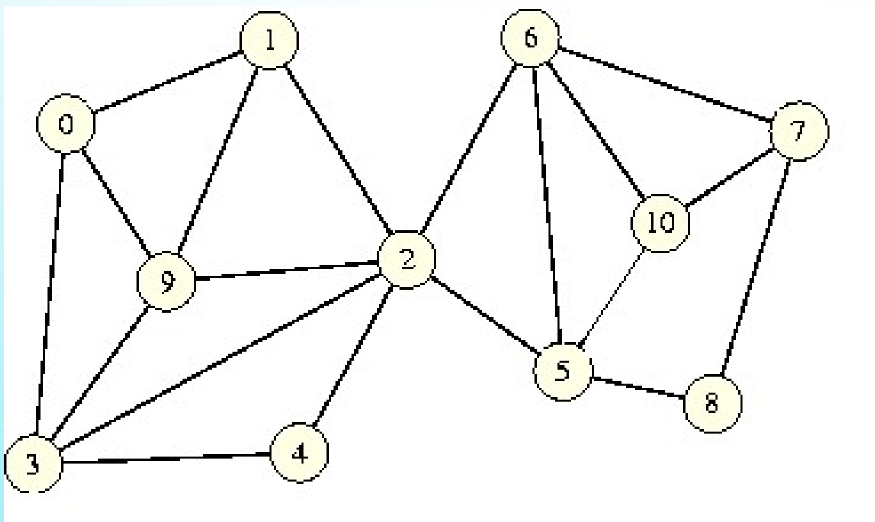
C3: 1 9 2 3 9 1 — Chu trình không đơn (không sơ cấp)



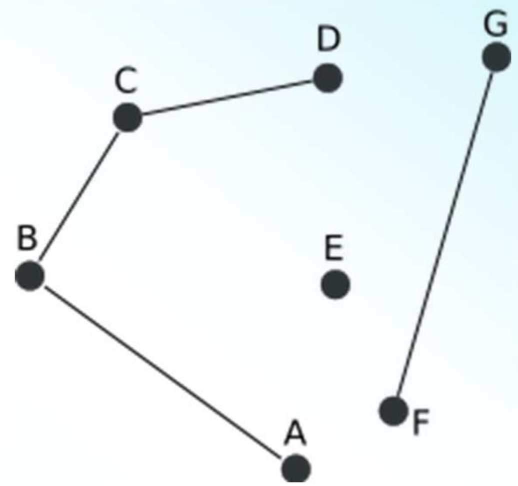
Sự liên thông

<u>Định nghĩa.</u> Xét đồ thị vô hướng G = <V, E>. G được gọi là đồ thị liên thông nếu luôn tồn tại đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của G.

<u>VD:</u>



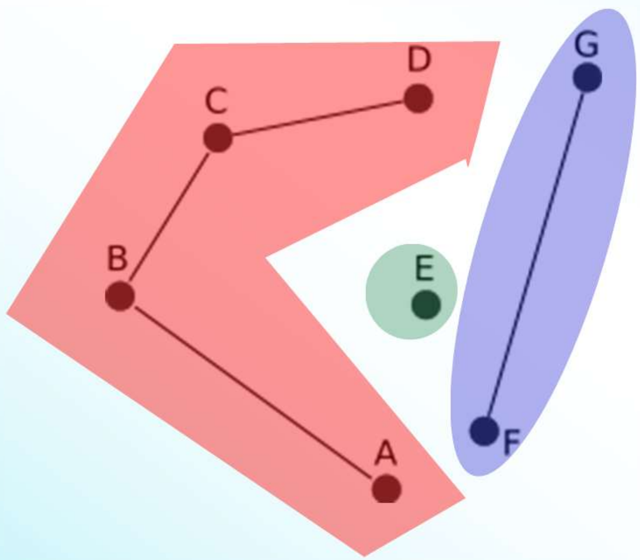
Đồ thị vô hướng liên thông



Đồ thị vô hướng không liên thông

Sự liên thông (tt)

- Một đồ thị không liên thông là hợp của nhiều đồ thị con liên thông rời nhau. Mỗi đồ thị con này được gọi là một **thành phần liên thông** của đồ thị ban đầu.

