

**Học phần:** Cấu trúc dữ liệu và giải thuật  
**Số tín chỉ:** 3  
**Mã học phần:** INT1306

**Lớp:** D22CN – AT – PT, D21DT  
**Hệ đào tạo:** Đại học chính quy  
**Thời gian làm bài:** 75 phút

**Ca 2: 10h00 – 11h15 – Đề 2**

**BÀI 1. TẬP CON ĐẦY ĐỦ**

*Thời gian: 1s*

Cho danh sách  $N$  chuỗi ký tự. Mỗi chuỗi có độ dài không quá 100 và chỉ bao gồm các ký tự viết thường từ  $a$  đến  $z$ .

Hãy đếm xem có bao nhiêu tập con của tập  $N$  chuỗi kể trên khi ghép lại sẽ đầy đủ 26 chữ cái từ  $a$  đến  $z$ .

**Input**

Dòng đầu ghi số  $N$  ( $1 \leq N \leq 25$ ).

Tiếp theo là  $N$  dòng, mỗi dòng ghi một chuỗi ký tự viết thường. Dữ liệu đảm bảo không có hai chuỗi nào giống nhau.

**Output**

Ghi ra tổng số tập con của tập  $N$  từ thỏa mãn đầy đủ 26 ký tự chữ cái.

**Ví dụ**

Input	Output
8 the quick brown fox jumps over lazy dog	1

**Subtask:**

- Subtask 1 (60%):  $N \leq 20$
- Subtask 2 (40%): Không có ràng buộc gì thêm

## BÀI 2. K TỔNG NHỎ NHẤT

Thời gian: 1s

Cho K dãy số, mỗi số có K phần tử, tạo nên một bảng có kích thước  $K \times K$

Như vậy ta sẽ có  $K^K$  cách chọn một phần tử ở mỗi hàng và tính tổng của chúng. Hãy tính K tổng nhỏ nhất trong số  $K^K$  cách này.

### Input

Dòng đầu tiên ghi số nguyên dương K (không quá 300)

Tiếp theo là K dòng, mỗi dòng ghi K số nguyên (trị tuyệt đối không quá  $10^6$ ).

### Output

Ghi ra một dòng gồm K số lần lượt là K tổng nhỏ nhất có thể tạo được.

Dãy K số này cần liệt kê theo thứ tự không giảm.

### Ví dụ

Input	Output
3	9 10 12
1 8 5	
9 2 5	
10 7 6	

## BÀI 3. DSA\_P106. HÌNH CHỮ NHẬT LỚN NHẤT

Cho bảng hình chữ nhật có kích thước  $N \times M$ , các ô trong bảng chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1. Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm hình chữ nhật chứa toàn số 1, các cạnh song song với trục tọa độ và có diện tích lớn nhất có thể.

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi hai số nguyên N và M ( $N, M \leq 1000$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên mô tả bảng.

### Output:

Với mỗi test, in ra kích thước 2 cạnh của hình chữ nhật (cạnh nhỏ và cạnh lớn). Nếu có nhiều đáp án, in ra đáp án thỏa mãn hiệu của cạnh lớn và cạnh nhỏ là bé nhất có thể.

**Ví dụ:**

Input	Output
3	2 3
4 6	2 2
1 1 1 1 1	7 7
1 1 1 0 0 0	
0 0 0 1 0 1	
0 1 0 0 1 0	
2 3	
1 1 1	
1 1 0	
9 13	
0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0	
0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0	
0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1	

#### **BÀI 4. XOÁ CẠNH**

Cho đồ thị vô hướng có N đỉnh và M cạnh. Biết rằng các đỉnh và các cạnh được đánh số từ 1.

