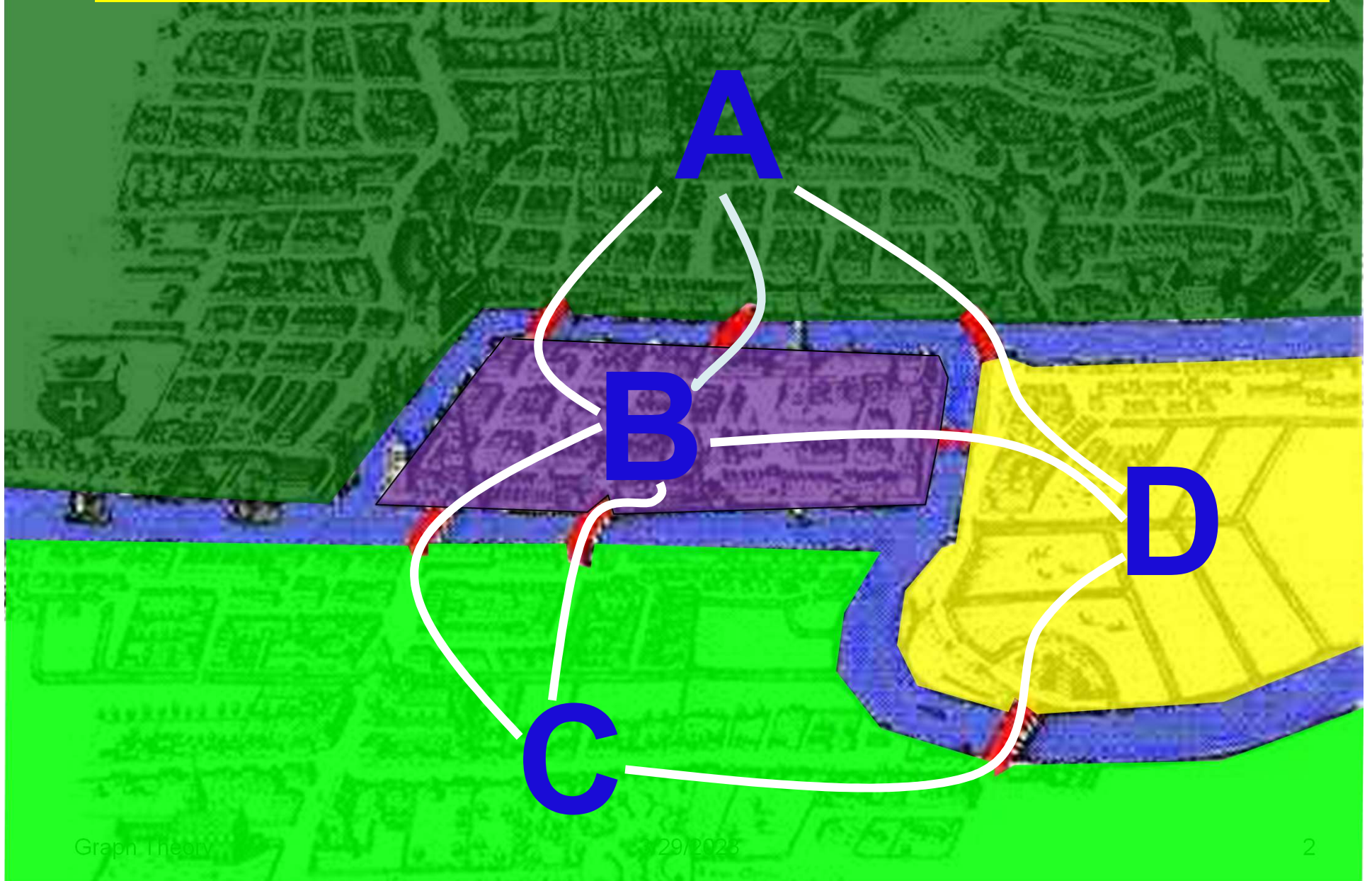