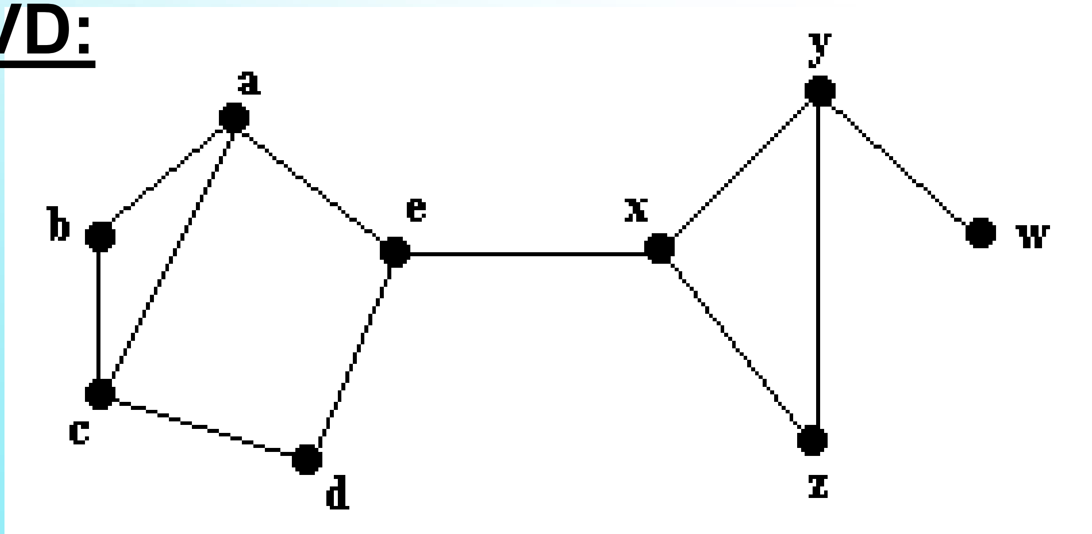


Đồ thị trên có 3 thành phần liên thông

Sự liên thông (tt)

- **Định nghĩa.** Xét đồ thị vô hướng, liên thông G = <V, E>.
  - Đỉnh v được gọi là đỉnh cắt (hay điểm khớp) nếu việc loại bỏ nó (cùng với các cạnh liên thuộc) ra khỏi đồ thị sẽ làm đồ thị mất tính liên thông.
  - Cạnh e được gọi là cạnh cắt (hay cầu) nếu việc loại bỏ nó ra khỏi đồ thị sẽ làm đồ thị mất tính liên thông.

VD:



Đỉnh cắt: e, x, y

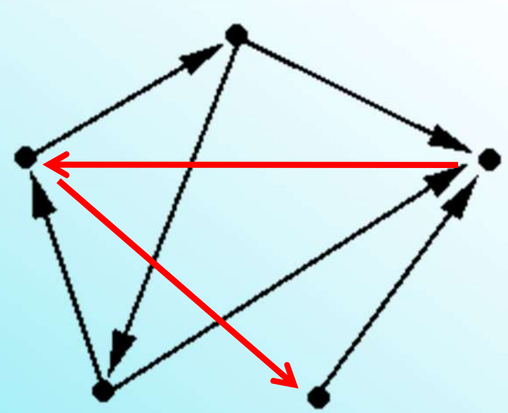
Cạnh cắt: (e,x), (y,w)

Sự liên thông (tt)

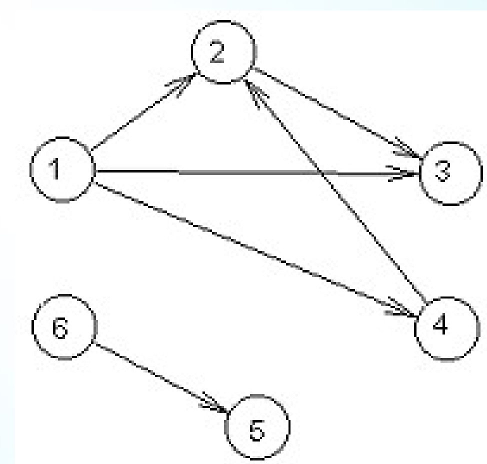
<u>Định nghĩa.</u> Xét đồ thị có hướng G = <V, E>.

