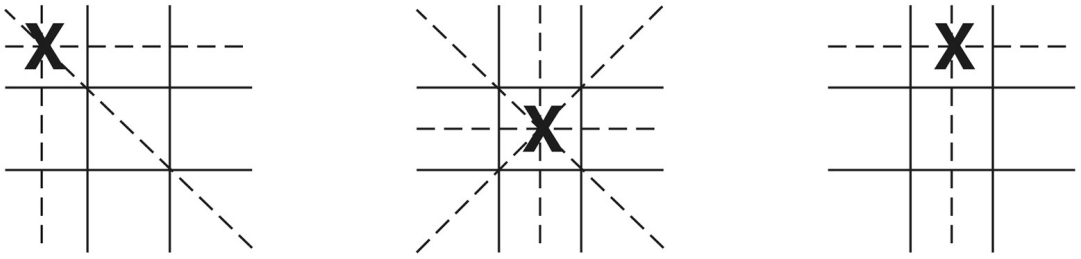
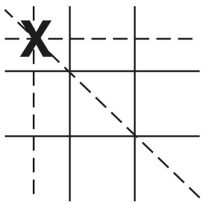
TÌM KIẾM DỰA TRÊN KINH NGHIỆM (INFORMED/ HEURISTIC SEARCH)

75

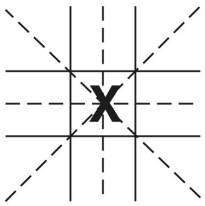


76

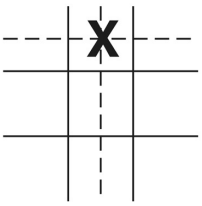
Phép đo heuristic (2)



Three wins through
a corner square



Four wins through
the center square



Two wins through
a side square

Heuristic "*Số đường thắng nhiều nhất*" áp dụng cho các nút con đầu tiên trong tic-tac-toe.

Heuristic

- Để giải quyết các bài toán lớn, phải cung cấp những kiến thức đặc trưng ở từng lĩnh vực để nâng cao hiệu quả của việc tìm kiếm
- Trong TK KGTT, heuristic là các luật dùng để chọn những **nhánh/ lựa chọn nào có nhiều khả năng nhất** dẫn đến một giải pháp chấp nhận được

Heuristic

- **Sử dụng Heuristic trong trường hợp nào?**
  - *Vấn đề có thể có giải pháp chính xác, nhưng **chi phí tính toán** để tìm ra nó không cho phép. VD: cờ vua,…*
  - *Vấn đề có thể **không có giải pháp chính xác** vì sự không rõ ràng trong diễn đạt vấn đề hoặc trong các dữ liệu có sẵn. VD: chẩn đoán y khoa,...*

79

79

Heuristic

- Thuật toán Heuristic gồm hai phần:
  1. ***Phép đo Heuristic:*** *thể hiện qua hàm đánh giá heuristic, dùng để đánh giá các đặc điểm của một trạng thái trong KGTT.*
  2. ***Giải thuật tìm kiếm heuristic:***
     - Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (best-first search)
       - *Tìm kiếm háu ăn (greedy best-first search)*
       - *Giải thuật A**
     - Tìm kiếm leo đồi

80

80

Heuristic

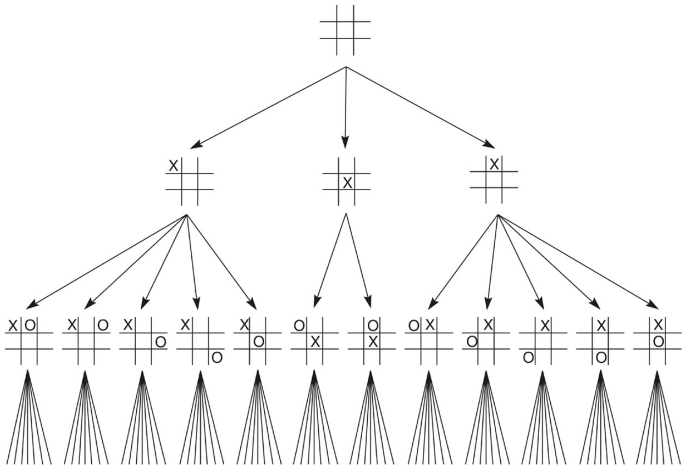
- **Phép đo Heuristic:**
  - *Ước lượng chi phí tối ưu giữa hai hoặc nhiều giải pháp*
  - *Không quá tốn kém để tính toán*
  - *Được xác định cụ thể trong từng bài toán (Ví dụ: đối với bài toán TSP, đánh giá khoảng cách giữa các thành phố sao cho chi phí là thấp nhất)*
- **Hàm đánh giá Heuristic** tại trạng thái n là f(n):

  f(n) = g(n) + h(n)
  - *g(n) = khoảng cách thực sự từ **n đến trạng thái bắt đầu***
  - *h(n) = ước lượng heuristic cho khoảng cách từ trạng thái **n đến trạng thái đích***

81

81

KGTT của tic-tac-toe được thu nhỏ nhờ tính đối xứng của các trạng thái

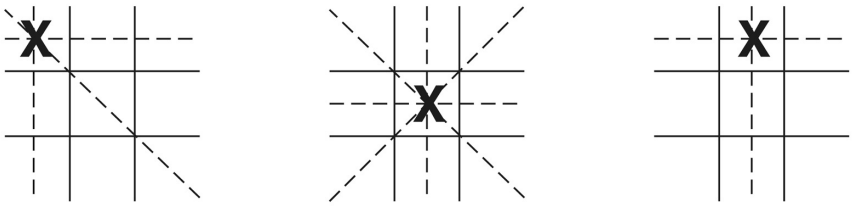


C 4 – Tìm kiếm Heuristic

TTNT. p.82

82

Phép đo heuristic (2)



Three wins through a corner square

Four wins through the center square

Two wins through a side square

Heuristic "*Số đường thắng nhiều nhất*" áp dụng cho các nút con đầu tiên trong tic-tac-toe.

