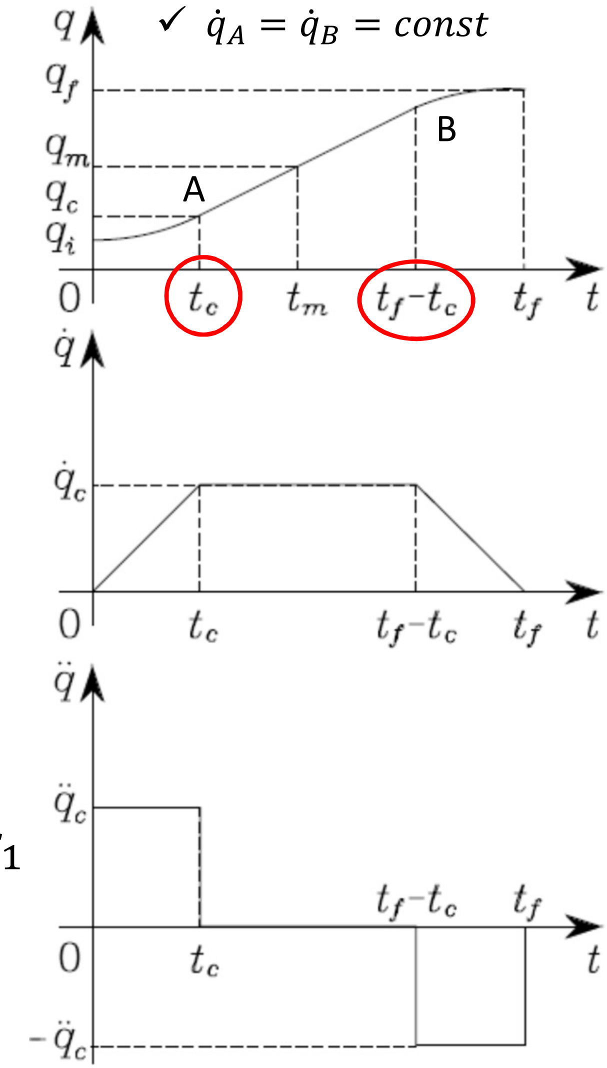
2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- **Quỹ đạo 2-1-2: Vận tốc hình thang** (trapezoidal velocity profile)
  - ✓ Quỹ đạo parabol ở điểm bắt đầu và cuối, giữa là một đường thẳng
  - ✓ **Vận tốc biến đổi theo hình thang**

✓ $q_m = \frac{q_f + q_i}{2}$ ở $t_m = \frac{t_f}{2}$

✓ $\dot{q}_A = \dot{q}_B = const$



=> Xác định phương trình Parabol và tham số t_c

✓ Vị trí: $q(t) = c_0 + c_1 t + \frac{1}{2} c_2 t^2$

Vận tốc: $\dot{q}(t) = c_1 + c_2 t$

Gia tốc: $\ddot{q}(t) = c_2$

✓ Điều kiện biên:

- ✓ $t = 0 \rightarrow q_i = c_o$
- ✓ $t = 0 \rightarrow v_o = 0 = c_1$

➡ $q(t) = q_i + \frac{1}{2}\ddot{q}t^2$

✓ Vận tốc tại t_c

$$\dot{q}(t_c) = c_2 t_c = \ddot{q}_c t_c = \frac{q_m - q_c}{t_m - t_c}$$

2.1 Chuyển động điểm tới điểm

Vận tốc: $\ddot{q}_c t_c = \frac{q_m - q_C}{t_m - t_c}$

Vị trí: $q_c = q_i + \frac{1}{2}\ddot{q}_c t_c^2$

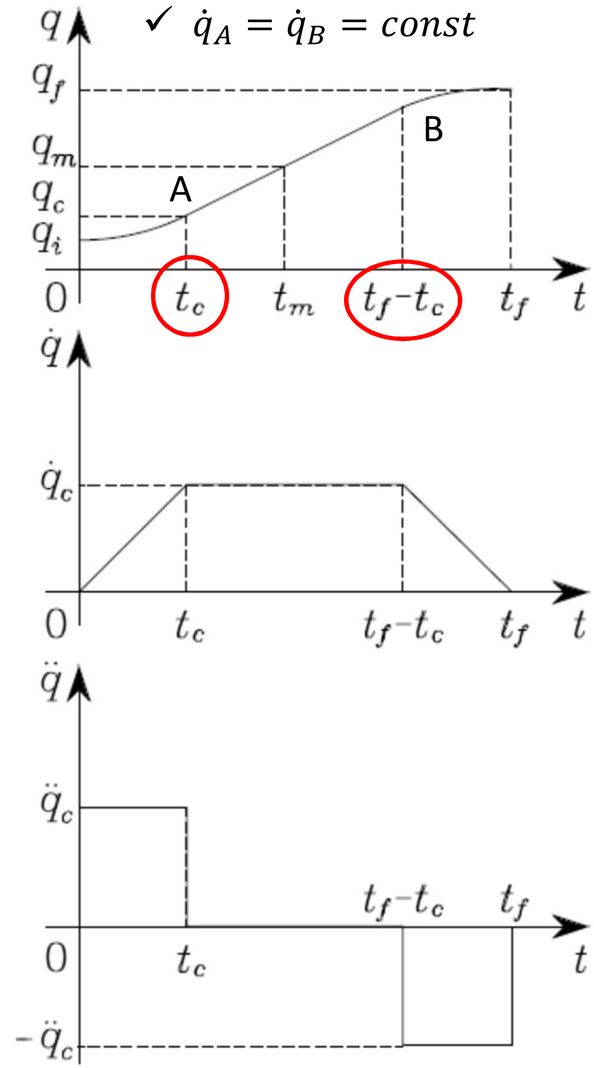
Chú ý: $q_m = \frac{q_f + q_i}{2}$

$t_m = \frac{t_f}{2}$

$\Rightarrow$ $\ddot{q}_c t_c^2 - \ddot{q}_c t_f t_c + q_f - q_i = 0$

✓ $q_m = \frac{q_f + q_i}{2}$ ở $t_m = \frac{t_f}{2}$

✓ $\dot{q}_A = \dot{q}_B = const$



2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- ✓ $q_m = \frac{q_f + q_i}{2}$ ở $t_m = \frac{t_f}{2}$
- ✓ $\dot{q}_A = \dot{q}_B = const$

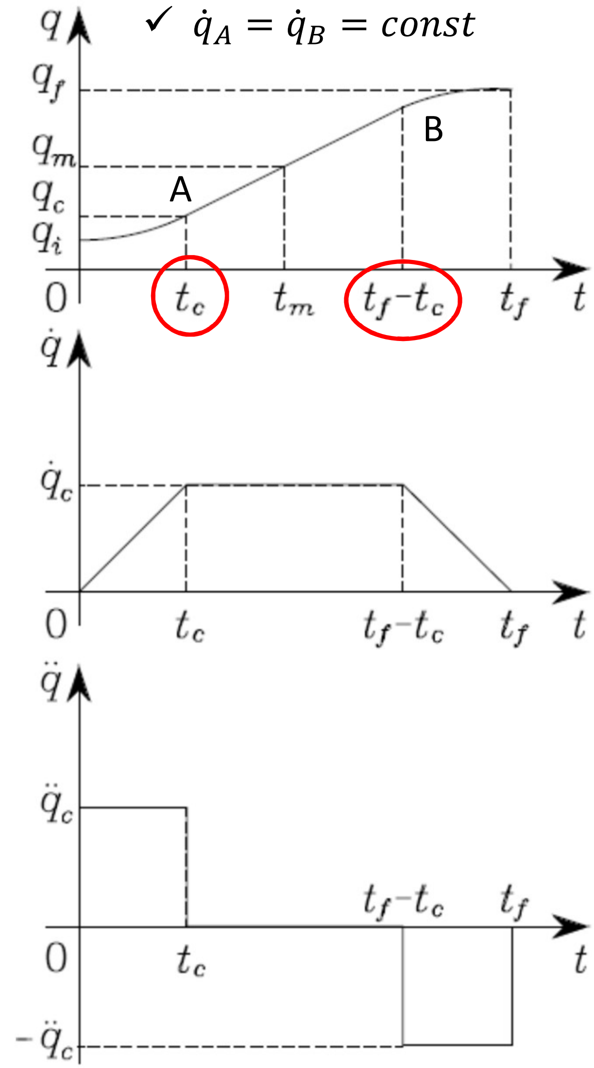
$$\ddot{q}_c t_c^2 - \ddot{q}_c t_f t_c + q_f - q_i = 0$$