- G được gọi là đồ thị **liên thông mạnh** nếu luôn tồn tại đường đi giữa hai đỉnh bất kỳ của G.
- G được gọi là đồ thị **liên thông yếu** nếu đồ thị vô hướng tương ứng với nó (biến các cung 1 chiều thành cạnh 2 chiều) là đồ thị liên thông.

<u>VD:</u>



Đồ thị có hướng liên thông mạnh (hiển nhiên cũng là liên thông yếu)

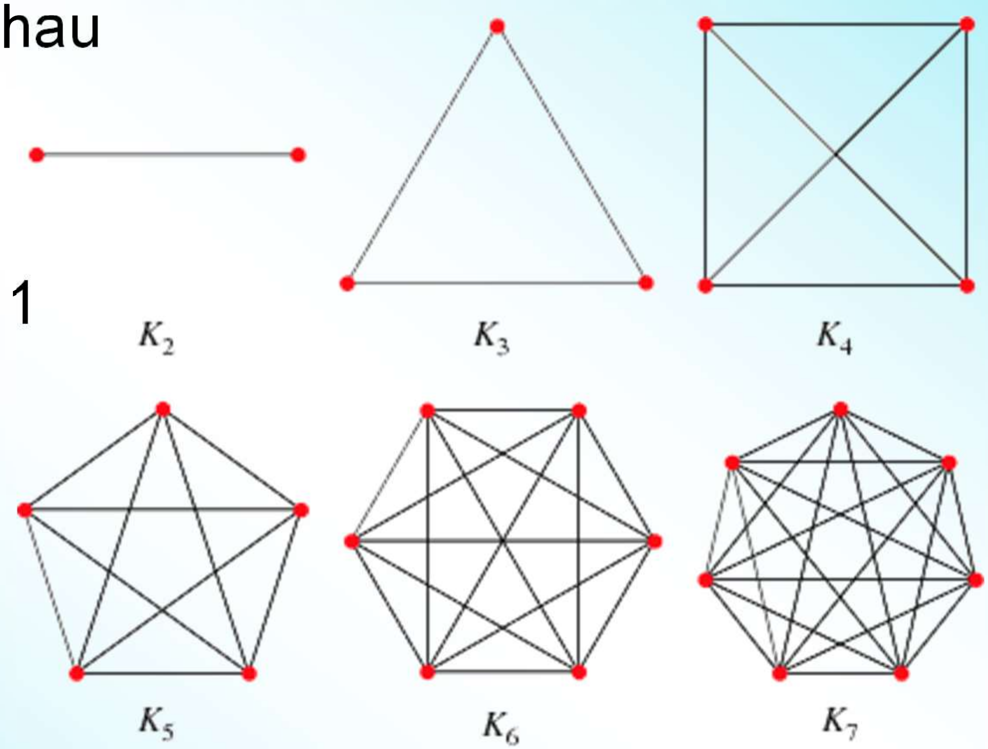


Đồ thị có hướng không liên thông yếu (hiển nhiên không liên thông mạnh)