Cài đặt hàm đánh giá Heuristic

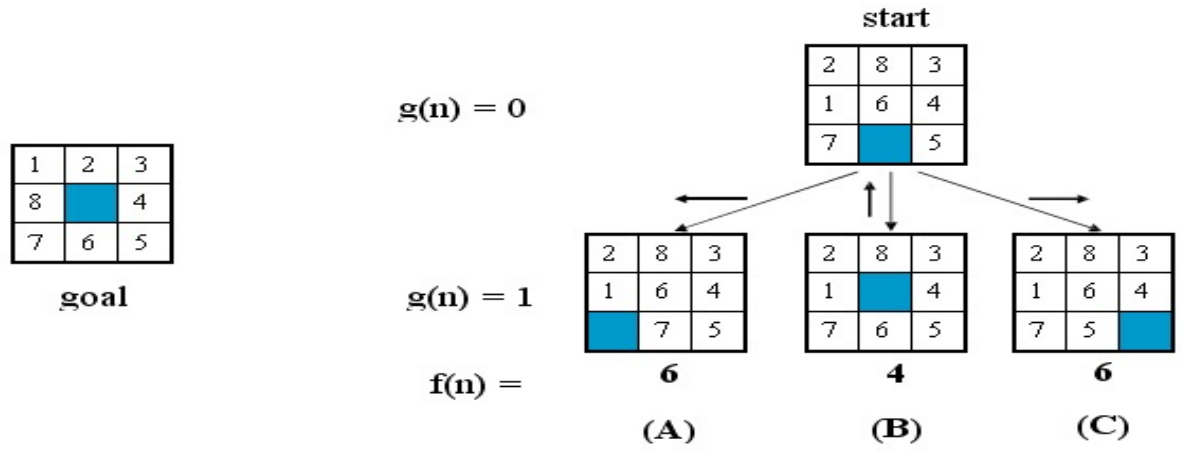
- Xét trò chơi 8-puzzle. Hàm đánh giá Heuristic tại trạng thái n là f(n):

  f(n) = g(n) + h(n)

  - *g(n) = khoảng cách thực sự từ **n đến trạng thái bắt đầu***
  - *h(n) = ước lượng heuristic cho khoảng cách từ trạng thái **n đến trạng thái đích***

Cài đặt hàm đánh giá Heuristic

f(n) = g(n) + h(n)



85

Cài đặt hàm đánh giá Heuristic

- *Việc ước lượng heuristic cho khoảng cách từ trạng thái n đến trạng thái đích như thế nào?*
- *Giả sử có các định nghĩa sau:*
  - $h_1(n)$ = số vị trí sai khác của trạng thái n so với goal
  - $h_2(n)$ = khoảng cách dịch chuyển (←,→,↑,↓) ngắn nhất để dịch chuyển các ô chữ nằm sai vị trí về vị trí đúng (khoảng cách Manhattan)

=> $h_1(n)$ = ???

=> $h_2(n)$ = ???

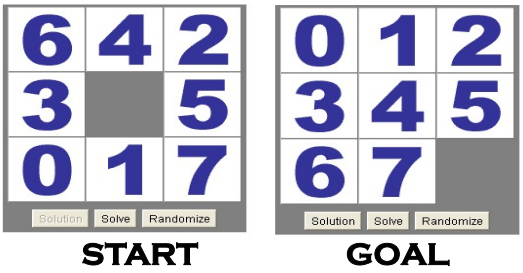
86

86

Cài đặt hàm đánh giá Heuristic

- *Việc ước lượng heuristic cho khoảng cách từ trạng thái n đến trạng thái đích như thế nào?*
- *Giả sử có các định nghĩa sau:*
  - h1(n) = số vị trí sai khác của trạng thái n so với goal
  - h2(n) = khoảng cách Manhattan
- *=> h1(n) = ???*
- *=> h2(n) = ???*

- `h1(n) = 6.`
- `h2(n) = 8.`



87

Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best-first-search)

- Ý tưởng: sử dụng hàm đánh giá trong quá trình phát triển cây tìm kiếm, hàm đánh giá ước lượng độ gần của mỗi đỉnh trạng thái với trạng thái đích, chỉ triển khai cây tìm kiếm theo nhánh có triển vọng đi đến đích nhanh nhất
- *Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên* (best-first search) là tiếp cận tổng quát của tìm kiếm với thông tin bổ sung.
- Việc chọn nút để triển khai dựa trên một *hàm lượng giá* (evaluation function): f(n)

88

88

Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best-first-search)

- *hàm lượng giá* (evaluation function): f(n) được xây dựng dựa trên việc ước lượng chi phí và nút có giá ước lượng nhỏ nhất được ưu tiên triển khai trước. Sự lựa chọn hàm sẽ quyết định chiến lược tìm kiếm.
- Hàm h(n) là *chi phí ước lượng* của đường đi tốt nhất từ trạng thái của nút đến trạng thái mục tiêu.
  - *f(n) = g(n) +h(n)*
  - *g(n): chi phí thực tế đi từ gốc đến n*
  - *h(n): chi phí ước lượng đi từ n đến nút mục tiêu*
- Hàm heuristic là cách thường dùng nhất để sử dụng kiến thức bổ sung trong quá trình tìm kiếm: h(n) là một hàm không âm bất kỳ và *phụ thuộc vào vấn đề đang giải quyết*. Nếu là nút mục tiêu thì h(n) = 0.

