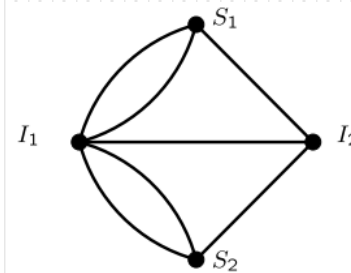
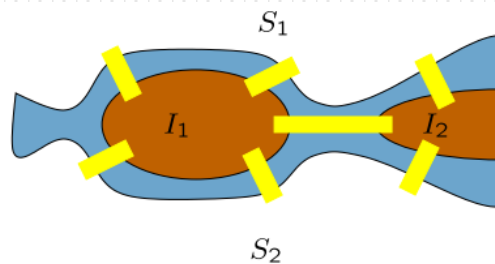


LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Cây có hướng & Cây khung tối thiểu

Phạm Nguyên Hoàng
BM. Khoa học máy tính, CNTT
pnhoang@cit.ctu.edu.vn



Xây dựng hệ thống dẫn nước



Nhà máy nước



Xây dựng hệ thống dẫn nước



Nhà máy nước



Xây hệ thống dẫn nước sao cho: nhà nào cũng có nước để sử dụng

Xây dựng hệ thống dẫn nước

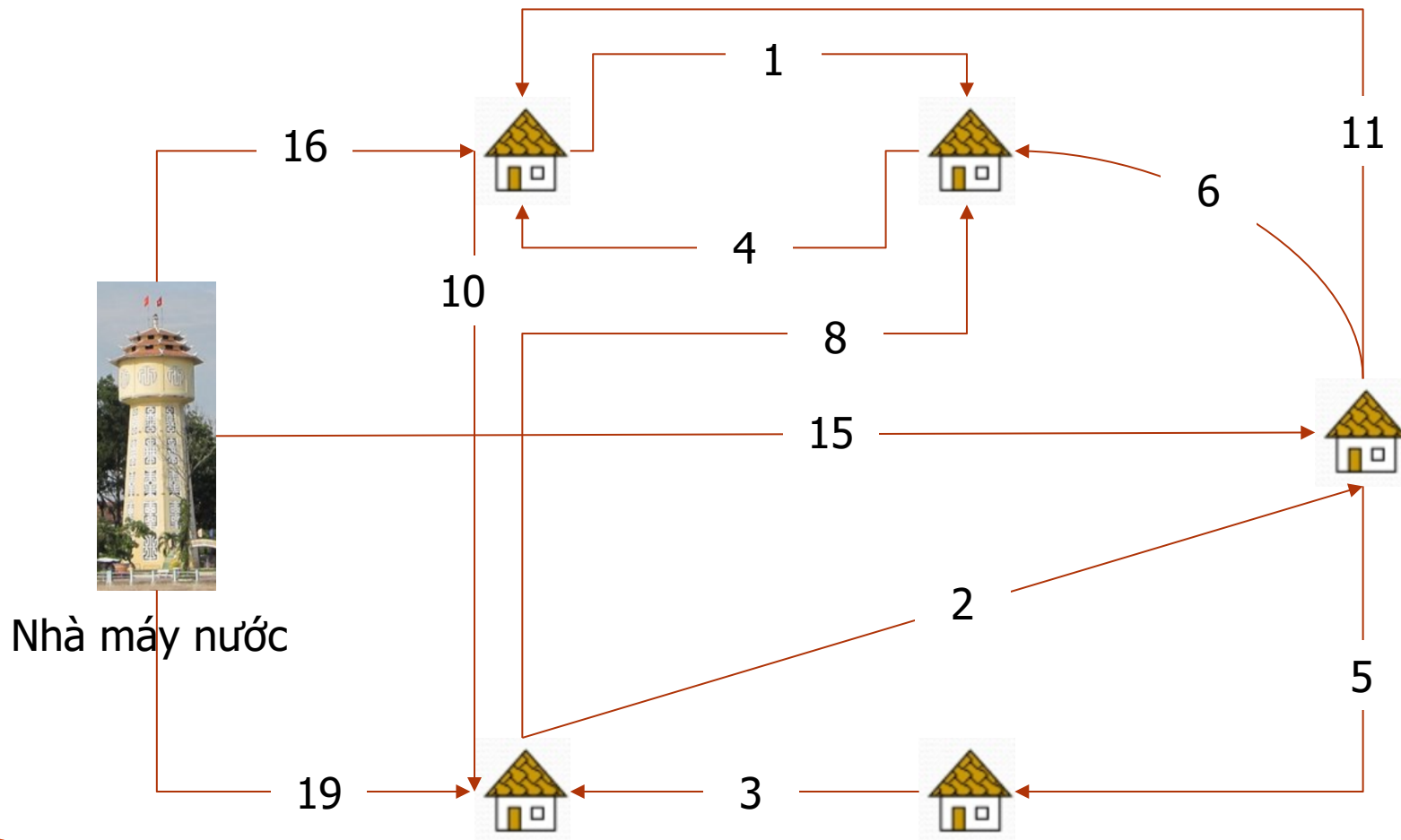


Nhà máy nước



**Xây hệ thống dẫn
nước sao cho: nước
từ nhà máy nước
có thể đi đến được
mọi nhà**

Xây dựng hệ thống dẫn nước



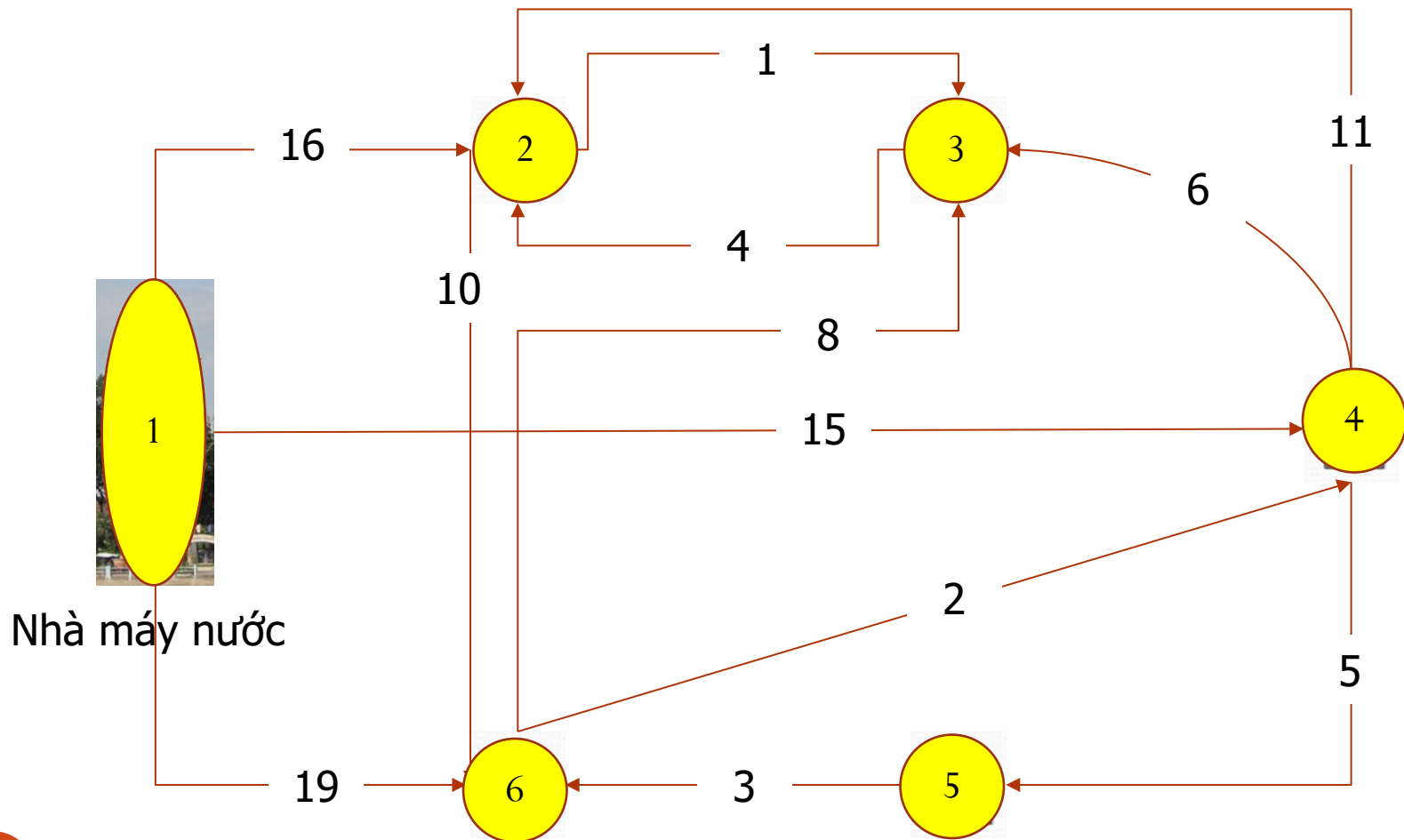
Xây dựng hệ thống dẫn nước



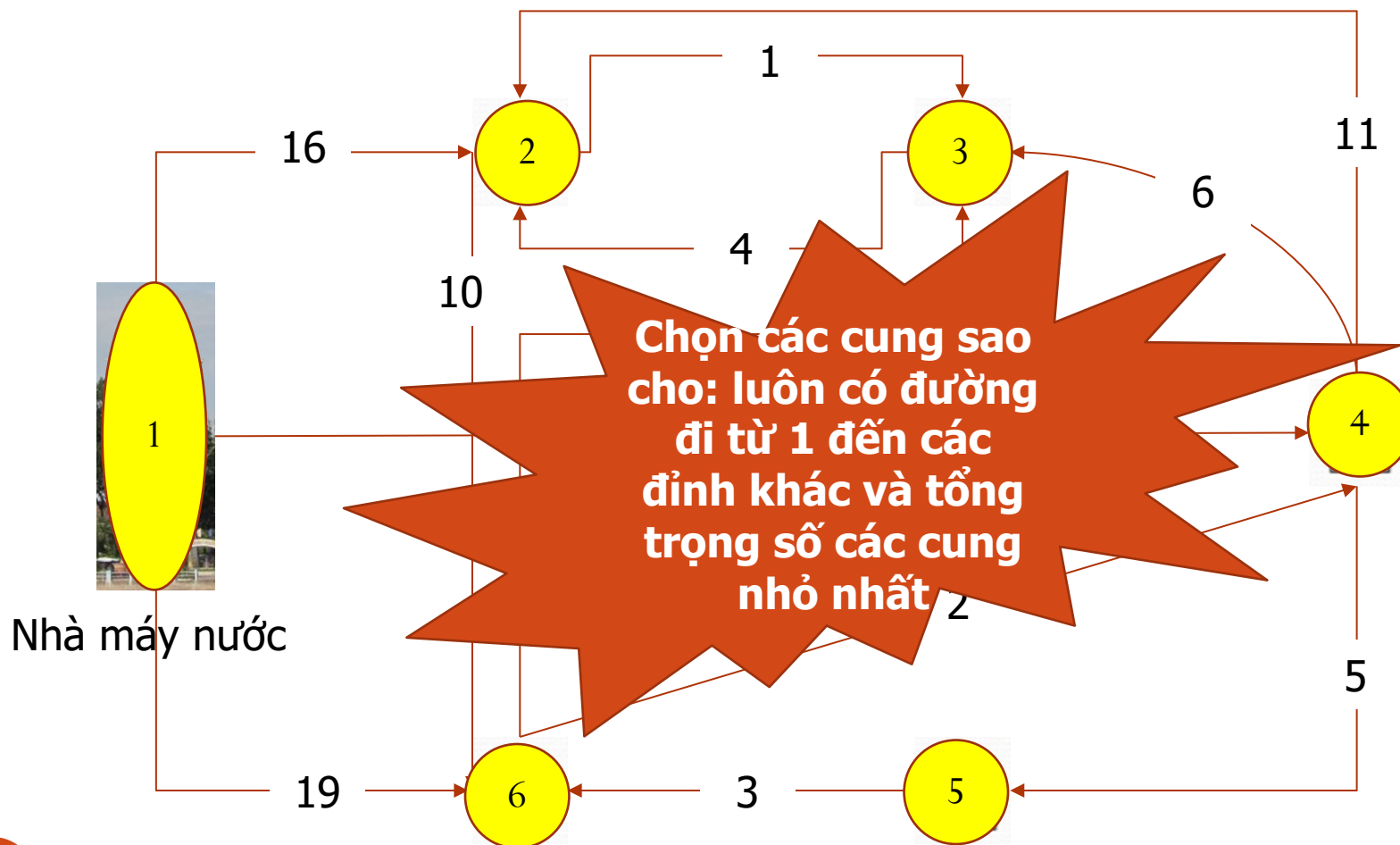
Xây dựng hệ thống dẫn nước

- Đỉnh: nhà/nhà máy nước, gọi tắt là địa điểm
- Cung: đường ống nối giữa các địa điểm với nhau.
Nước chỉ chảy 1 chiều => cung có hướng
- Trọng số cung: chi phí xây dựng đường ống tương ứng
- Đồ thị có hướng, có trọng số

Xây dựng hệ thống dẫn nước

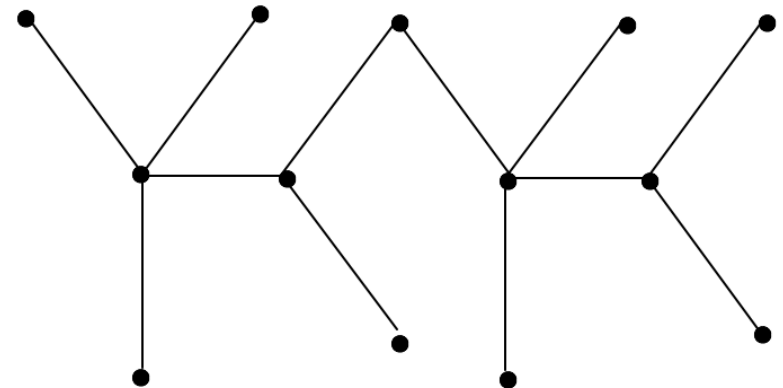
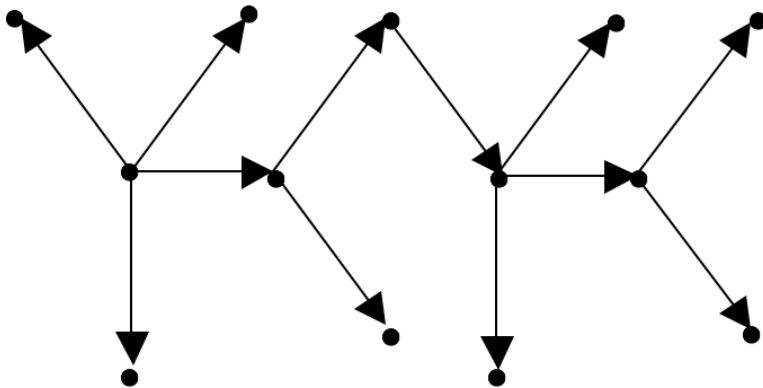


Xây dựng hệ thống dẫn nước



Cây có hương

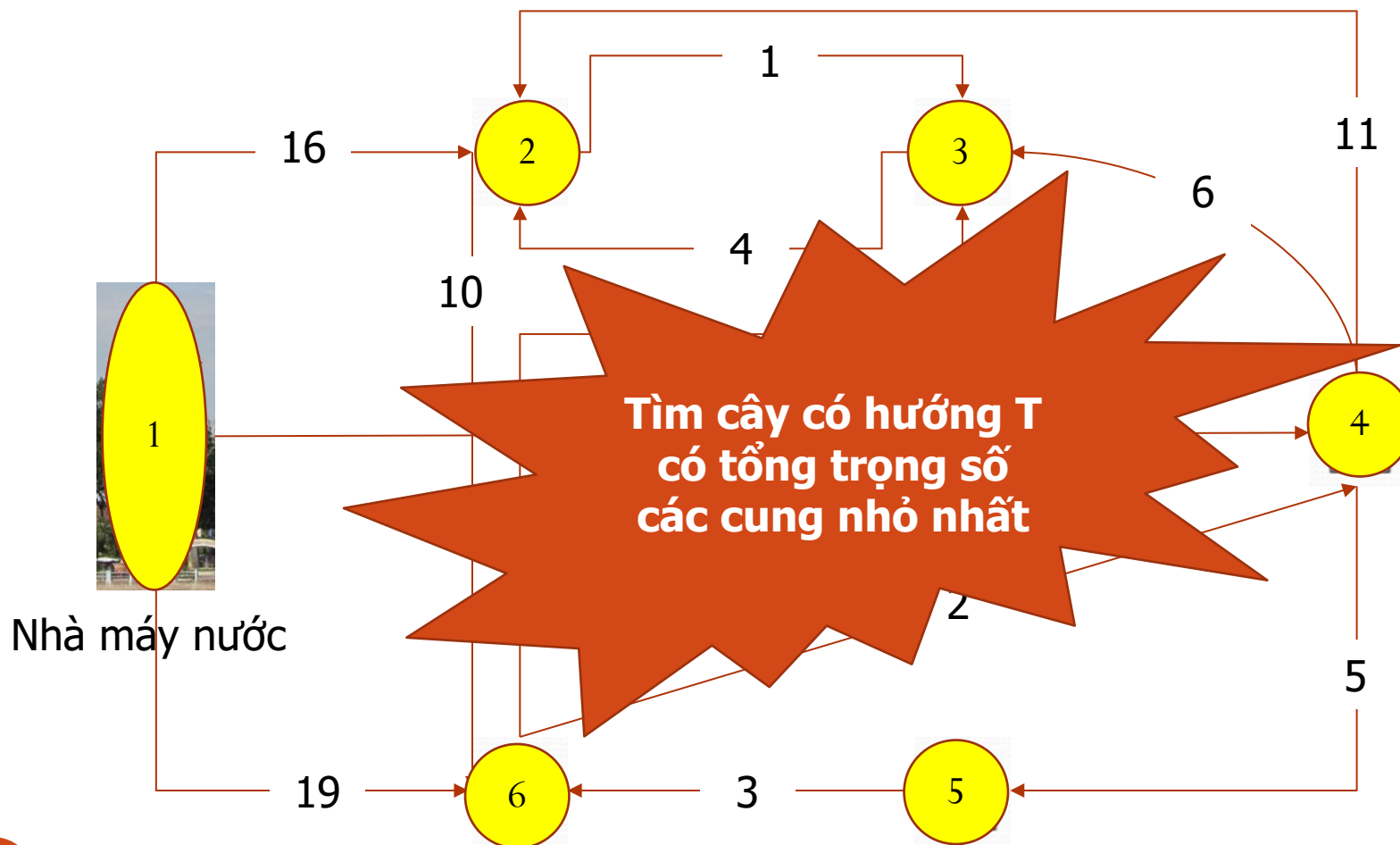
- Định nghĩa:
 - Đồ thị có hướng $G = \langle V, E \rangle$ là một cây có hướng, gốc r khi và chỉ khi:
 - G không có chu trình vô hướng
 - Luôn có đường đi từ r đến các đỉnh khác