Một số đơn đồ thị đặc biệt

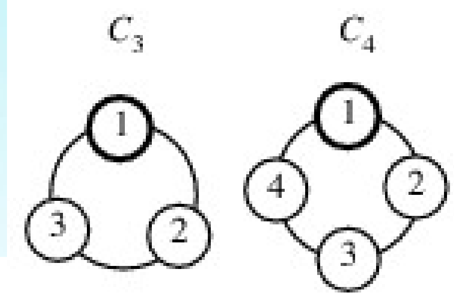
Đồ thị đầy đủ - K_n

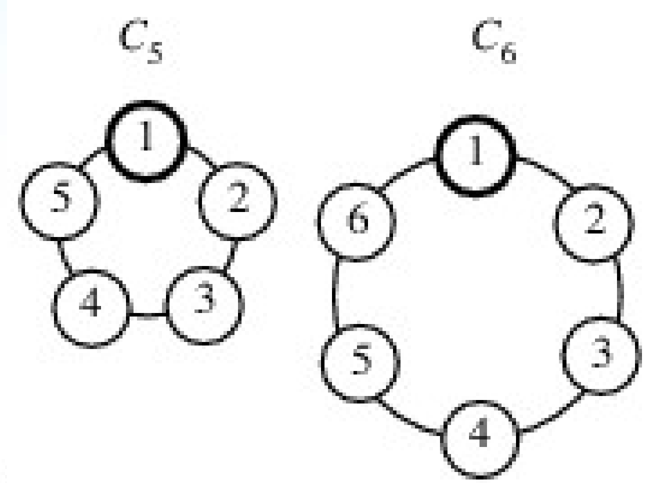
- **Đặc điểm:**
  - Đồ thị vô hướng
  - Hai đỉnh bất kỳ luôn kề nhau
- **Tính chất**
  - n đỉnh
  - Các đỉnh đều có bậc n – 1
  - Số cạnh: $\dfrac{n(n-1)}{2}$

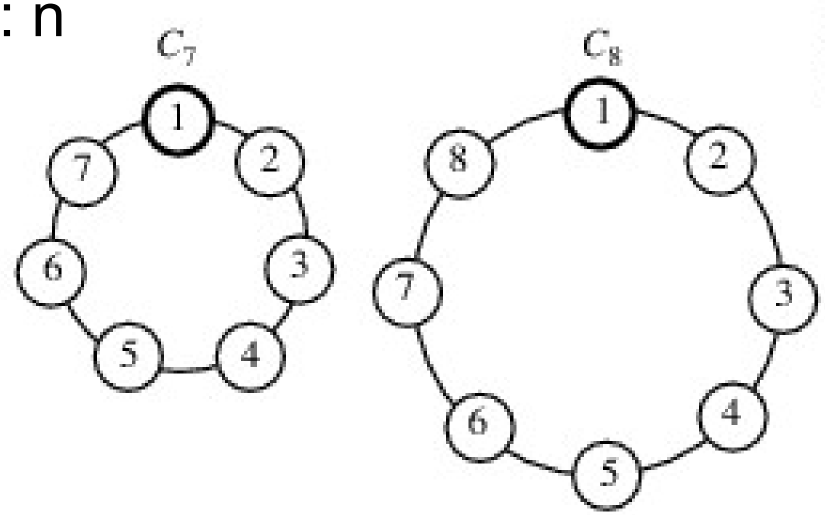


Chu trình vòng - C_n

- **Đặc điểm:**
  - Đồ thị vô hướng
  - Các đỉnh nối với nhau theo vòng tròn
- **Tính chất**
  - n đỉnh
  - Các đỉnh đều có bậc 2
  - Số cạnh: n

