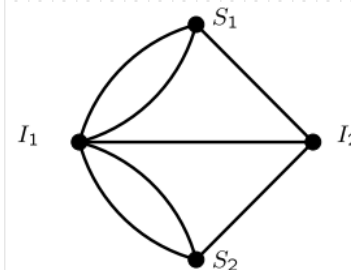
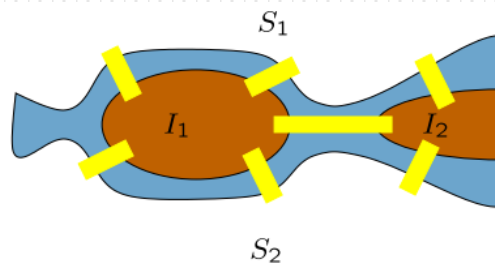


LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Xếp hạng đồ thị & Tổ chức thi công

Phạm Nguyên Hoàng
BM. Khoa học máy tính, CNTT
pnhoang@cit.ctu.edu.vn



Lập kế hoạch học tập

Mã số học phần	Tên học phần	Học phần tiên quyết
CT101	Lập trình căn bản A	
CT172	Toán rời rạc	
CT103	Cấu trúc dữ liệu	CT101
CT174	Phân tích và thiết kế thuật toán	CT103
CT175	Lý thuyết đồ thị	CT103
CT176	Lập trình hướng đối tượng	CT101
CT171	Nhập môn công nghệ phần mềm	
CT173	Kiến trúc máy tính	
CT178	Nguyên lý hệ điều hành	CT173
CT112	Mạng máy tính	CT178
CT179	Quản trị hệ thống	
CT180	Cơ sở dữ liệu	CT103
CT109	Phân tích và thiết kế hệ thống thông tin	CT180

Lập kế hoạch học tập

Mã số học phần	Tên học phần	Học phần tiên quyết
CT101	Lập trình căn bản A	
CT172	Toán rời rạc	
CT103	Cấu trúc dữ liệu	CT101
CT174	Phân tích và thiết kế hệ thống	CT103
CT175	Lý thuyết đồ thị	CT103
CT176	Lập trình	CT101
CT171	Nhập môn công nghệ thông tin	
CT173	Kiến trúc máy tính	
CT178	Nguyên lý hệ điều hành	CT173
CT112	Mạng máy tính	CT178
CT179	Quản trị hệ thống	
CT180	Cơ sở dữ liệu	CT103
CT109	Phân tích và thiết kế hệ thống thông tin	CT180

Lập kế hoạch học tập thỏa mãn điều kiện tiên quyết

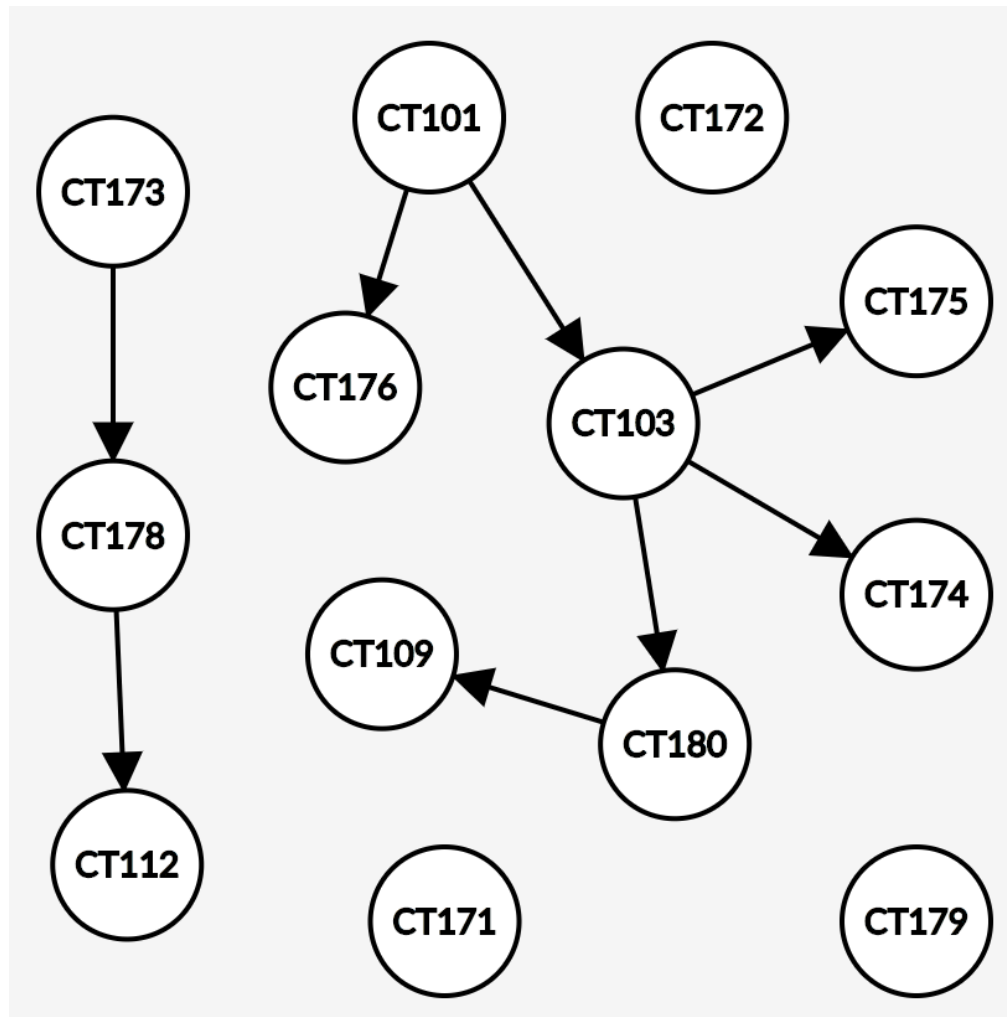
Lập kế hoạch học tập

Mã số học phần	Tên học phần	Học phần tiên quyết
CT101	Lập trình căn bản A	
CT172	Toán rời rạc	
CT103	Cấu trúc dữ liệu	CT101
CT174	Phân tích và thiết kế	CT103
CT175	Lý thuyết đồ thị	CT103
CT176	Lập trình nâng cao	CT101
CT171	Nhập môn công nghệ thông tin	
CT173	Kiến trúc máy tính	
CT178	Nguyên lý hệ điều hành	CT173
CT112	Mạng máy tính	CT178

Lập kế hoạch học tập thỏa mãn điều kiện tiên quyết

Tìm 1 thứ tự các học phần sao cho HP tiên quyết phải **đứng trước** HP phụ thuộc

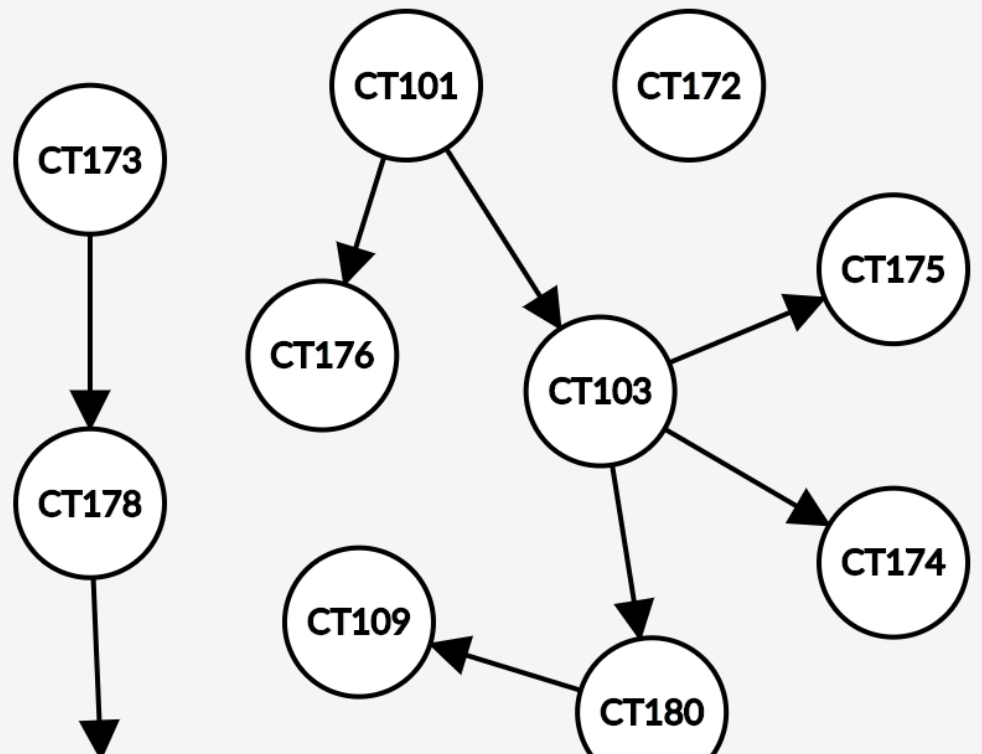
Lập kế hoạch học tập



Học phần => Định
QH tiên quyết => Cung

**Đồ thị mô tả mối quan hệ
tiên quyết giữa các học
phần**

Lập kế hoạch học tập

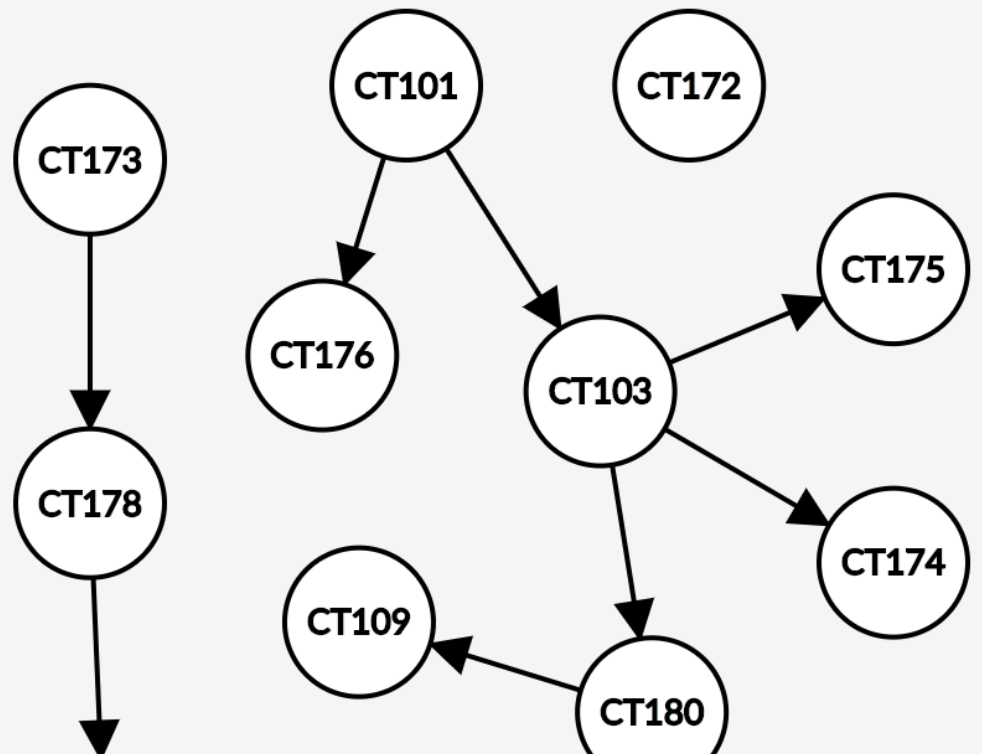


Học phần => Đỉnh
QH tiên quyết => Cung

**Đồ thị mô tả mối quan hệ
tiên quyết giữa các học
phần**

Tìm 1 thứ tự các đỉnh sao cho đỉnh gốc (của 1 cung)
phải **đứng trước** đỉnh ngọn.

Lập kế hoạch học tập



Học phần => Đỉnh
QH tiên quyết => Cung

Đồ thị mô tả mối quan hệ tiên quyết giữa các học phần

Thứ tự topo

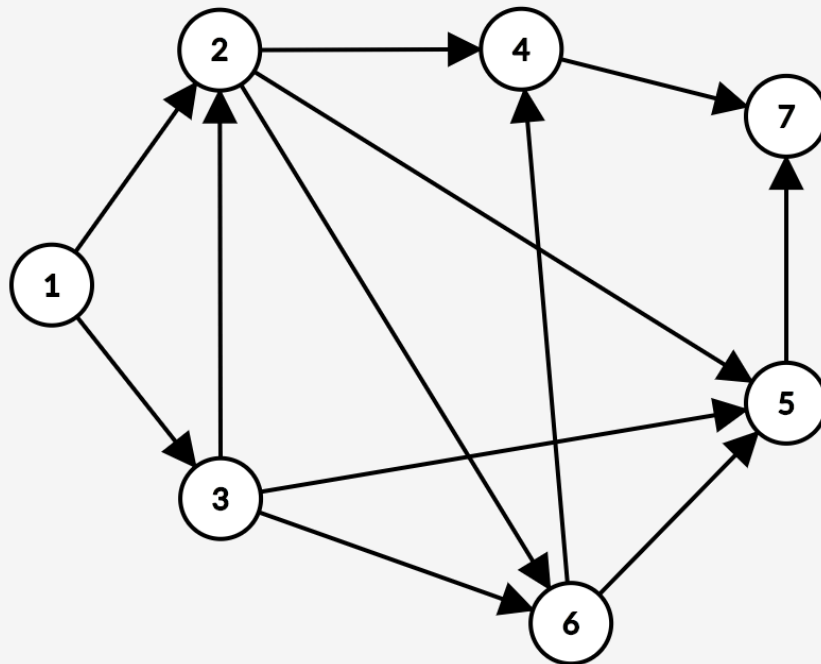
Tìm 1 thứ tự các đỉnh sao cho đỉnh gốc (của 1 cung) phải **đứng trước** đỉnh ngọn.