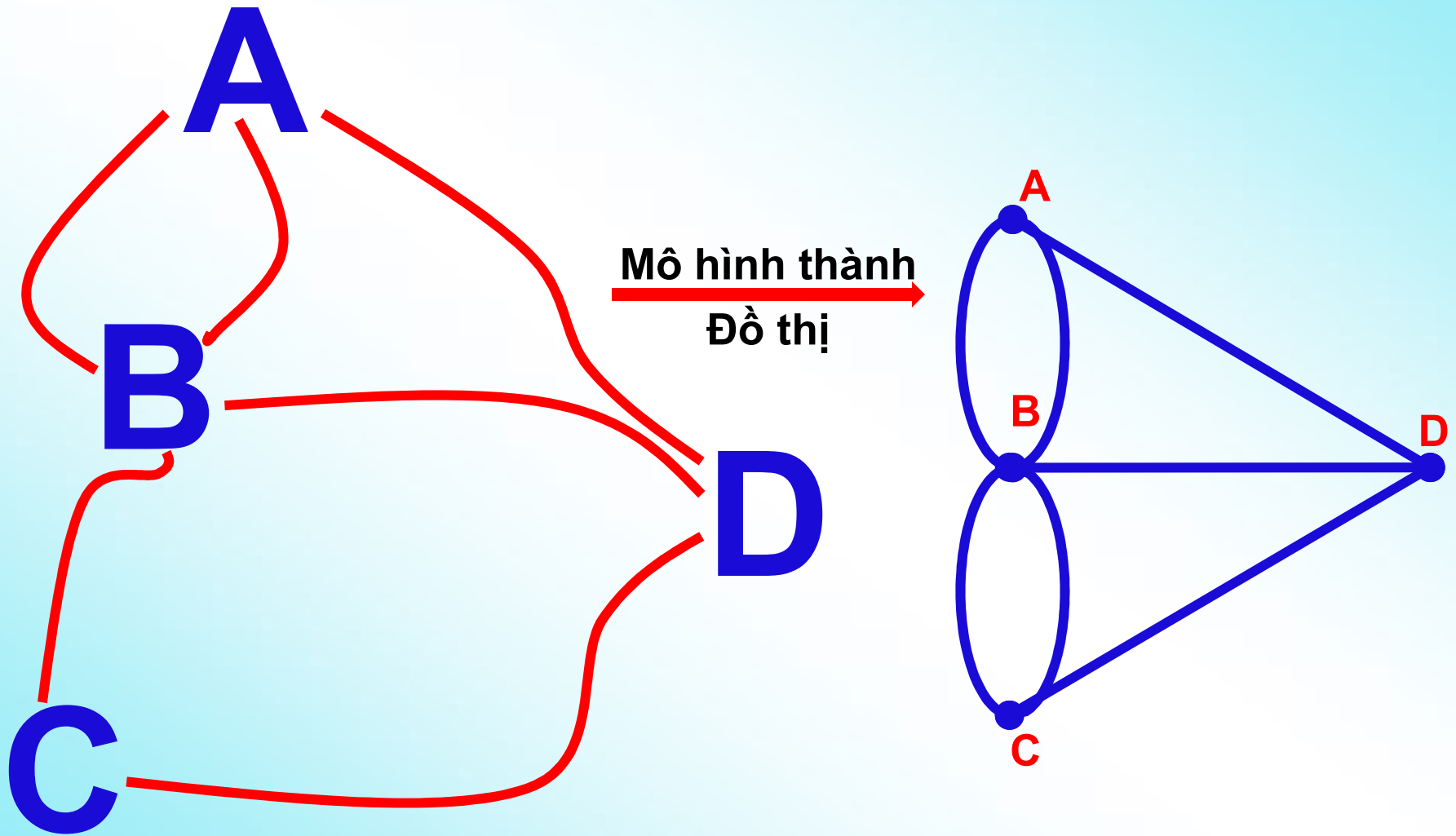