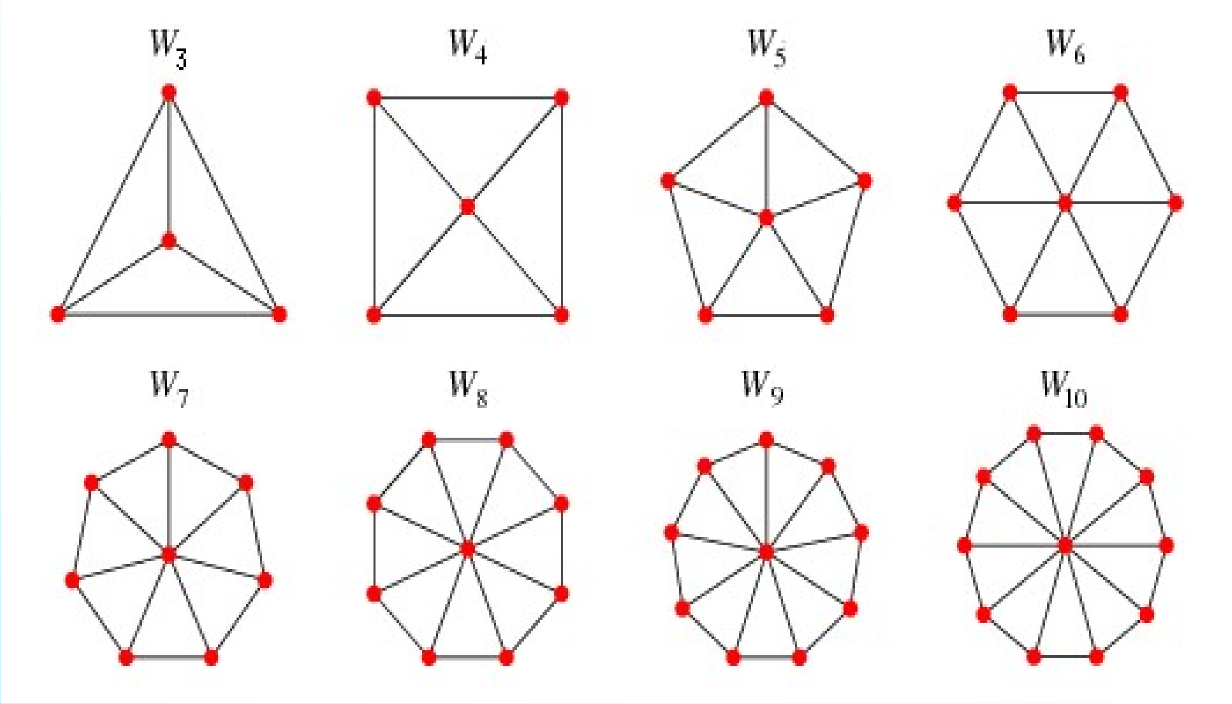






Đồ thị bánh xe - W_n

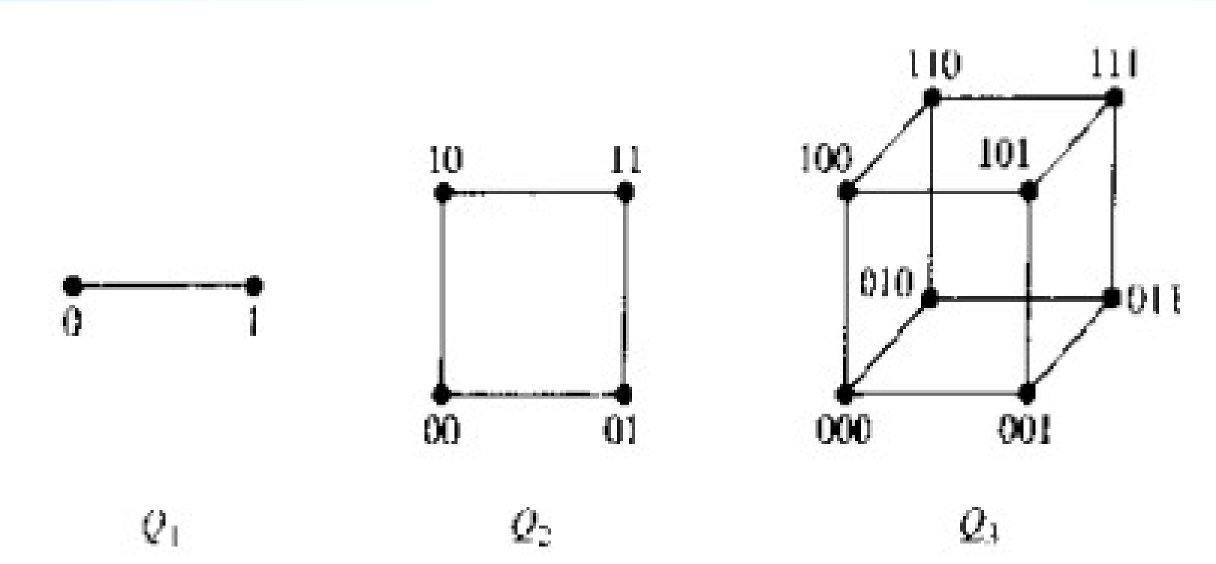
- **Đặc điểm:**
  - Đồ thị vô hướng
  - Hai đỉnh bất kỳ luôn kề nhau