89

89

Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best-first-search)

- **Dùng mảng có sắp xếp theo hàm đánh giá**
- Tương tự DFS và BFS, best-first search dùng các danh sách để lưu trữ các trạng thái:
  - *OPEN: lưu các trạng thái sắp được kiểm tra*
  - *CLOSED: lưu các trạng thái đã duyệt qua*
- **Các trạng thái trong OPEN list sẽ được sắp xếp theo thứ tự dựa trên 1 hàm Heuristic nào đó (đặt thứ tự ưu tiên cho các giá trị gần trạng thái đích)**
- Do đó, mỗi lần lặp sẽ xem xét trạng thái tiềm năng nhất trong OPEN list

90

90

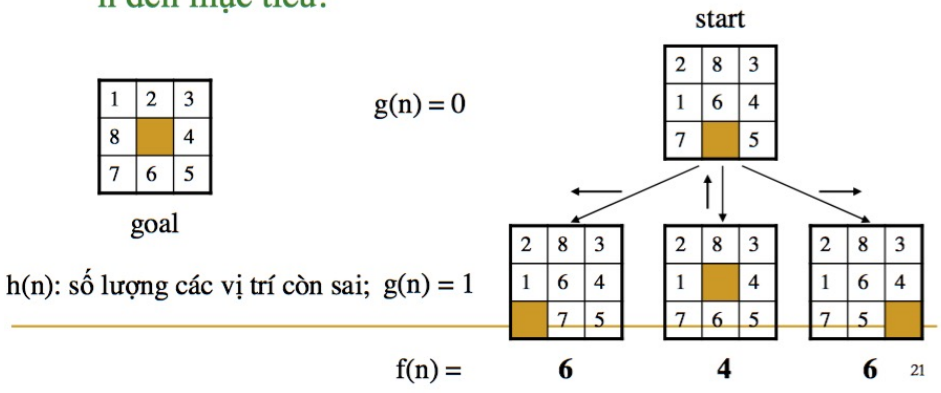
Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên (Best-first-search)

```
PNode bestFirstSearch(PState init_state) {
   PNode root = new Node();
   root->state = init_state;
   root->parent = NULL;
   root->f = 0;
   frontier.insert(root);
   explored.clear();
   while (!empty(frontier)) {
      //Lấy 1 nút từ đường biên có f(n) nhỏ nhất
      //và loại bỏ nó ra khỏi đường biên
      Node* node = frontier.pop();
      if (node là nút mục tiêu)
         return node;
      insert(node, explored);
      for (child là nút con của node) {
         Tính child->f;
         if (child->state không thuộc frontier và
                  child->state không thuộc explored) {
            child->parent = node;
            frontier.insert(child);
(*)      } else if (child->state nằm trong đường biên
                        và có f lớn hơn child->f)
            Thay thế nút nằm trên đường biên bằng child
(**)     else if (child->state nằm trong explored
                        và có f lớn hơn child->f) {
            Loại bỏ nút chứa child->state
                                    ra khỏi explored
            frontier.insert(child);
         }
      }
   }
   return NULL; //Thất bại, không tìm thấy lời giải
}
```

91

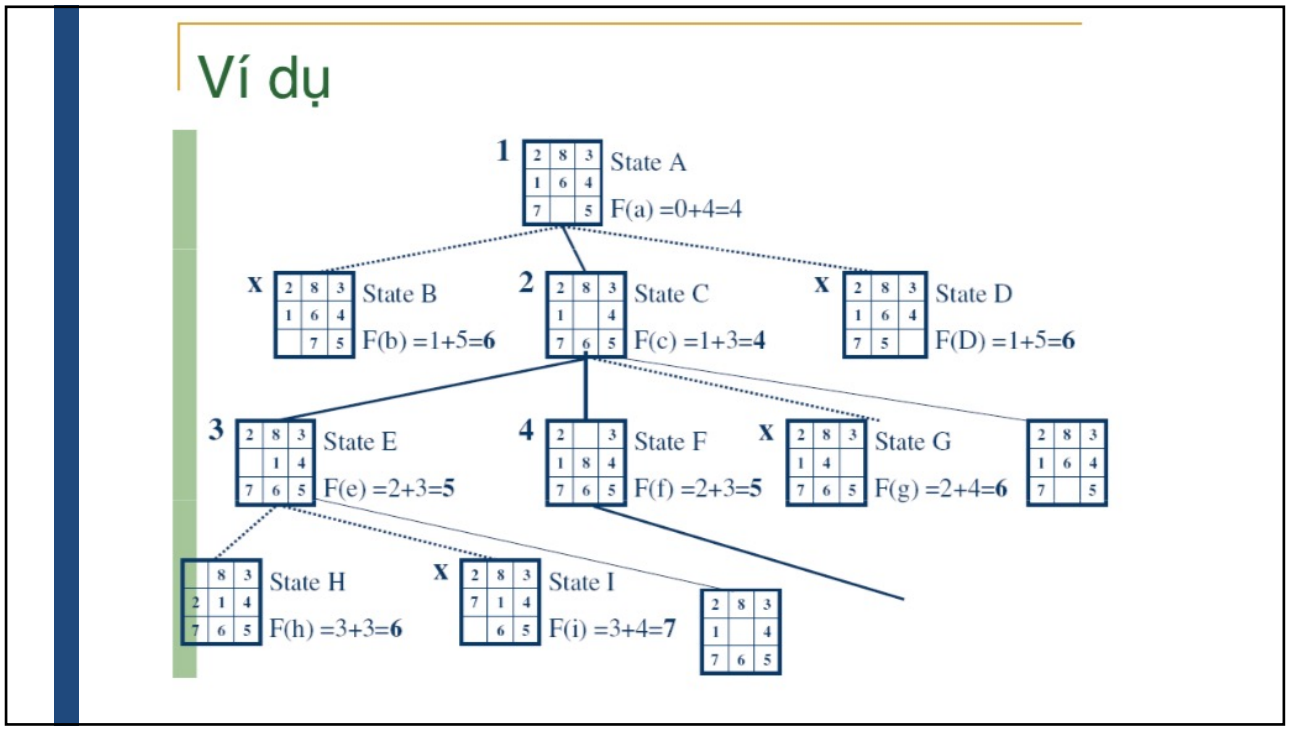
Sử dụng **tìm kiếm tốt nhất đầu tiên** để tìm trạng thái **goal**