Đồ Thị Euler

Bài toán 7 cái cầu ở TP Königsberg



Bài toán 7 cái cầu ở Tp. Königsberg



Đường đi, chu trình Euler

■ Xét đồ thị $G = \langle V, E \rangle$.

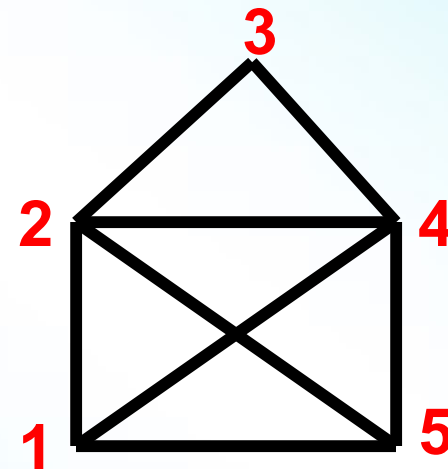
- ◆ Một đường đi trên đồ thị được gọi là đường đi Euler nếu nó đi qua tất cả các cạnh, mỗi cạnh một lần.
- ◆ Một chu trình trên đồ thị được gọi là chu trình Euler nếu nó đi qua tất cả các cạnh, mỗi cạnh một lần.

VD: Đồ thị sau có các đường đi Euler là:

d1: 1 2 3 4 2 5 4 1 5

d2: 1 2 4 3 2 5 1 4 5

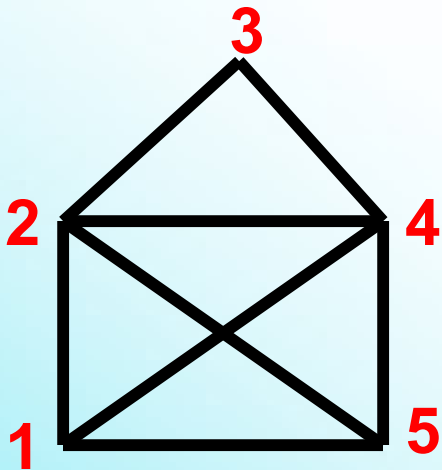
...



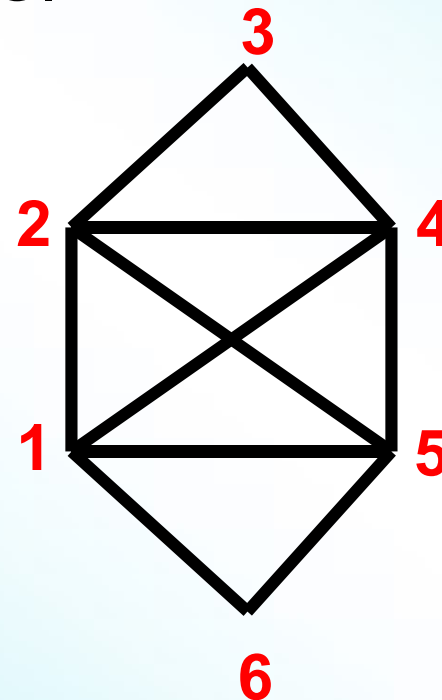
Đồ thị Euler

■ Xét đồ thị $G = \langle V, E \rangle$.

- ◆ Đồ thị G được gọi là đồ thị Euler nếu và chỉ nếu tồn tại một chu trình Euler trong G .
- ◆ Đồ thị G được gọi là đồ thị nửa Euler nếu và chỉ nếu tồn tại một đường đi Euler trong G .



Đồ thị nửa Euler



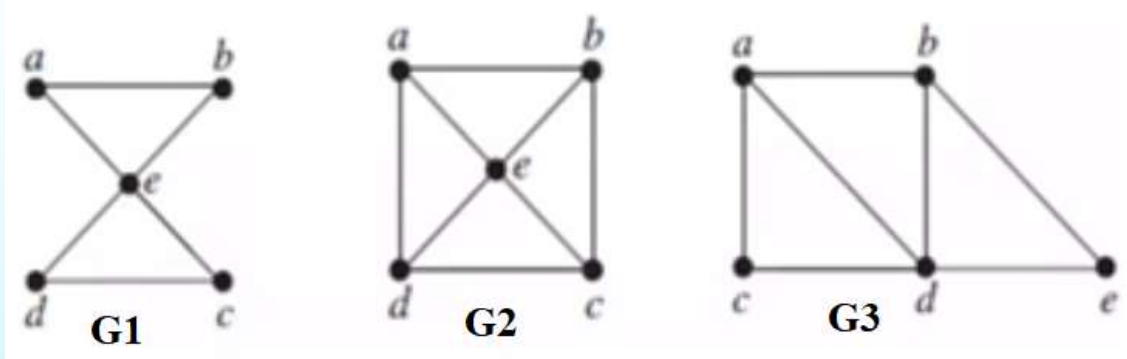
Đồ thị Euler
(hiển nhiên
cũng là đồ thị
nửa Euler).