Xếp hạng các đỉnh đồ thị

- Đồ thị có hướng không chu trình (Directed Acyclic Graph - DAG)
 - Có hướng
 - Không chứa chu trình
 - Tồn tại ít nhất 1 thứ tự topo
- Gốc/nguồn (root/source) của đồ thị
 - Đỉnh không có cung đi vào (bậc vào = 0)
 - DAG có ít nhất 1 gốc

Xếp hạng các đỉnh đồ thị

- Hạng (rank) của 1 đỉnh
 - u là gốc, $\text{rank}[u] = 0$
 - ngược lại, $\text{rank}[u] =$ số cung trên đường đi dài nhất từ 1 gốc đến u.

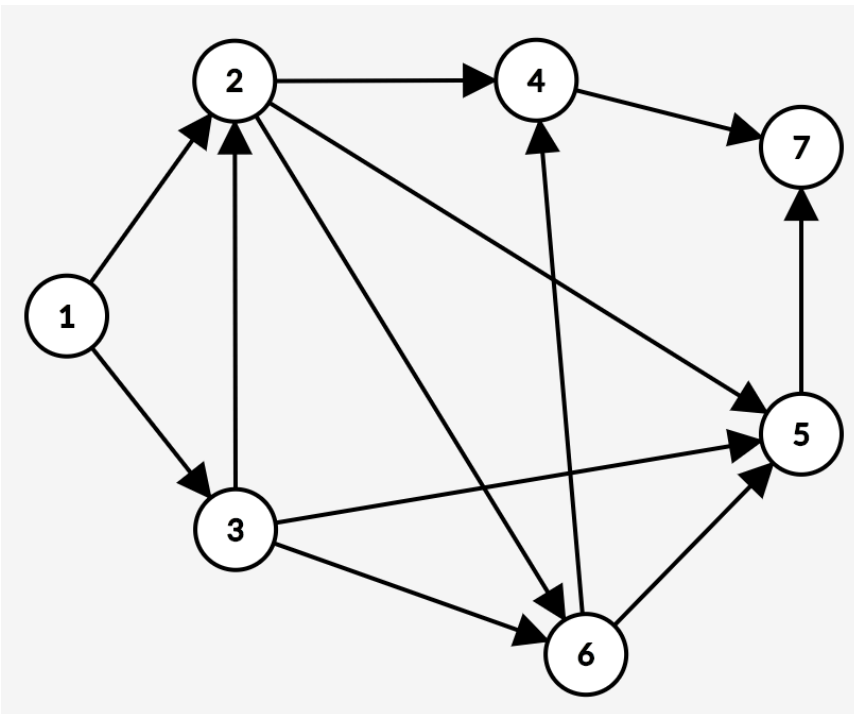


(Các) đỉnh nào là gốc của đồ thị ?

Tìm hạng của các đỉnh

Xếp hạng các đỉnh đồ thị

- Hạng (rank) của 1 đỉnh
 - u là gốc, $\text{rank}[u] = 0$
 - ngược lại, $\text{rank}[u] =$ số cung trên đường đi dài nhất từ 1 gốc đến u.



(Các) đỉnh nào là gốc của đồ thị ?

1

Tìm hạng của các đỉnh

$\text{rank}[1] = 0$

$\text{rank}[2] = 2$

$\text{rank}[3] = 1$

$\text{rank}[4] = 4$

$\text{rank}[5] = 4$

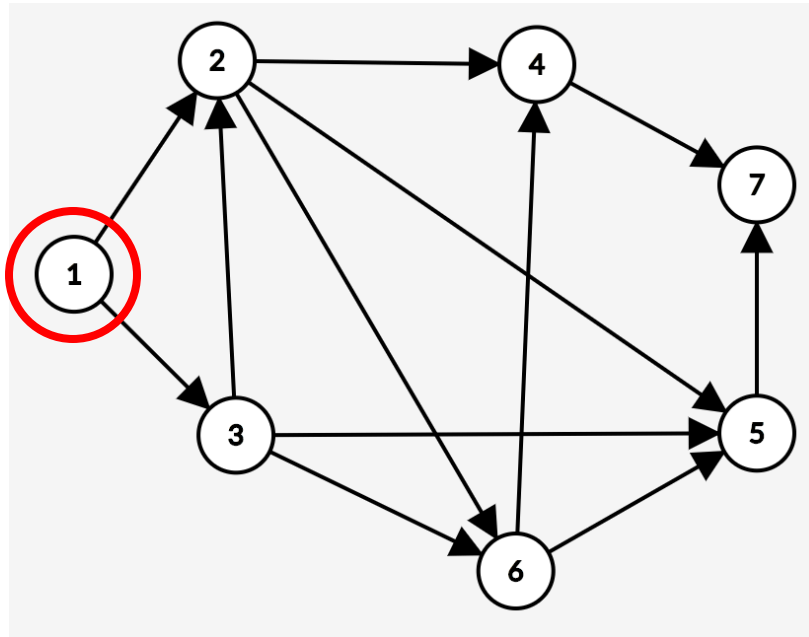
$\text{rank}[6] = 3$

$\text{rank}[7] = 5$

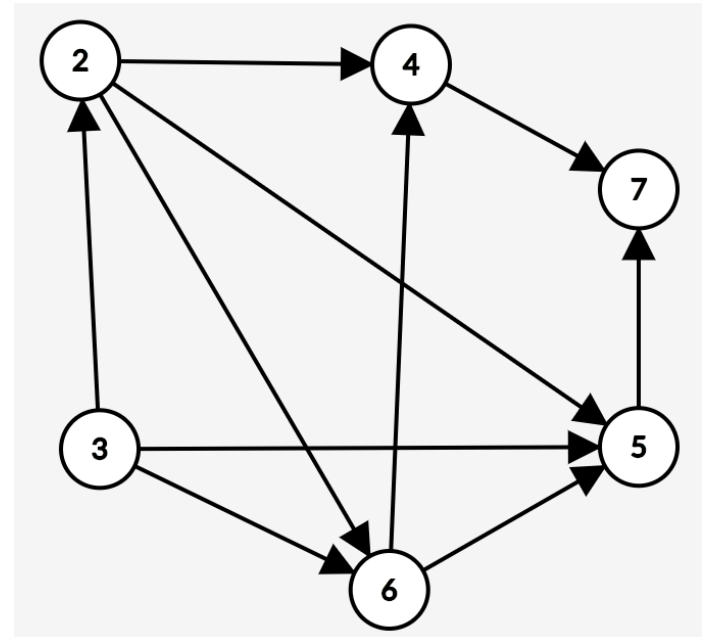
Xếp hạng các đỉnh đồ thị

- Giải thuật xếp hạng đồ thị
 - Xếp hạng cho (các) gốc (hạng 0)
 - Loại bỏ gốc ra khỏi đồ thị => xuất hiện gốc mới
 - Xếp hạng cho gốc (hạng 1)
 - Loại bỏ gốc ra khỏi đồ thị => xuất hiện gốc mới
 - ...