**Yêu cầu:** Cho q truy vấn, mỗi truy vấn gồm 2 số x và y. Bạn cần kiểm tra xem sau khi xoá cạnh thứ x thì còn bao nhiêu đỉnh cùng thành phần liên thông với đỉnh y

**Lưu ý:**

- Tất cả các thao tác đều chỉ được thực hiện lần lượt trên cùng đồ thị ban đầu.
- Sau khi xoá cạnh xong thì đồ thị không được khôi phục như ban đầu nữa.
- Trường hợp thao tác xoá bị trùng lặp, tức là cạnh ấy đã xoá trước đó rồi nhưng bây giờ lại chọn nó để xoá, thì đồ thị không thay đổi gì, vẫn trả lời truy vấn bình thường

**Input**

- Dòng đầu tiên ghi 3 số N, M, Q. Với N là số đỉnh, M là số cạnh, Q là số truy vấn
- Tiếp theo là M dòng ghi M cạnh của đồ thị
- Tiếp theo là Q dòng, mỗi dòng gồm 2 số x và y. Trong đó, x là số thứ tự cạnh bị xoá, y là đỉnh cần kiểm tra xem TPLT chứa nó còn lại bao nhiêu đỉnh.

**Output**

Với mỗi truy vấn, in ra số đỉnh thuộc thành phần liên thông của đỉnh y trên 1 dòng

### Giới hạn

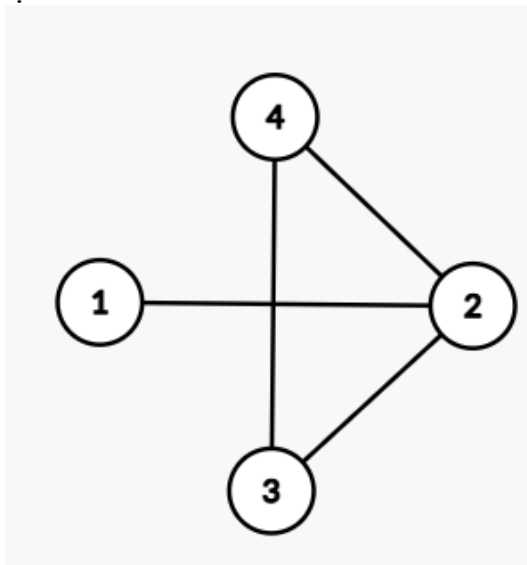
$1 \leq N \leq 100000$ ,  $1 \leq M \leq 500000$ ,  $1 \leq Q \leq 100000$

### Ví dụ:

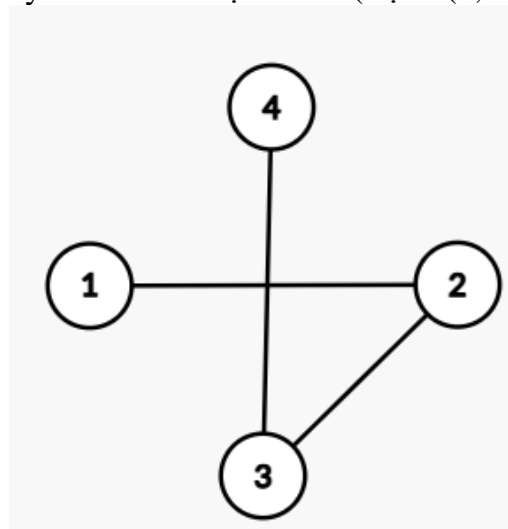
Input	Output
4 4 3	4
1 2	2
2 3	1
3 4	
2 4	
4 4	
2 3	
1 1	

### Giải thích test

Đồ thị ban đầu:

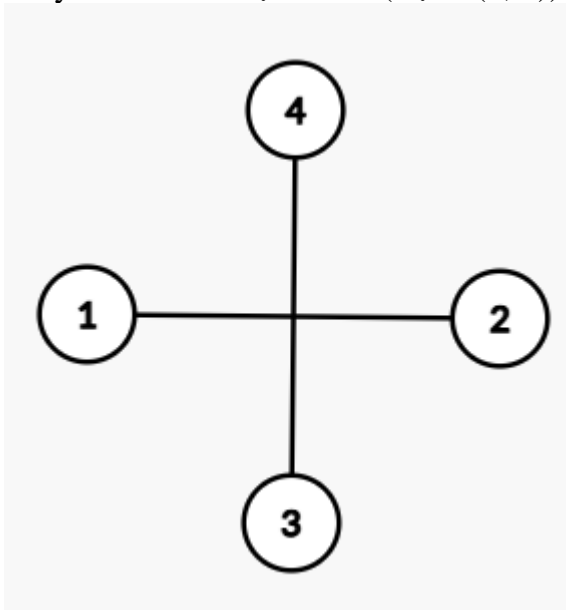


Sau truy vấn 1: Xoá cạnh số 4 (Cạnh (2, 4))



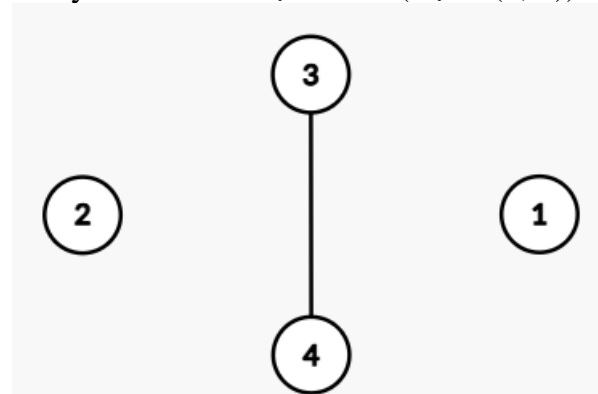
Đỉnh 4 có 4 đỉnh liên thông với nó: 4, 3, 2, 1

Sau truy vấn 2: Xoá cạnh số 2 (Cạnh (2, 3))



Đỉnh 3 có 2 đỉnh liên thông với nó là 3 và 4

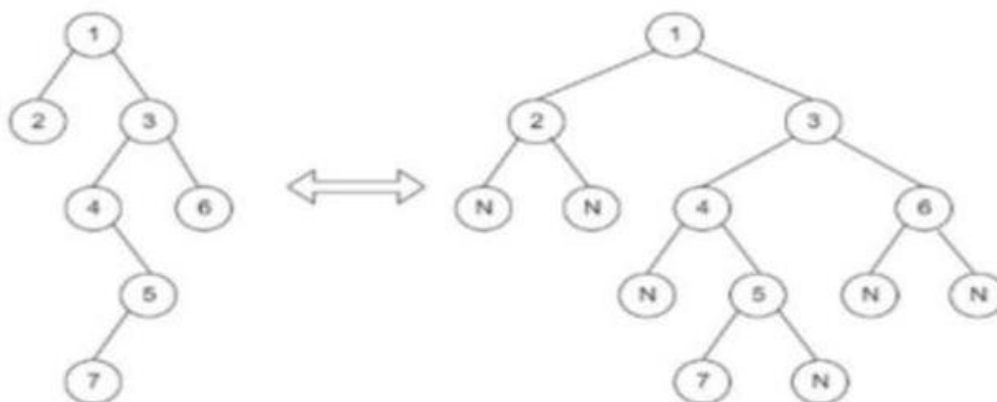
Sau truy vấn 3: Xoá cạnh số 1 (Cạnh (1, 1))



Đỉnh 1 chỉ còn 1 đỉnh liên thông với nó là chính nó

### BÀI 5. DSA\_P137. PHÉP DUYỆT RNL (right – node – left)

Một cây nhị phân được biểu diễn như một string trong đó các số trong string là giá trị của node, các xâu ký tự có giá trị “N” biểu diễn giá trị NULL của cây con trái hoặc cây con phải theo mức. Ví dụ với xâu S = “1 2 3 N N 4 6 N 5 N N 7 N” là biểu diễn của cây nhị phân theo mức dưới đây:



Phép duyệt các node trên cây theo RNL được tiến hành bằng cách kiểm tra nếu cây khác rỗng ta duyệt RNL sang cây con phải, sau đó thăm node và duyệt RNL sang cây con trái

Ví dụ với cây ở trên ta có kết quả là: RNL(root) = 6 3 5 7 4 1 2

Cho xâu ký tự biểu diễn cây nhị phân theo mức, nhiệm vụ của bạn là đưa ra kết quả của phép duyệt cây RNL.

