

# KỶ THI LẬP TRÌNH ICPC PTIT 2024 – VÒNG LOẠI

Ngày thi: Chủ nhật, ngày 15 tháng 09 năm 2024. Thời gian làm bài: 200 phút

## Các lưu ý với thí sinh dự thi:

- Tất cả các bài đều sử dụng vào ra chuẩn
- Giới hạn bộ nhớ tối đa cho tất cả các bài là 512MB.
- Giới hạn thời gian cụ thể: Xem ở đầu mỗi bài

## BÀI A. BỘ BA KHÁC BIỆT

Thời gian: 1s

Cho xâu  $S$  có độ dài bằng  $N$  và chỉ gồm 3 loại ký tự R, G, B. Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số bộ ba chỉ số  $(i, j, k)$  ( $1 \leq i < j < k \leq N$ ) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- $S[i] \neq S[j], S[j] \neq S[k], S[i] \neq S[k]$
- $j - i \neq k - j$

### Input

Dòng đầu tiên là số nguyên  $N$  là độ dài của xâu  $S$  ( $1 \leq N \leq 4000$ )

Dòng thứ hai là xâu  $S$

### Output

In ra số lượng bộ ba chỉ số khác biệt thỏa mãn tính chất của đề bài

### Ví dụ

Input	Output
4 RRGB	1
10 RBGRRGBRGG	23

### Giải thích test 1:

Bộ chỉ số  $(1, 3, 4)$  là bộ ba thỏa mãn duy nhất.

Bộ chỉ số  $(2, 3, 4)$  thỏa mãn tính chất thứ nhất nhưng lại vi phạm tính chất thứ 2.

## BÀI B. LUỸ THỪA

*Thời gian: 1s*

Cho hai số  $N$  và  $M$  nguyên dương.

Hãy xác định trong biểu diễn thập phân của tổng  $S = 2^N + 3^M$  thì chữ số đầu tiên là chữ số nào?

**Ví dụ:**

- Với  $N = 4$ ,  $M = 2$  thì  $S = 25$  có chữ số đầu tiên là 2.
- Với  $N = 8$ ,  $M = 4$  thì  $S = 337$  có chữ số đầu tiên là 3.

**Input:** Gồm hai số nguyên dương  $N$  và  $M$  ( $1 < N, M \leq 200$ )

**Output:** Hãy in ra chữ số đầu tiên của số  $S$

**Ví dụ**

Input	Output
4 2	2
8 4	3

## BÀI C. XÂY DỰNG TUYẾN ĐƯỜNG

*Thời gian: 1s*

Đất nước AO SEN có  $N$  thành phố, trong đó có 2 trung tâm lớn nhất là thành phố 1 và thành phố  $N$ .  $M$  tuyến đường cao tốc đã được xây dựng để kết nối các thành phố, tuy nhiên, việc kết nối giao thông giữa 2 trung tâm lớn nhất có thể vẫn chưa được thực hiện. Do khó khăn về mặt địa hình, trước đây, để di chuyển từ thành phố 1 tới thành phố thứ  $N$ , sẽ phải đi qua các con đường không chính thống và nhỏ lẻ.

Để tăng cường giao thương giữa 2 trung tâm lớn nhất của đất nước, chính phủ đã quyết định xây dựng thêm một số tuyến đường cao tốc mới. Biết rằng nếu xây dựng thêm tuyến đường giữa thành phố  $u$  và  $v$ , chi phí cần sử dụng bằng  $(u - v)^2$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính chi phí xây dựng nhỏ nhất sao cho thành phố 1 có thể kết nối được tới thành phố  $N$ . Chú ý rằng do ngân sách đất nước còn hạn chế nên giữa 2 thành phố bất kỳ chỉ được phép xây dựng **tối đa 2 con đường**.

**Input**

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test  $T$  ( $T \leq 20$ ).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên  $N$  và  $M$  ( $1 < N \leq 100000$ ,  $M < 200000$ ).

$M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $u, v$  mô tả 1 con đường cao tốc kết nối thành phố  $u$  và  $v$ .

**Output**

Với mỗi test, in ra chi phí xây dựng nhỏ nhất tìm được.

### Ví dụ

Input	Output
3	1
5 3	2
1 2	0
2 3	
4 5	
5 2	
1 2	
4 5	
3 3	
1 2	
2 3	
3 1	

### Giải thích test

Test 1: Xây dựng thêm tuyến đường (3, 4)

Test 2: Xây dựng thêm tuyến đường (2, 3) và (3, 4), tổng chi phí bằng 2

Test 3: Thành phố 1 đã kết nối được với thành phố 3.

## BÀI D. CÁC SỐ GẦN ĐẸP

*Thời gian: 1s*

Các số đẹp được định nghĩa là số mà trong biểu diễn thập phân của nó thì các chữ số hoàn toàn giống nhau. Một số được gọi là gần đẹp nếu như với mọi cặp chữ số cạnh nhau, độ chênh lệch giữa 2 chữ số không vượt quá 1.