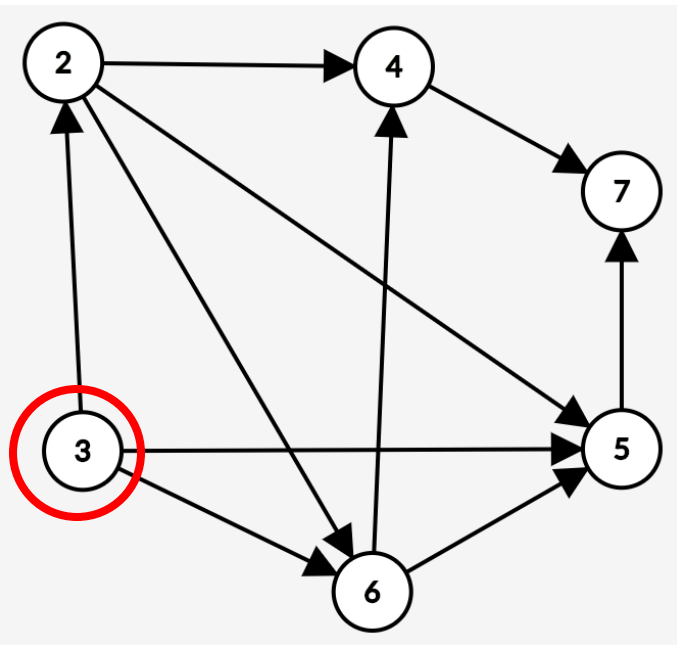
Xếp hạng các đỉnh đồ thị



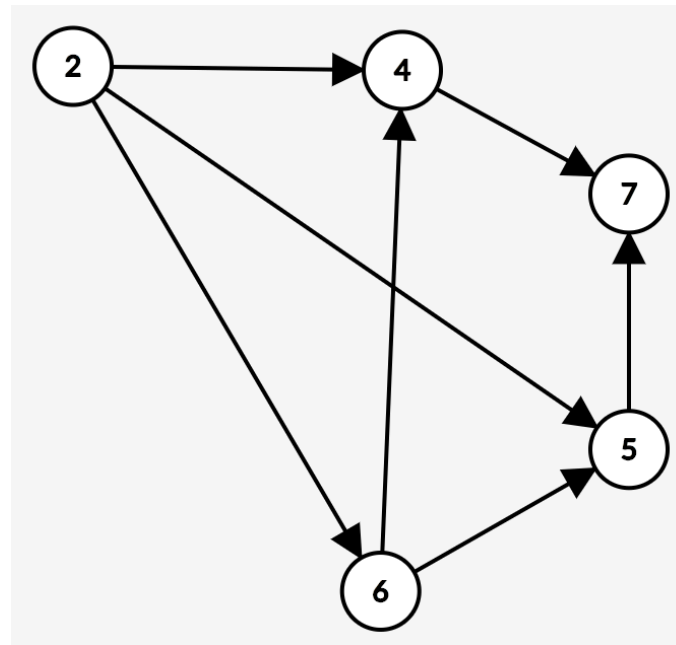
rank[1] = 0



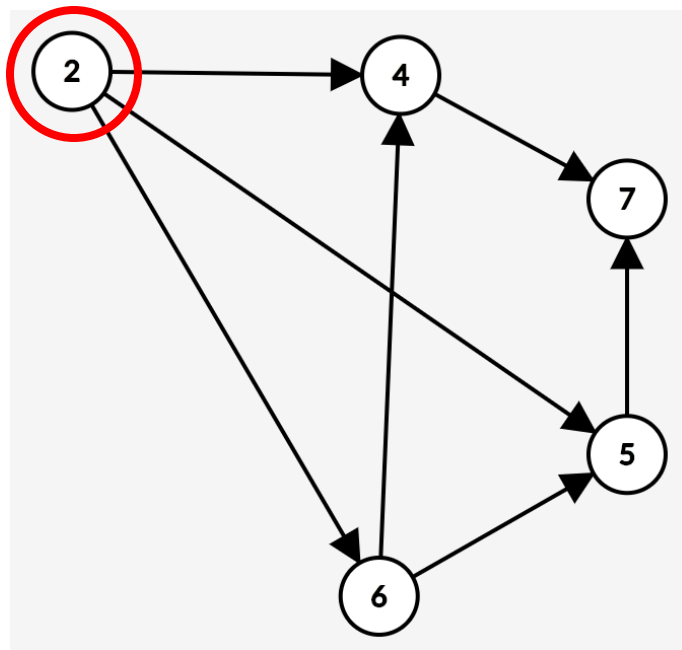
Xếp hạng các đỉnh đồ thị



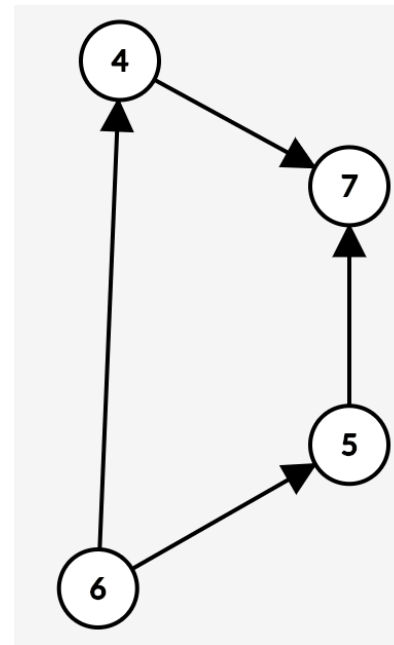
rank[3] = 1



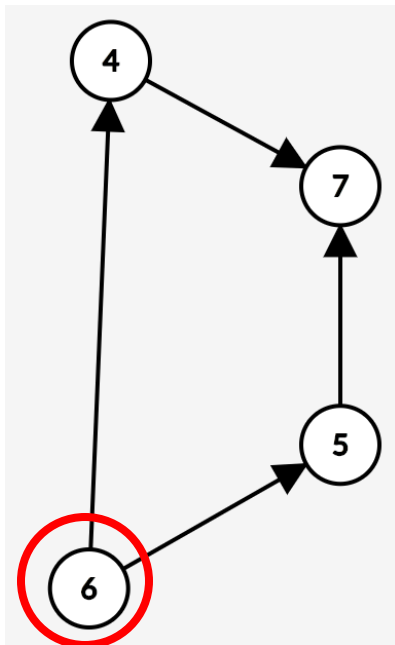
Xếp hạng các đỉnh đồ thị



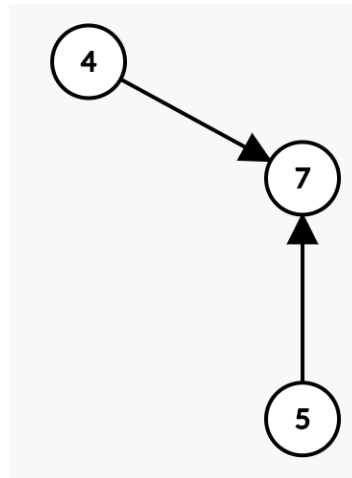
rank[2] = 2



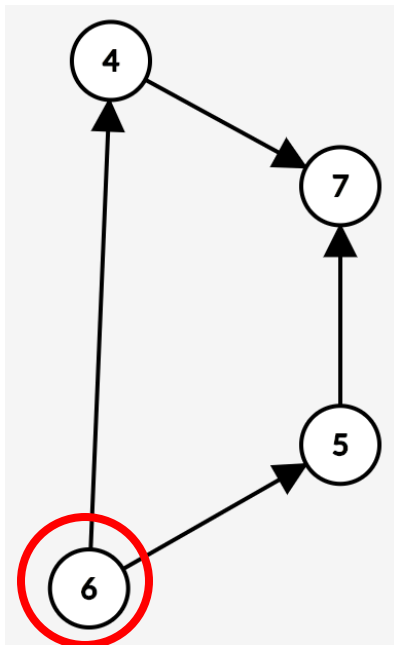
Xếp hạng các đỉnh đồ thị



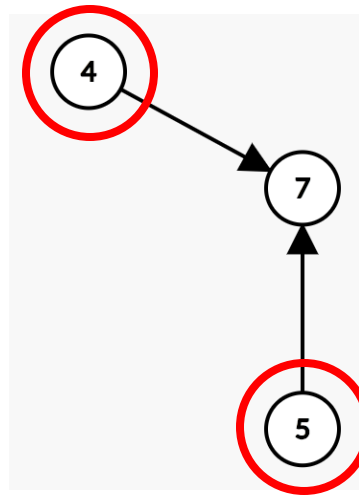
rank[6] = 3



Xếp hạng các đỉnh đồ thị



rank[6] = 3

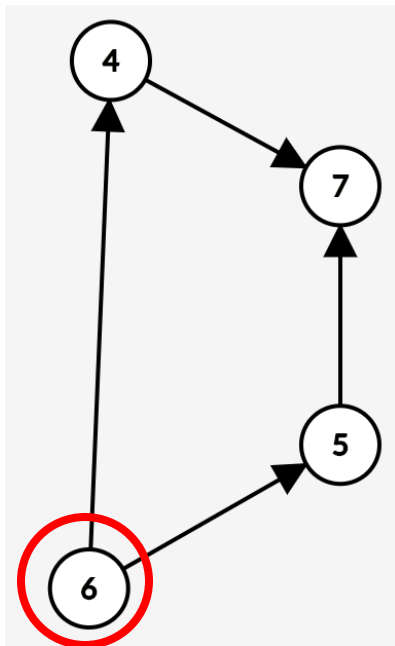


rank[4] = 4

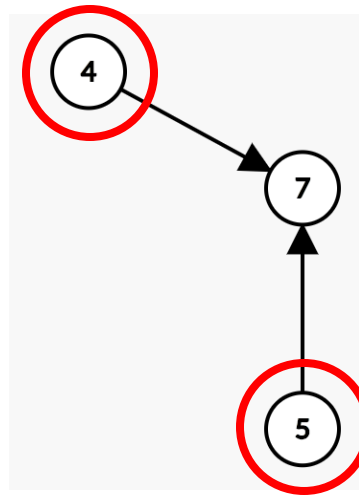
rank[5] = 4



Xếp hạng các đỉnh đồ thị



rank[6] = 3



rank[4] = 4

rank[5] = 4




rank[7] = 5

Xếp hạng các đỉnh đồ thị

- Nhận xét:
 - Xoá đỉnh u : **giảm bậc vào** của các đỉnh kề của u
- Cài đặt giải thuật
 - Các biến hỗ trợ
 - $d[u]$: bậc vào của đỉnh u
 - $S[k]$: danh sách/tập hợp các gốc ở bước k
 - $\text{rank}[u]$: hạng của đỉnh u
 - k : bước lặp

Xếp hạng các đỉnh đồ thị

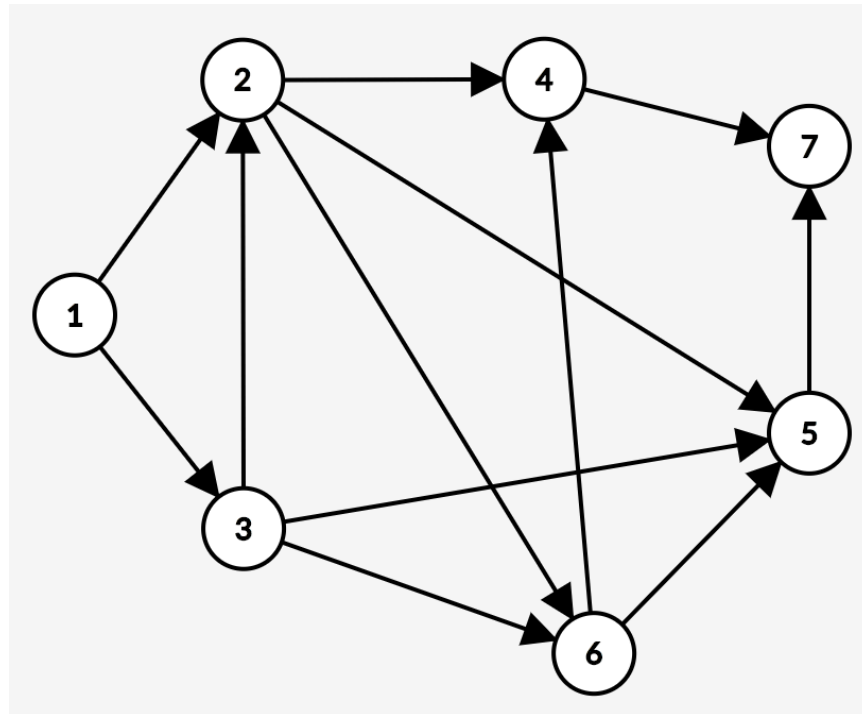
- Khởi tạo
 - Tính bậc vào của các đỉnh: $d[u]$
 - Đưa các gốc vào $S[0]$
 - $k = 0$
- while ($S[k] \neq \text{rỗng}$)
 - Làm rỗng danh sách $S[k+1]$
 - for (các đỉnh u trong danh sách $S[k]$)
 - $\text{rank}[u] = k$; 
 - for (các đỉnh kề v của u)
 - $d[v]--$;
 - if ($d[v] == 0$) đưa v vào $S[k+1]$
 - $k++$

xếp hạng cho u

Xoá u (giảm bậc vào của các đỉnh kề của u)

Bài tập

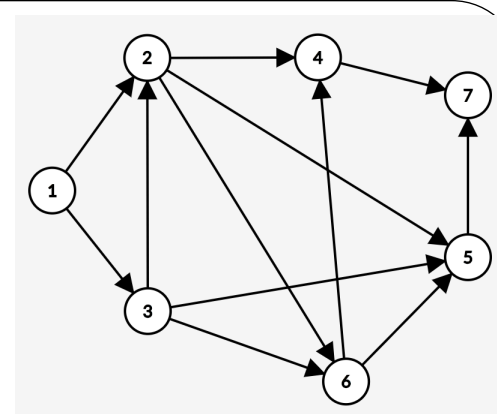
- Áp dụng giải thuật xếp hạng, hãy xếp hạng đồ thị DAG sau:



1 2
1 3
2 4
2 5
2 6
3 2
3 5
3 6
4 7
5 7
6 4
6 5

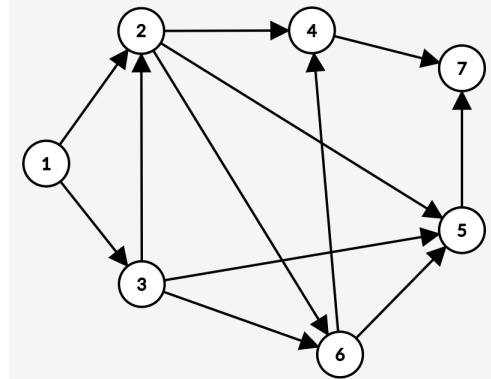
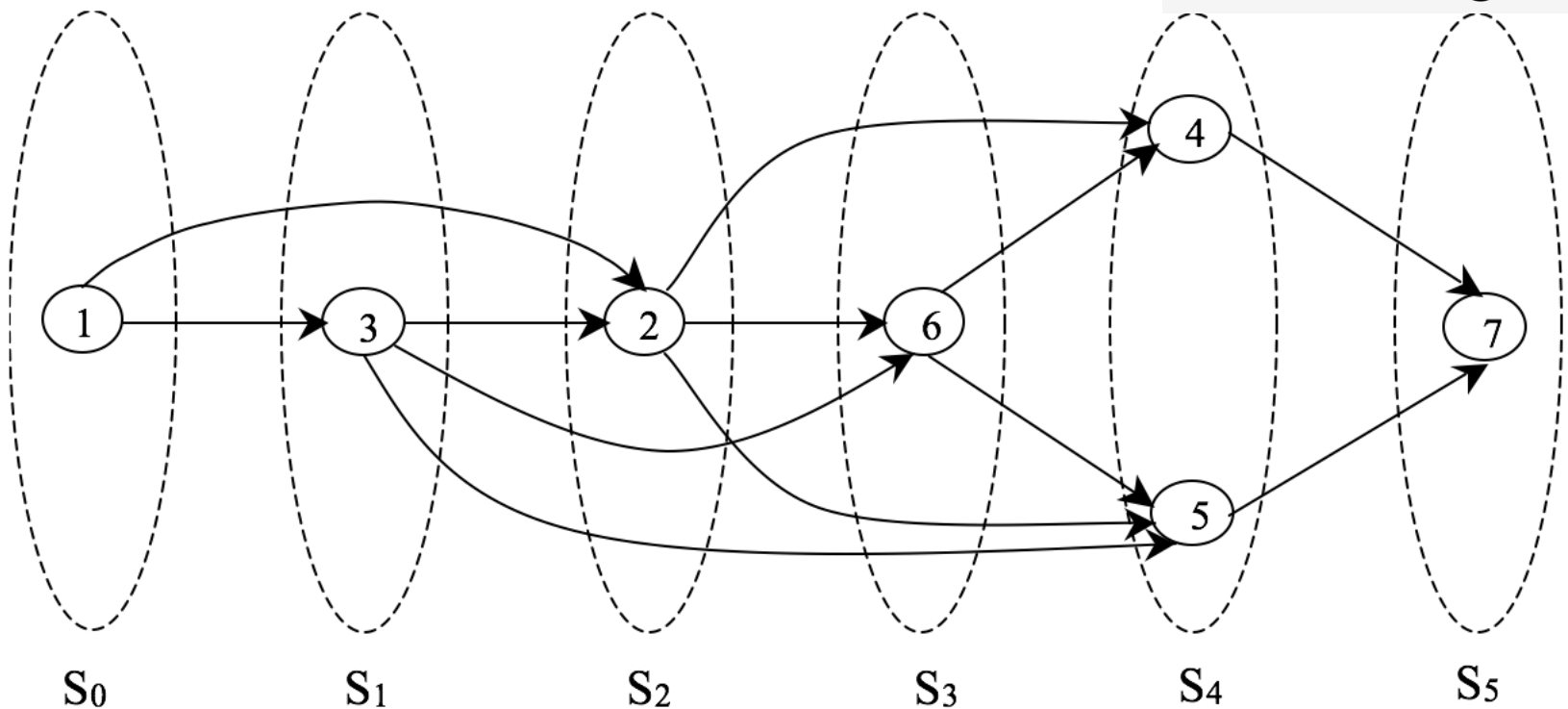
Bài tập

- Khởi tạo



Bước (k)	1	2	3	4	5	6	7	S[k+1]	Công việc
KT (-1)	d[1] = 0	d[2] = 2	d[3] = 1	d[4] = 2	d[5] = 3	d[6] = 2	d[7] = 2	{1}	Tính d[u] và S[0]
0									
1									
2									