Định lý Euler

- **Định lý.** Đồ thị vô hướng, liên thông G là đồ thị Euler nếu và chỉ nếu mọi đỉnh của nó đều có bậc chẵn.
- **Hệ quả.** Đồ thị vô hướng, liên thông G là đồ thị nửa Euler nếu và chỉ nếu nó có không quá hai đỉnh bậc lẻ.
- **Định lý:** Xét G là đồ thị có hướng, liên thông mạnh. Khi đó G là đồ thị Euler nếu và chỉ nếu mọi đỉnh của G đều có bán bậc ra bằng bán bậc vào.

VÍ DỤ DƯỜNG ĐI, CHU TRÌNH EULER

VÍ DỤ 1: Trong các đồ thị sau, đồ thị nào có một đường đi Euler hoặc chu trình Euler



G1: Có một chu trình Euler: a,e,c,d,e,b,a

G2: Không có chu trình Euler

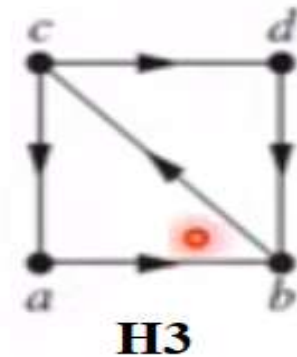
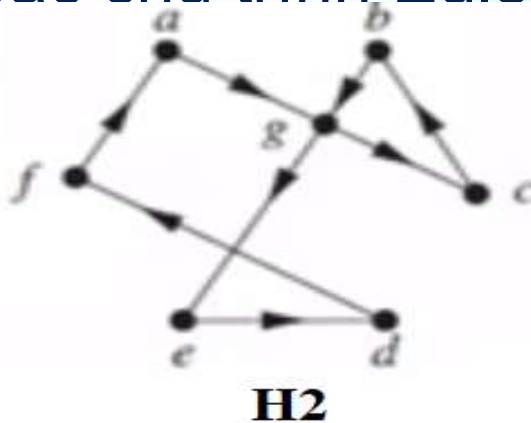
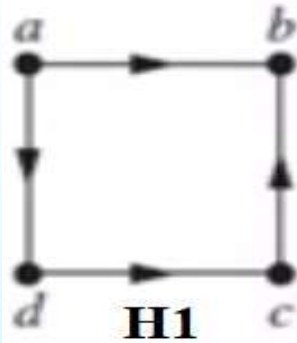
G2: Không có đường đi Euler

G3: Không có chu trình Euler

G3: Có đường đi Euler: a,c,d,e,b,d,a,b

VÍ DỤ DƯỜNG ĐI, CHU TRÌNH EULER

VÍ DỤ 2: Trong các đồ thị sau, đồ thị nào có một đường đi Euler hoặc chu trình Euler