#### Input

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng tiếp theo đưa vào các xâu S là biểu diễn cây nhị phân theo mức.

**Ràng buộc:**  $1 \leq T \leq 100$ ;  $1 \leq \text{length}(S) \leq 10000$ .

#### Ví dụ

Input	Output
1	6 3 5 7 4 1 2
1 2 3 N N 4 6 N 5 N N 7 N	

## TỔNG HỢP ĐỀ BUỔI CHIỀU (Nhóm D21DT, D22PT)

### BÀI 1. DSA\_P298. HOÁN VỊ CÓ SỐ THỨ TỰ FIBONACCI

Khác với những lời đồn về một môn học cực khó với những kiến thức cao siêu, trong môn Cấu trúc dữ liệu và Giải thuật các bạn cũng được biết đến những thuật toán rất đơn giản như quay lui hoặc sinh kế tiếp để liệt kê xâu nhị phân, tổ hợp, hoán vị. Hay công thức quy hoạch động để liệt kê dãy số Fibonacci trong phạm vi không quá 92.

Bài toán của các bạn hôm nay là hãy liệt kê các hoán vị của N số nguyên dương đầu tiên, và có thứ tự là một số trong dãy Fibonacci (thứ tự tính từ 1).

#### Input

Chỉ có 1 dòng ghi hai số N ( $2 < N < 20$ ).

#### Output

Ghi ra các hoán vị có thứ tự là các số trong dãy Fibonacci. Xem ví dụ để hiểu rõ hơn cách ghi kết quả.

#### Ví dụ

Input	Input
5 3	1: 1 2 3 2: 1 2 4 3: 1 2 5 5: 1 3 5 8: 2 3 5

### BÀI 2. DSA\_P299. TỔ HỢP CÓ SỐ THỨ TỰ FIBONACCI

Khác với những lời đồn về một môn học cực khó với những kiến thức cao siêu, trong môn Cấu trúc dữ liệu và Giải thuật các bạn cũng được biết đến những thuật toán rất đơn giản như quay lui hoặc sinh kế tiếp để liệt kê xâu nhị phân, tổ hợp, hoán vị. Hay công thức quy hoạch động để liệt kê dãy số Fibonacci trong phạm vi không quá 92.

Bài toán của các bạn hôm nay là hãy liệt kê các tổ hợp chập K của N số nguyên dương đầu tiên, và có thứ tự là một số trong dãy Fibonacci (thứ tự tính từ 1).

#### Input

Chỉ có 1 dòng ghi hai số N và K ( $2 < K < N < 20$ ).

#### Output

Ghi ra các tổ hợp có thứ tự là các số trong dãy Fibonacci. Xem ví dụ để hiểu rõ hơn cách ghi kết quả.

#### Ví dụ

Input	Output
5 3	1: 1 2 3 2: 1 2 4 3: 1 2 5 5: 1 3 5 8: 2 3 5

### BÀI 3. DSA\_P300. XÂU NHỊ PHÂN FIBONACCI

Khác với những lời đồn về một môn học cực khó với những kiến thức cao siêu, trong môn Cấu trúc dữ liệu và Giải thuật các bạn cũng được biết đến những thuật toán rất đơn giản như quay lui hoặc sinh kế tiếp để liệt kê xâu nhị phân, tổ hợp, hoán vị theo thứ tự từ điển. Hay công thức quy hoạch động để liệt kê dãy số Fibonacci trong phạm vi không quá 92.

Bài toán của các bạn hôm nay là hãy liệt kê các xâu nhị phân có độ dài N và có thứ tự là một số trong dãy Fibonacci.

#### Input

Chỉ có 1 dòng ghi số N ( $2 < N < 15$ ).