- Xét trò chơi 8-ô, mỗi trạng thái n, một giá trị f(n):
  f(n) = g(n) + h(n)
  - **g(n)** = khoảng cách thực sự từ n đến trạng thái bắt đầu
  - **h(n)** = hàm heuristic đánh giá khoảng cách từ trạng thái n đến mục tiêu.

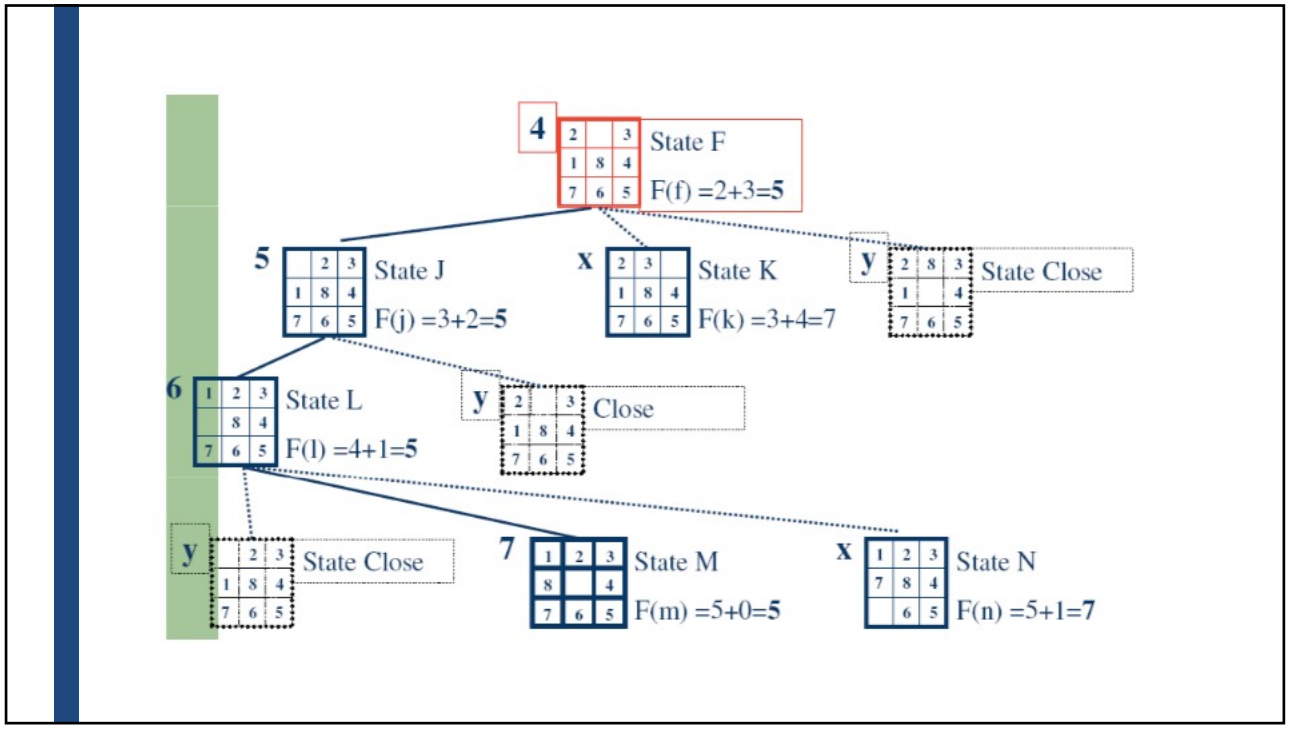


92

92


Ví dụ
1
State A
F(a) =0+4=4
x
State B
F(b) =1+5=6
2
State C
F(c) =1+3=4
x
State D
F(D) =1+5=6
3
State E
F(e) =2+3=5
4
State F
F(f) =2+3=5
x
State G
F(g) =2+4=6
State H
F(h) =3+3=6
x
State I
F(i) =3+4=7

93


4
State F
F(f) =2+3=5
5
State J
F(j) =3+2=5
x
State K
F(k) =3+4=7
y
State Close
6
State L
F(l) =4+1=5
y
Close
y
State Close
7
State M
F(m) =5+0=5
x
State N
F(n) =5+1=7

94

Tìm kiếm háu ăn (greedy best-first search)

- *Tìm kiếm háu ăn* (greedy best-first search) hay còn gọi là *tìm kiếm chỉ sử dụng heuristic* (pure heuristic search) cố gắng triển khai nút "gần" với mục tiêu nhất.
- Vì thế, nó chỉ dùng hàm heuristic h(n)để lượng giá các nút, tức là

f(n) = h(n)