H1: Không có đường đi Euler

H1: Không có chu trình Euler

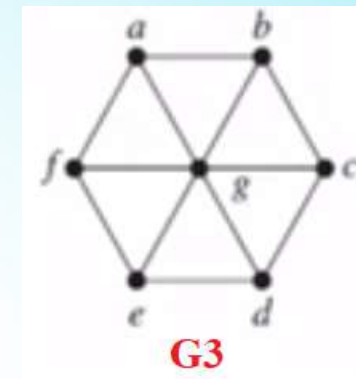
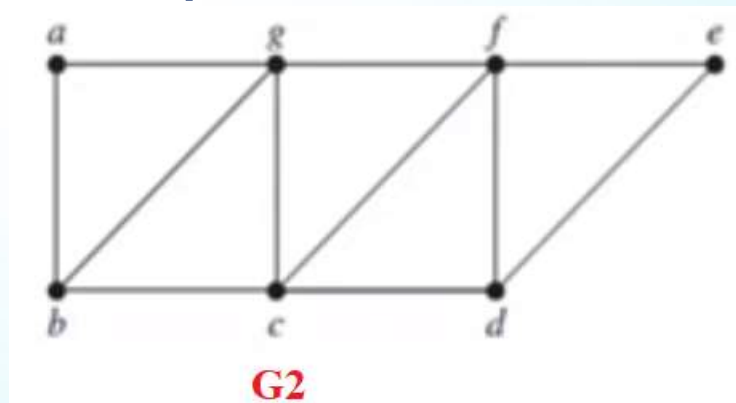
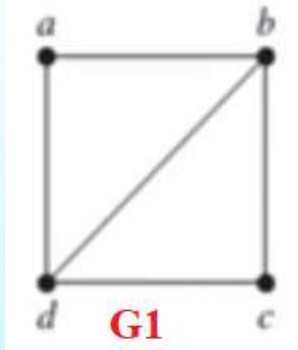
H2: Có một chu trình Euler: a,g,c,b,g,e,d,f,a

H3: Không có chu trình Euler

H3: Có một đường đi Euler: c,a,b,c,d,b

VÍ DỤ DƯỜNG ĐI, CHU TRÌNH EULER

VÍ DỤ 3: Trong các đồ thị sau, đồ thị nào có một đường đi Euler hoặc chu trình Euler



G1: Có 2 đỉnh bậc lẻ: b,d \Rightarrow có một đường đi Euler: d,a,b,c,d,b

G2: Có 2 đỉnh bậc lẻ: b,d \Rightarrow có một đường đi Euler: b,a,g,f,e,d,c,g,b,c,f,d

G3: Không có đường đi Euler vì có 6 đỉnh bậc lẻ

Nhớ lại:

- **Định lý.** Đồ thị vô hướng, liên thông G là đồ thị Euler nếu và chỉ nếu mọi đỉnh của nó đều có bậc chẵn.
- **Hệ quả.** Đồ thị vô hướng, liên thông G là đồ thị nửa Euler nếu và chỉ nếu nó có không quá hai đỉnh bậc lẻ.

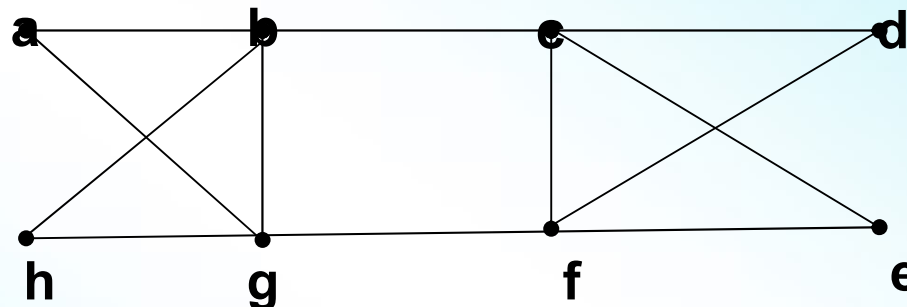
Thuật toán xây dựng chu trình Euler

■ Thuật toán Fleury

- ◆ Bắt đầu từ một đỉnh bất kỳ của đồ thị và tuân theo các quy tắc sau:
 - Quy tắc 1. Khi đi qua một cạnh nào đó thì xóa nó đi và xóa luôn đỉnh cô lập, nếu có.
 - Quy tắc 2. Không bao giờ đi qua cầu (cạnh cắt) trừ phi không còn cách nào khác.