#### Output

Ghi ra các xâu nhị phân có thứ tự là các số trong dãy Fibonacci. Xem ví dụ để hiểu rõ hơn cách ghi kết quả.

#### Ví dụ

Input	Output
3	1: 0 0 0 2: 0 0 1 3: 0 1 0 5: 1 0 0 8: 1 1 1

### BÀI 4. DSA\_P288. XÂU AB

Xâu AB là dãy ký tự chỉ bao gồm hai chữ cái A và B.

Hãy liệt kê các xâu AB độ dài N thỏa mãn cả 2 điều kiện: Đều có cả ký tự A và B

**Input:** Chỉ có 1 dòng ghi số N ( $2 < N < 15$ ).

**Output:** Ghi ra lần lượt các xâu AB thỏa mãn điều kiện theo thứ tự từ điển.

#### Ví dụ

Input	Output
4	AAAB AABA AABB ABAA ABAB ABBA ABBB BAAA BAAB BABA BABB BBAA BBAB BBBA

### BÀI 5. DSA\_P297. XÂU TAM PHÂN CHẴN

Xâu tam phân là xâu được tạo bởi các ký tự 0, 1, 2.

Hãy liệt kê các xâu tam phân có thứ tự chẵn (theo thứ tự từ điển, thứ tự tính từ 1)

**Input:** Chỉ có 1 dòng ghi số N ( $2 < N < 12$ )

**Output:** Ghi ra các xâu tam phân có thứ tự chẵn kèm theo thứ tự như ví dụ

**Ví dụ:**

Input	Output
3	2: 001 4: 010 6: 012 8: 021 10: 100 12: 102 14: 111 16: 120 18: 122 20: 201 22: 210 24: 212 26: 221

### BÀI 6. LIỆT KÊ TẬP CON

Cho mảng A có n phần tử và một số nguyên k. Hãy in ra các tập con của dãy số A sao cho tổng các phần tử trong tập con ấy nhỏ hơn k

**Input**

Chỉ có 2 số nguyên n và k ( $1 < n, k < 10$ )

**Output**

- Với mỗi tập con thỏa mãn yêu cầu, in ra trên 2 dòng:
  - + Dòng thứ nhất là chỉ số các phần tử được chọn (chỉ số tính từ 1). Ghép các chỉ số này lại thành một xâu ký tự S
  - + Dòng thứ hai là tổng các phần tử của dãy con
- Tập con nào có tổng bé hơn in ra trước
- Nếu cùng có tổng bằng nhau thì in ra theo thứ tự từ điển tăng dần của xâu S



### Ví dụ

Input	Output
3 10	1
3 5 4	Sum = 3
	3
	Sum = 4
	2
	Sum = 5
	1 3
	Sum = 7
	1 2
	Sum = 8
	2 3
	Sum = 9

## BÀI 7. PHẦN TỬ ÂM

Cho dãy số  $A[]$  gồm có  $N$  phần tử và số nguyên  $K$ .

Với mỗi dãy con liên tiếp có độ dài bằng  $K$  (từ trái sang phải), bạn hãy in ra **phần tử âm đầu tiên** trong dãy con này. Nếu không có phần tử âm nào cả thì in ra số 0 cho dãy con đấy

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 10$ ).

Mỗi test gồm số nguyên  $N$  và  $K$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ,  $1 \leq K \leq N$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $0 \leq A[i] \leq 10^9$ ).

### Output:

Với mỗi test, in ra trên một dòng  $N-K+1$  số nguyên âm là đáp án tìm được.

### Ví dụ:

Input	Output
1	-1 -4 -4
5 3	
-1 2 3 -4 5	

## BÀI 8. CON ẾCH

Cho  $n$  cây cột, mỗi cây cột được ghi lên trên đó một số nguyên. Một con ếch đang ở cột thứ nhất. Từ mỗi cột, nó được nhảy sang cột thứ  $i + 1$  hoặc cột thứ  $i + 2$  nếu như cột ấy tồn tại. Chi phí nhảy từ cột thứ  $i$  sang cột thứ  $j$  là  $\text{abs}(a[i] - a[j])$ . Yêu cầu đặt ra là, bạn hãy cho biết với cách nhảy này thì chi phí tối thiểu là bao nhiêu để con ếch **đến được cột thứ  $N$**

### Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 10$ ).