95

95

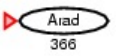
Tìm kiếm heuristic

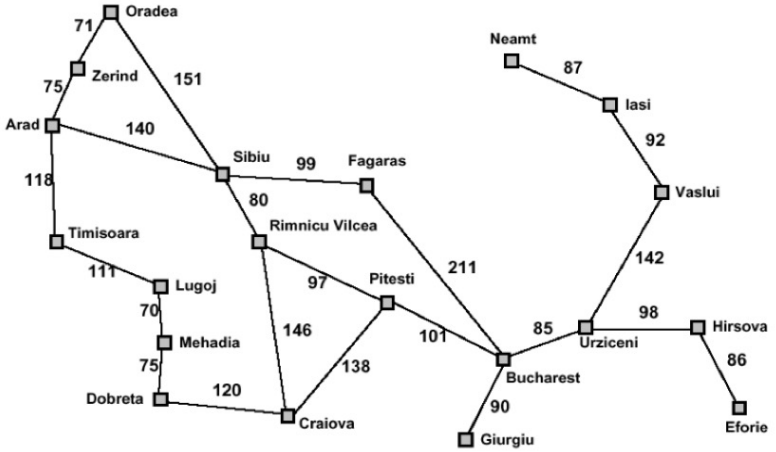
- Bài toán tìm đường:
  - *Thành phố xuất phát: Arad*
  - *Thành phố đích: Bucharest*
  - *Các cạnh biểu diễn đường nối trực tiếp giữa hai thành phố, các con số ghi trên các cạnh là chi phí đi giữa hai thành phố.*
  - *Cột bên phải là khoảng cách Euclid từ các thành phố đến thành phố đích Bucharest.* ***(h(n))***

96

Tìm kiếm heuristic

- Initial State = **Arad**
- Goal State = **Bucharest**



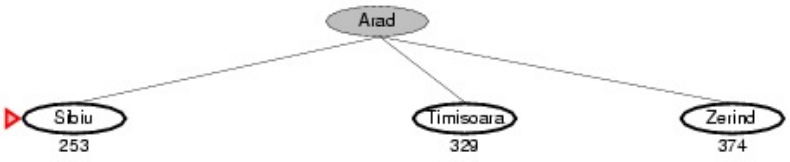


Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

97

Tìm kiếm heuristic

- Initial State = **Arad**
- Goal State = **Bucharest**

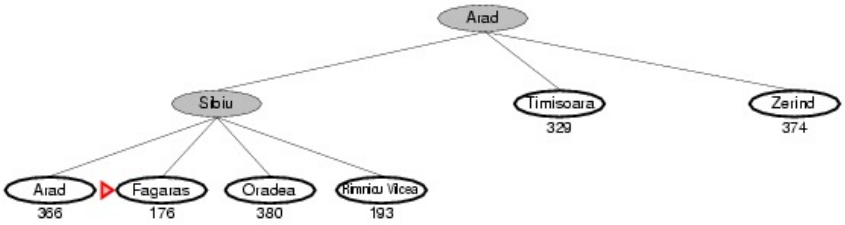


Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

98

Tìm kiếm heuristic

- Initial State = **Arad**
- Goal State = **Bucharest**

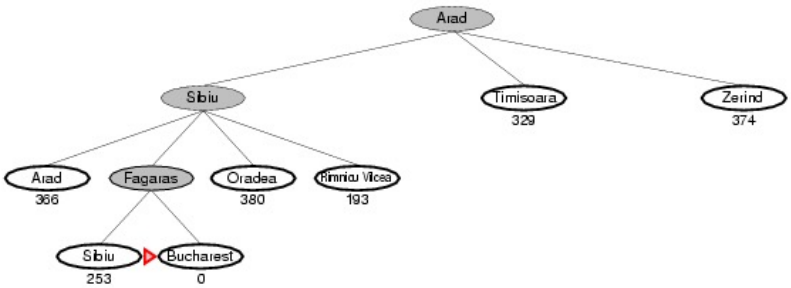


Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

99

Tìm kiếm heuristic

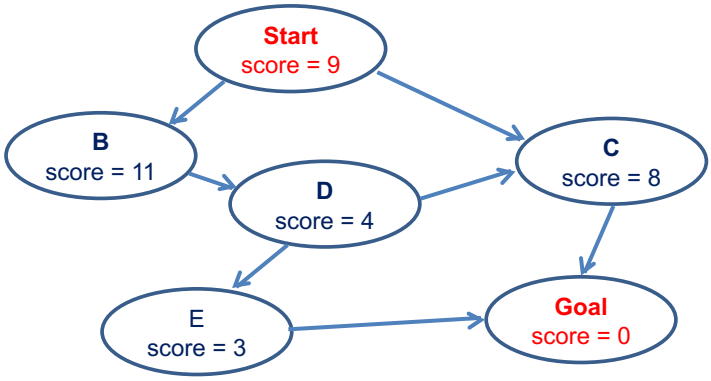
- Initial State = **Arad**
- Goal State = **Bucharest**



Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

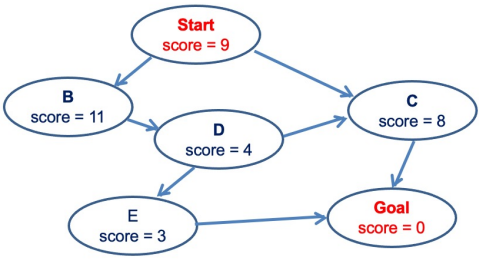
100

Tìm kiếm tốt nhất đầu tiên, tìm kiếm rộng, tìm kiếm sâu để tìm kiếm trạng thái "Goal" từ trạng thái "Start"



101

101

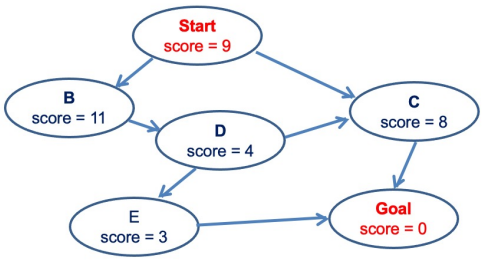


BFS - Tìm kiếm theo chiều rộng

Step#	OPEN	CLOSED	X	CHILDREN	RemainingCHILDREN
1	{ S }	{ }	S	{ S, B, C}	{ B, C }
2	{ B, C }	{ S }	B	{ D }	{ D }
3	{ C, D }	{ S, B }	C	{ G }	{ G }
4	{ D, G }	{ S, B, C}	D	{ C, E }	{ E }
5	{ G, E}	{ S, B, C, D}	G	**DONE**	