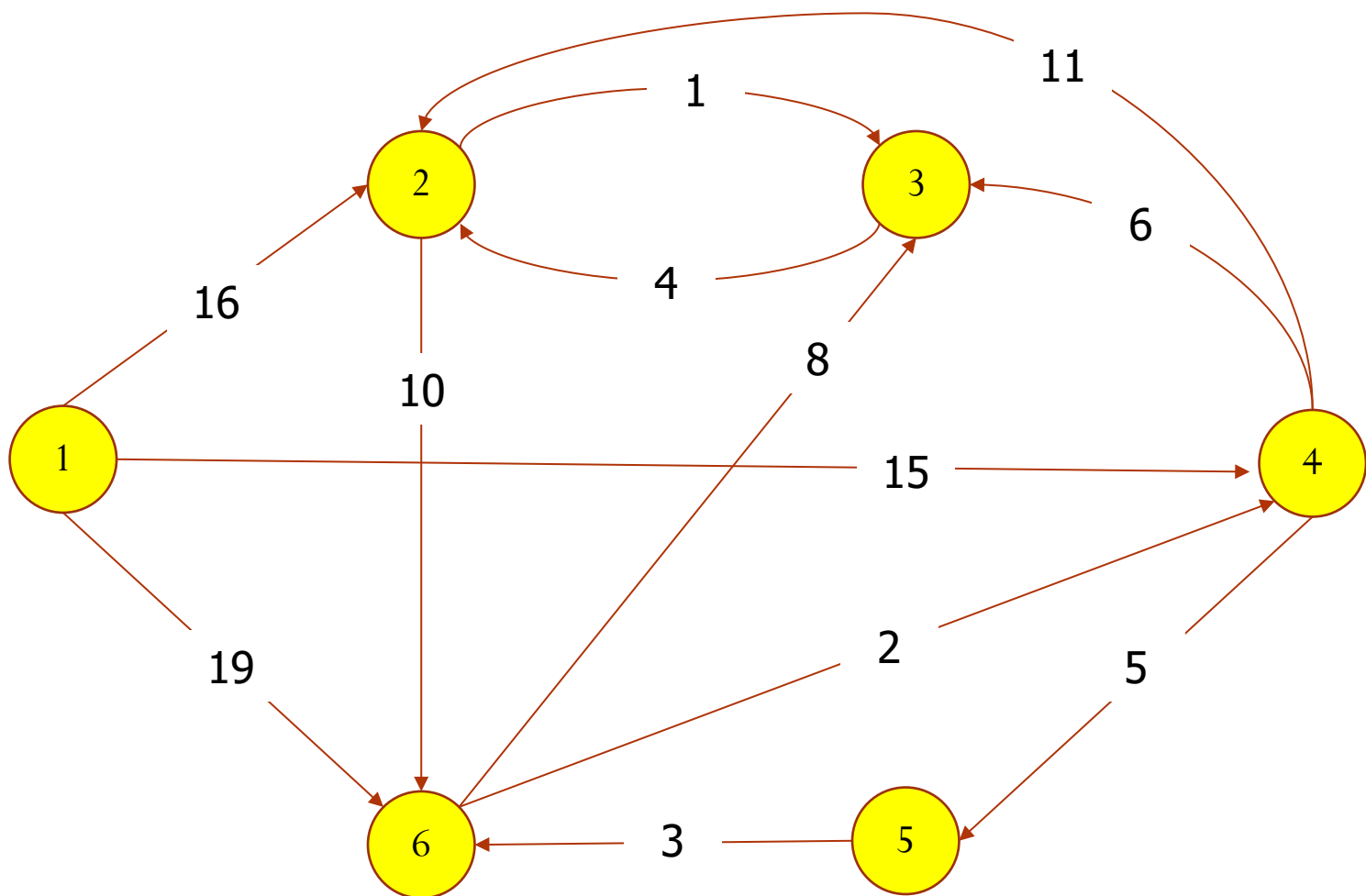
Cây có hướng

- Các tính chất (định lý): G là cây có hướng gốc r
 1. Tồn tại đỉnh r được nối với mỗi một đỉnh khác bằng một đường đi duy nhất xuất phát từ r .
 2. Gần liên thông mạnh và cực tiểu đối với tính chất này.
 3. Liên thông và tồn tại một đỉnh r có bậc trong bằng không và bậc trong của những đỉnh khác r là bằng 1.
 4. Không có chu trình và tồn tại một đỉnh r có bậc trong bằng không và bậc trong của những đỉnh khác r là bằng 1.
 5. Gần liên thông mạnh và không có chu trình.
 6. Gần liên thông mạnh và có $n-1$ cung.
- Xem Giáo trình Toán rời rạc

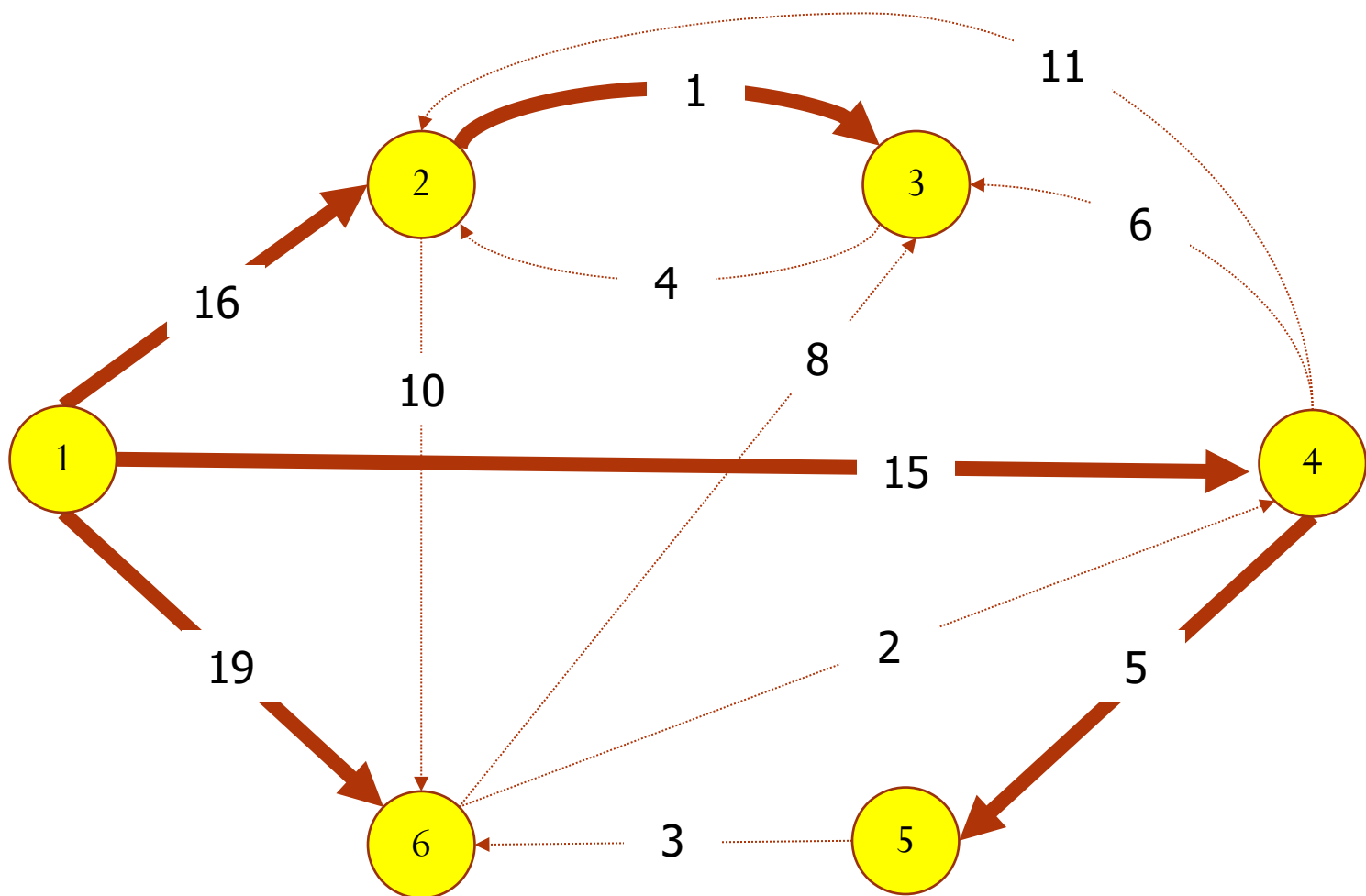
Xây dựng hệ thống dẫn nước



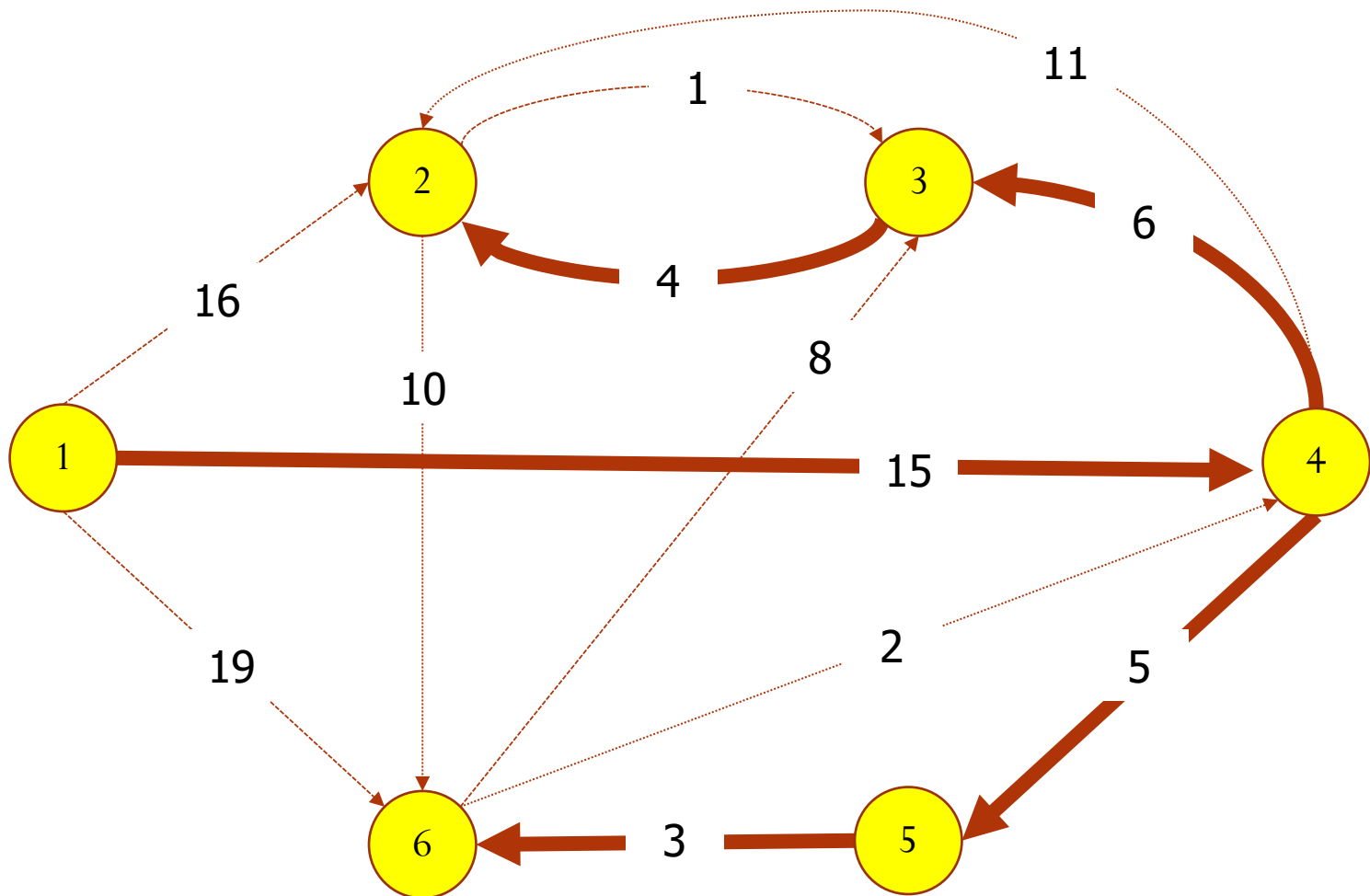
Xây dựng hệ thống dẫn nước



Xây dựng hệ thống dẫn nước



Xây dựng hệ thống dẫn nước



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

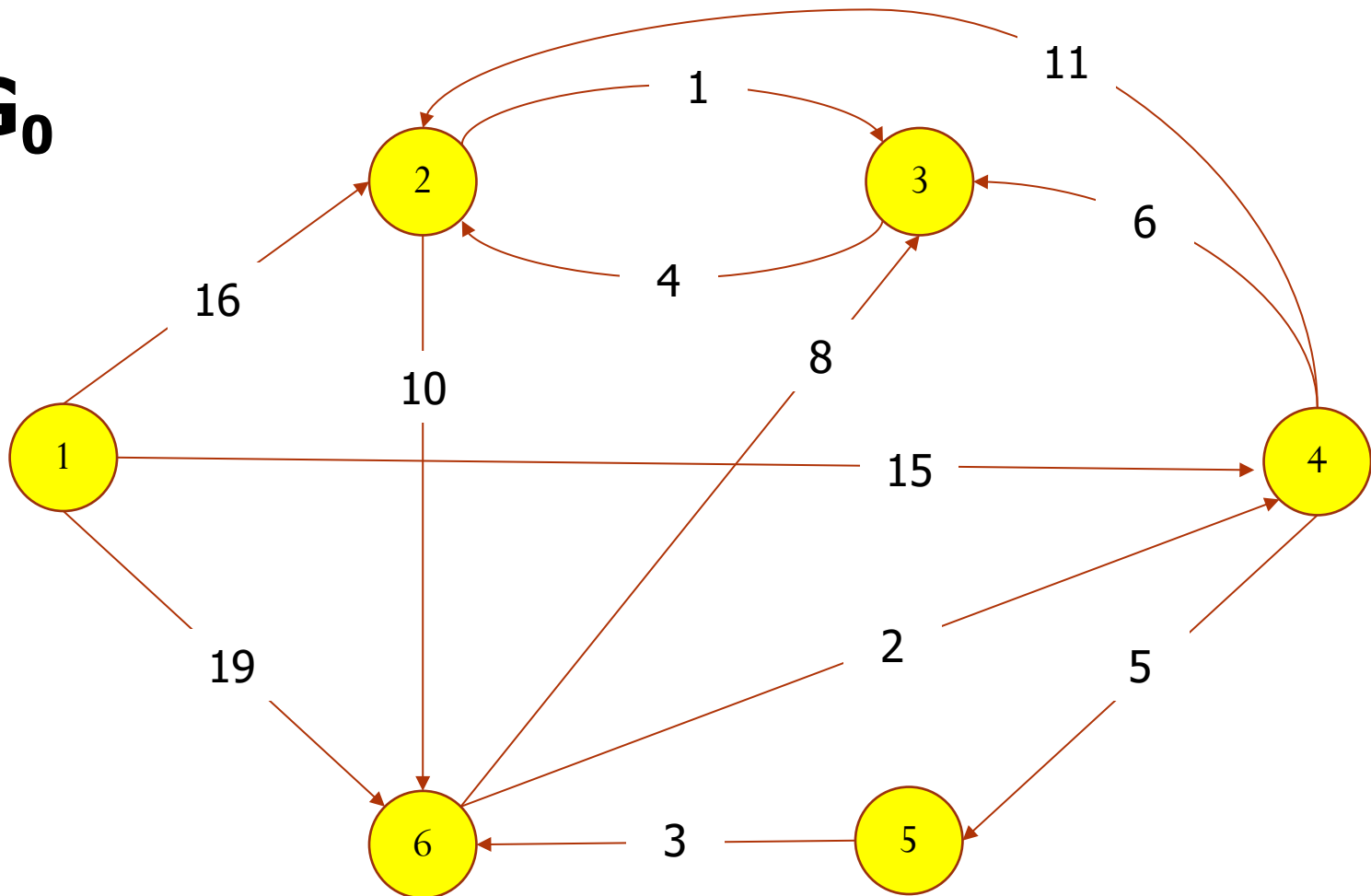
- Pha co
 - Gọi đồ thị gốc là G_0 , $t = 0$
 - Lặp
 - **Xây dựng đồ thị xấp xỉ H_t từ G_t**
 - Nếu H_t không chứa chu trình => **thoát vòng lặp chuyển sang pha giãn**
 - **Ngược lại co G_t thành G_{t+1}**
 - $t = t + 1$
- Pha giãn

Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

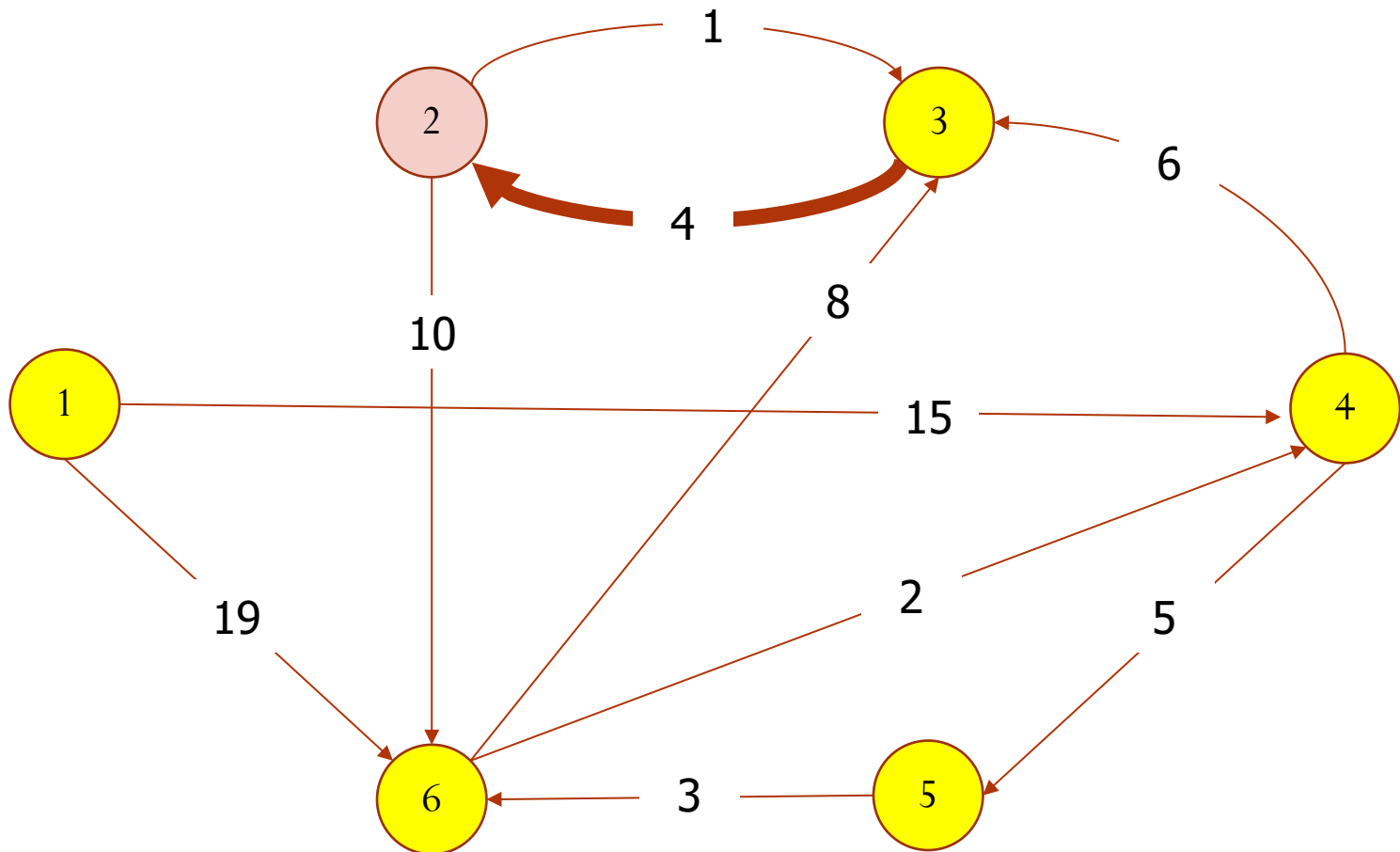
- Xây dựng đồ thị xấp xỉ H_t từ G_t
 - Trừ gốc ra, với mỗi đỉnh còn lại **giữ lại 1 cung đi đến nó có trọng số nhỏ nhất** (bỏ các cung khác đi).
- Bài tập:
 - Bước lặp 0
 - Xây dựng đồ thị H_0 từ G_0

Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

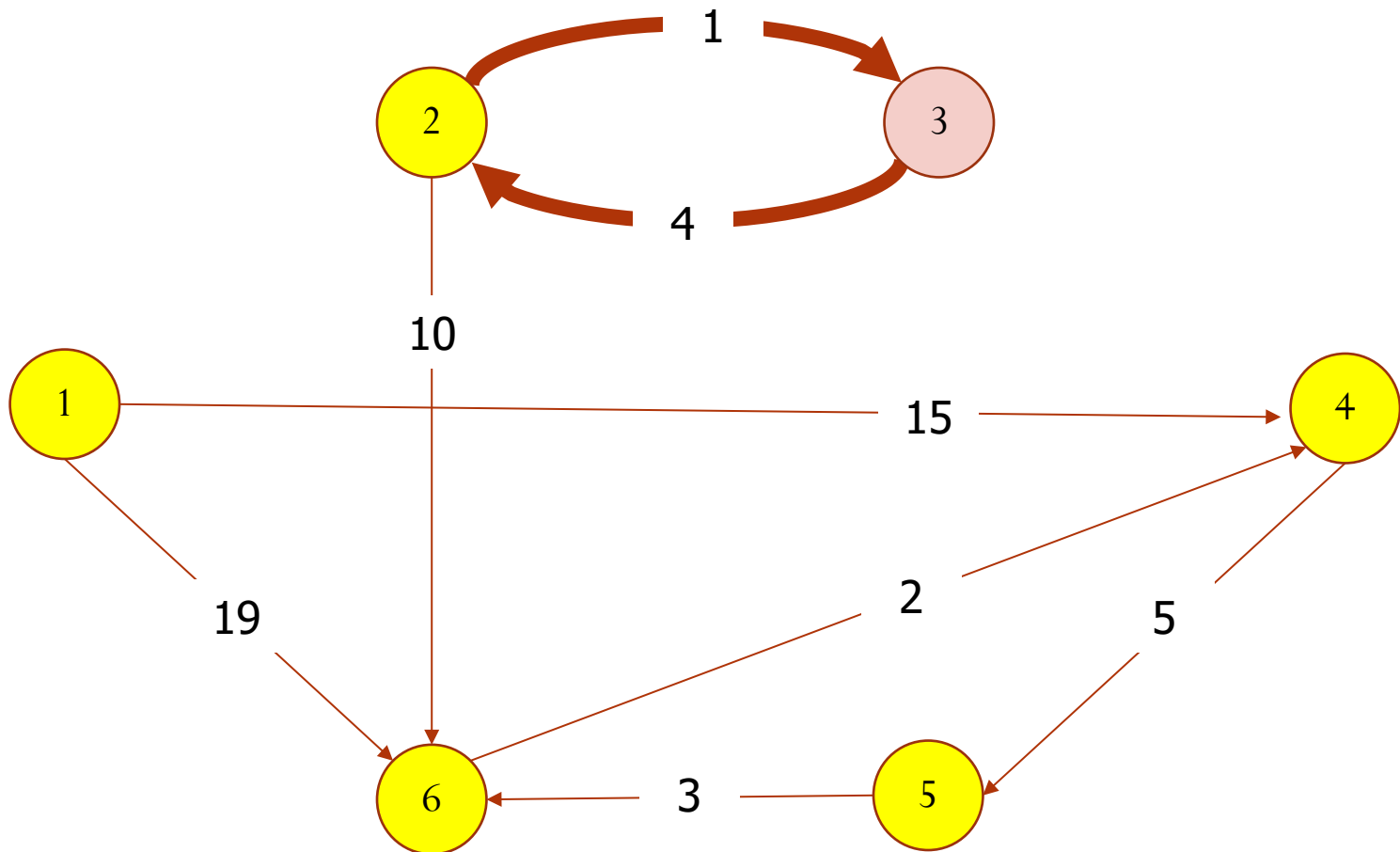
G₀



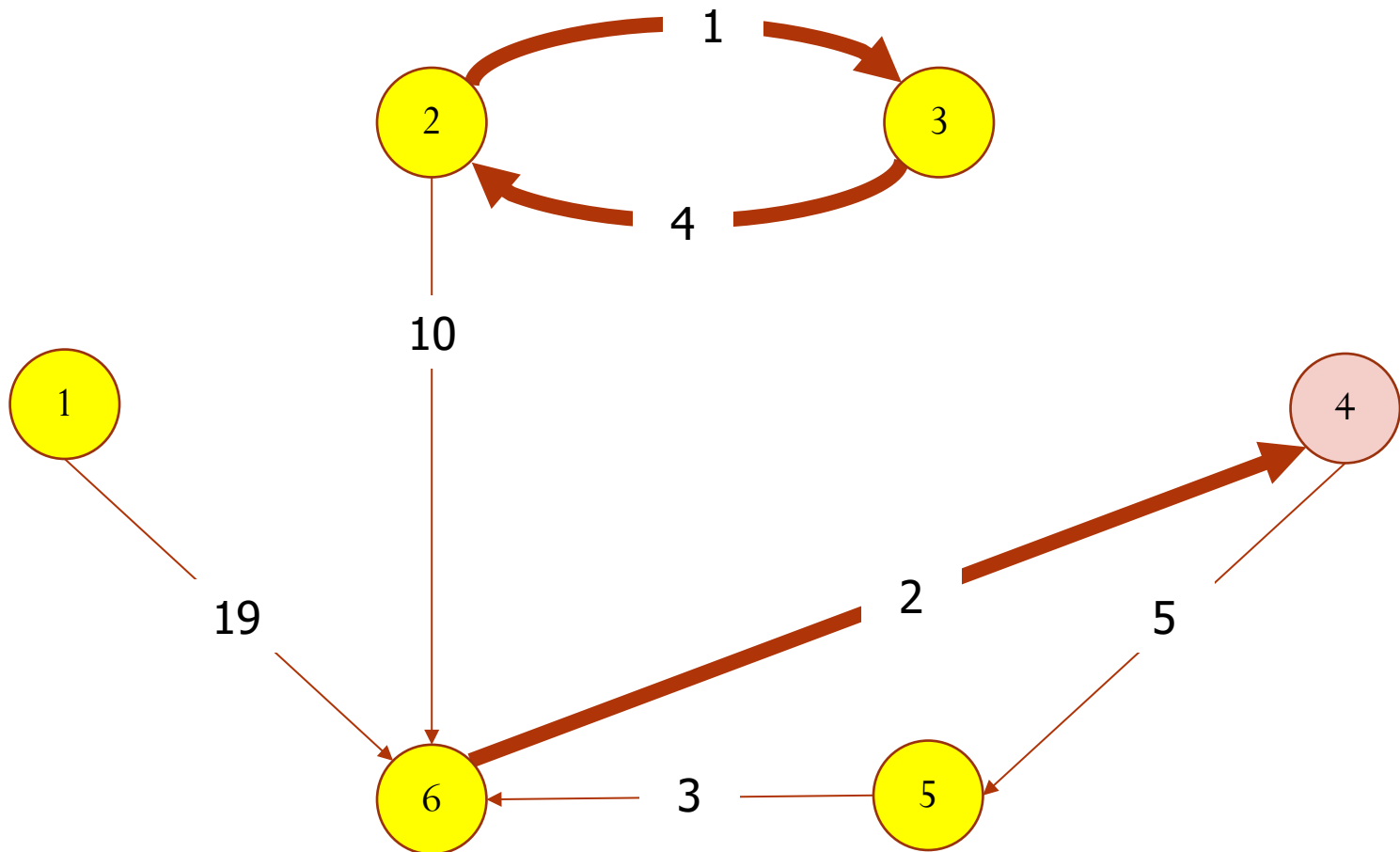
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds



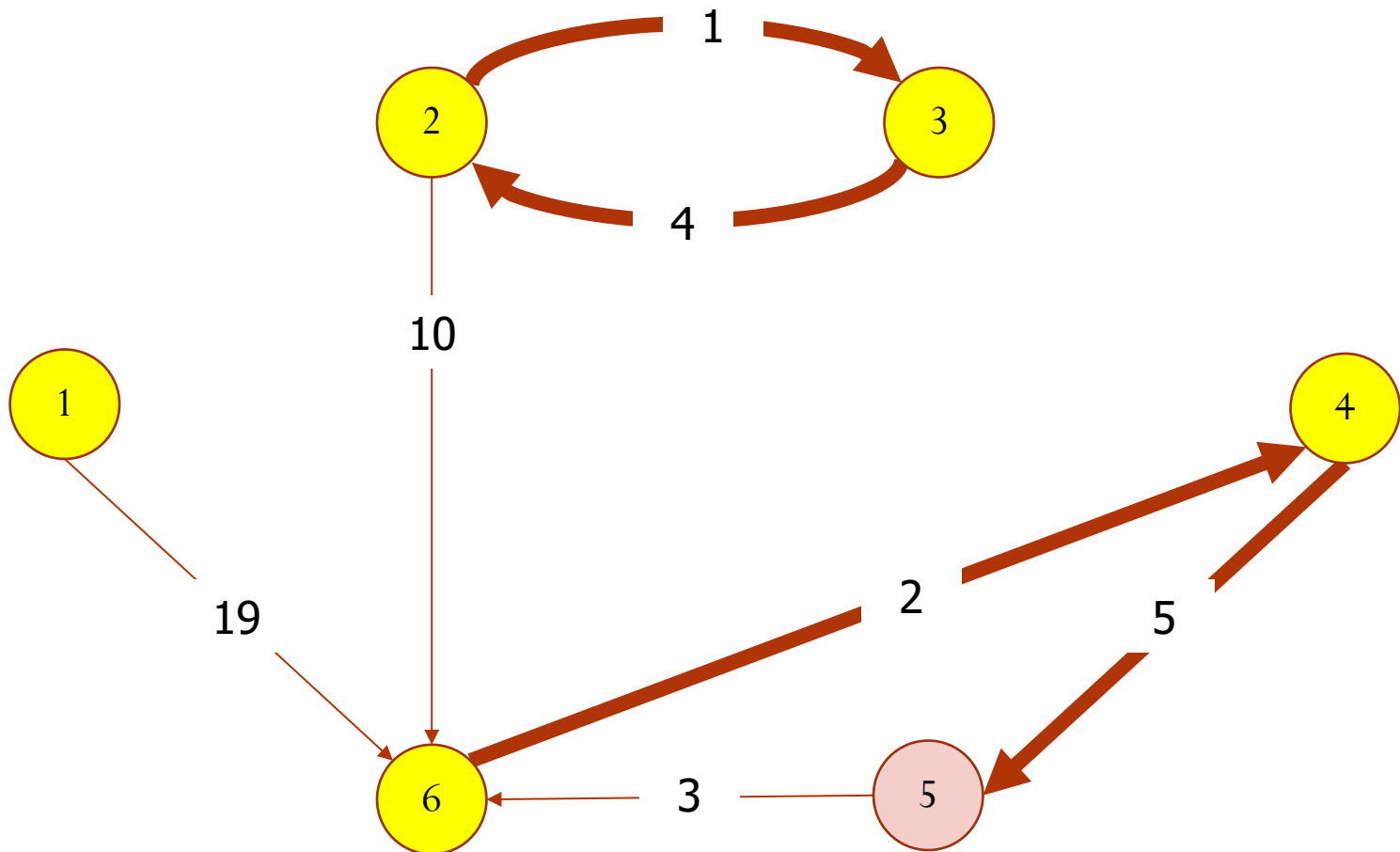
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

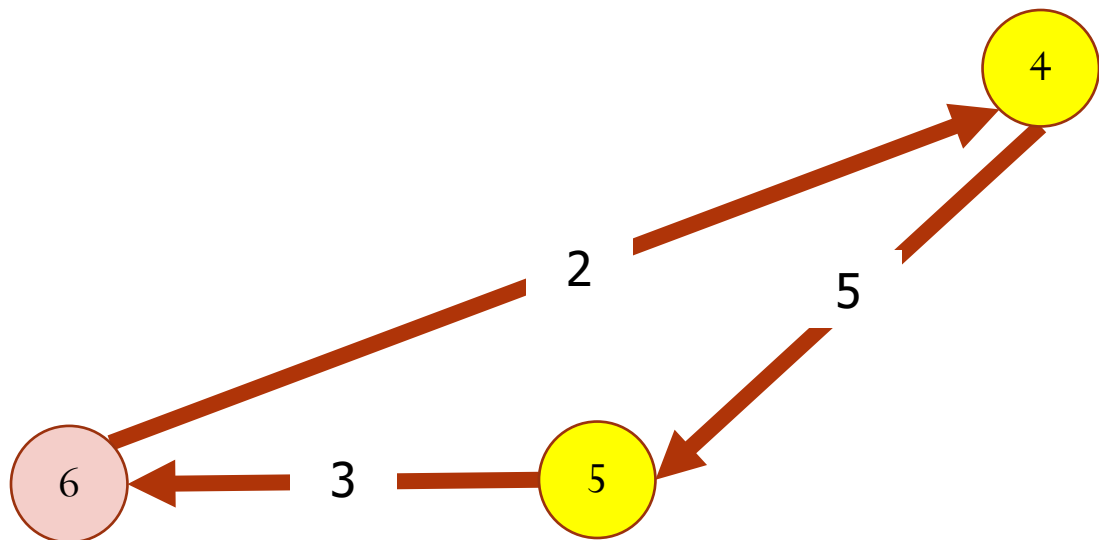
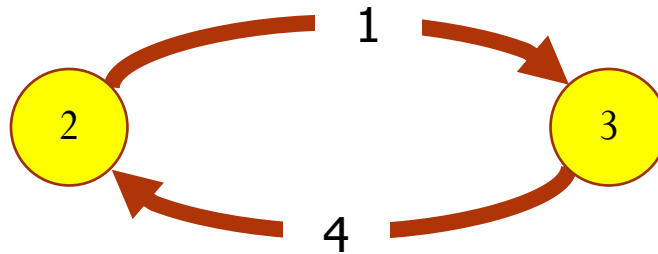


