



GV. Trần Trung Kiên



Nội dung

1. Mệnh đề
 2. Logic và mệnh đề
 3. Ứng dụng của Logic mệnh đề
- 

1. Mệnh đề

1.1. Khái niệm về mệnh đề: Mệnh đề toán học là khái niệm cơ bản của toán học không được định nghĩa mà chỉ được mô tả.

- ✓ Chúng ta ký hiệu các mệnh đề bởi các chữ cái P, Q, R,...
- ✓ Chân trị của mệnh đề

Mệnh đề toán học (gọi tắt là **mệnh đề**) là một khẳng định có giá trị chân lý xác định (đúng hoặc sai, nhưng không thể vừa đúng vừa sai).

- Khi mệnh đề P đúng ta nói P có **chân trị đúng**, ngược lại ta nói P có **chân trị sai**.
- Chân trị đúng và chân trị sai sẽ được ký hiệu lần lượt là **1(hay T, True)** và **0(hay F, False)**

1. Mệnh đề

➤ **Lưu ý:** Trong thực tế có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời điểm nào, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí đúng hoặc sai. Chẳng hạn:

- ▪ Sáng nay bạn An đi học.
- ▪ Trời mưa.
- ▪ Học sinh tiểu học đang đi nghỉ hè.

1. Mệnh đề

❖ Ta thừa nhận các luật sau đây của logic mệnh đề:

- Luật bài trùng: Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng, hoặc sai; không có mệnh đề nào không đúng cũng không sai.
- Luật mâu thuẫn: Không có mệnh đề nào vừa đúng lại vừa sai.

❖ Có những mệnh đề mà ta không biết (hoặc chưa biết) đúng hoặc sai nhưng biết "chắc chắn" nó nhận một giá trị. Chẳng hạn: Trên sao Hỏa có sự sống.

1. Mệnh đề

❖ Mệnh đề và câu

Mệnh đề có thể là một câu nhưng không phải mọi câu đều là mệnh đề. Có thể chia các câu trong khoa học cũng như trong cuộc sống ra làm hai loại:

- loại thứ nhất gồm những câu phản ánh tính đúng hoặc sai một thực tế khách quan
- loại thứ hai gồm những câu không phản ánh tính đúng hoặc sai một thực tế khách quan nào.

Những câu thuộc loại thứ nhất là chính những mệnh đề. Vì vậy có thể nói: “Mệnh đề là một câu khẳng định có tính chất hoặc đúng hoặc sai”.

1. Mệnh đề

Ví dụ:

- 1. "Paris là thủ đô của nước Pháp" là mệnh đề đúng.
- 2. "Nước Việt Nam nằm ở châu Âu" là mệnh đề sai.
- 3. "Tháng 12 có 28 ngày" là mệnh đề sai.
- 4. "Một năm có 12 tháng và mỗi tuần có 7 ngày" là mệnh đề đúng.
- 5. "20 là số chẵn" là mệnh đề đúng.
- 6. "Số 123 chia hết cho 3" là mệnh đề đúng.
- 7. "2 cộng với 3 bằng 7" là mệnh đề sai.
- 8. "15 lớn hơn 30" là mệnh đề sai.

1. Mệnh đề

Ví dụ:

- “Cuốn sách này giá bao nhiêu tiền?”
- “Bao giờ lớp mình đi tham quan Đền Hùng?”
- “Ôi! ngôi nhà mới đẹp làm sao!”
- “Tất cả hãy anh dũng tiến lên!”

Các câu trên đều không phải là mệnh đề.

nói chung những câu nghi vấn, câu cảm thán, câu mệnh lệnh đều không là mệnh đề.

1. Mệnh đề

Mệnh đề lôgic và mệnh đề mờ

Nếu như trong Lôgic toán, một mệnh đề chỉ có thể nhận một trong hai giá trị chân lí 0 hoặc 1 thì trong Trí tuệ nhân tạo người ta dùng lôgic mờ, mà ở đó giá trị chân lí của một mệnh đề là một số nằm giữa 0 và 1. Mệnh đề có giá trị chân lí 0 là sai, có giá trị chân lí 1 là đúng. Còn giá trị chân lí nằm giữa 0 và 1 chỉ ra mức độ thay đổi của chân lí.