Ví dụ tìm chu trình Euler trong đồ thị

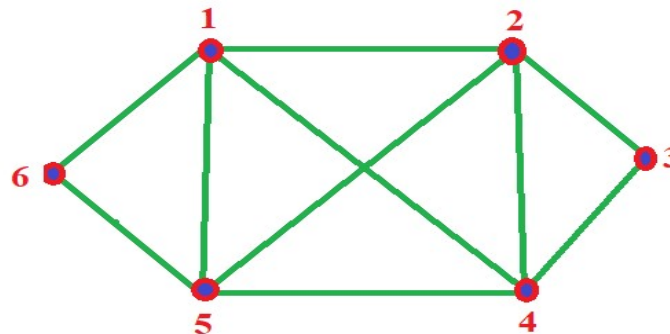
- ◆ Ví dụ 1: Tìm chu trình Euler trong đồ thị sau:



Bước	Đỉnh	Cạnh xét	Cạnh xét là cầu? nếu là cầu còn cạnh khác không?	Hành động xoá	DS các cạnh từ đỉnh xét
1	a	(a,b)	Không phải là cầu	Chọn đi (a,b) \Rightarrow xoá (a,b)	(a,b), (a,g)
2	b	(b,c)	Không phải là cầu	Chọn đi (b,c) \Rightarrow xoá (b,c)	(b,c), (b,g), (b,h)
3	c	(c,d)	Không phải là cầu	Chọn đi (c,d) \Rightarrow xoá (c,d)	(c,d), (c,e), (c,f)
4	d	(d,f)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (d,f) \Rightarrow xoá (d,f)	(d,f)
5	f	(f,e)	Không phải là cầu	Chọn đi (f,e) \Rightarrow xoá (f,e)	(f,e), (f,c), (f,g)
6	e	(e,c)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (e,c) \Rightarrow xoá (e,c)	(e,c)
7	c	(c,f)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (c,f) \Rightarrow xoá (c,f)	(c,f)
8	f	(f,g)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (f,g) \Rightarrow xoá (f,g)	(f,g)
9	g	(g,b)	Không phải là cầu	Chọn đi (g,b) \Rightarrow xoá (g,b)	(g,b), (g,a), (g,h)
10	b	(b,h)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (b,h) \Rightarrow xoá (b,h)	(b,h)
11	h	(h,g)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (h,g) \Rightarrow xoá (h,g)	(h,g)
12	g	(g,a)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (g,a) \Rightarrow xoá (g,a)	(g,a)
Đồ thị không còn cạnh nào \Rightarrow Thuật toán dừng lại					
Đường đi Euler theo thuật toán là: a,b,c,d,f,e,c,f,g,b,h,g,a					

Thuật toán xây dựng chu trình Euler

- ◆ Ví dụ 2: Tìm chu trình Euler trong đồ thị sau:



Bước	Đỉnh	Cạnh xét	Cạnh xét là cầu? nếu là cầu còn cạnh khác không ?	Hành động xoá	DS các cạnh từ đỉnh xét
1	1	(1,2)	Không phải là cầu	Chọn đi (1,2) \Rightarrow xoá (1,2)	(1,2),(1,4),(1,5),(1,6)
2	2	(2,3)	Không phải là cầu	Chọn đi (2,3) \Rightarrow xoá (2,3)	(2,3),(2,4),(2,5)
3	3	(3,4)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (3,4) \Rightarrow xoá (3,4)	(3,4)
4	4	(4,1)	Không phải là cầu	Chọn đi (4,1) \Rightarrow xoá (4,1)	(4,1),(4,2),(4,5)
5	1	(1,5)	Không phải là cầu	Chọn đi (1,5) \Rightarrow xoá (1,5)	(1,5),(1,6)
6	5	(5,2)	Không phải là cầu	Chọn đi (5,2) \Rightarrow xoá (5,2)	(5,2),(5,4),(5,6)
7	2	(2,4)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (2,4) \Rightarrow xoá (2,4)	(2,4)
8	4	(4,5)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (4,5) \Rightarrow xoá (4,5)	(4,5)
9	5	(5,6)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (5,6) \Rightarrow xoá (5,6)	(5,6)
10	6	(6,1)	Là cầu, nhưng không còn cách đi khác	Chọn đi (6,1) \Rightarrow xoá (6,1)	(6,1)
			Đồ thị không còn cạnh nào \Rightarrow Thuật toán dừng lại		
			Đường đi Euler theo thuật toán là: 1,2,3,4,1,5,2,4,5,6,1		