Giải thuật Chu-Liu/Edmonds



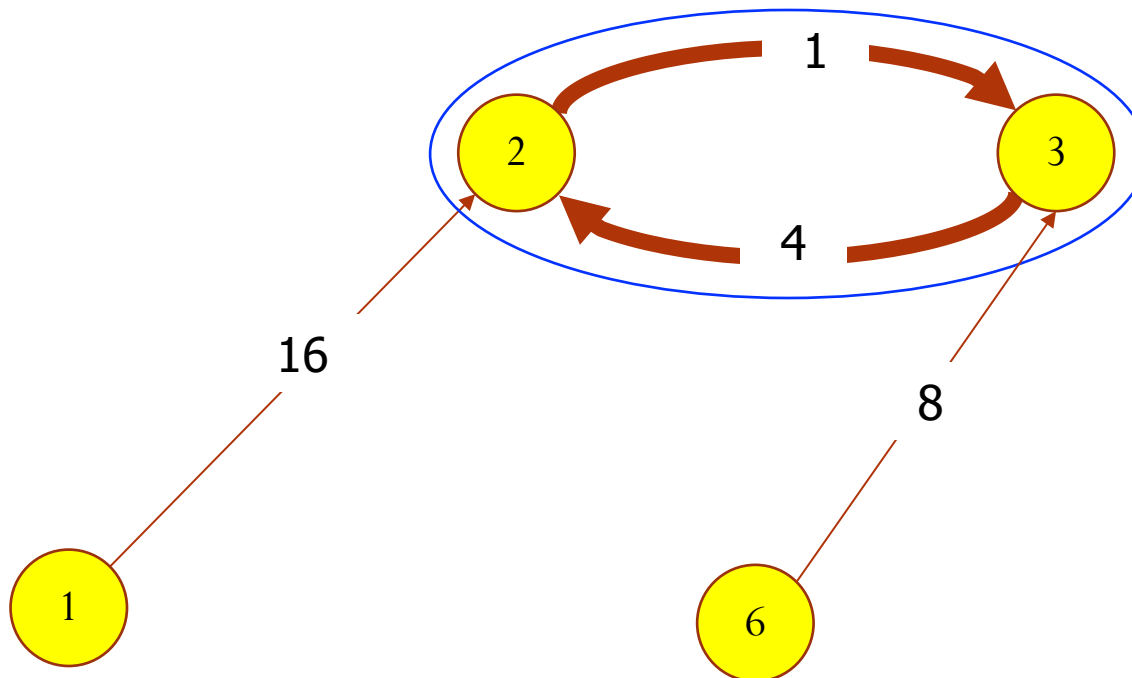
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

H₀



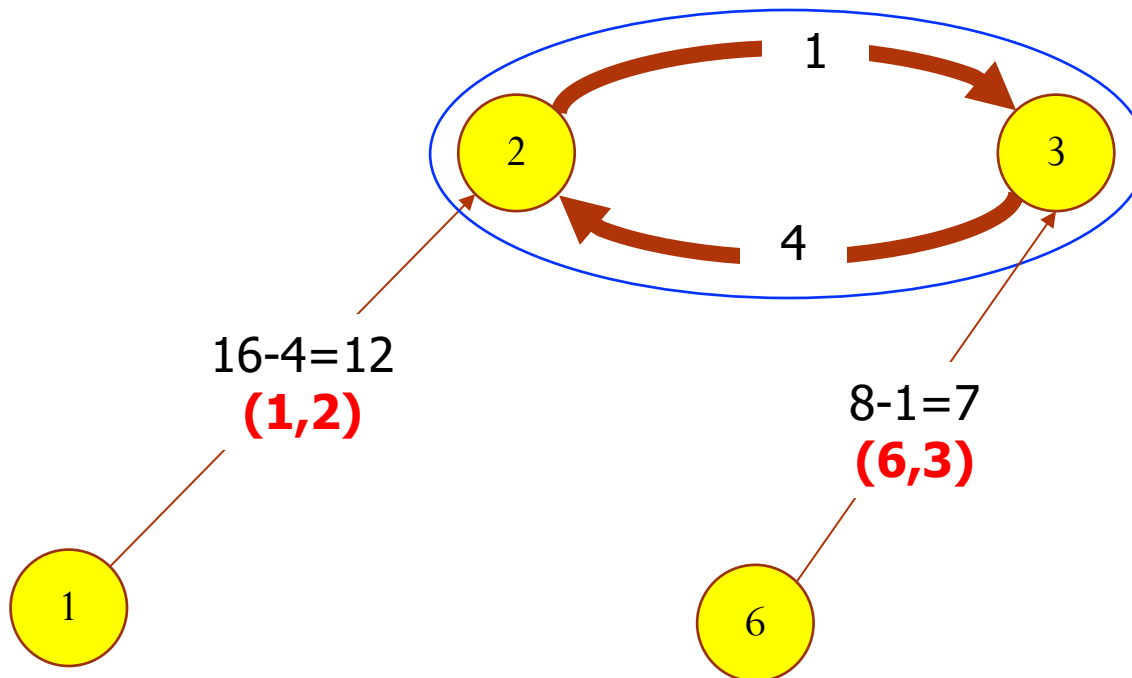
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- Co đồ thị G_t thành G_{t+1}
 - Gom các đỉnh trong chu trình thành đỉnh mới
 - Điều chỉnh trọng số của các cung có liên quan (cung từ ngoài đi đến 1 đỉnh trong chu trình)



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

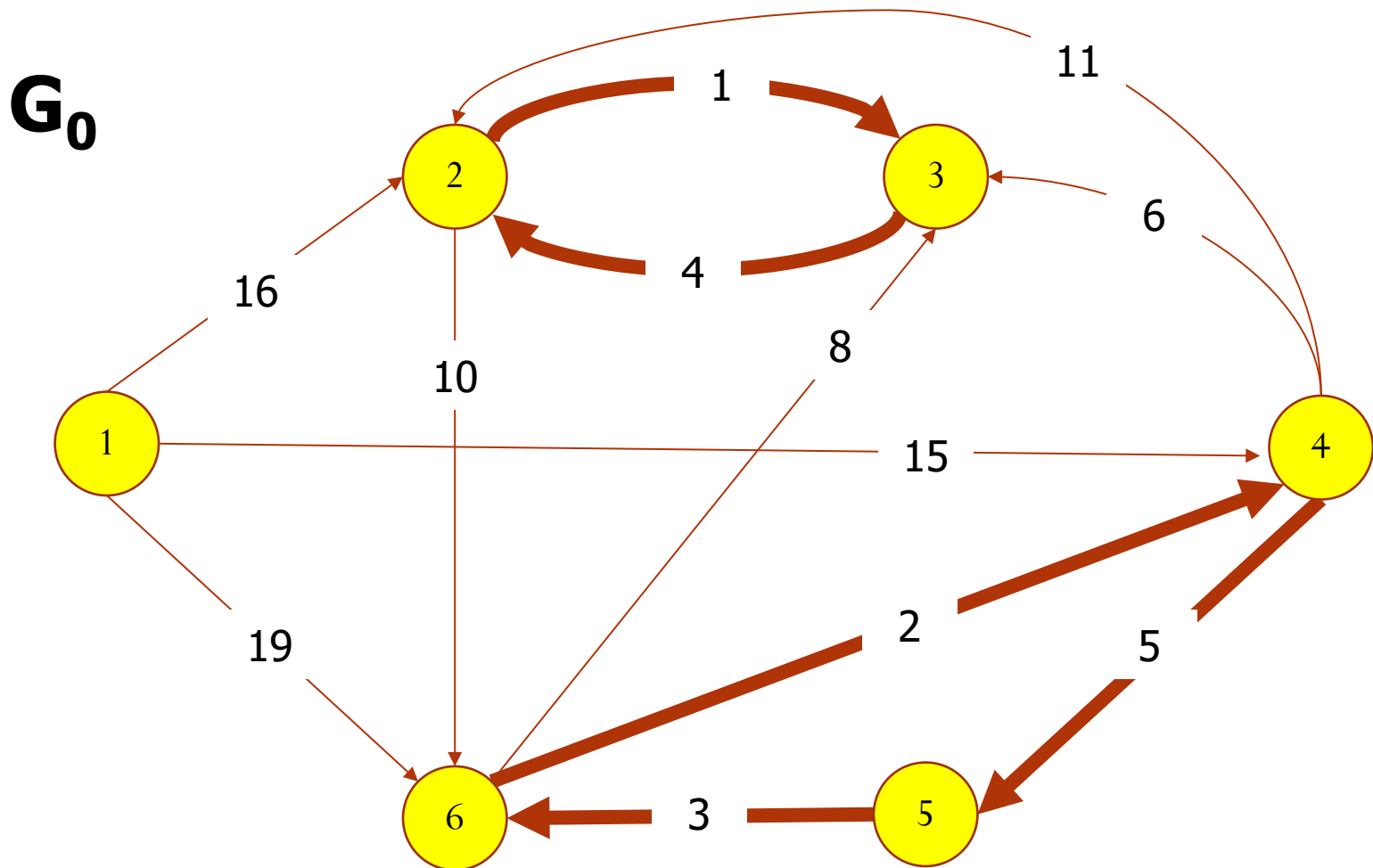
- Co đồ thị G_t thành G_{t+1}
 - Gom các đỉnh trong chu trình thành đỉnh mới
 - Điều chỉnh trọng số của các cung có liên quan (cung từ ngoài đi đến 1 đỉnh trong chu trình)



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

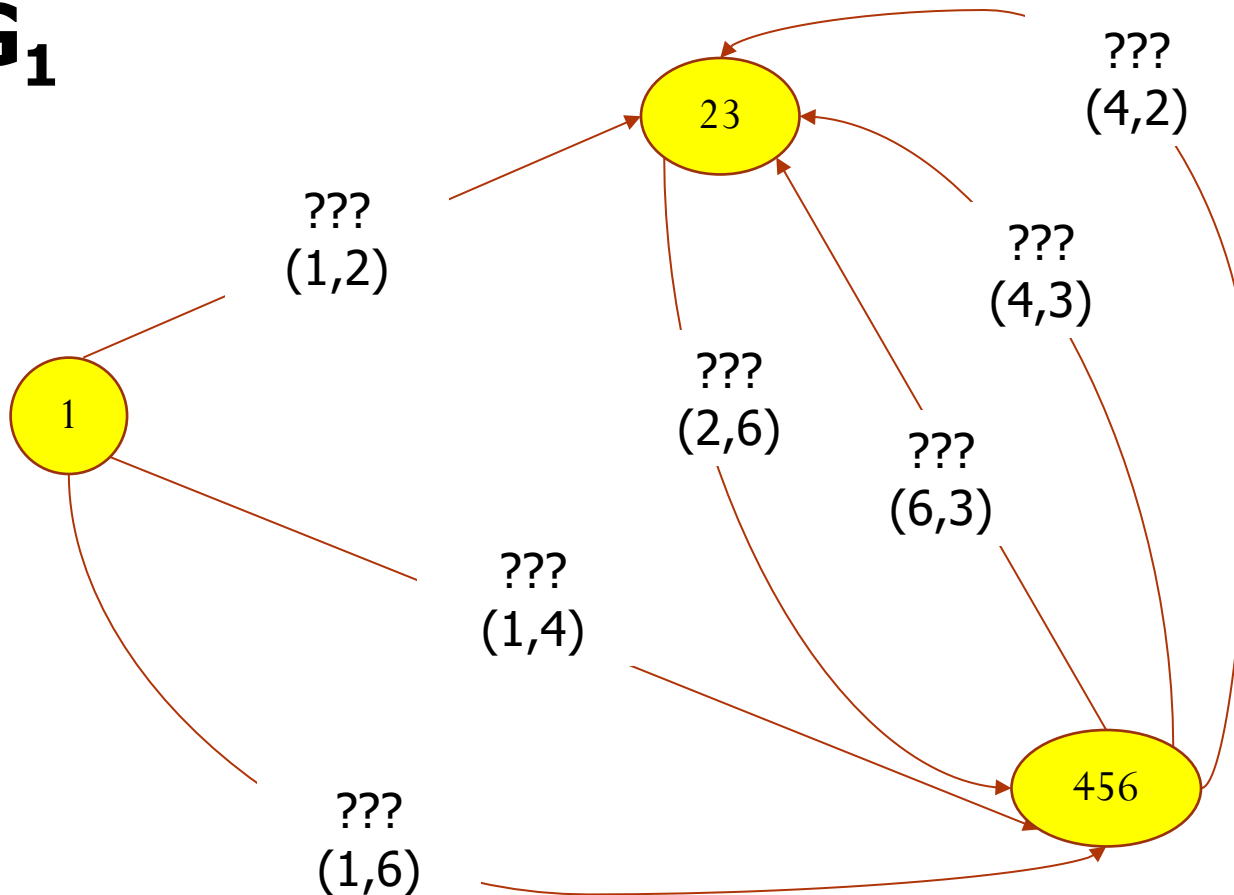
- Bài tập:
 - Co đồ thị G_0 thành G_1 (theo 2 chu trình tìm được ở H_0)

Giải thuật Chu-Liu/Edmonds



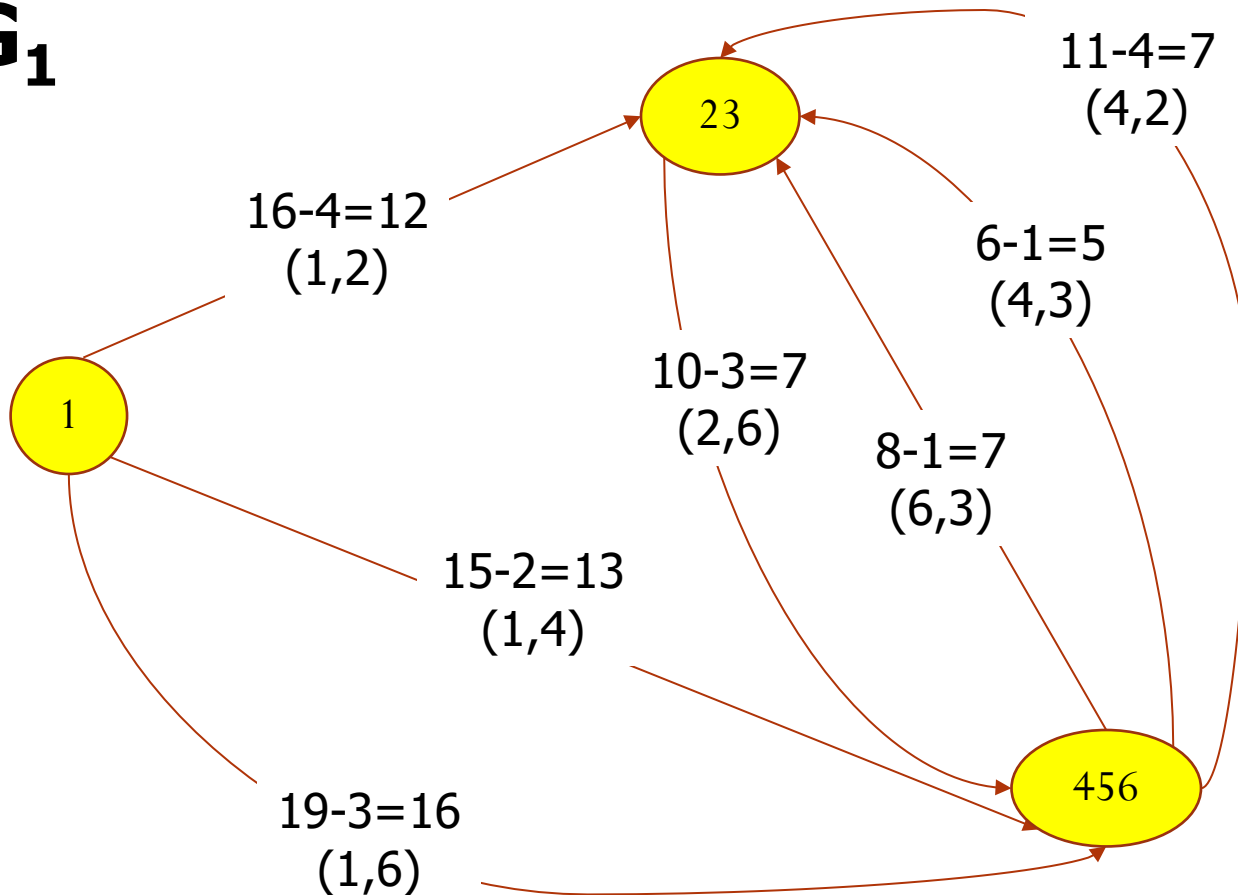
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₁



