

ĐÁP ÁN KIỂM TRA GIỮA KỲ

MÔN HỌC: XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Thời gian làm bài : 60p-không kể chép đề

Câu 1(3đ). Tỷ lệ hút thuốc ở một vùng là 35%. Theo thống kê biết rằng tỷ lệ viêm họng trong số người hút thuốc là 60%, còn trong số người không hút thuốc là 30%. Khám ngẫu nhiên một người thì thấy anh ta bị viêm họng.

a) Tìm xác suất để đó là người hút thuốc.

b) Nếu anh ta không bị viêm họng thì xác suất đó là bao nhiêu.

Giải:

a) Gọi $A = \{\text{chọn ra người bị viêm họng}\}$

$B = \{\text{người được chọn ra bị nghiện thuốc}\}$

Khi đó B và \bar{B} là nhóm đầy đủ, hơn nữa:

$$P(B) = 0,35; P(\bar{B}) = 0,65; P(A/B) = 0,6; P(A/\bar{B}) = 0,4$$

Từ đó theo công thức xác suất đầy đủ ta có: $P(A) = 0,35 \cdot 0,6 + 0,65 \cdot 0,4 = 0,47$

từ đó ta có

b) mặt khác, $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,53$, suy ra :

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}/B)P(B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,3 \cdot 0,35}{0,53} \approx 0,198$$

Câu 2(2đ). Bắn ba viên đạn vào một máy bay với xác suất trúng tương ứng là 0,4; 0,5; 0,7. Nếu trúng một phát thì xác suất rơi của máy bay là 0,2. Nếu trúng 2 phát thì xác suất rơi của máy bay là 0,6. Còn nếu trúng 3 phát thì chắc chắn máy bay rơi, tìm xác suất để máy bay rơi.

Giải: gọi $A = \{\text{máy bay rơi}\}$, ($A_i = \{\text{máy bay bị bắn trúng } i \text{ phát}\}$), $B_i = \{\text{viên thứ } i \text{ trúng}\}$, ($i=1,2,3$). Khi đó $A = A_1 + A_2 + A_3$ và các A_i là độc lập.

Ta có

$$\begin{aligned} A_1 &= B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3 + \bar{B}_1 B_2 \bar{B}_3 + \bar{B}_1 \bar{B}_2 B_3 \\ \Rightarrow P(A_1) &= 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \\ \Rightarrow P(A_1) &= 0,36 \end{aligned}$$

Tương tự ta tính được $p(A_2) = 0,41$, $p(A_3) = 0,14$

Ta có $p(A/A_1) = 0,2; p(A/A_2) = 0,6; p(A/A_3) = 1$, từ đó ta có:

$$\begin{aligned} p(A) &= p(A/A_1)p(A_1) + p(A/A_2)p(A_2) + p(A/A_3)p(A_3) \\ &= 0,2 \cdot 0,36 + 0,6 \cdot 0,41 + 1 \cdot 0,14 \\ &= 0,458 \end{aligned}$$

Câu 3(3đ). Biến ngẫu nhiên X có bảng phân phối sau:

X	1	2	3
P(X)	0,2	0,5	0,3

a) tìm $E(X); Var(X); \delta(X)$

b) tìm $E(X^2 + X + 1)$

HD:

a) ta có $E(X) = 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,3 = 2,1$,

$$E(X^2) = 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,5 + 3^2 \cdot 0,3 = 4,9$$

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X) = 4,9 - 2,1^2 = 0,49, \delta(X) = \sqrt{Var(X)} = 0,7$$

$$b) E(X^2 + X + 1) = E(X^2) + E(X) + 1 = 4,9 + 2,1 + 1 = 8$$

Câu 4(2đ). Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} ke^x : x \in [1, 2] \\ 0 : x \notin [1, 2] \end{cases}$$

a) Tìm k

b) Tìm $E(X)$

a) theo tính chất của hàm mật độ suy ra :

$$\int_1^2 ke^x dx = 1 \Rightarrow k(e^2 - e) = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{e^2 - e}$$

b) theo công thức

$$\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \frac{1}{e^2 - e} \int_1^2 xe^x dx = \frac{1}{e^2 - e} (xe^x - e^x) \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{e^2 - e} e^2 = \frac{e^2}{e^2 - e} \approx 1,581 \end{aligned}$$

Câu 5.Bonus(2đ). Cho biến ngẫu nhiên hai chiều $V(X, Y)$ có bảng phân phối ngẫu nhiên như sau:

X \ Y	0	1	2
1	0.1	0.05	0.25
2	0.2	0.25	0.15

a) Từ bảng phân phối trên hãy lập bảng phân phối thành phần của từng biến ngẫu nhiên.

Bảng ngẫu nhiên của X:

X	1	2
P(X)	0,4	0,6

Bảng ngẫu nhiên của Y:

Y	0	1	2
P(Y)	0,3	0,3	0,4

b) tìm kì vọng, phương sai, độ lệch chuẩn của mỗi biến ngẫu nhiên.

$$E(X) = 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,6 = 1,6;$$

$$Var(X) = 1^2 \cdot 0,4 + 2^2 \cdot 0,6 - 1,6^2 = 0,24; \delta(X) = \sqrt{Var(X)} \approx 0,49$$

$$E(Y) = 0 \cdot 0,3 + 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,4 = 1,1$$

$$Var(Y) = 1^2 \cdot 0,3 + 2^2 \cdot 0,4 - 1,1^2 = 0,69; \delta(Y) = \sqrt{Var(Y)} \approx 0,83$$