Mỗi test gồm số nguyên  $N$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $0 \leq A[i] \leq 10^9$ ). Kết quả đảm bảo không quá 18 chữ số.

### Output:

Với mỗi test, in ra trên một dòng chi phí nhỏ nhất tìm được

**Ví dụ:**

Input	Output
2	30
4	4
10 30 40 20	
6	
3 1 6 1 6 5	

**Giải thích test: (index từ 1)**

Test 1: Thứ tự nhảy là  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$ ;

Test 2: Thứ tự nhảy là  $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 6$

## KIỂM TRA HỌC KỲ HÈ - Tháng 07/2024

### BÀI 1. XÂU NHỊ PHÂN CÁCH NHAU K

Liệt kê các xâu nhị phân cách nhau đúng K vị trí

Tức là, nếu đánh số thứ tự từ 0, thì bạn cần liệt kê các xâu thứ: 0, K, 2K, 3K, ... trong 2N xâu theo thứ tự từ điển

**Input:** Chỉ có một dòng ghi 2 số N và K ( $2 < N < 20$ ,  $1 < K < 10$ )

**Output:** Ghi ra các xâu nhị phân thoả mãn, mỗi xâu trên 1 dòng. Các số trong cấu hình nhị phân ghi sát nhau

**Ví dụ:**

Input	Output
4 3	0000 0011 0110 1001 1100 1111

### BÀI 2. DÃY CON LIÊN TIẾP CÓ TỔNG LỚN NHẤT

Cho mảng A có N phần tử và 2 số u, v. Xác định tổng lớn nhất của dãy con liên tiếp có độ dài trong đoạn [u, v]

**Input**

- Dòng đầu tiên là số bộ test T ( $T \leq 10$ )
- Mỗi bộ test gồm 2 dòng:
  - Dòng thứ nhất là bộ ba số N, x, y ( $x \leq y \leq N$ ,  $N \leq 200000$ )
  - Dòng thứ hai là N số nguyên của mảng A ( $-10^9 \leq a[i] \leq 10^9$ )

**Output**

Với mỗi bộ test, ghi ra giá trị tổng lớn nhất tìm được trên 1 dòng

**Ví dụ**

Input	Output
2	9
9 1 2	5
0 1 3 -3 6 3 -5 2 2	
4 1 2	
0 3 -4 5	

**Subtask:**

- Subtask 1 (60%):  $N \leq 1000$
- Subtask 2 (40%): Không có ràng buộc gì thêm

**BÀI 3. DSA\_P207. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC**

Biểu thức dưới dạng hậu tố là phép biểu diễn biểu thức mà trong đó phép toán nằm sau toán hạng

Ví dụ:  $AB+CD-*$  sẽ tương ứng biểu thức trung tố  $(A+B)*(C-D)$

Biểu thức dưới dạng tiền tố là phép biểu diễn biểu thức mà trong đó phép toán nằm phía trước toán hạng

Ví dụ:  $+ * A B / C D$  tương ứng với biểu thức trung tố  $A * B + C / D$

Cho 1 biểu thức ở dạng tiền tố hoặc hậu tố. Viết chương trình tính giá trị biểu thức đó

**Input**

Dòng đầu tiên là số bộ test  $T$  ( $T \leq 50$ )

Mỗi bộ test gồm 2 dòng:

- Dòng thứ nhất là số  $N$  ( $N \leq 1000$ ), là số lượng toán tử và toán hạng
- Dòng thứ hai là biểu thức tiền tố, hậu tố cần tính giá trị với  $N$  toán tử và toán hạng