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₁

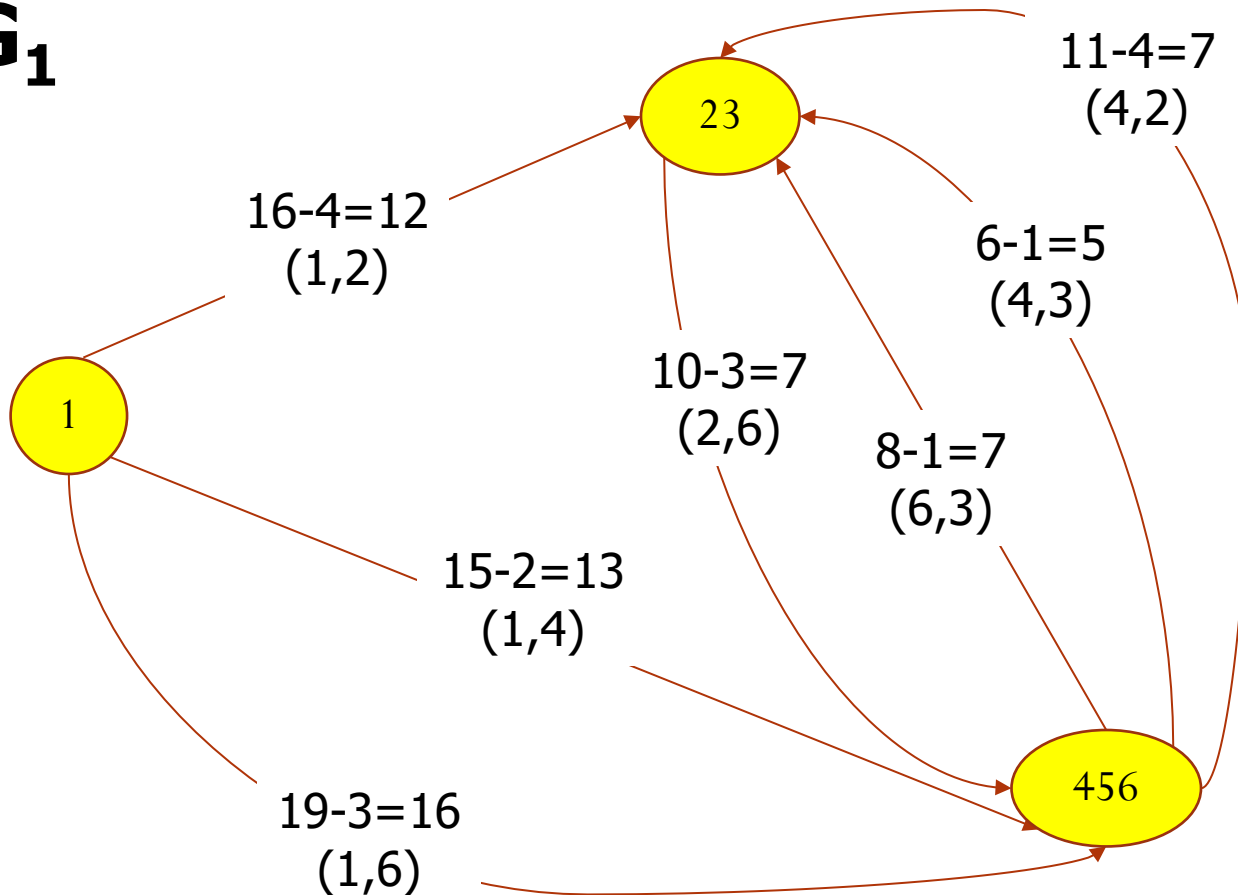


Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- Bước lặp 1
 - Xây dựng đồ thị xấp xỉ H_1

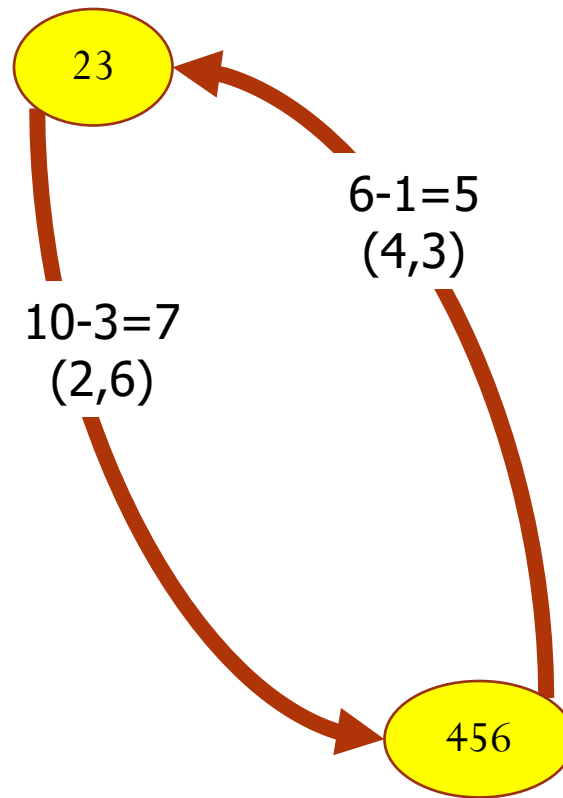
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₁



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

H₁

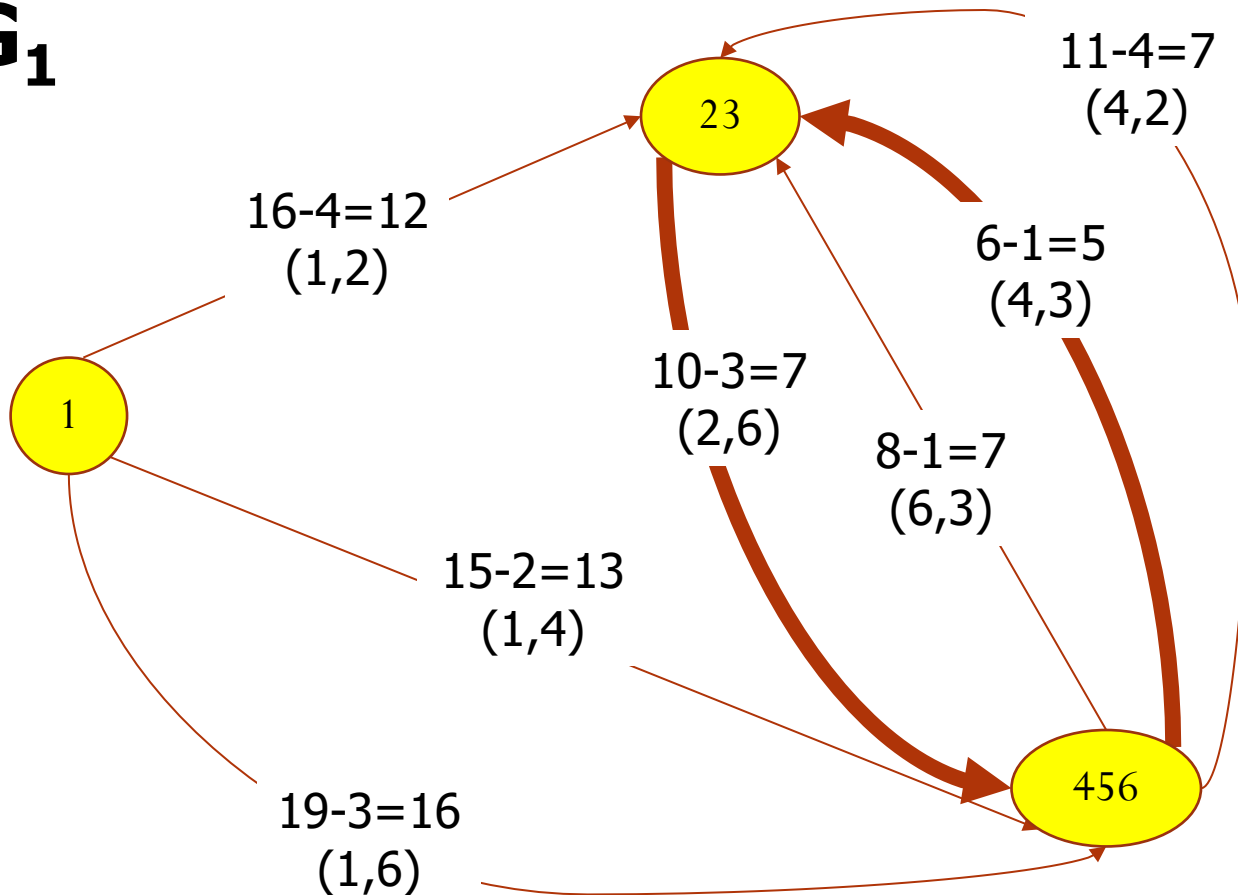


Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- Bài tập:
 - Co đồ thị G_1 thành G_2 (theo 1 chu trình tìm được ở H_1)

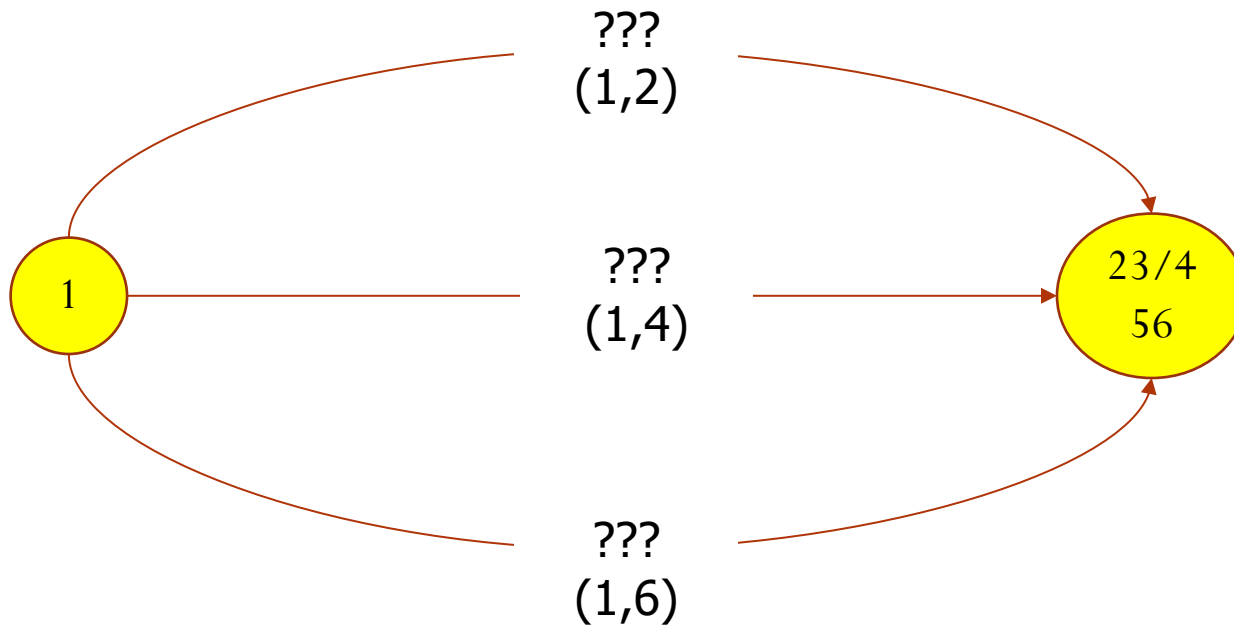
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₁



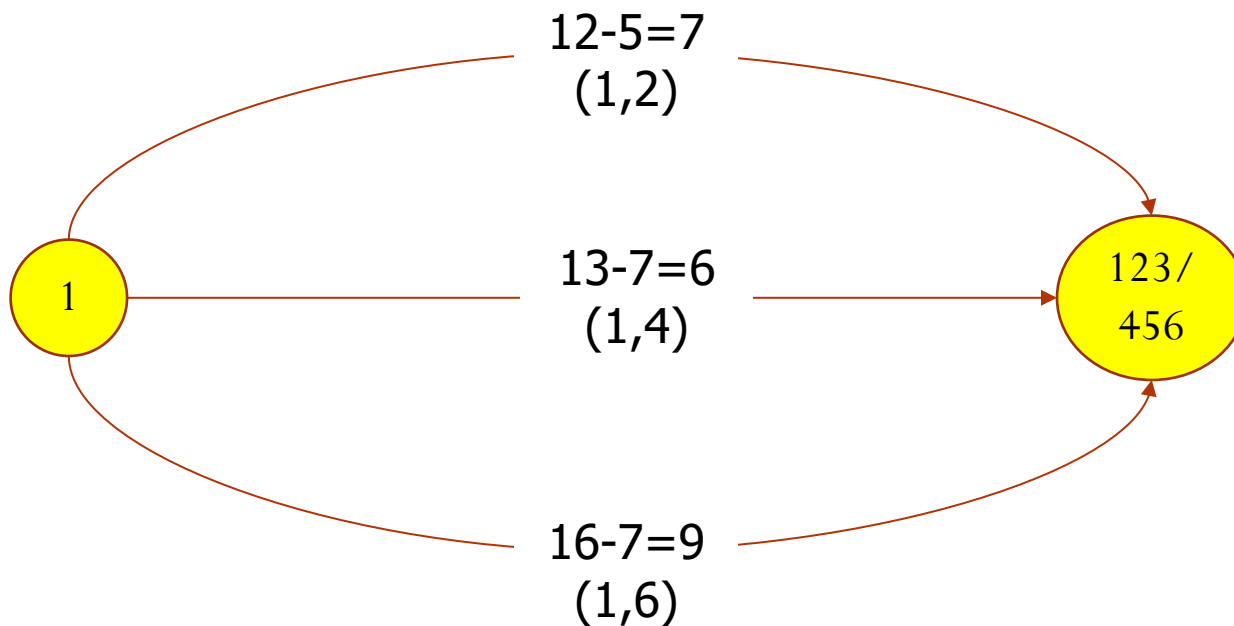
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₂



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₂

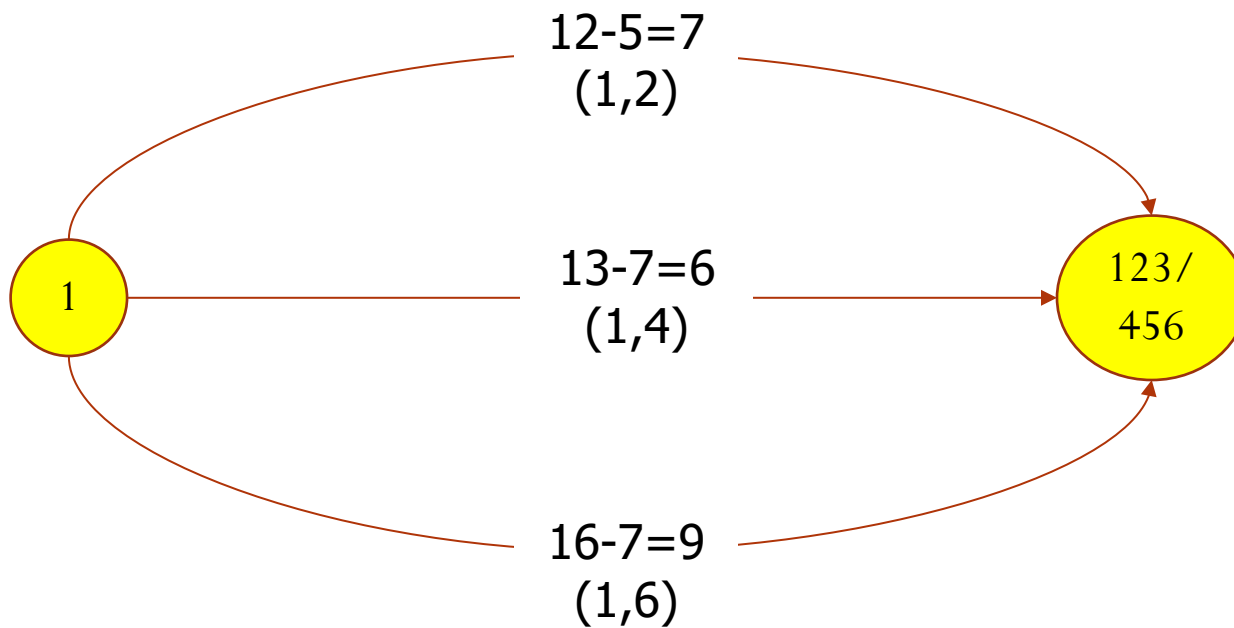


Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- Bước lặp 2
 - Xây dựng đồ thị xấp xỉ H_2

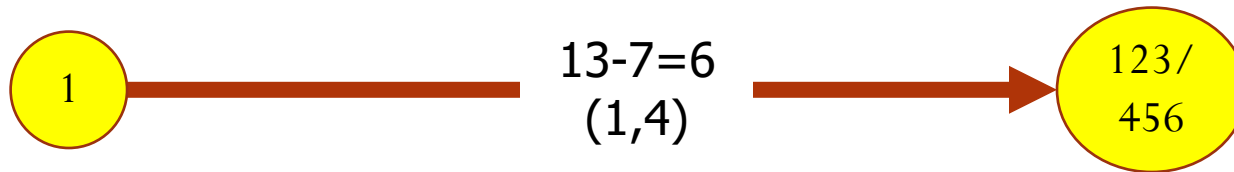
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

G₂



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

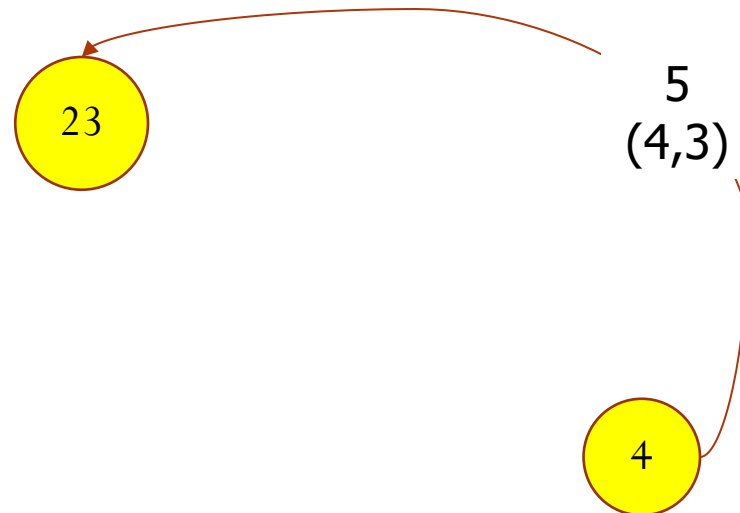
H₂



H₂ không chứa chu trình => thoát vòng lặp, chuyển sang pha giãn

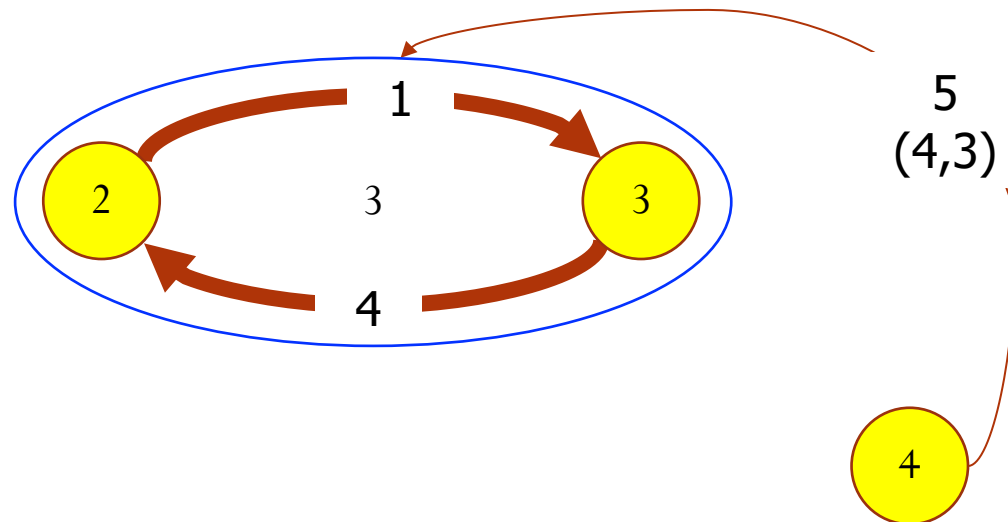
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn cây khung T_{t+1} thành cây khung T_t của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