- **Tính chất:**
  - n+1 đỉnh
  - n đỉnh bậc 3, 1 đỉnh bậc n
  - Số cạnh: 2n

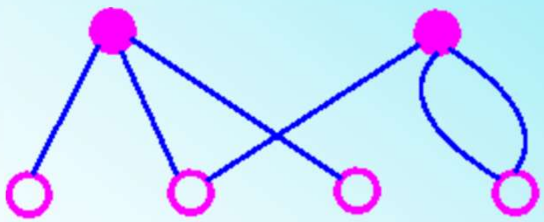
Đồ thị lập phương - W_n

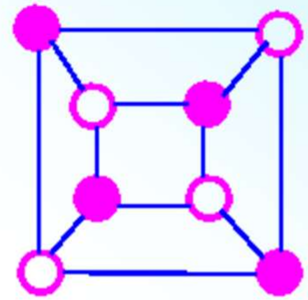
- **Đặc điểm:**
  - Đồ thị vô hướng
  - Các đỉnh biểu diễn cho các dãy n bit.
- **Tính chất:**
  - 2^n đỉnh
  - Các đỉnh đều có bậc n – 1
  - Số cạnh: $(n-1).2^{n-1}$

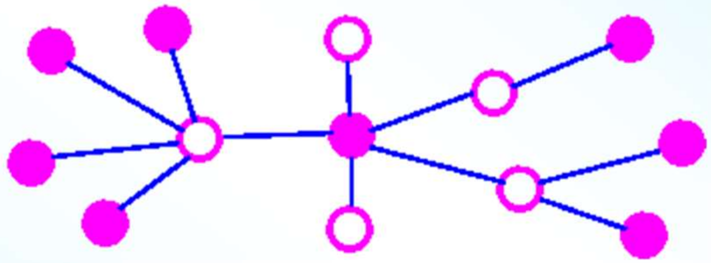


Đồ thị phân đôi (đồ thị khả phân)

- **Định nghĩa.** Một đồ thị G được gọi là đồ thị phân đôi (bipartite graph) nếu tập các đỉnh V có thể phân làm hai tập con không rỗng, rời nhau V_1 và V_2 sao cho mỗi cạnh của đồ thị luôn nối một đỉnh trong V_1 với một đỉnh trong V_2.