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

Tên gọi	Biểu tượng
Phép phủ định	\neg
Phép hội	\wedge
Phép tuyển	\vee
Phép kéo theo	\rightarrow
Phép tương đương	\leftrightarrow

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

- ⊕ Phủ định của mệnh đề a là một mệnh đề, kí hiệu là \bar{a}
- ⊕ đúng khi a sai và sai khi a đúng.

Bảng giá trị chân lý của phép phủ định

a	\bar{a}
0	1
1	0

Nếu a = “Paris là thủ đô của nước Pháp” thì mệnh đề phủ định \bar{a} có thể diễn đạt như sau: \bar{a} = “Không phải Paris là thủ đô của nước Pháp” hoặc \bar{a} = “Paris không phải là thủ đô của nước Pháp”. Ở đây $G(a) = 1$ còn $G(\bar{a}) = 0$.

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

- ⊕ Phép hội của hai mệnh đề P và Q được ký hiệu bởi $P \wedge Q$ (đọc là "P và Q") là một mệnh đề có giá trị được xác định bởi bảng chân trị sau:

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- ⊕ Ví dụ:
P : "2 là số nguyên tố"
Q : "2 là số chẵn"
 $P \wedge Q$: "2 là số nguyên tố" và "2 là số chẵn"

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

- ⊕ Phép tuyển của hai mệnh đề P và Q được ký hiệu bởi $P \vee Q$ (đọc là " P hoặc Q ") là một mệnh đề có giá trị được xác định bởi bảng chân trị sau:

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- ⊕ Ví dụ:

P : "*An đang đọc báo*"

Q : "*An đang đá banh*"

$P \vee Q$: "*An đọc báo*" hoặc "*An đang đá banh*"

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

- ⊕ Mệnh đề P kéo theo mệnh đề Q được ký hiệu bởi $P \rightarrow Q$ là một mệnh đề có giá trị được xác định bởi bảng chân trị sau:

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

P: giả thuyết;

Q: kết luận;

Cách đọc:

"P kéo theo Q"

"Nếu P thì Q"

"Q chỉ nếu P"

- ⊕ Ví dụ:

P : "chạch đẻ ngọn đa"

Q : "ta lấy nàng"

$P \rightarrow Q$: Nếu thì

2. Logic và mệnh đề

2.1. Các phép toán trên mệnh đề:

- ⊕ Mệnh đề P tương đương mệnh đề Q được ký hiệu bởi $P \leftrightarrow Q$ là một mệnh đề có giá trị được xác định bởi $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ có bảng chân trị sau:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Cách đọc:

"P nếu và chỉ nếu Q"

"Nếu P thì Q và ngược lại"

- ⊕ Ví dụ:

$P \leftrightarrow Q$: *"Một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi nó có tổng các chữ số chia hết cho 3"*

2. Logic và mệnh đề

2.2. Độ ưu tiên của các phép toán logic:

Cấp ưu tiên	Thực hiện
1	Các phép toán trong ngoặc
2	Phép phủ định (\neg)
3	Phép hội (\wedge)
4	Phép tuyển (\vee)
5	Phép kéo theo (\rightarrow), Phép tương đương (\leftrightarrow)

2. Logic và mệnh đề

2.3. Mệnh đề phức hợp và tương đương logic:

✚ Định nghĩa 1:

- ⊕ Mệnh đề được xây dựng từ một số mệnh đề ban đầu nhờ liên kết chúng lại bằng các phép toán logic (phủ định, hội, tuyển, kéo theo và tương đương) gọi là **mệnh đề phức hợp hay công thức**.
- ⊕ Mệnh đề không được xây dựng từ các mệnh đề khác qua các phép toán logic gọi là **mệnh đề sơ cấp**.

✚ Định nghĩa 2:

- ⊕ **Hằng đúng hay định lý (đôi khi còn gọi là luật)** là mệnh đề phức hợp luôn luôn có giá trị đúng.
- ⊕ **Hằng sai hay gọi là mâu thuẫn** là mệnh đề phức hợp luôn có giá trị sai.