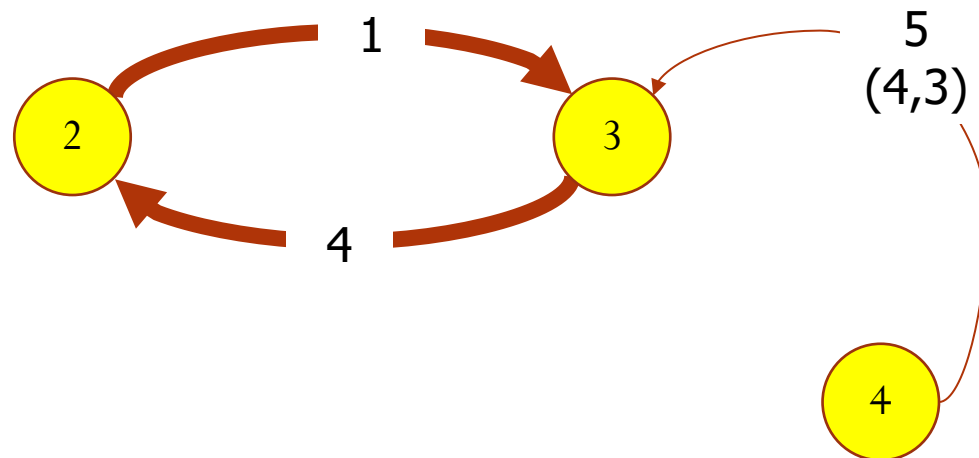
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



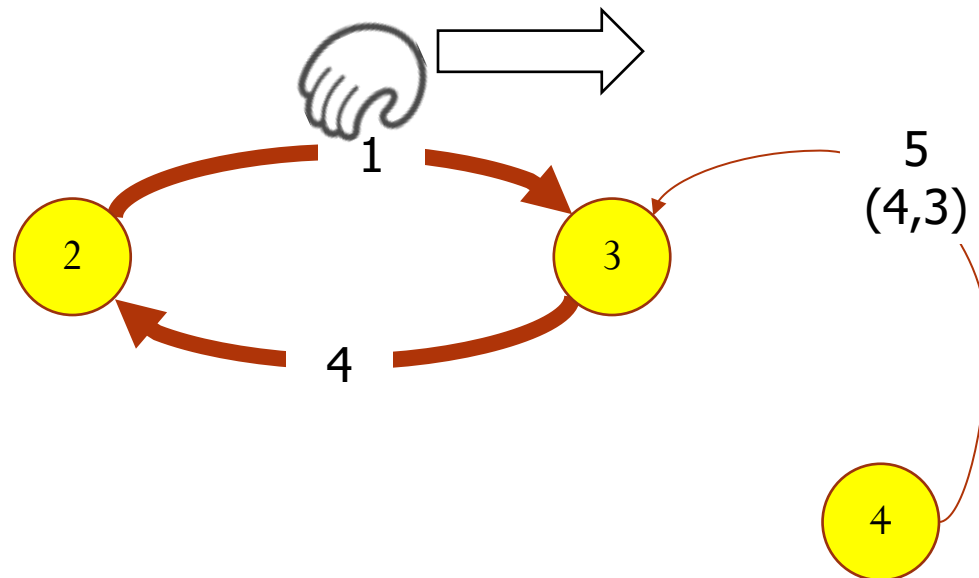
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



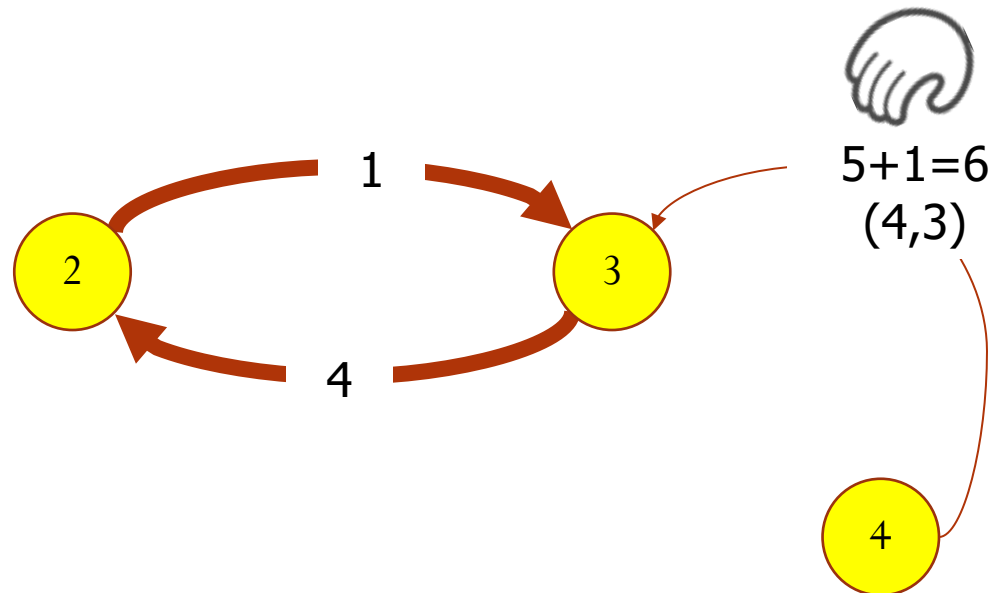
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



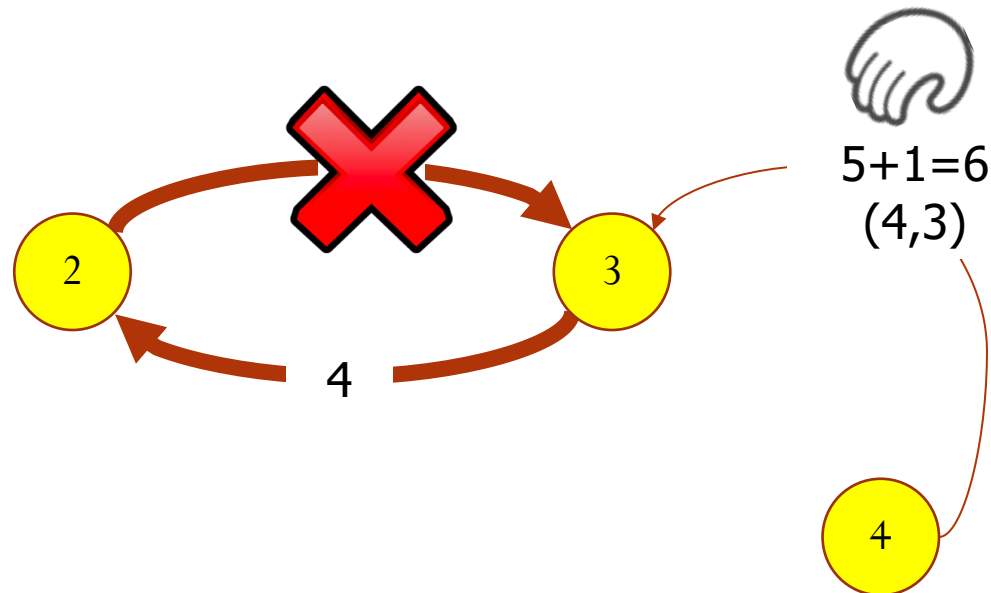
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



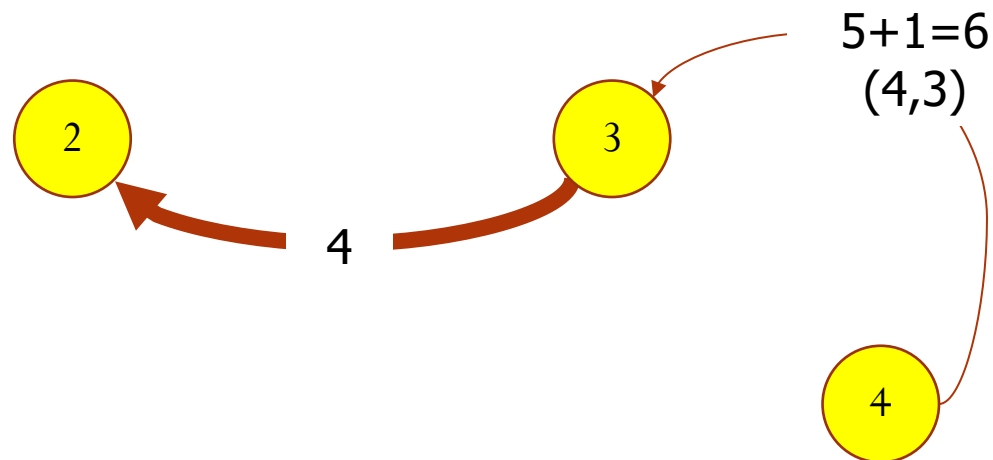
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- **Giãn H_{t+1} thành cây khung của đồ thị G_t**
 - Mở đỉnh (được gom lại trong pha co) \Rightarrow chu trình
 - Điều chỉnh trọng số của cung đi đến chu trình
 - Xoá bỏ 1 cung trong chu trình



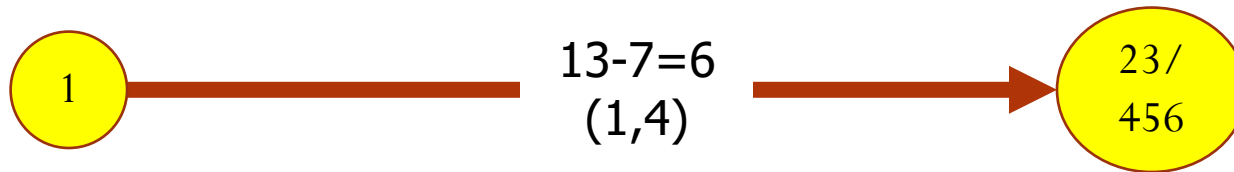
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

- Bài tập:
 - Giãn cây $T_2 = H_2$ thành T_1 (cây khung của G_1)
 - Giãn cây T_1 thành T_0 (cây khung của G_0) = cây khung cần tìm

Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

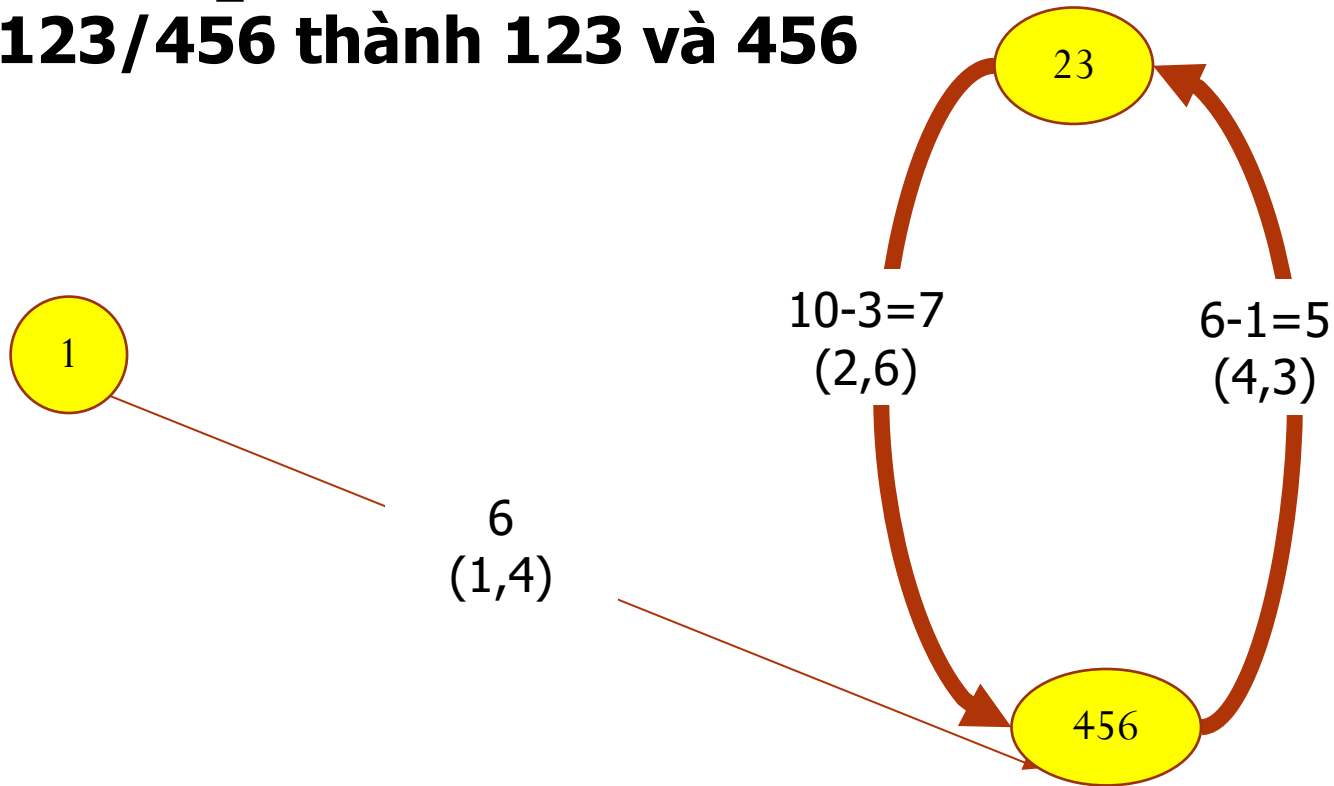
$T_2 = H_2$ **$T_2 = H_2$ là cây khung của G_2**

Giãn T_2 để có cây khung T_1 của G_1



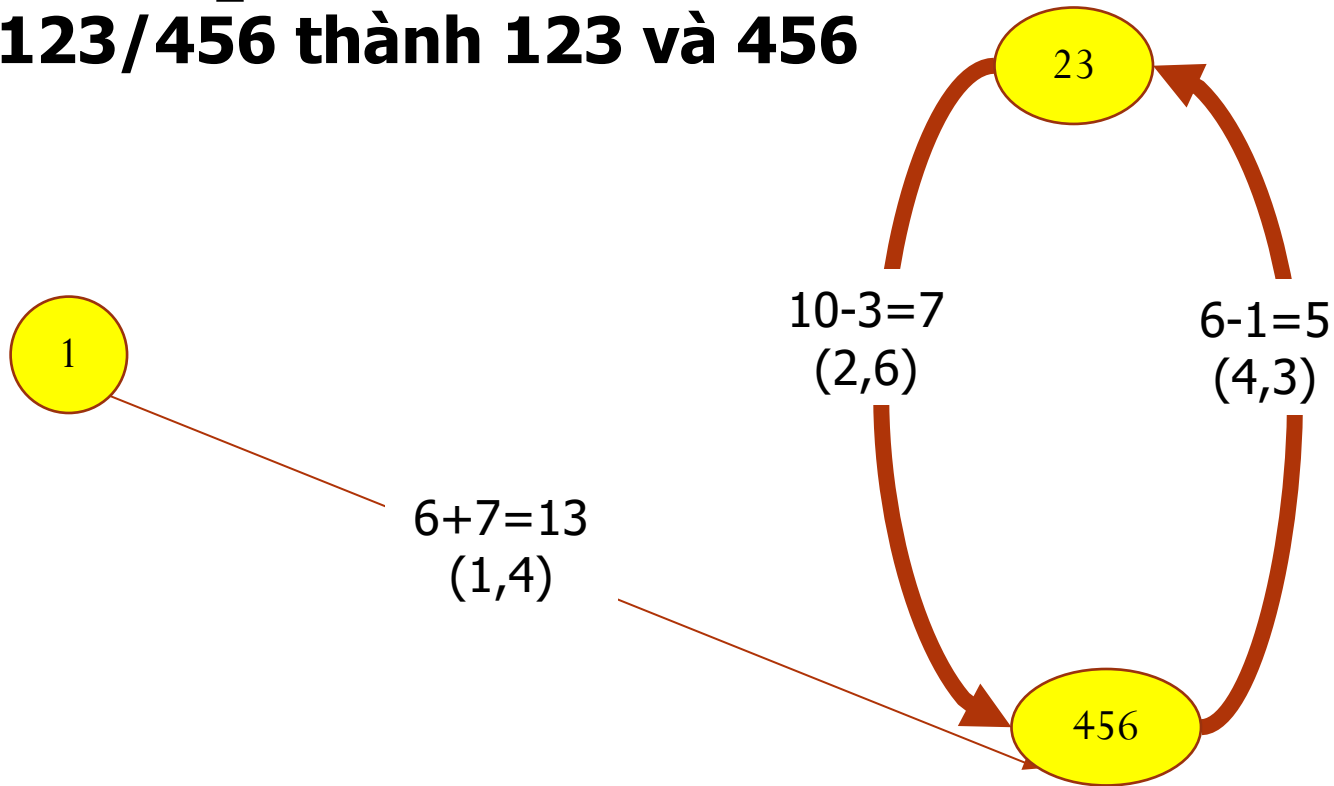
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_2 \Rightarrow T_1$
Mở 123/456 thành 123 và 456