Bài tập



Thứ tự topo: 1, 3, 2, 6, 4, 5, 7
1, 3, 2, 6, 5, 4, 7

Bài toán tổ chức thi công

- Dự án (project)
 - Nhiều công việc, mỗi công việc có thời gian hoàn thành
 - Có sự phụ thuộc giữa các công việc (vd: công việc B chỉ có thể bắt đầu làm khi làm xong công việc A)

Bài toán tổ chức thi công

- Dự án (project)

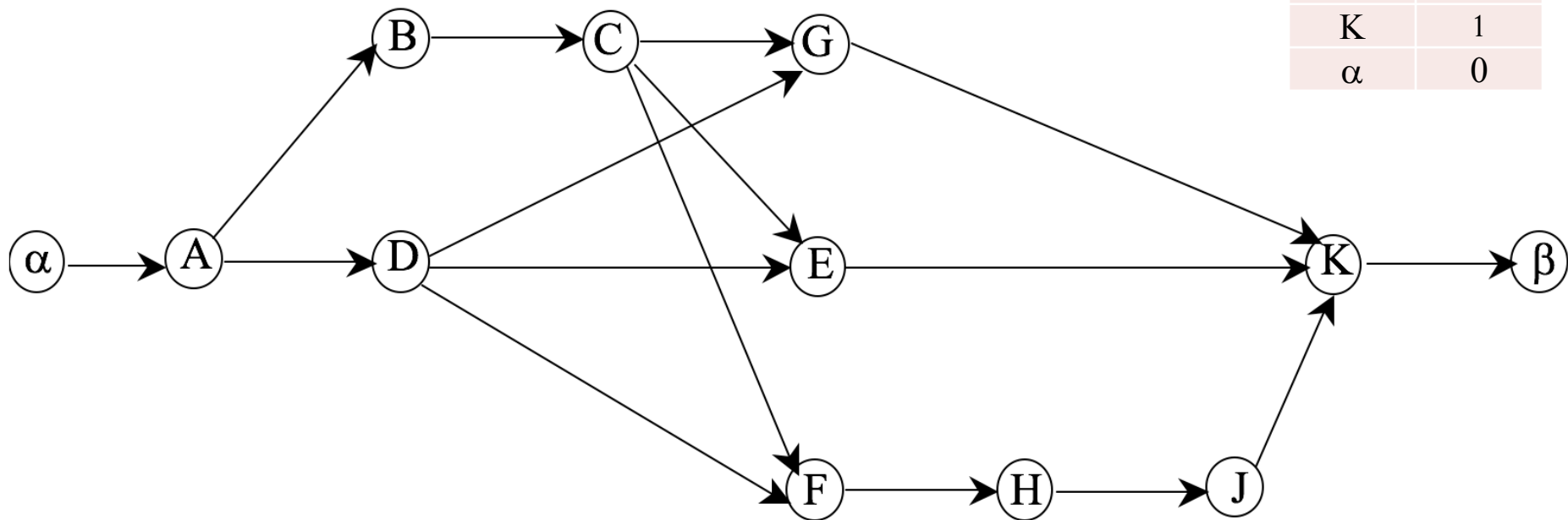
Công việc	Nội dung công việc	Thời gian thực hiện d(i) tính theo tuần	Công việc trước đó
A	Các công việc hồ (nề)	7	∅
B	Dựng khung cho mái	3	A
C	Lợp mái	1	B
D	Lắp đặt hệ thống vệ sinh, chiếu sáng	8	A
E	Trang trí mặt tiền	2	C, D
F	Ráp cửa sổ	1	C, D
G	Trang hoàng vườn	1	C, D
H	Làm trần	2	F
J	Sơn phết	2	H
K	Chuyển nhà	1	E, G, J

Bài toán tổ chức thi công

- Người quản lý dự án (project manager)
 - Tổ chức thực hiện công việc như thế nào để
 - Thoả mãn sự phụ thuộc của các công việc
 - Thời gian hoàn thành dự án ngắn/ít nhất
- Mô hình hoá về đồ thị
 - Công việc \Rightarrow **Đỉnh**
 - Sự phụ thuộc giữa 2 công việc \Rightarrow **Cung**
 - $d[u]$: thời gian hoàn thành công việc $u \Rightarrow$ **trọng số của đỉnh u**
 - Thêm 2 đỉnh: α, β (tương ứng với 2 công việc giả)
 - Thêm cung nối α với các đỉnh có bậc vào bằng 0
 - $d[\alpha] = 0$
 - Thêm cung nối các đỉnh có bậc ra bằng 0 với β

Bài toán tổ chức thi công

A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0

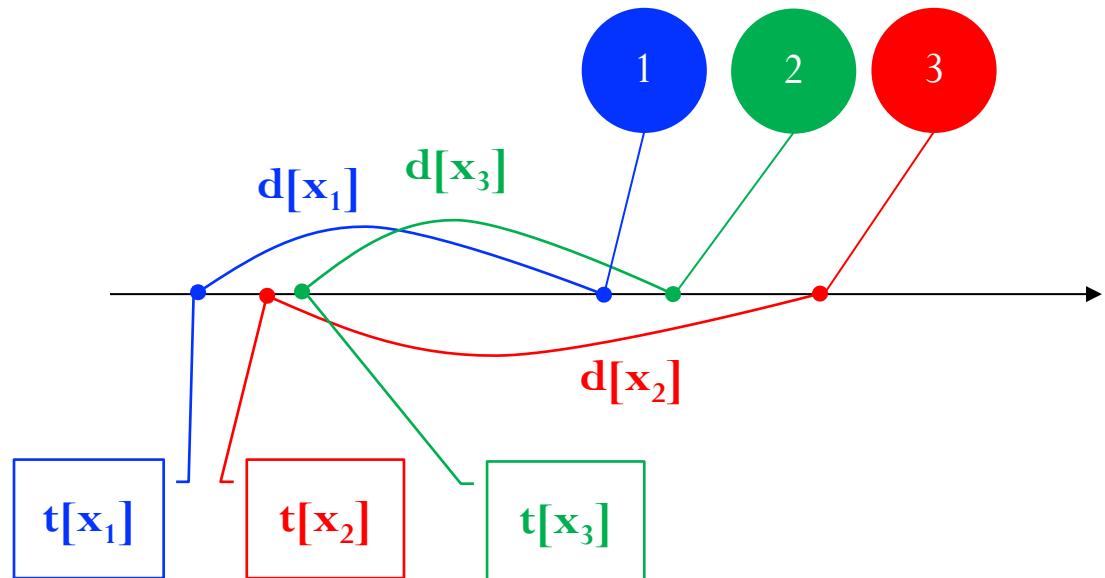
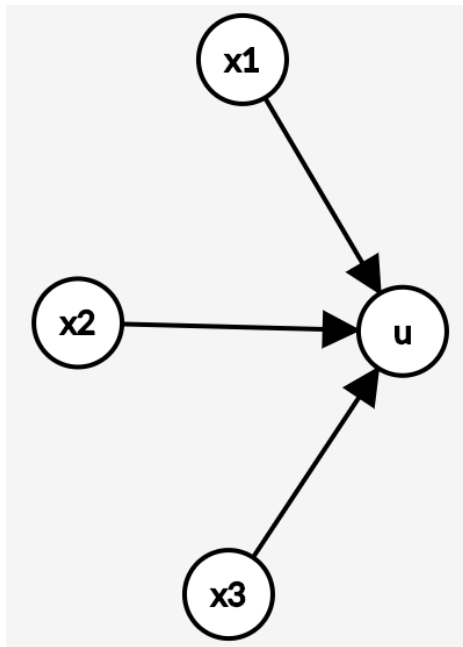


Bài toán tổ chức thi công

- Thời điểm sớm nhất bắt đầu các công việc: $t[u]$
 - $t[\beta]$: thời điểm sớm nhất hoàn thành dự án
- Tính $t[u]$
 - $t[\alpha] = 0$
 - Xét các đỉnh u theo thứ tự hạng **tăng dần**
 - **$t[u] = \max \{t[x] + d[x]\}$** với x là đỉnh tương ứng với công việc trước của cung việc u .

Bài toán tổ chức thi công

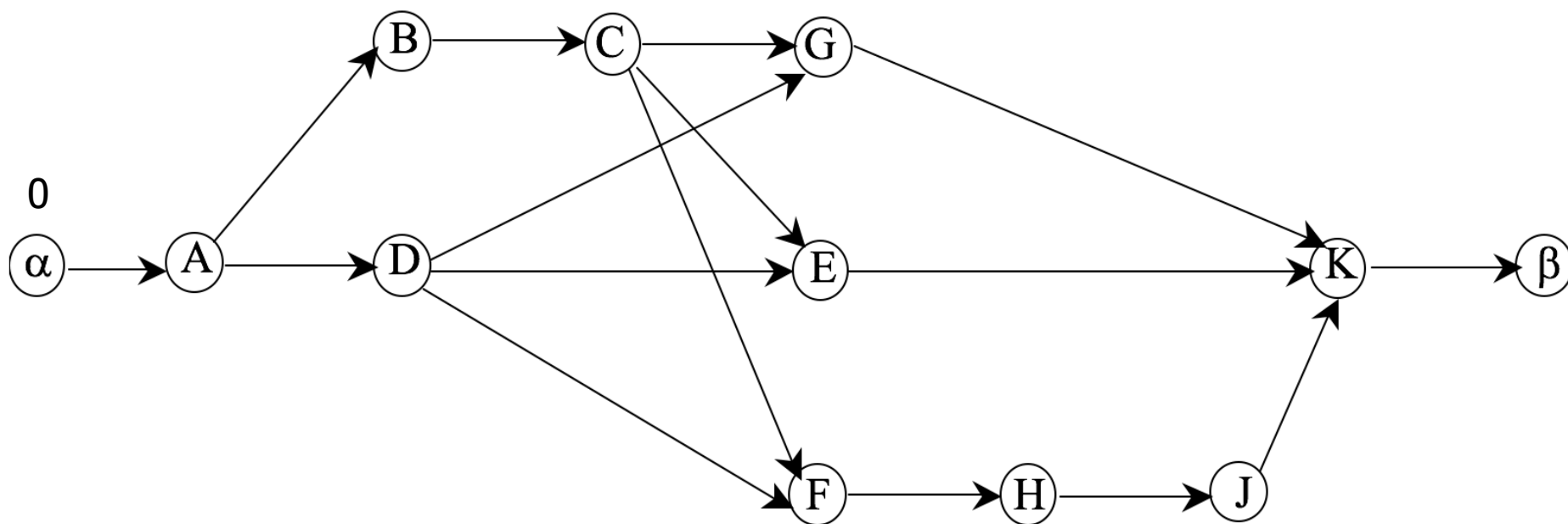
- Tính $t[u]$
 - Xét các đỉnh u theo thứ tự hạng tăng dần
 - $t[u] = \max \{t[x] + d[x]\}$ với x là đỉnh tương ứng với công việc trước của cung việc u .



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

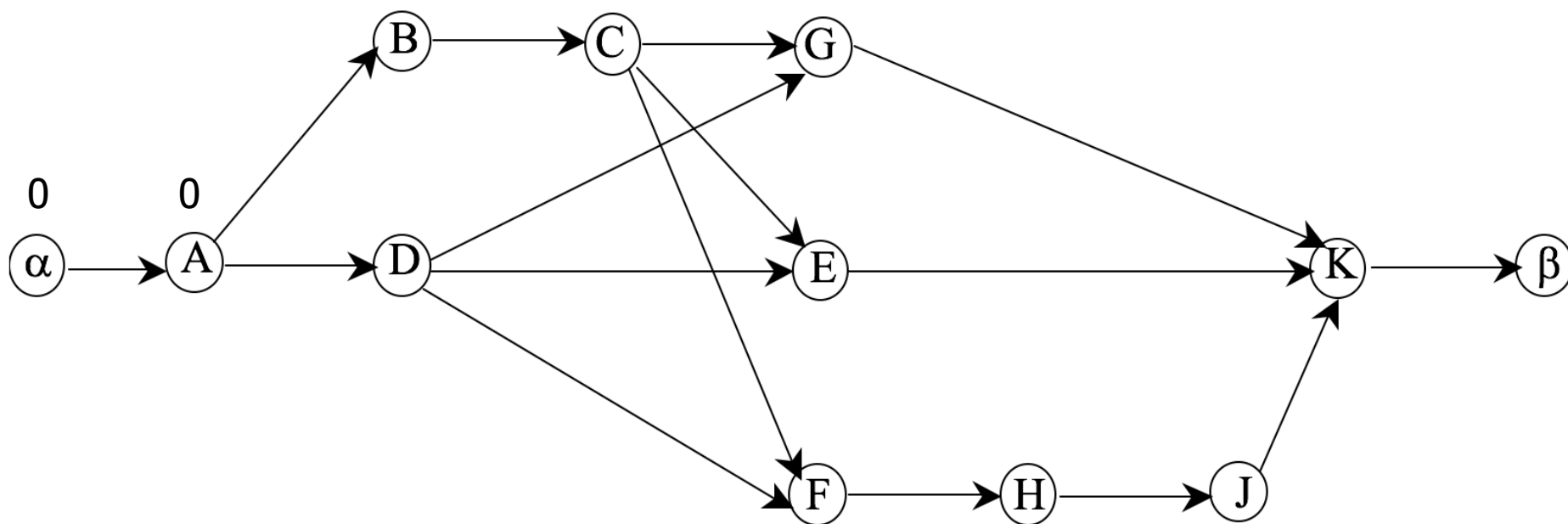
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