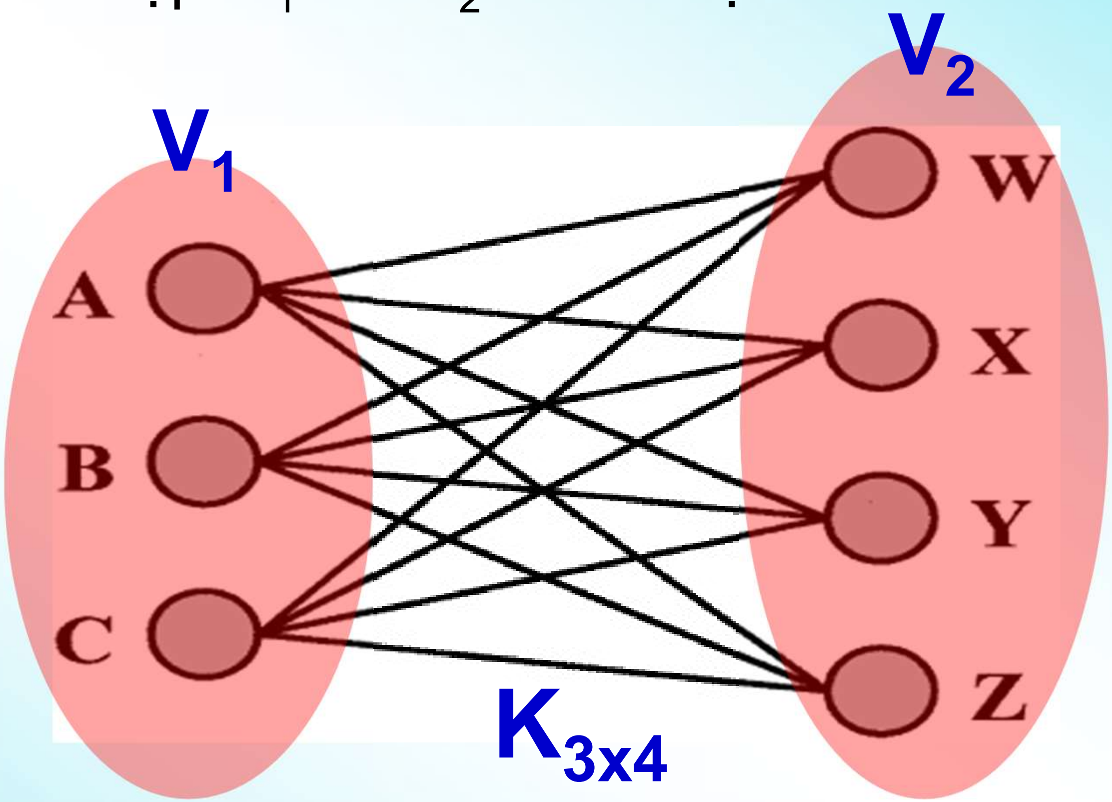






Đồ thị phân đôi đầy đủ

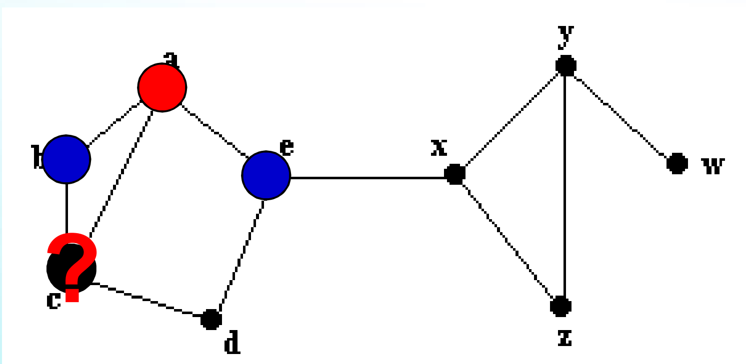
- Đồ thị phân đôi đầy đủ:
  - Đồ thị phân đôi
  - Mọi cặp đỉnh giữa hai tập V_1 và V_2 đều được nối với nhau.



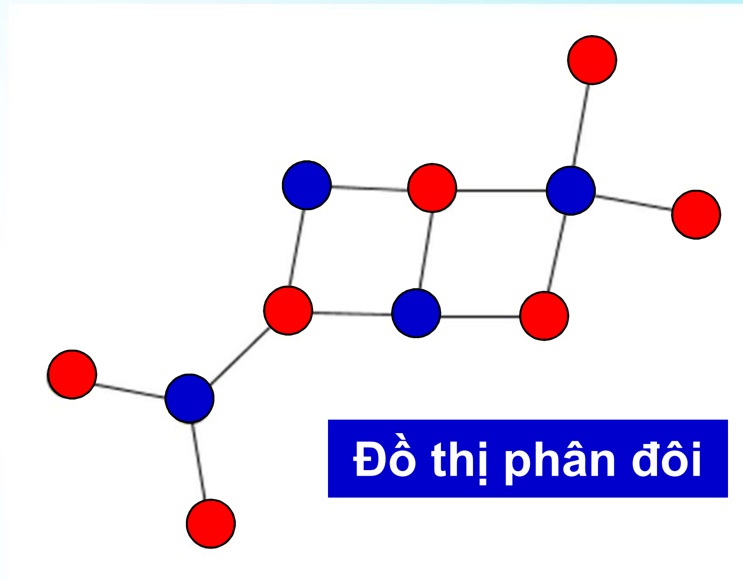
- **Tính chất:** $K_{m,n}$
  - m + n đỉnh
  - mxn cạnh.
  - m đỉnh bậc n, và n đỉnh bậc m

Ví dụ:

- Hãy cho biết trong các đồ thị sau, đồ thị nào là đồ thị phân đôi:



Không là đồ thị phân đôi



Định lý:

Một đồ thị vô hướng là đồ thị phân đôi khi và chỉ khi nó không chứa chu trình với độ dài lẻ

Thuật ngữ Việt - Anh

Đường đi	Path
Chu trình	Circuit
Đường đi (chu trình) đơn	Simple Path (Circuit)
Liên thông	Connected
Liên thông mạnh	Strongly connected
Liên thông yếu	Weakly connected
Đỉnh cắt	Cut Vertex
Cạnh cắt	Cut Edge
Thành phần liên thông	Connected components

Thuật ngữ Việt - Anh

Đường đi	Path
Chu trình	Circuit
Đường đi (chu trình) đơn	Simple Path (Circuit)
Liên thông	Connected
Liên thông mạnh	Strongly connected
Liên thông yếu	Weakly connected
Đỉnh cắt	Cut Vertex
Cạnh cắt	Cut Edge
Thành phần liên thông	Connected components