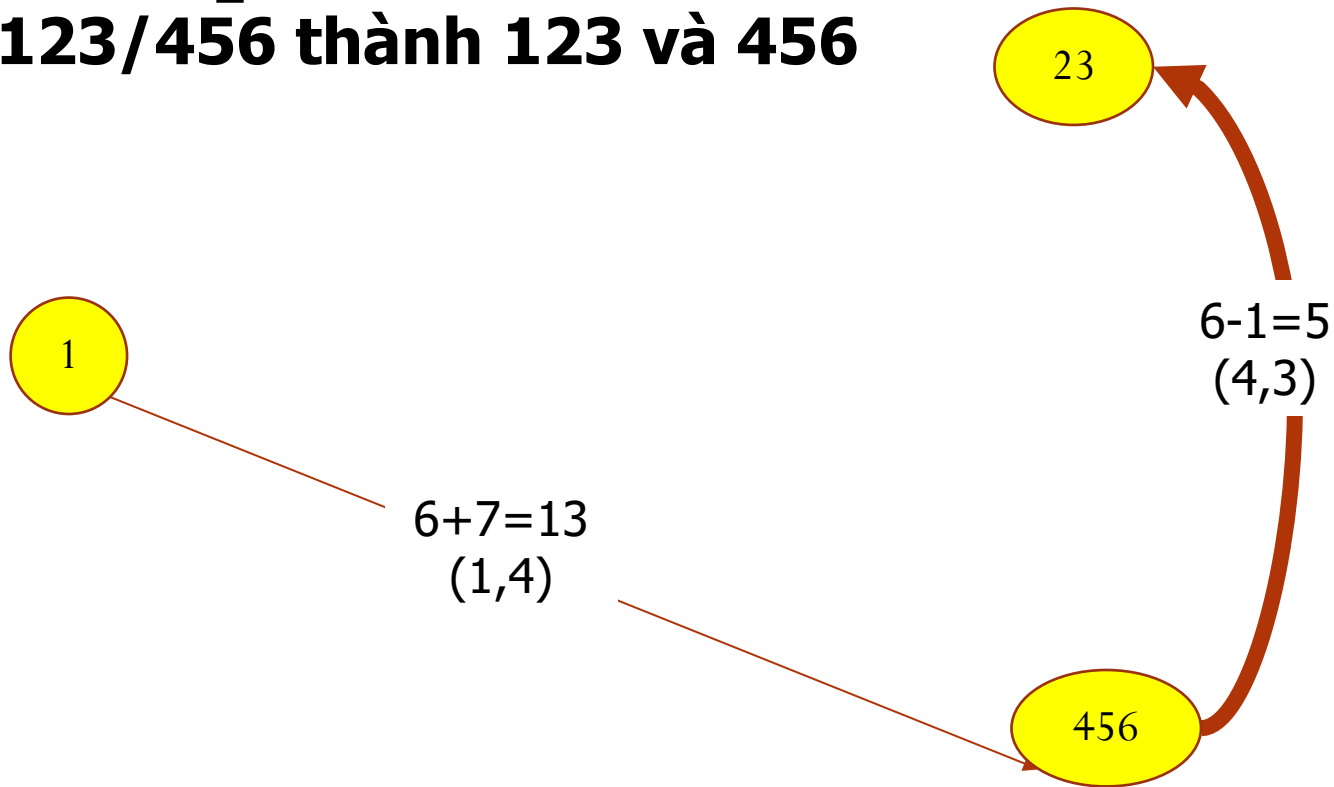
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_2 \Rightarrow T_1$
Mở 123/456 thành 123 và 456



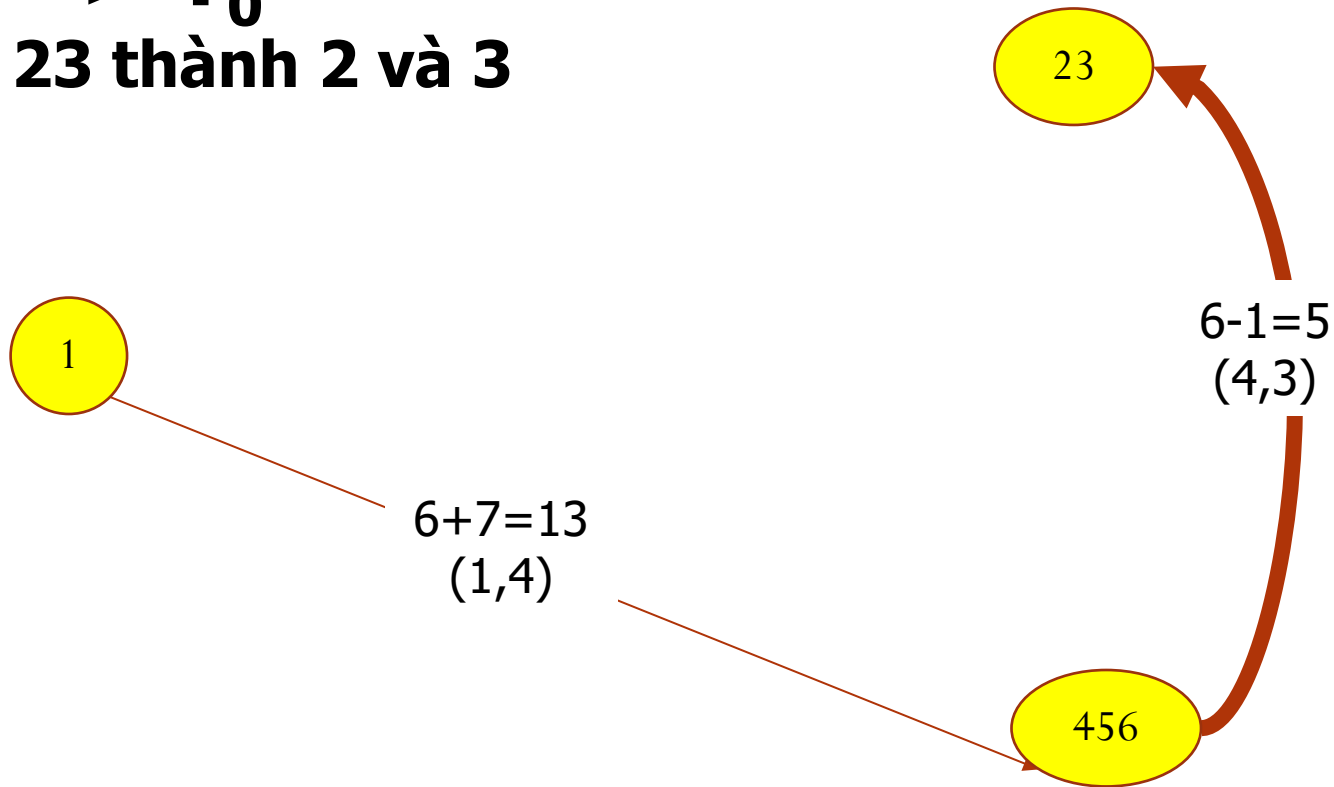
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_2 \Rightarrow T_1$
Mở 123/456 thành 123 và 456



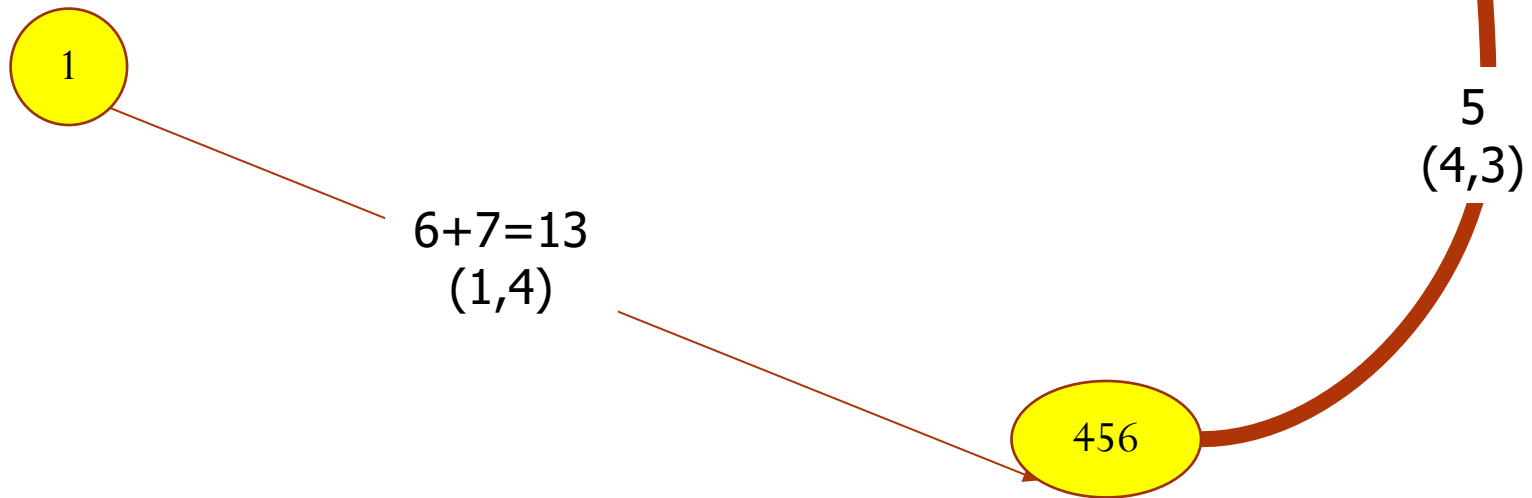
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 23 thành 2 và 3



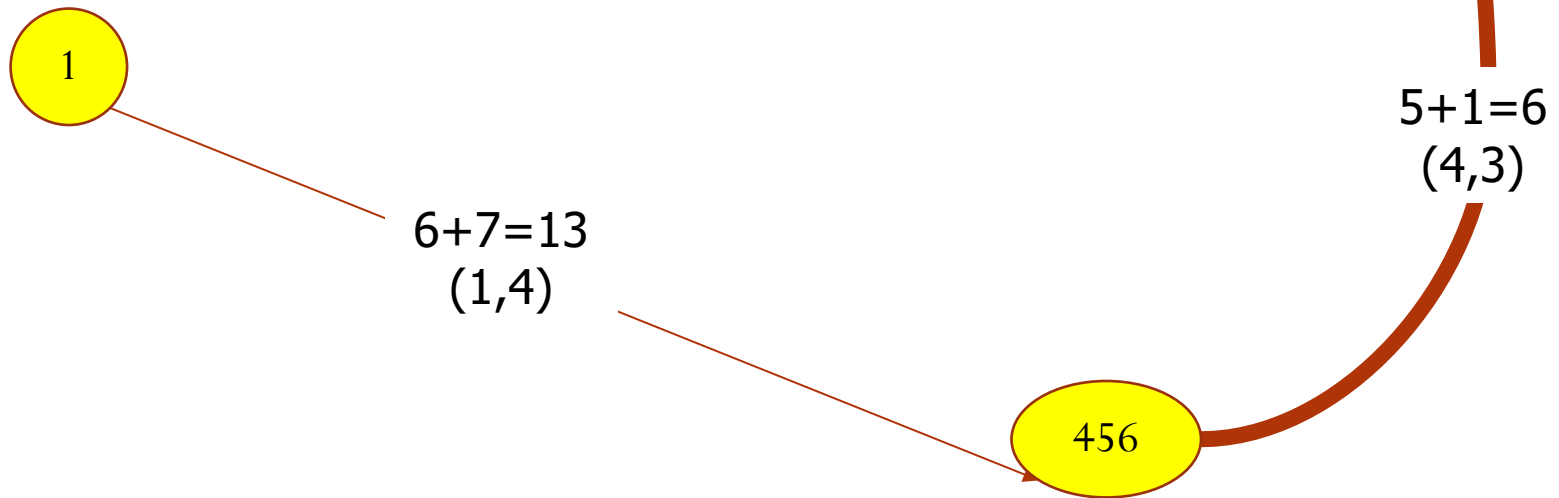
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 23 thành 2 và 3



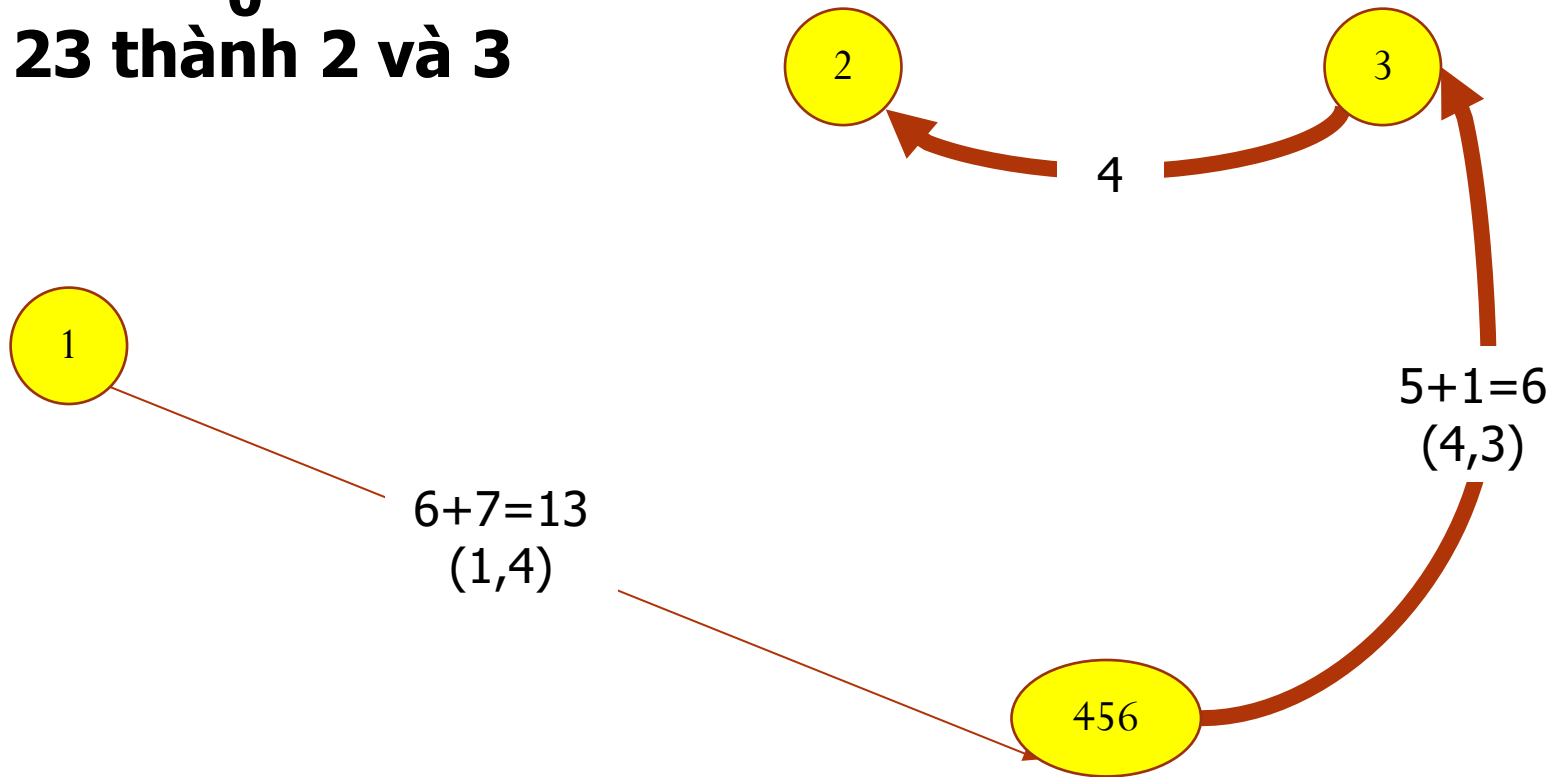
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 23 thành 2 và 3



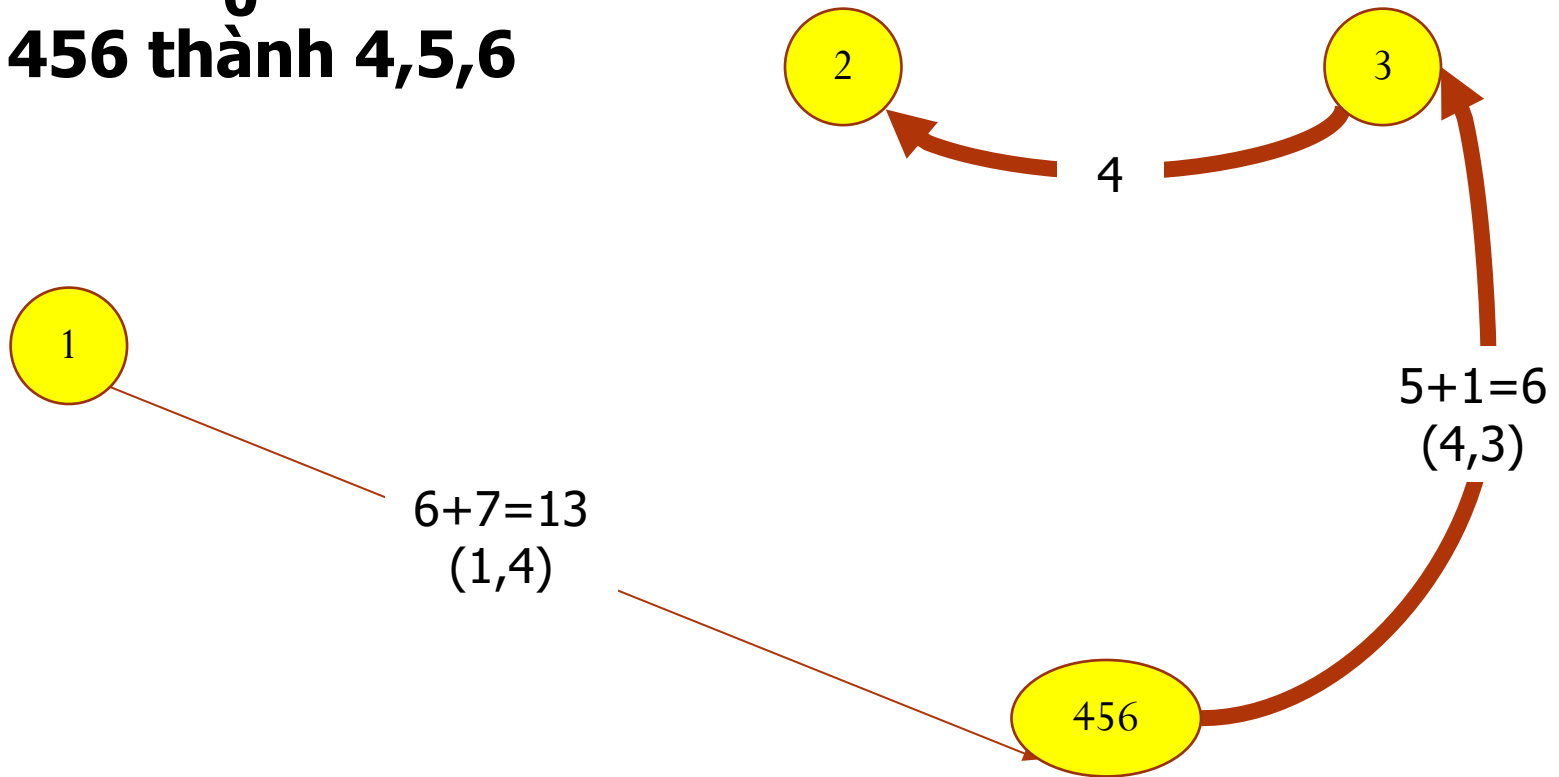
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 23 thành 2 và 3