**Output:** Với mỗi bộ test, ghi ra giá trị biểu thức tính được trên 1 dòng

**Ràng buộc:**

- Các toán tử và toán hạng cách nhau bởi một hoặc nhiều dấu cách
- Các toán hạng có thể là số có nhiều chữ số, có thể là số âm, nhưng là số nguyên
- Các toán tử là cộng, trừ, nhân, chia. Trong đó phép chia được hiểu là phép chia nguyên (Ví dụ như  $5/3 = 1$ )
- Kết quả giá trị biểu thức đảm bảo có giá trị tuyệt đối không vượt quá  $10^{18}$

**Ví dụ:**

Input	Output
3	-4
7	34
2 3 1 * + 9 -	-14
7	
- + 8 * 7 5 9	
3	
-10 -4 +	

#### BÀI 4. XOÁ CẠNH

#### BÀI 5. HÌNH CHỮ NHẬT NHỎ NHẤT

Cho N điểm trên mặt phẳng Oxy và M đoạn thẳng nối các điểm này với nhau. Nhiệm vụ của bạn là cần tìm ra 1 hình chữ nhật **có các cạnh song song với 2 trục toạ độ Ox và Oy**, có chu vi nhỏ nhất và che phủ trọn vẹn được 1 tập hợp các điểm liên thông với nhau và tính chu vi của hình chữ nhật đó.

Lưu ý: Trường hợp thành phần liên thông chỉ có 2 điểm. hình chữ nhật suy biến thành 1 đoạn thẳng vẫn công nhận. Đáp án được tính là 2 lần độ dài của đoạn thẳng đó.

##### Input:

Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên N và M ( $2 \leq N, M \leq 100\,000$ ).

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên X[i] và Y[i] mô tả toạ độ của một điểm. Các toạ độ nằm trong phạm vi  $[0, 10^9]$ .

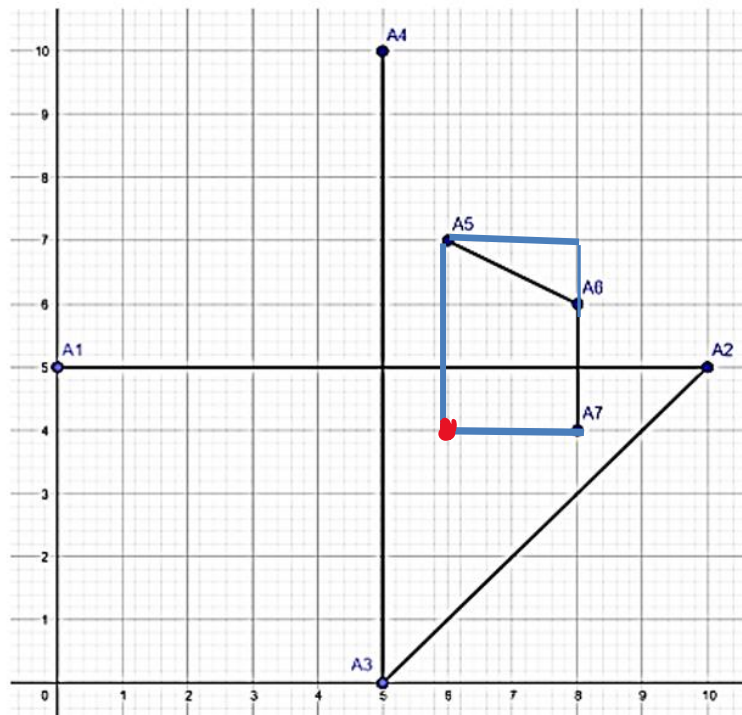
Theo sau đó là M dòng, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u và v, mô tả một cạnh nối điểm u tới điểm v.

**Output:** In ra chu vi của hình chữ nhật nhỏ nhất tìm được

##### Ví dụ:

Input	Output
7 5 0 5 10 5 5 0 5 10 6 7 8 6 8 4 1 2 2 3 3 4 5 6 7 6	10

**Giải thích test:**



Hình chữ nhật chứa 3 điểm A5, A6, A7 có chu vi bằng 10.