2. Logic và mệnh đề

2.4. Một số qui luật logic thường được sử dụng trong lập luận và chứng minh

Luật	Nội dung
Phủ định của phủ định	$\neg (\neg P) = P$
De Morgan	$\neg (P \wedge Q) = \neg P \vee \neg Q$ $\neg (P \vee Q) = \neg P \wedge \neg Q$
Giao hoán	$(P \wedge Q) = (Q \wedge P); (P \vee Q) = (Q \vee P)$
Kết hợp	$P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R$ $P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R$
Phân bố	$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$ $P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

2. Logic và mệnh đề

2. 4. Một số luật logic

Luật	Nội dung
Lũy đẳng	$P \wedge P = P$; $P \vee P = P$
Phản tử bù	$\neg P \wedge P = 0$; $\neg P \vee P = 1$
Thông trị	$P \wedge 0 = 0$; $P \vee 1 = 1$
Hấp thụ	$P \wedge (P \vee Q) = P$; $P \vee (P \wedge Q) = P$
Phản đảo	$P \rightarrow Q = \neg Q \rightarrow \neg P$
Trung hòa	$P \wedge 1 = P$; $P \vee 0 = P$
Kéo theo	$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q$

* Có thể chứng minh các định lý trên bằng cách lập bảng chân trị.

2. Logic và mệnh đề

2.4. Một số luật logic

TT	Công thức đồng nhất và bằng nhau	Công thức hằng đúng
1	$P \wedge P = P$ $P \wedge \bar{P} = 0$ $P \vee \bar{P} = 1$ $P \wedge 1 = P$ $P \vee 0 = P$ $P \vee 1 = 1$ $P \wedge 0 = 0$ $P \vee (P \wedge Q) = P$ $P \wedge (P \vee Q) = P$	$\models P \rightarrow (Q \rightarrow P)$ $\models (P \rightarrow (Q \rightarrow Z)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Z))$ $\models (P \wedge Q) \rightarrow P$ $\models (P \wedge Q) \rightarrow Q$ $\models (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow Z) \rightarrow (P \rightarrow (Q \wedge Z)))$ $\models P \rightarrow (P \vee Q)$ $\models Q \rightarrow (P \vee Q)$ $\models (P \rightarrow Z) \rightarrow ((Q \rightarrow Z) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow Z))$ $\models (P \rightarrow Q) \rightarrow (\bar{Q} \rightarrow \bar{P})$ $\models P \rightarrow \bar{\bar{P}}$ $\models \bar{\bar{P}} \rightarrow P$

3. Ứng dụng của Logic mệnh đề

1. Viết
2. Nói
3. Tìm kiếm trên mạng (search engines)
4. Toán học
5. Các chương trình máy tính (logic in programming)
6. ...

3. Ứng dụng của Logic mệnh đề

- Ví dụ 1 Logic trong tìm kiếm trên mạng
- Ví dụ 2 Logic trong lập trình (Logic in programming)
- Ví dụ 3 Logic trong cách nói ở gia đình
- Ví dụ 4 Logic trong tính toán
- Ví dụ 5 Logic trong đời sống

Ví dụ 6

- Tìm số tự nhiên a biết rằng trong 3 mệnh đề dưới đây có 2 mệnh đề là đúng và 1 mệnh đề là sai.

1/ $a + 51$ là số chính phương

2/ Chữ số tận cùng của a là 1

3/ $a - 38$ là số chính phương

Ví dụ 7

- Tại Tiger Cup 98 có bốn đội lọt vào vòng bán kết: Việt Nam, Singapor, Thái Lan và Indônêxia. Trước khi thi đấu vòng bán kết, ba bạn Dụng, Quang, Trung dự đoán như sau:
- Dụng: Singapor nhì, còn Thái Lan ba. Quang: Việt Nam nhì, còn Thái Lan tư. Trung: Singapor nhất và Indônêxia nhì.
- Kết quả, mỗi bạn dự đoán đúng một đội và sai một đội. Hỏi mỗi đội đã đạt giải mấy?

Ví dụ 8

Giữa công tắc và dây may so của một chiếc Bàn là có role tự ngắt (để khi dây may so nóng đến nhiệt độ quy định cho phép thì role tự ngắt mạch điện cho Bàn là được an toàn).

Hãy thiết lập nguyên tắc logic của quá trình hoạt động của chiếc Bàn là đó (thiết lập mối liên hệ giữa việc đóng, ngắt mạch của công tắc, role với nhiệt độ cho phép của dây may so).