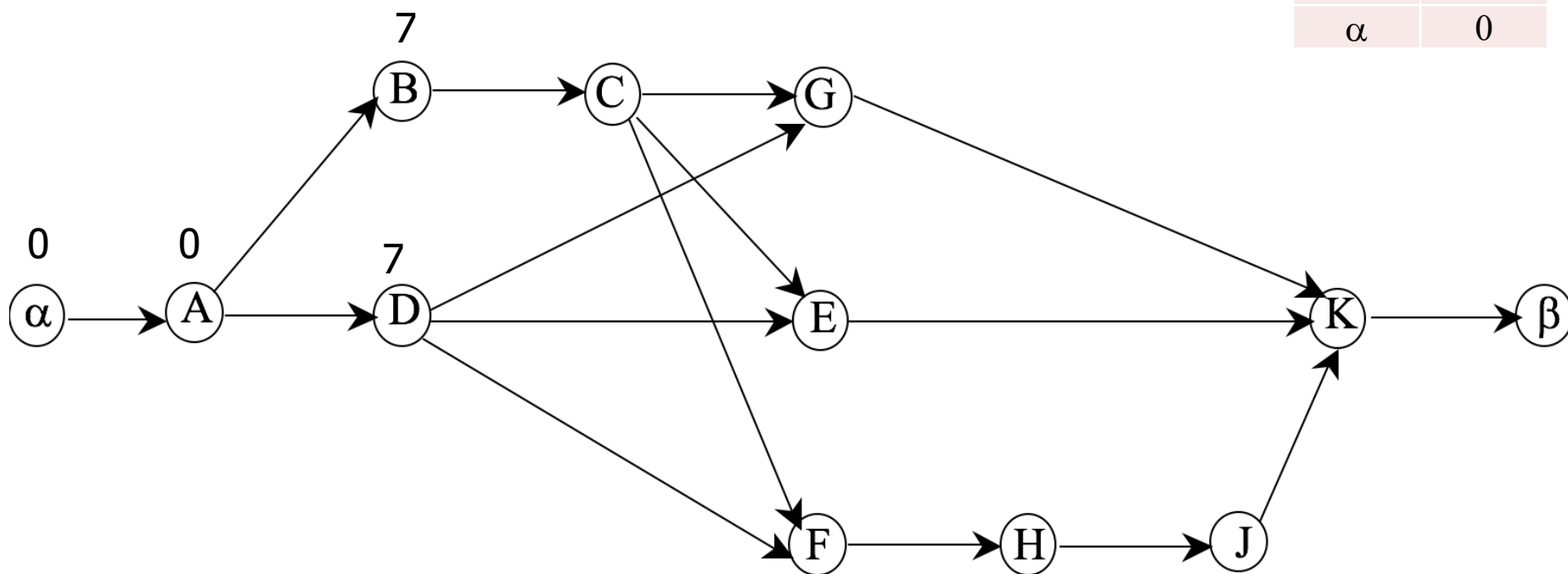
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

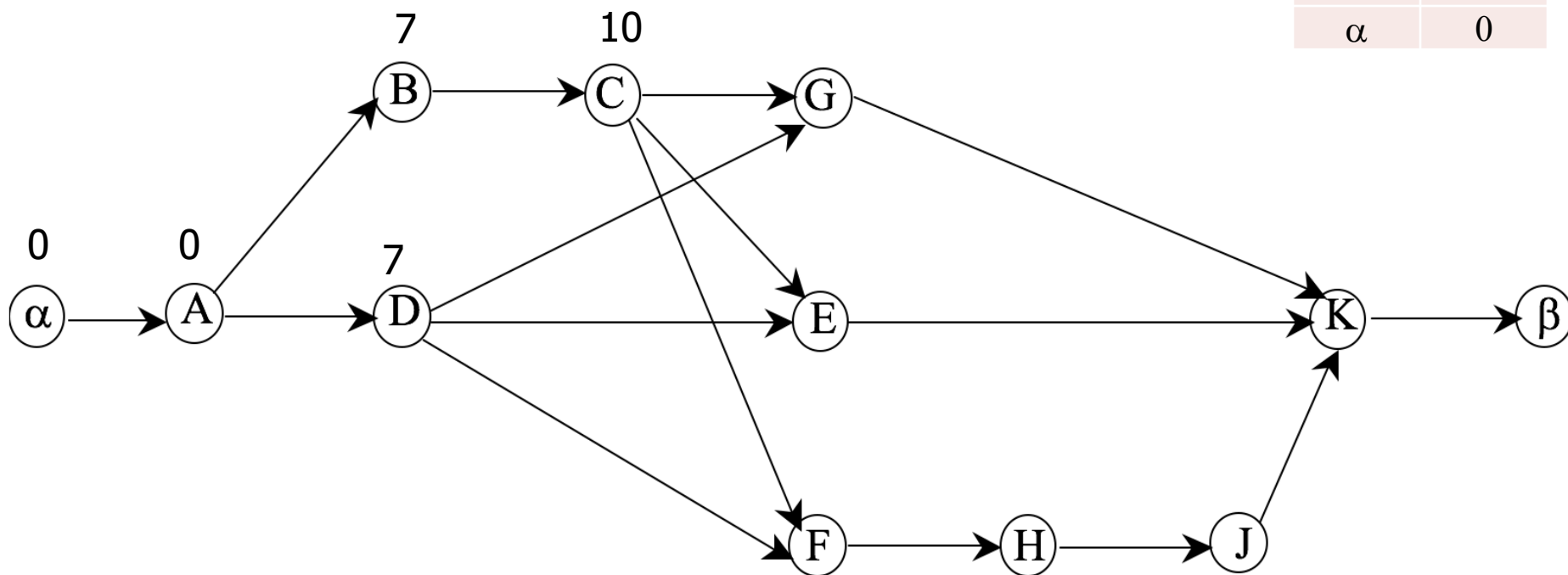
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

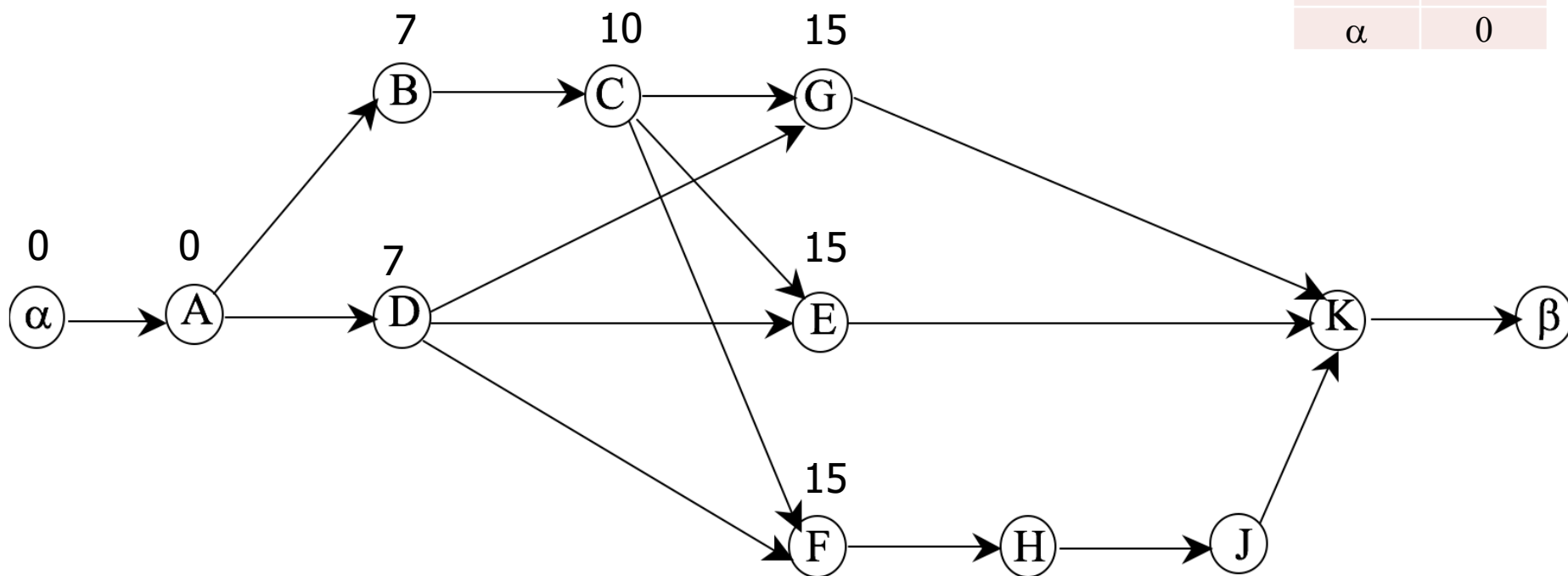
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

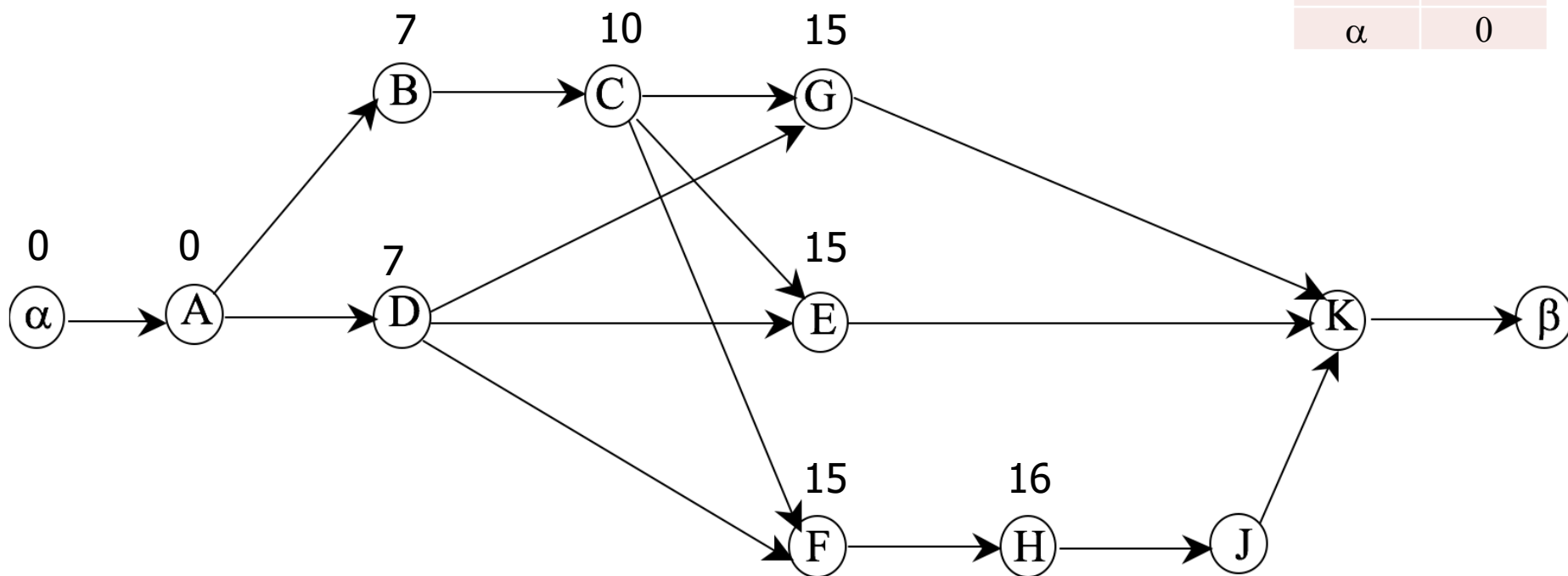
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

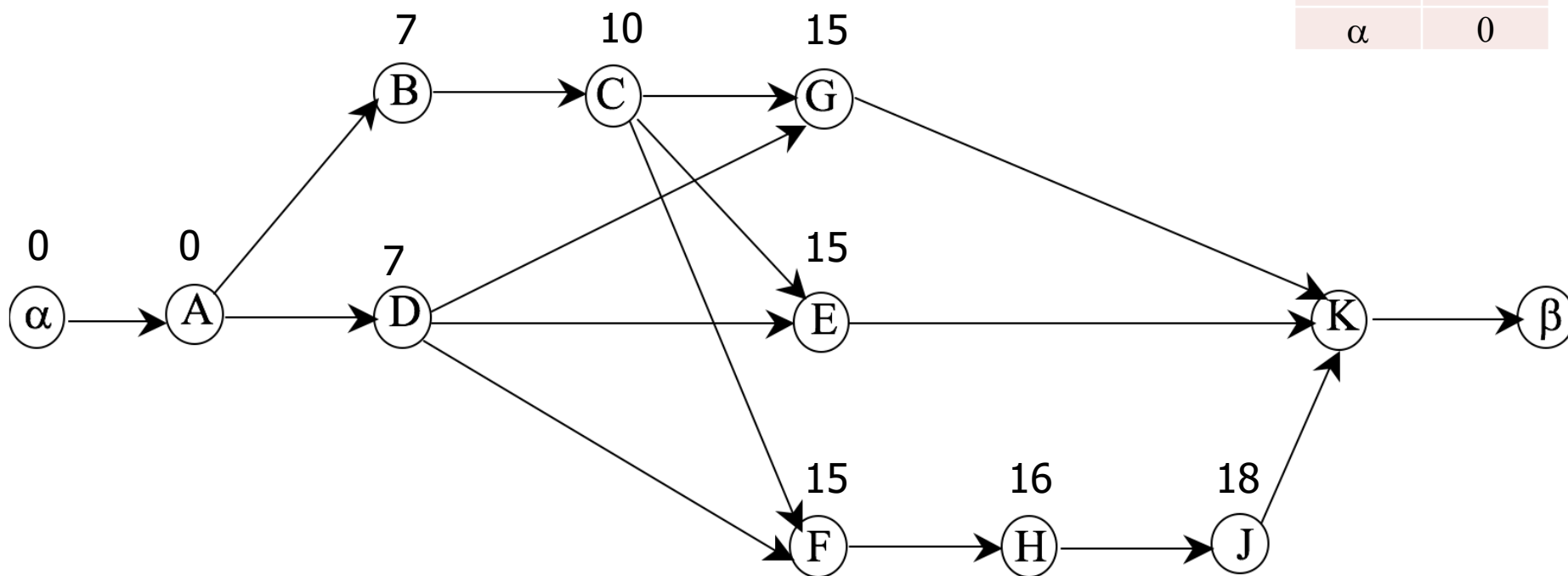
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