- note we check for GOALS upon *removal* from OPEN in order to get SHORTEST PATHS in later algo's

102



DFS Tìm kiếm theo chiều sâu

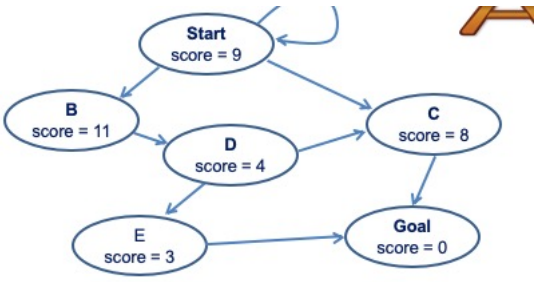
Step#	OPEN	CLOSED	X	CHILDREN	RemainingCHILDREN
1	$\{ S \}$	$\{ \}$	S	$\{ S^S, B^S, C^S \}$	$\{ B^S, C^S \}$
2	$\{ B^S, C^S \}$	$\{ S \}$	B^S	$\{ D^B \}$	$\{ D^B \}$
3	$\{ D^B, C^S \}$	$\{ S, B^S \}$	D^B	$\{ C^D, E^D \}$	$\{ E^D \}$
4	$\{ E^D, C^S \}$	$\{ S, B^S, D^B \}$	E^D	$\{ G^E \}$	$\{ G^E \}$
5	$\{ G^E, C^S \}$	$\{S, B^S, D^B, E^D\}$	G^E	**DONE**	

103

103

BEST

Step#	OPEN	CLOSED	X	CHILDREN	RemainingCHILDREN
1	$\{ S_9 \}$	$\{ \}$	S_9	$\{ S_9, B_{11}, C_8 \}$	$\{ B_{11}, C_8 \}$
2	$\{ C_8, B_{11} \}$	$\{ S_9 \}$	C_8	$\{ G_0 \}$	$\{ G_0 \}$
3	$\{ G_0, B_{11} \}$	$\{ S_9, C_8 \}$	G_0	**DONE**	



104

Giải thuật A*

- Giải thuật A* là một trường hợp đặc biệt Best first search (việc cập nhật lại đường đi dựa trên giá trị g(n) thay vì dựa trên giá trị f(n) tổng quát)
  - $f(n) = g(n) + h(n)$
  - ***h(n) phụ thuộc vào trạng thái n*** *nên f(n) chỉ thay đổi khi* ***g(n)*** *thay đổi hay nói cách khác khi ta tìm được một đường đi mới đến n tốt hơn đường đi cũ => cập nhật lại g khi đường đi mới tốt hơn)*
- Mỗi trạng thái n tùy ý sẽ gồm 4 yếu tố (g(n), h(n), f(n), cha(n))

  Cha(n) là nút cha của nút đang xét n

105

105

```
PNode AStarSearch(PState init_state) {
   PNode root = new Node();
   root->state = init_state;
   root->parent = NULL;
   root->f = 0;
   frontier.insert(root);
   explored.clear();
   while (!empty(frontier)) {
      //Lấy 1 nút từ đường biên có f(n) nhỏ nhất
      //và loại bỏ nóra khỏi đường biên
      Node* node = frontier.pop();
      if (node là nút mục tiêu)
         return node;
      insert(node, explored);
      for (child là nút con của node) {
         child->g = node->g + stepCost(node, child);
         child->h = estimate(child->state);
         child->f = child->g + child->h;
         if (child->state không thuộc frontier và
                  child->state không thuộc explored) {
            child->parent = node;
            frontier.insert(child);
         } else if (child->state nằm trong đường biên
                           và có g lớn hơn child->g)
(*)            Thay thế nút nằm trên đường biên
                                          bằng child
      }
   }
   return NULL; //Thất bại, không tìm thấy lời giải
}
```

106

Mã giả giải thuật A*

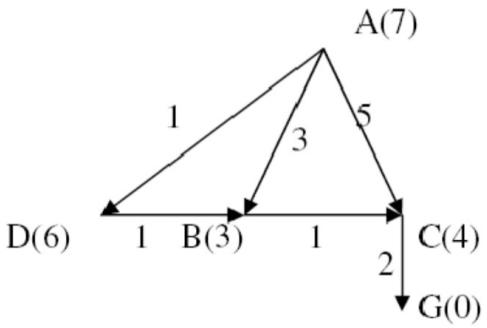
```
g(n_o)=0; f(n_o)=h(n_o);
open:=[n_o]; closed:=[];
while open<>[] do
    loại n bên trái của open và dưa n vào closed;
    if (n là một đích) then thành công, thoát
    else
        Sinh các con m của n;
        For m thuộc con(n) do
            g(m)=g(n)+c[n,m];
            If m không thuộc open hay closed then
                f(m)=g(m)+h(m); cha(m)=n;  Bỏ m vào open;
            If m thuộc open (tồn tại m' thuộc open, sao cho m=m') then
                If g(m)<g(m') then   g(m')=g(m); f(m')=g(m')+h(m');  Cha(m')=n;
            If m thuộc closed (tồn tại m' thuộc closed, sao cho m=m') then
                If g(m)<g(m') then  f(m)=g(m)+h(m); cha(m)=n;
                                    Đưa m vào open; loại m' khỏi closed;
        Sắp xếp open để t.thái tốt nhất nằm bên trái;
```