Ví dụ, 12345 hay 445 là các số gần đẹp, còn 142523, 228 hay 2468 không phải là số gần đẹp.

**Yêu cầu:** Cho số nguyên dương N, hãy tìm số gần đẹp thứ N

**Input:** Gồm một số nguyên dương N duy nhất ( $1 < N \leq 100000$ ).

**Output:** In ra số gần đẹp thứ N

### Ví dụ

Input	Output
14	22
1	1
20	44

Giải thích test 1: 14 số gần đẹp đầu tiên là 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 21, 22.

## BÀI E. TỔNG XOR

Thời gian: 2s

Cho dãy số  $A[]$  có  $N$  phần tử. Có  $Q$  truy vấn, với mỗi truy vấn  $[L, R]$ , bạn cần liệt kê ra các phần tử có số lần xuất hiện là chẵn, rồi tính tổng XOR các phần tử này lại với nhau.

### Input

Dòng đầu tiên là số nguyên  $N$  và  $Q$  ( $1 \leq N, Q \leq 200000$ )

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$  ( $1 < A[i] < 10^9$ ).

$Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $L$  và  $R$  mô tả một truy vấn ( $1 \leq L \leq R \leq N$ )

### Output

Với mỗi truy vấn, hãy in ra tổng XOR tìm được

### Ví dụ

Input	Output
3 1 2 3 1 1 3	0
8 1 2 1 5 5 2 5 3 3 4 7 2 6 4 5	0 7 5

### Giải thích test 2:

Truy vấn 1: Đoạn  $[4, 7]$  không có phần tử nào xuất hiện chẵn lần

Truy vấn 2: 2 xuất hiện 2 lần, 5 xuất hiện 2 lần.  $2 \text{ XOR } 5 = 7$

Truy vấn 3: Phần tử 5 xuất hiện 2 lần, kết quả cần tìm bằng 5

## BÀI F. TÍNH TỔNG TRÊN CÂY

Thời gian: 2s

Cho một cây có  $N$  đỉnh, mỗi đỉnh được gán một giá trị  $A[i]$ .

Có  $M$  truy vấn. Mỗi truy vấn thuộc vào một trong 3 loại sau

1. C u v s t: Xóa cạnh  $(u, v)$  rồi thêm cạnh  $(s, t)$ . Input đảm bảo sau khi xóa và thêm cạnh mới, đồ thị vẫn trở thành một cây
2. A u x: Tăng giá trị nút  $A[u]$  thêm  $x$  đơn vị
3. Q u p: Lấy nút  $p$  làm nút gốc. Hãy tính tổng giá trị tại đỉnh  $u$  và các nút con của nó (tổng của  $\text{subtree}[u]$ )

## Input

Dòng đầu tiên là hai số nguyên dương  $N$  và  $M$  ( $2 < N, M \leq 1000000$ ).

Dòng tiếp theo là  $N$  số nguyên mô tả trọng số  $A[i]$  ban đầu của cây

$N - 1$  dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một cạnh nối 2 đỉnh của cây

$M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một truy vấn, đặc trưng bởi kí tự đầu tiên:

- Kí tự đầu tiên là C, đây là truy vấn loại 1, theo sau là 4 số nguyên  $u, v, s, t$ .
- Kí tự đầu tiên là A, đây là truy vấn loại 2, theo sau là 2 số nguyên  $u, x$
- Kí tự đầu tiên là Q, đây là truy vấn loại 3, theo sau là 2 số nguyên  $u, p$

( $0 \leq A[i], x \leq 10^9$ )

## Output

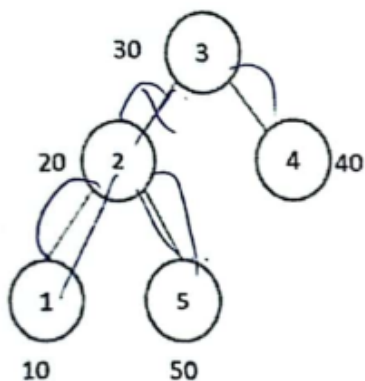
Với mỗi truy vấn loại 3, hãy in ra tổng trọng số của cây con tại nút  $u$ .

## Ví dụ

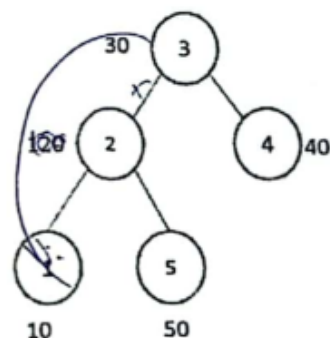
Input	Output
5 7	80
10 20 30 40 50	180
1 2	180
2 3	200
3 4	
2 5	
Q 2 3	
A 2 100	
Q 2 3	
C 2 3 3 1	
Q 1 3	
C 3 4 4 2	
Q 2 5	