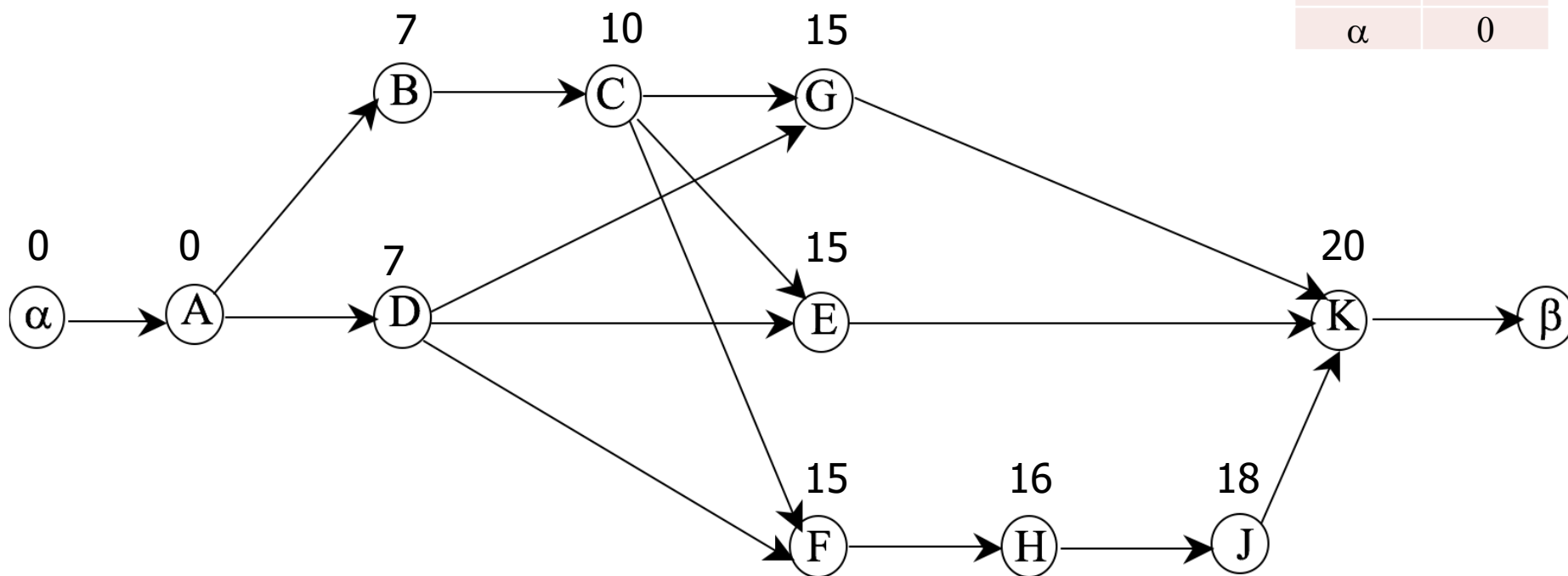
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

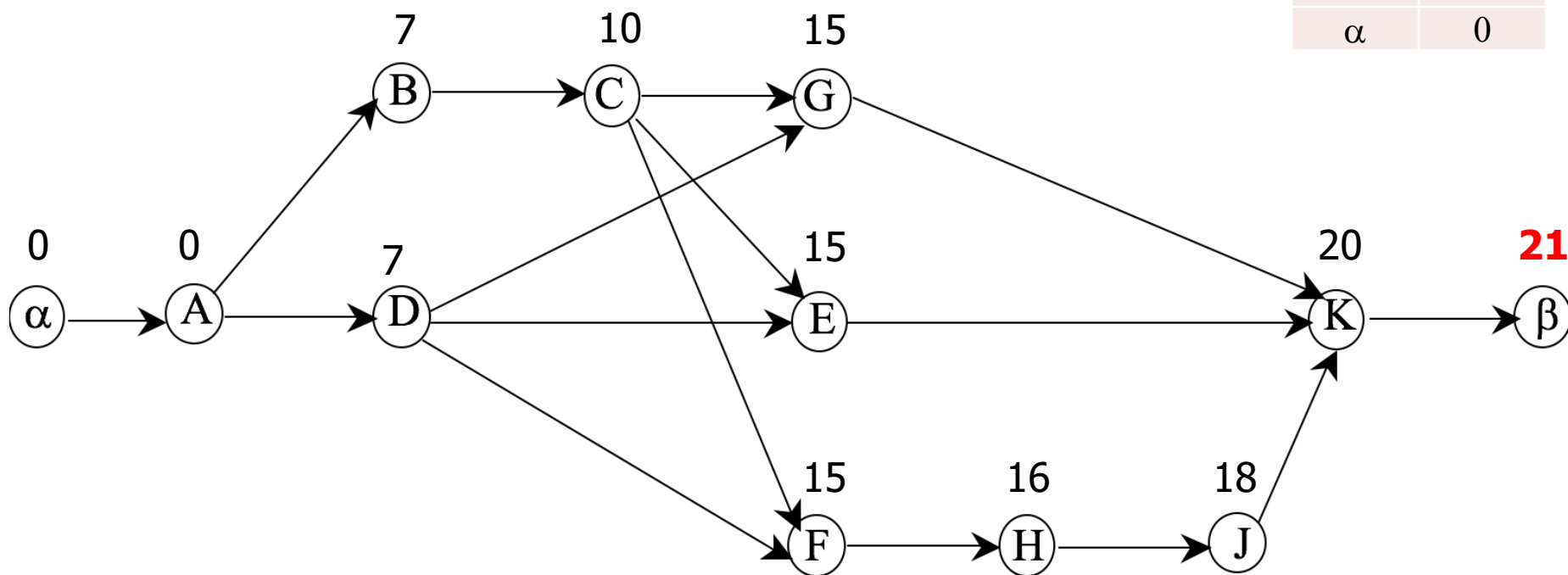
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $t[u]$

A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0

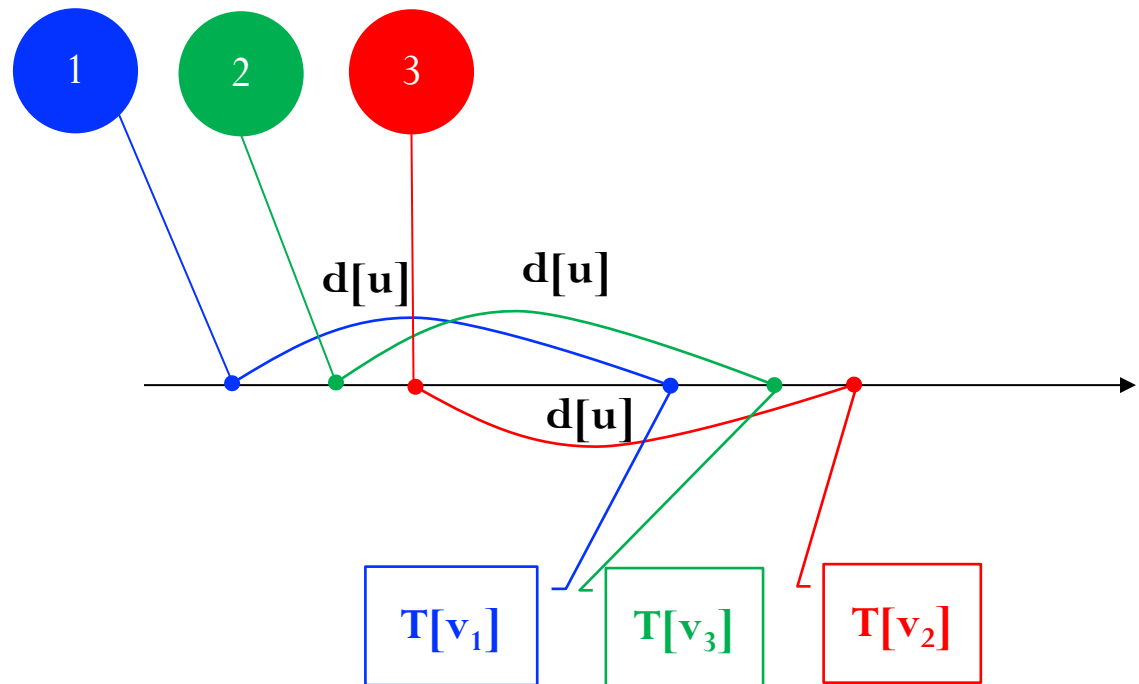
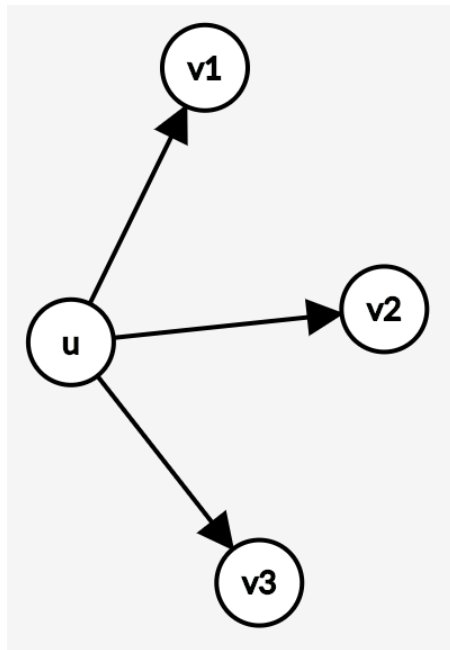


Bài toán tổ chức thi công

- Thời điểm trễ nhất bắt đầu các công việc mà không ảnh hưởng đến tiến độ dự án: $T[u]$
- Tính $T[u]$
 - $T[\beta] = t[\beta]$
 - Xét các đỉnh u theo thứ tự hạng **giảm dần**
 - **$T[u] = \min \{T[v]\} - d[u]$** với v là đỉnh kề của u .

Bài toán tổ chức thi công

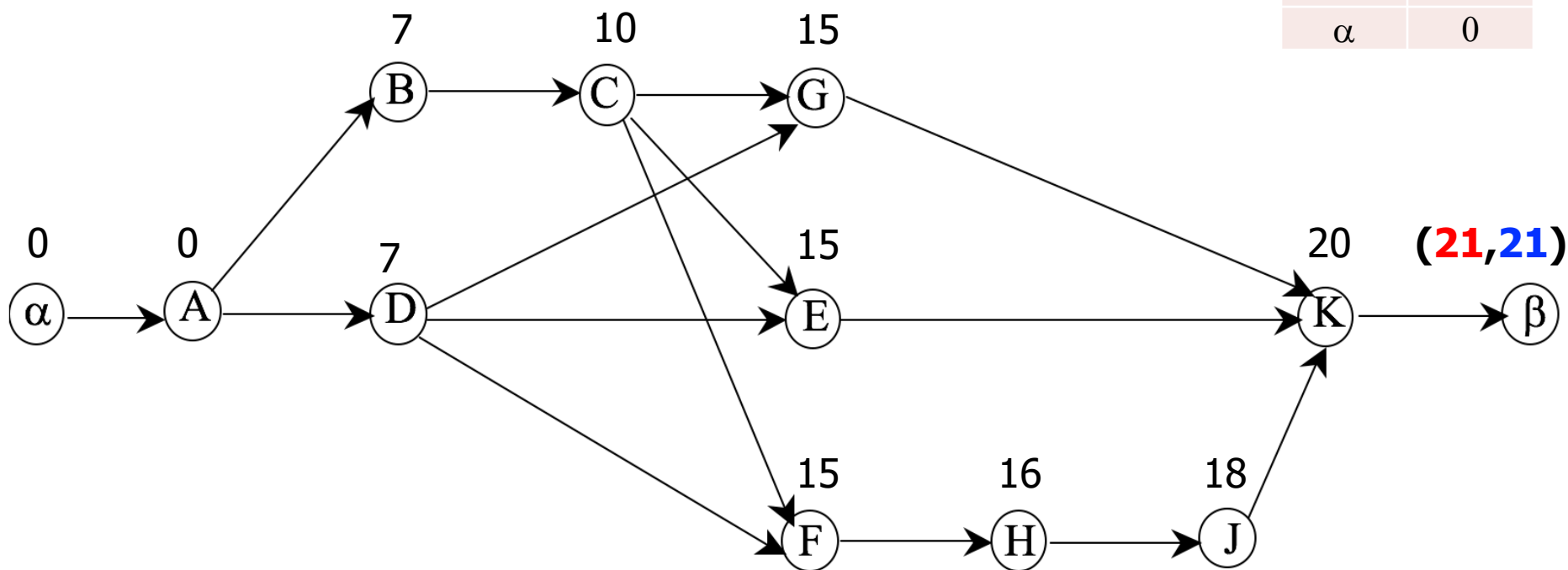
- Tính $T[u]$
 - Xét các đỉnh u theo thứ tự hạng **giảm dần**
 - $T[u] = \min \{T[v]\} - d[u]$ với v là đỉnh kề của u .