107

107

Giải thuật A*

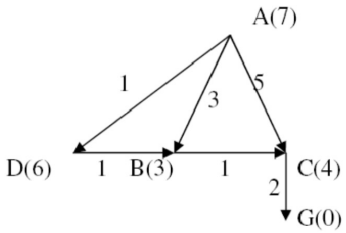
- Sử dụng giải thuật A* để tìm đường đi từ A đến G với giá trị g(n) được ghi trên cạnh của đồ thị và h(n) ghi ngay đỉnh của đồ thị



108

108

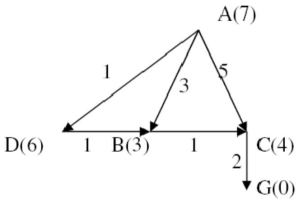
- Mỗi trạng thái n tùy ý sẽ gồm bốn yếu tố (g(n), h(n), f(n), cha(n))
- **Bước 1**:
  - *Open={ A(0,7,7,-)} ; close={}*
- **Bước 2:**
  - *Các con của A: D,B,C*
  - ***Xét D***
    - **g(D) = g(A) + c[A,D] = 0+ 1= 1** (do đề bài cung cấp) **(g(m) = g(n) + c[m,n])**
    - **D không thuộc Open; Close**
      - ***Tính giá trị f(D) = g(D) + h(D) = 1 + 6 = 7***
      - ***Cập nhật cha của D: A***
      - ***Đưa D vào open: D(1,6,7,A)***
  - ***Xét B***



109

- **Bước 2:**
  - *Các con của A: D,B,C*
  - *….*
  - ***Xét B***
    - **g(B)** = g(A) + c[A,B] = 0+ 3 = 3 (do đề bài cung cấp) (g(m) = g(r.,
    - **B** không thuộc **Open; Close**
      - *Tính giá trị **f(B)** = g(B) + h(B) = 3 + 3 = 6*
      - *Cập nhật cha của **B**: A*
      - *Đưa **B** vào **open**: B(3,3,6,A)*
  - ***Xét C***
    - **g(C)** = g(A) + c[A,C] = 0 + 5 = 5 (do đề bài cung cấp) (g(m) = g(n) + c[m,n])
    - **C** không thuộc **Open; Close**
      - *Tính giá trị **f(C)** = g(C) + h(C) = 5+ 4 = 9*
      - *Cập nhật cha của **C**: A*
      - *Đưa **C** vào **open**: **C**(5,4,9,A)*
  - *Sắp xếp các phần tử trong open để trạng thái tốt nhất bên trái*

*Open{**B(3,3,6,A)**}, **D(1,6,7,A)**, **C**(5,4,9,A)} ; close={A(0,7,7,-)}*



110

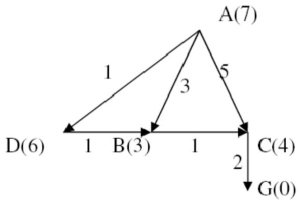
110

- **Bước 3:**
  - *Quay lại đầu vòng lặp while*
  - *Lấy phần tử **B** ra khỏi Open đưa vào Close*
    *Open{**D(1,6,7,A)**, **C**(5,4,9,A)}* ; *close={A(0,7,7,-), **B(3,3,6,A)**}*
  - *Các con của B: C*
  - ***Xét C***
    - **g(C)** = g(B) + c[B,C] = 3 + 1 =4 (g(m) = g(n) + c[m,n])
    - **C thuộc Open;**
      - *So sánh giá trị $g(C_n)$ hiện tại và $g(C_o)$ đã tồn tại trong Open*
      - *$G(C_o)$ =5 > $g(C_n)$ =4 => cập nhật lại C*
      - *Tính giá trị **f(C)** = g(C) + h(C) = 4 + 4 =8*
      - *Cập nhật cha của **C**: B*
      - *Đưa **C** vào **open**: **C**(4,4,8,B)*

C(4,4,8,B)

  - *Sắp xếp các phần tử trong open để trạng thái tốt nhất bên trái*

*Open{**D(1,6,7,A)**, **C**(4,4,8,B)}* ; *close={A(0,7,7,-), **B(3,3,6,A)**}*

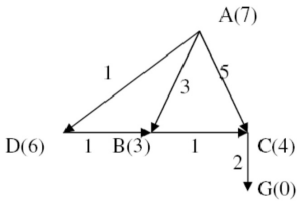


111

111

- **Bước 4:**
  - *Quay lại đầu vòng lặp while*
  - *Lấy phần tử **D** ra khỏi Open đưa vào Close*
    *Open{ **C**(4,4,8,B) }; close={A(0,7,7,-), **B(3,3,6,A)**}, **D(1,6,7,A)**}*
  - *Các con của D: B*
  - ***Xét B***
    - **g(B)** = g(D) + c[D,B] = 1 + 1 = 2 (g(m) = g(n) + c[m,n])
    - **B thuộc Closed;**
      - *So sánh giá trị $g(B_n)$ hiện tại và $g(B_o)$ đã tồn tại trong Open*
      - *$G(B_o)$ =3 > $g(B_n)$ =2 => cập nhật lại B*
      - *Tính giá trị **f(B)** = g(B) + h(B) = 2 + 3 =5*
      - *Cập nhật cha của **B**: D*
      - *Đưa **B**(2,3,5,D) vào **open***
      - ***Loại B(3,3,6,A) ra khỏi Closed***
  - *Sắp xếp các phần tử trong open để trạng thái tốt nhất bên trái*

*Open{**B**(2,3,5,D) , **C**(4,4,8,B)}* ; *close={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**}*