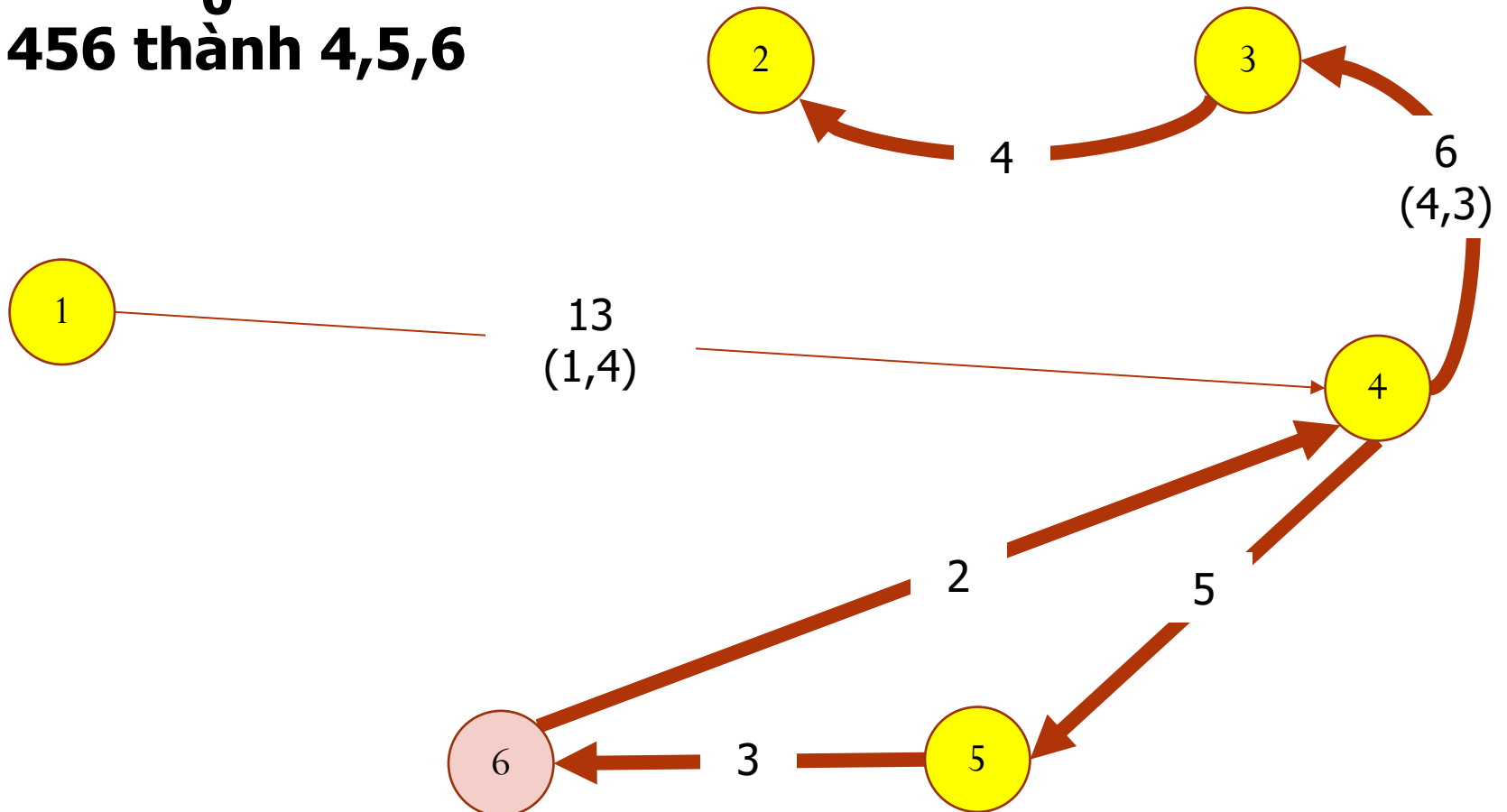
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 456 thành 4,5,6



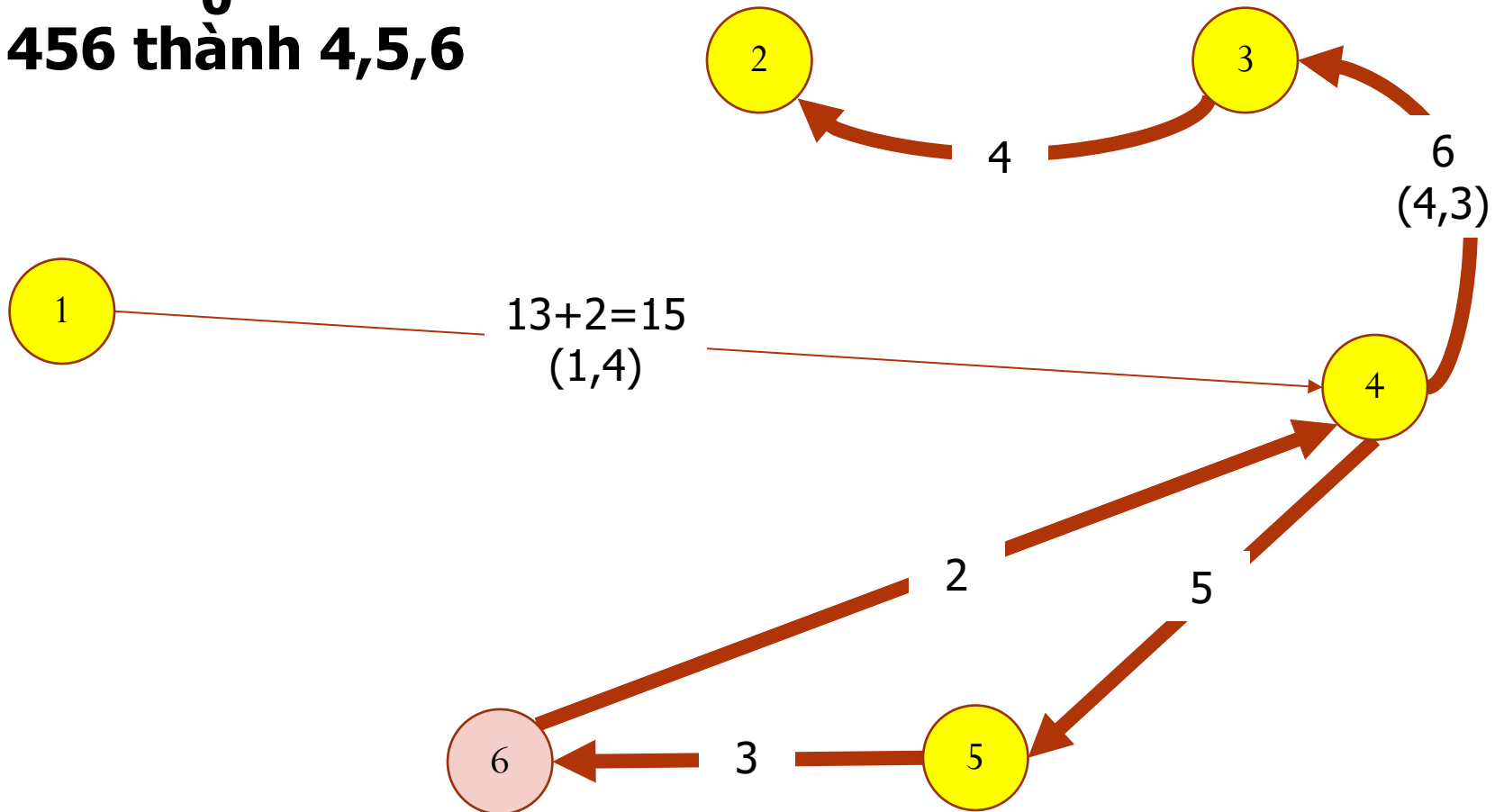
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 456 thành 4,5,6



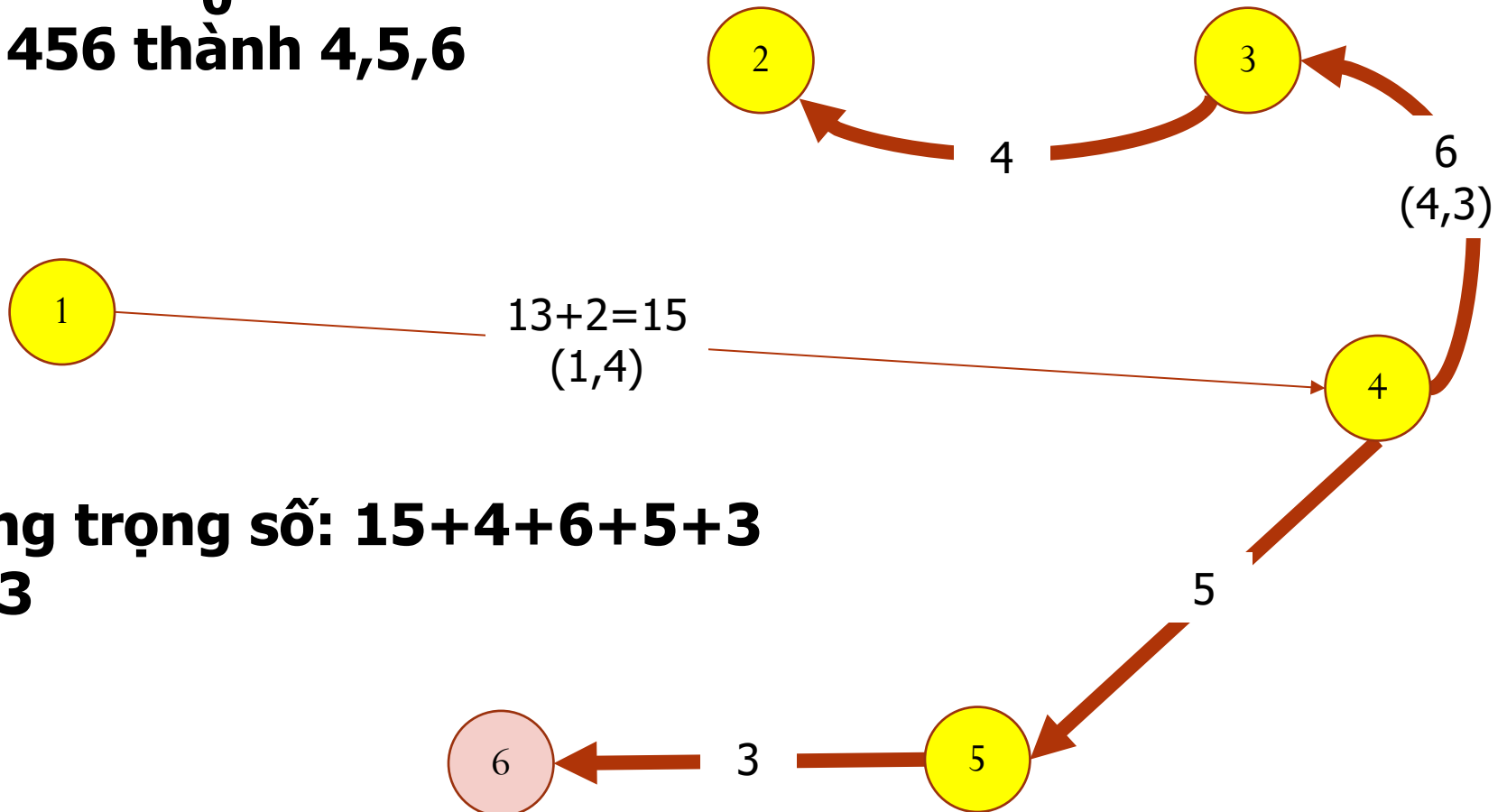
Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 456 thành 4,5,6



Giải thuật Chu-Liu/Edmonds

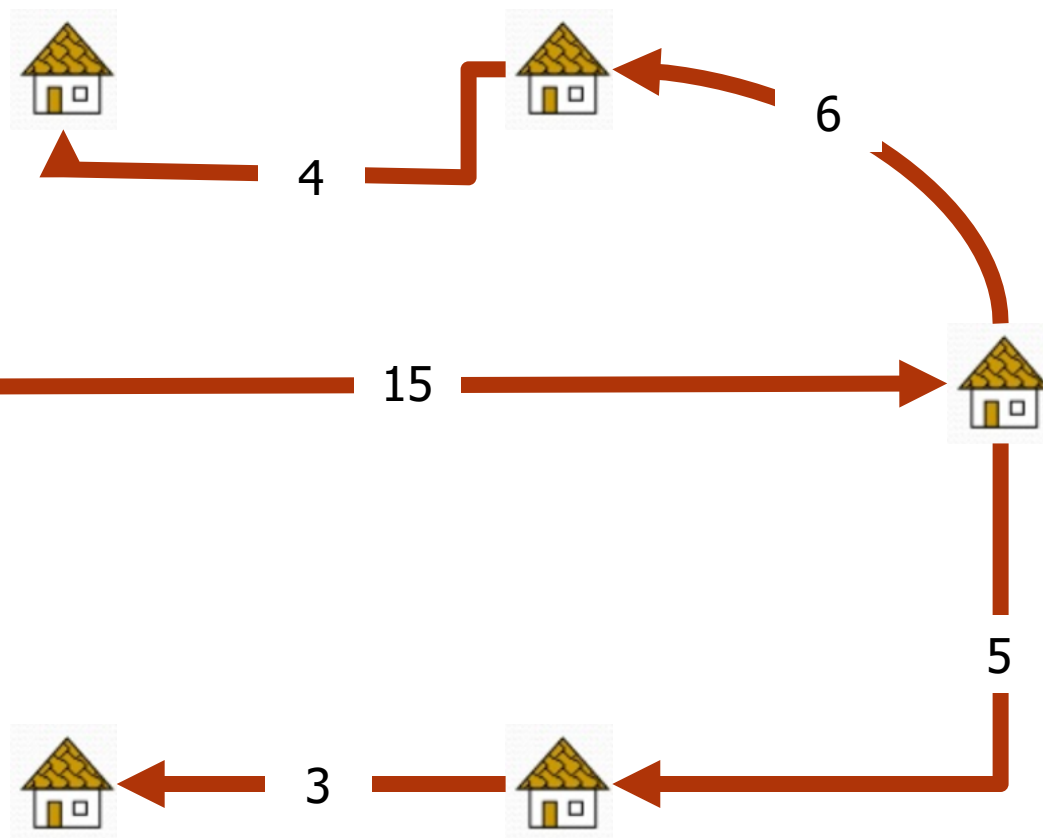
$T_1 \Rightarrow T_0$
Mở 456 thành 4,5,6



Xây dựng hệ thống dẫn nước



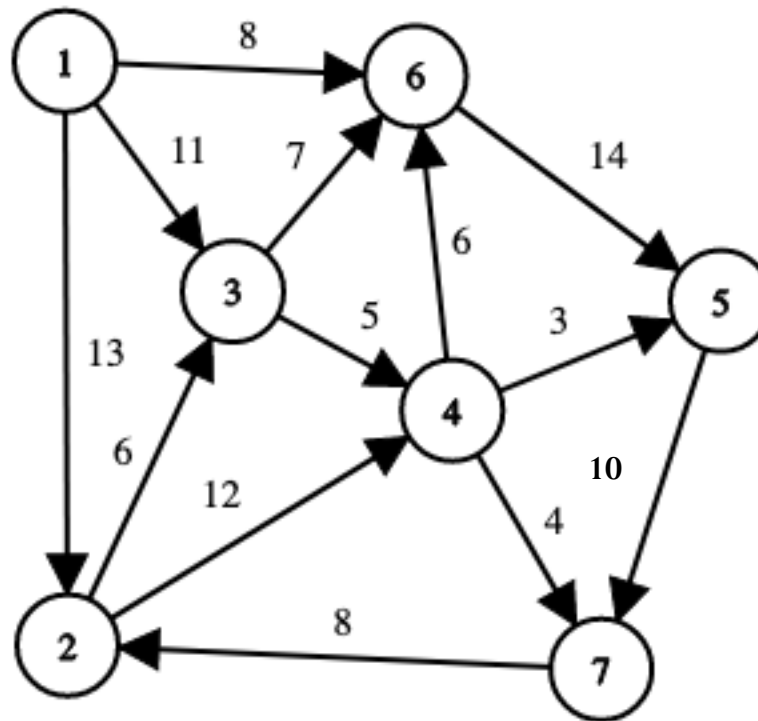
Nhà máy nước



Bài tập

Cho đồ thị G như hình.

- Áp dụng GT Chu-Liu/Edmonds tìm cây khung có hướng có trọng lượng nhỏ nhất. Vẽ cây KQ. Tính tổng trọng số các cung



Bài tập

- Cho đồ thị
 1. Áp dụng GT Chu-Liu/Edmonds tìm cây khung có hướng có trọng lượng nhỏ nhất. Vẽ cây KQ. Tính tổng trọng số các cung
 2. Áp dụng GT Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến các đỉnh khác. Vẽ cây đường đi ngắn nhất.
 3. So sánh 2 cây kết quả.
 4. Có thể dùng GT Dijkstra để tìm cây khung có hướng có trọng lượng nhỏ nhất được không ?