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

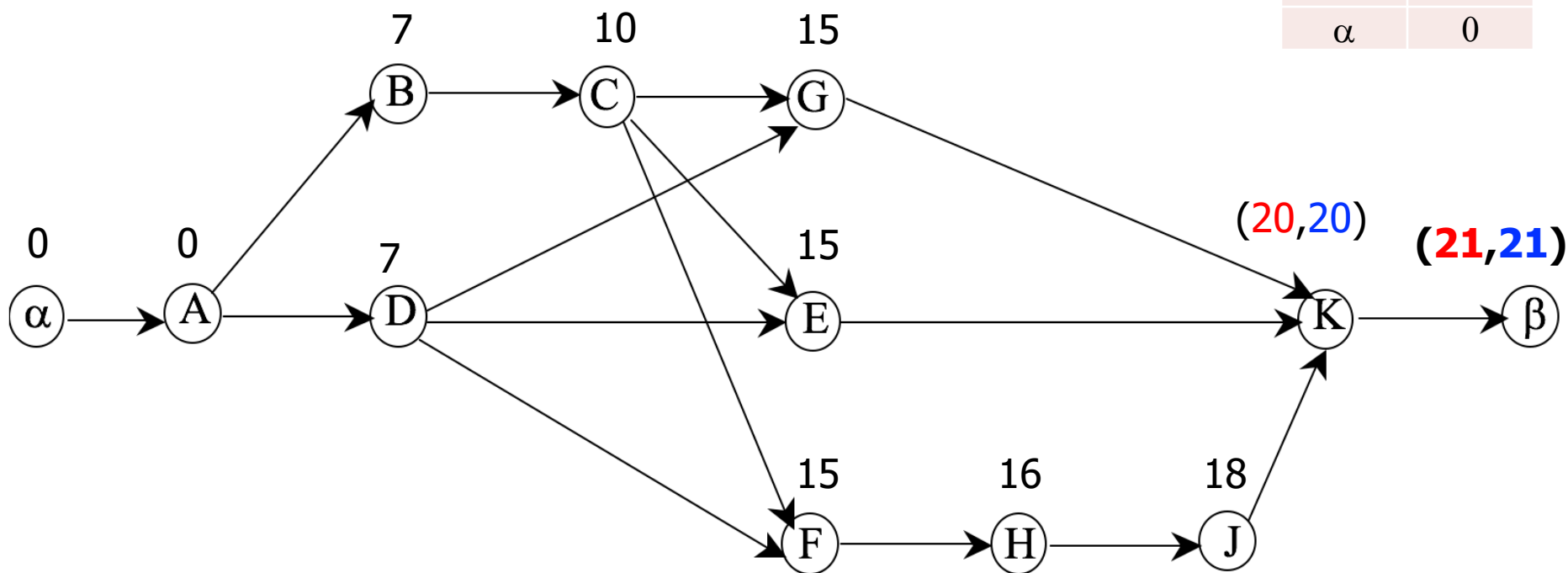
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

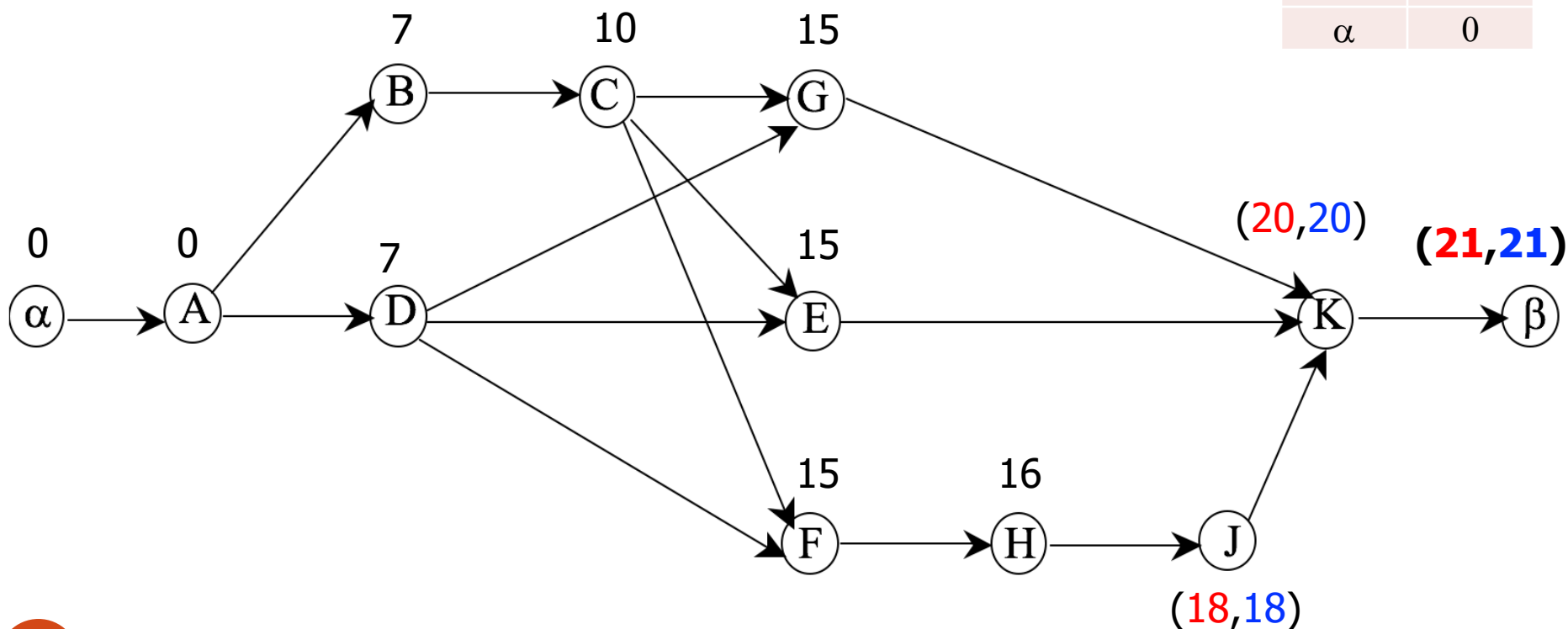
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

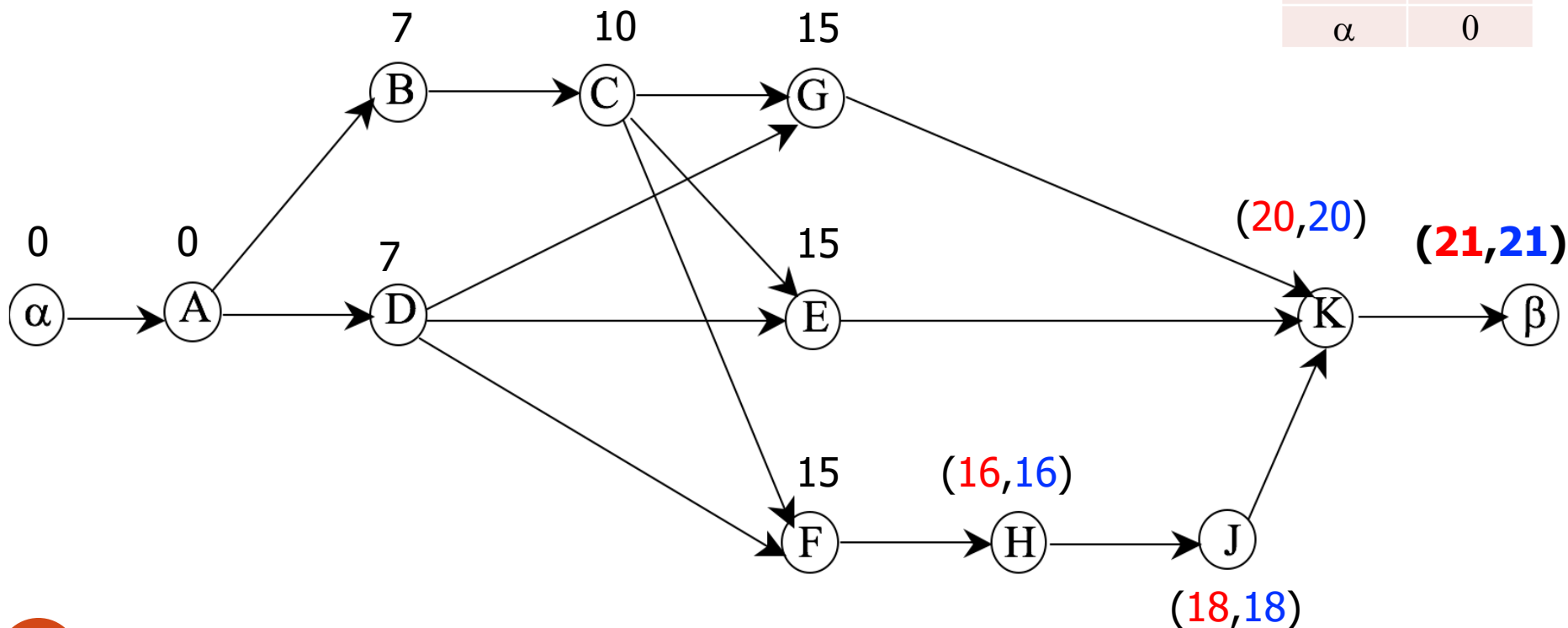
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

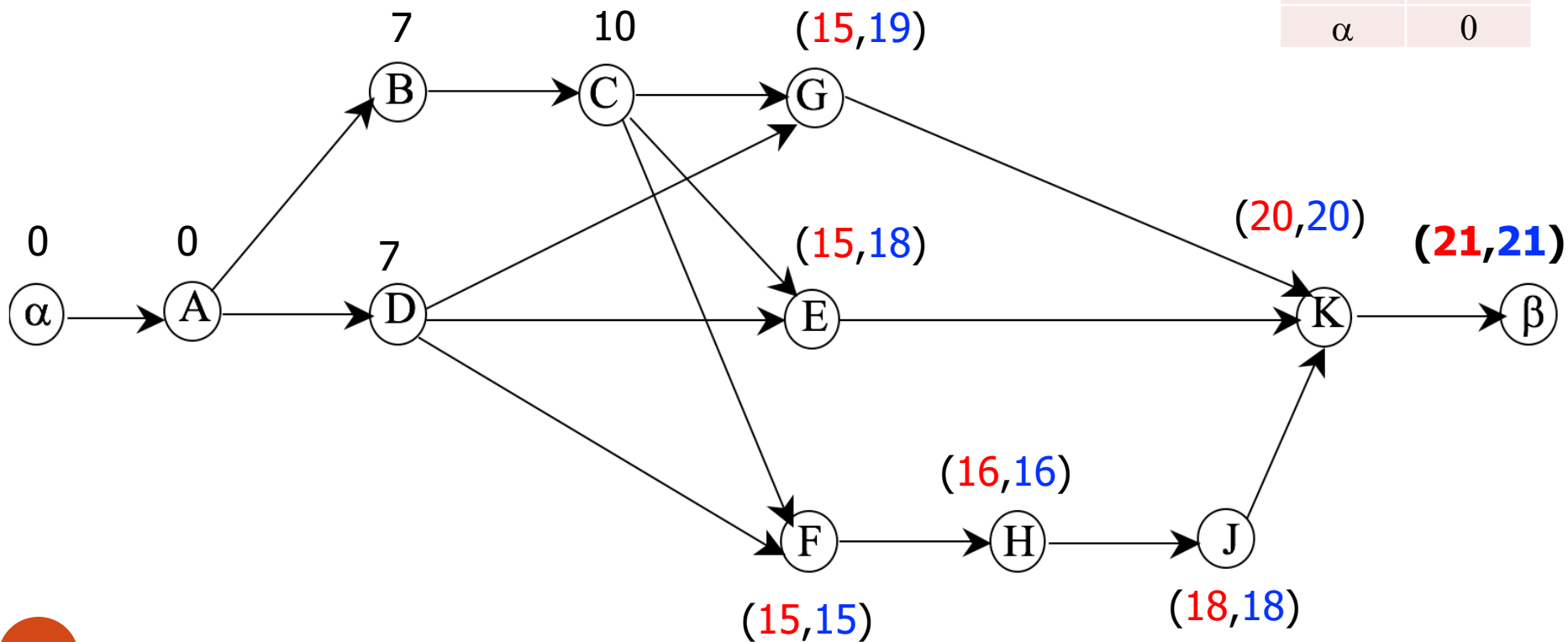
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