## Giải thích test

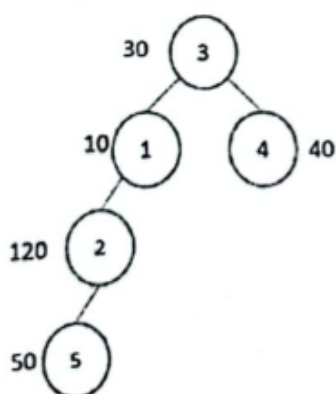
Cây ban đầu:



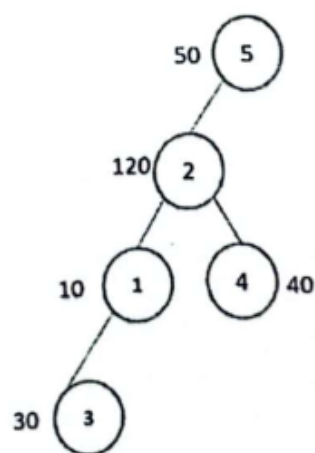
Sau truy vấn 2:



Sau truy vấn 4:



Sau truy vấn 6:



## BÀI G. DÃY SỐ VỚI CÁC PHẦN TỬ LIÊN TIẾP

Thời gian: 1s

Cho số nguyên  $M$  cho trước. Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng dãy **số có** các phần tử liên tiếp nhau dạng  $A, A+1, A+2, \dots, B$  sao cho tổng của dãy số đúng bằng  $M$ .

**Input:** Dữ liệu đầu vào chứa một số nguyên  $M$  duy nhất ( $1 \leq M \leq 10^{12}$ )

**Output:** Số lượng dãy số thoả mãn tính chất đề bài

Ví dụ

Input	Output
6	4
2	2
1000000	14

**Giải thích test:**

Test 1: [6], [1 2 3], [0 1 2 3], [-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]

Test 2: [2], [-1 0 1 2]

## BÀI H. DI CHUYỂN TRONG KHÔNG GIAN BA CHIỀU

Thời gian: 1s

Cho N điểm trong không gian 3 chiều. Điểm thứ i có tọa độ là  $X[i]$ ,  $Y[i]$ ,  $Z[i]$ . Chi phí di chuyển giữa 2 điểm có tọa độ  $(a, b, c)$  và  $(u, v, w)$  được tính bằng  $|u-a| + |v-b| + \max(0, w-c)$ . Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm một hành trình xuất phát từ đỉnh 1, thăm được tất cả các đỉnh và quay trở lại đỉnh 1 với chi phí nhỏ nhất có thể. Lưu ý: một đỉnh có thể được thăm nhiều lần.

### Input

Dòng đầu tiên là số nguyên N ( $2 \leq N \leq 17$ )

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 3 số nguyên  $X[i]$ ,  $Y[i]$ ,  $Z[i]$ . Các tọa độ có giá trị tuyệt đối không vượt quá  $10^6$ , và không tồn tại hai điểm nào có cùng tọa độ.

### Output

In ra chi phí nhỏ nhất tìm được

### Ví dụ

Input	Output
2 0 0 0 2 1 3	9
3 0 0 0 -1 -1 -1 1 1 1	10
4 0 0 0 1 2 3 3 2 1 4 1 -2	17

### Giải thích test

Test 1: Chi phí di chuyển từ đỉnh 1 tới đỉnh 2 là  $|2-0| + |1-0| + \max(0, 3-0) = 6$ .

Chi phí di chuyển từ đỉnh 2 tới đỉnh 1 là  $|0-2| + |0-1| + \max(0, 0-3) = 3$ .

Tổng chi phí bằng 9

Test 2: Một hành trình tối ưu là:  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1$

## BÀI I. TỔNG CÁC CHỮ SỐ

*Thời gian: 2s*

Cho hai số nguyên A và B. Xâu S được xây dựng bằng cách viết liền các số từ A, A + 1, ..., B

Ví dụ: A = 40 và B = 42, ta có S = 404142. Tổng các chữ số của xâu S bằng  $4 + 0 + 4 + 1 + 4 + 2 = 15$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính tổng tất cả các chữ số của xâu S.

### Input

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 100$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên A, B ( $0 < A < B \leq 10^6$ ).

### Output

Với mỗi test, hãy in ra đáp án tìm được trên một dòng

### Ví dụ

Input	Output
4	45
0 9	65
20 29	15
40 42	12600
100 999	

## BÀI J. VẤN LÀ TỔNG CÁC CHỮ SỐ *(Thời gian: 2s)*

Cho hai số nguyên A và B. Xâu S được xây dựng bằng cách viết liền các số từ A, A + 1, ..., B

Ví dụ: A = 40 và B = 42, ta có S = 404142. Tổng các chữ số của xâu S bằng  $4 + 0 + 4 + 1 + 4 + 2 = 15$ .

Nhiệm vụ của bạn là hãy tính tổng tất cả các chữ số của xâu S.

### Input

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ( $T \leq 100$ ).

Mỗi test gồm 2 số nguyên A, B ( $0 < A < B \leq 10^{15}$ ).

### Output

Với mỗi test, hãy in ra đáp án tìm được trên một dòng

### Ví dụ

Input	Output
4	45
0 9	65
20 29	15
40 42	12600
100 999	