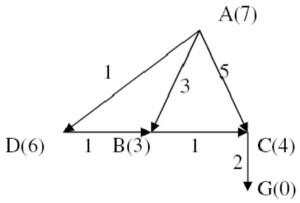


112

112

- **Bước 5:**
  - *Quay lại đầu vòng lặp while*
  - *Lấy phần tử **B** ra khỏi Open đưa vào Close*
    *Open{**C**(4,4,8,B) }; close={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) }*
  - *Các con của B: C*
  - ***Xét C***
    - **g(C)** = g(B) + c[B,C] = 1 + 2 = 3 (g(m) = g(n) + c[m,n])
    - **C thuộc Open;**
      - *So sánh giá trị $g(C_n)$ hiện tại và $g(C_o)$ đã tồn tại trong Open*
      - *$G(C_o)$ =4 > $g(C_n)$ =3 => cập nhật lại C*
      - *Tính giá trị **f(C)** = g(C) + h(C) = 3 + 4 =7*
      - *Cập nhật cha của **C**: B*
      - *Đưa **C** vào **open**: **C**(3,4,7,B)*
  - *Sắp xếp các phần tử trong open để trạng thái tốt nhất bên trái*

*Open{**C**(3,4,7,B) } ; close ={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) }*

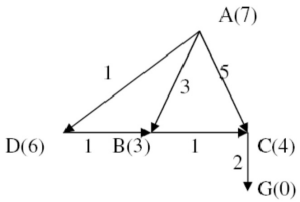


113

113

- **Bước 6:**
  - *Quay lại đầu vòng lặp while*
  - *Lấy phần tử **C** ra khỏi Open đưa vào Close*
    *Open{}; close={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) , **C**(3,4,7,B)}*
  - *Các con của C: G*
  - ***Xét G***
    - **g(G)** = g(C) + c[C,G] = 3 + 2 = 5 (g(m) = g(n) + c[m,n])
    - **G** không **thuộc Open; Closed**
      - ***Tính giá trị f(G) = g(G) + h(G) = 5 + 0 = 5***
      - ***Cập nhật cha của G: C***
      - ***Đưa G vào open: G(5,0,5,C)***
  - *Sắp xếp các phần tử trong open để trạng thái tốt nhất bên trái*

*Open{**G(5,0,5,C)**} ; close ={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) }*



114

114

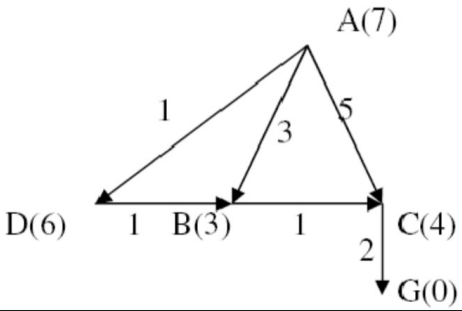
- **Bước 6:**
  - *Quay lại đầu vòng lặp while*
  - *Lấy phần tử **C** ra khỏi Open đưa vào Close*

    *Open{}; closed={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) , **C**(3,4,7,B), **G(5,0,5,C)**}*
  - *Các **G(5,0,5,C) là trạng thái đích => giải thuật dừng lại***

Ta có đường đi

*closed={A(0,7,7,-), **D(1,6,7,A)**, **B**(2,3,5,D) ,*

A => D => B =>C =>G



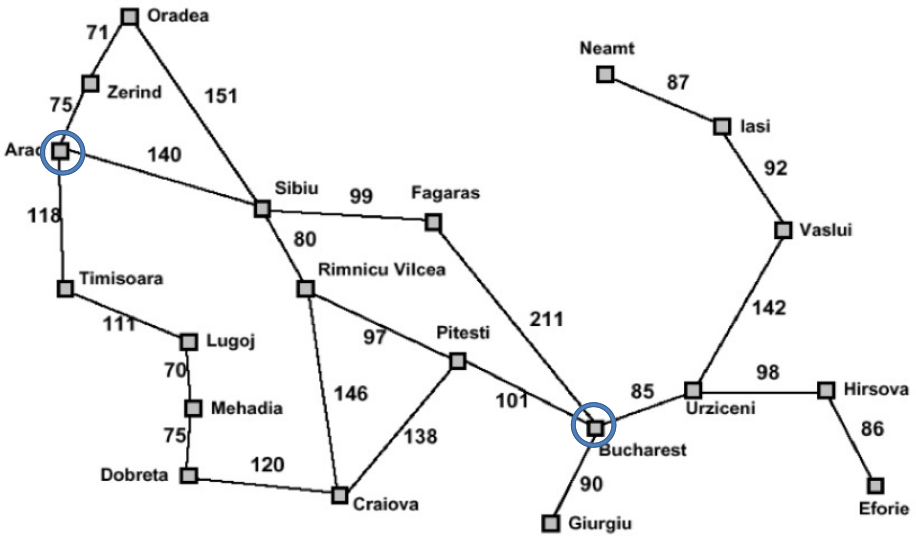
115

Tìm kiếm heuristic

- Bài toán tìm đường:
  - *Thành phố xuất phát: Arad*
  - *Thành phố đích: Bucharest*
  - *Các cạnh biểu diễn đường nối trực tiếp giữa hai thành phố, các con số ghi trên các cạnh là chi phí đi giữa hai thành phố.*
  - *Cột bên phải là khoảng cách Euclic từ các thành phố đến thành phố đích Bucharest.*
- Sử dụng phương pháp tìm kiếm A* (hàm ước lượng f(n) = g(n) + h(n), với g(n) là chi phí từ thành phố xuất phát đến n và h(n) là khoảng cách Euclic từ n đến đích)

116

Tìm kiếm heuristic



Straight–line distance to Bucharest	
Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	178
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	98
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

117