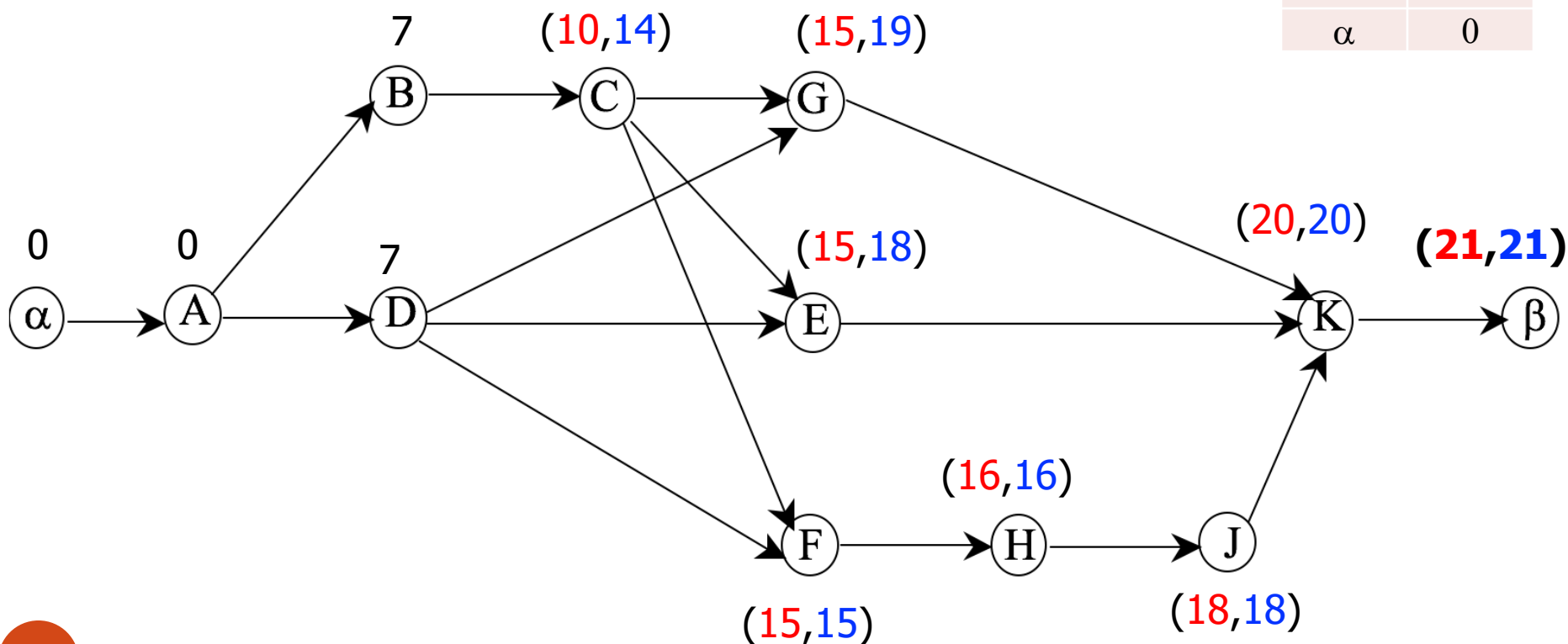
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

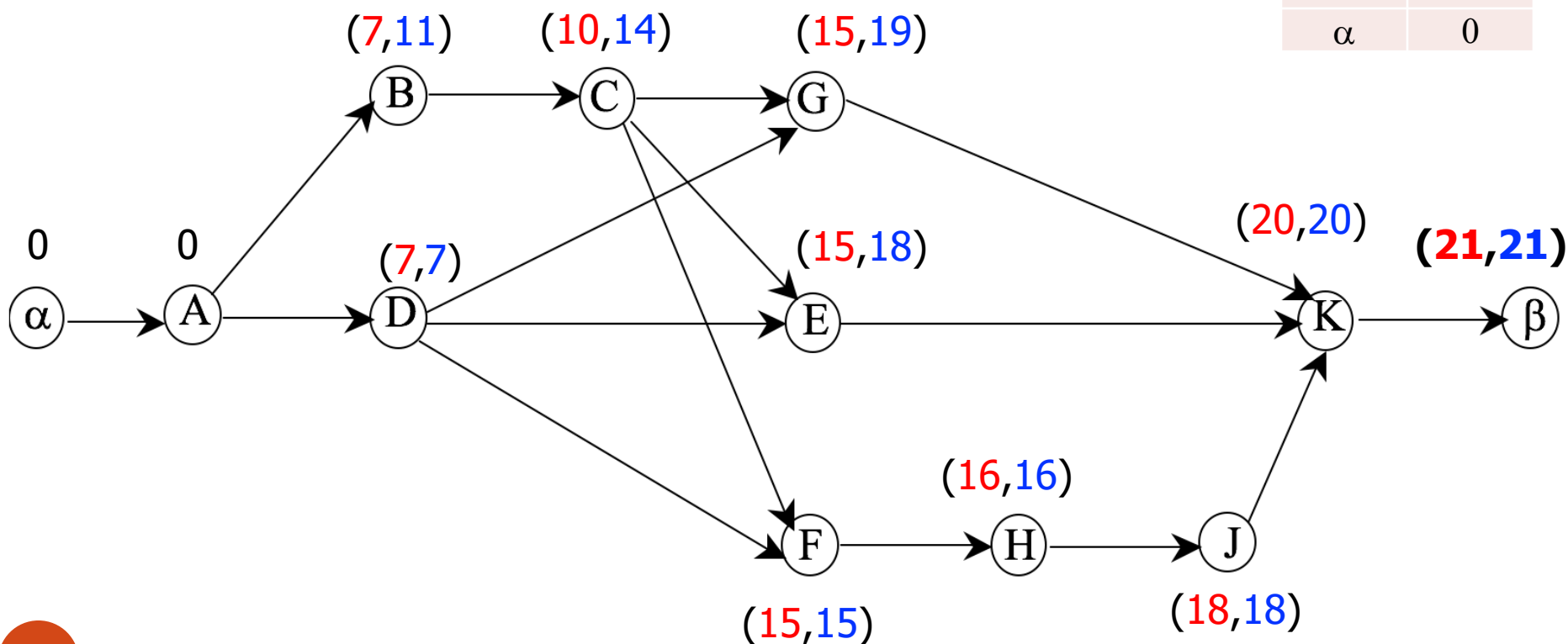
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

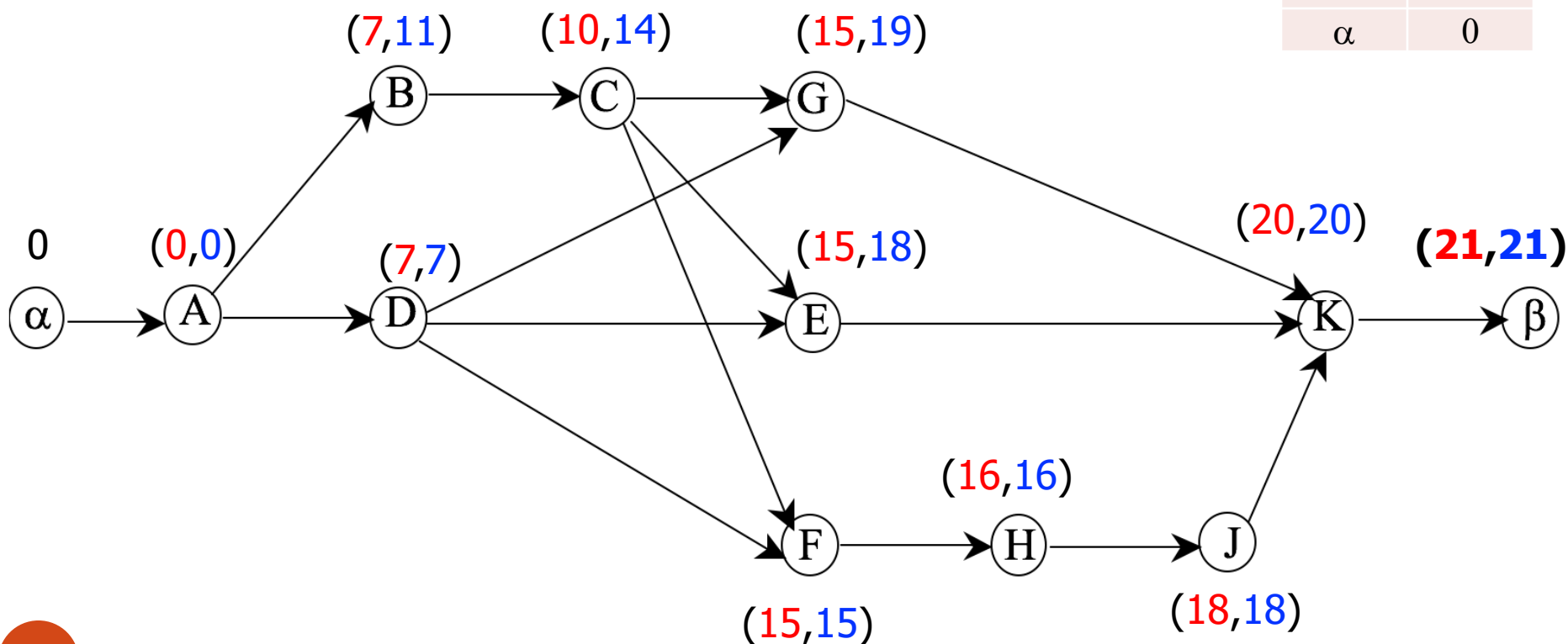
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

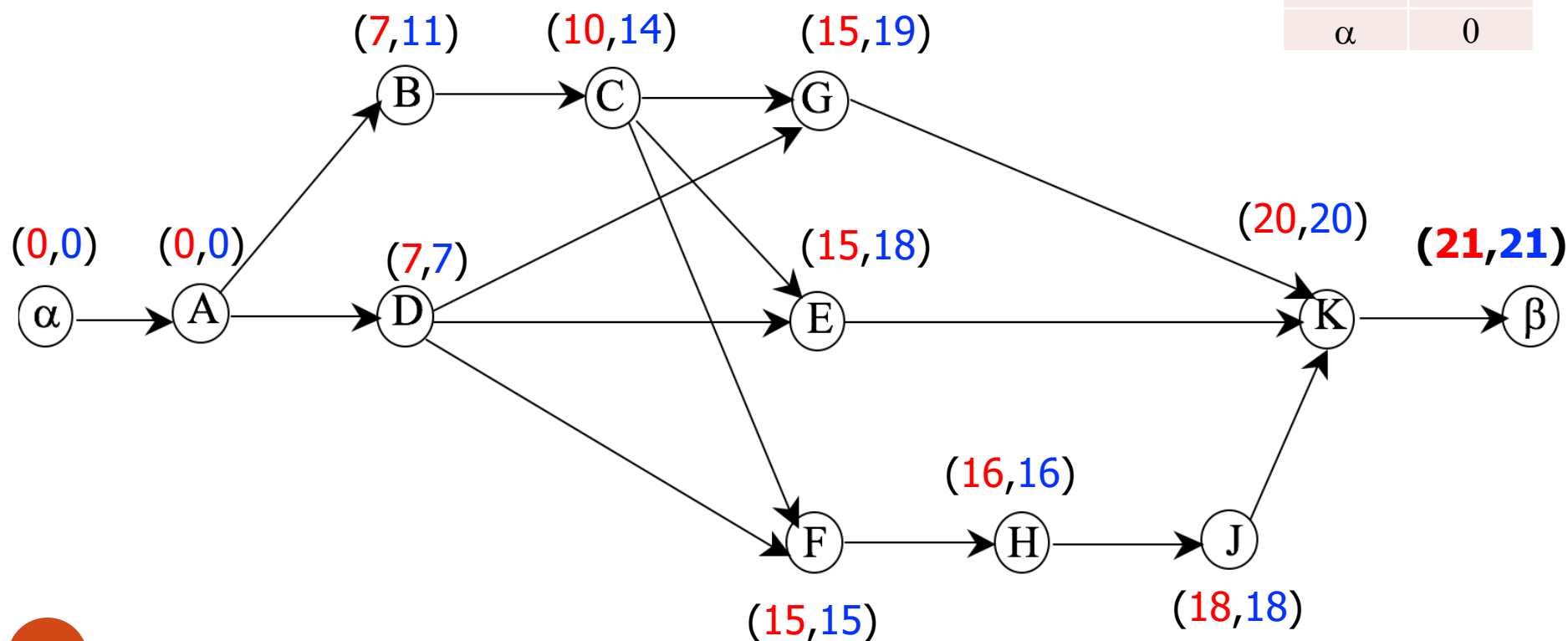
A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Áp dụng tìm $t[u]$ và $T[u]$
 - Tìm $T[u]$

A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0



Bài toán tổ chức thi công

- Công việc then chốt
 - $t[u] = T[u]$
 - Đường nối các công việc then chốt: đường GANTT

Bài toán tổ chức thi công

- Công việc then chốt & đường GANTT

A	7
B	3
C	1
D	8
E	2
F	1
G	1
H	2
J	2
K	1
α	0