Giải phương trình với lưu ý $t_c \leq t_m = \frac{t_f}{2}$

$$\Rightarrow \quad t_c = \frac{t_f}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t_f^2 \ddot{q}_c - 4(q_f - q_i)}{\ddot{q}_c}}$$

=> Gia tốc phải thỏa mãn điều kiện

$$|\ddot{q}_c| \geq \frac{4|q_f - q_i|}{t_f^2}$$



2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- Cho q_i, q_f và t_f và gia tốc $\ddot{q}_c$ thỏa mãn:

$$|\ddot{q}_c| \geq \frac{4|q_f - q_i|}{t_f^2}$$

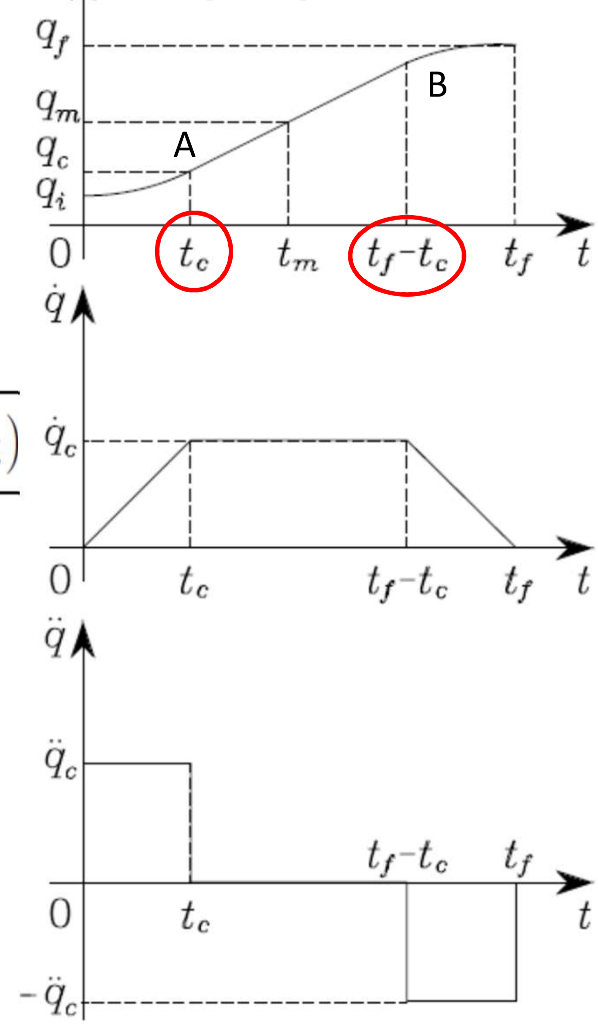
Thời gian t_c được tính bởi: $t_c = \dfrac{t_f}{2} - \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{t_f^2\ddot{q}_c - 4(q_f - q_i)}{\ddot{q}_c}}$

thì quỹ đạo 2-1-2 như sau:

$$q(t) = \begin{cases} q_i + \frac{1}{2}\ddot{q}_c t^2 & 0 \leq t \leq t_c \\ q_i + \ddot{q}_c t_c (t - t_c/2) & t_c < t \leq t_f - t_c \\ q_f - \frac{1}{2}\ddot{q}_c (t_f - t)^2 & t_f - t_c < t \leq t_f \end{cases}$$

✓ $q_m = \frac{q_f + q_i}{2}$ ở $t_m = \frac{t_f}{2}$

✓ $\dot{q}_A = \dot{q}_B = const$



Bài tập 1

- Xây dựng quỹ đạo 2-1-2 của khớp 1 robot từ góc ban đầu 40^o đến góc cuối cùng 120^o trong 4 giây với tốc độ lớn nhất là $25^o/s$. Vẽ đường biểu diễn vị trí, vận tốc và gia tốc chuyển động của khớp.

Các em làm bài tập nộp trên course trước 13h40.
Dừng 14h05

Bài tập 2

Thiết kế quỹ đạo chuyển động dạng đa thức bậc 3 cho khớp 1 của robot 6 bậc tự do từ góc ban đầu 50^o đến góc cuối 80^o trong 3s. Xác định góc quay, tốc độ và gia tốc của khớp ở thời điểm 1, 2, 3 s. Biết rằng robot chuyển động từ trạng thái đứng yên và dừng ở vị trí cuối cùng.

Bài tập 3

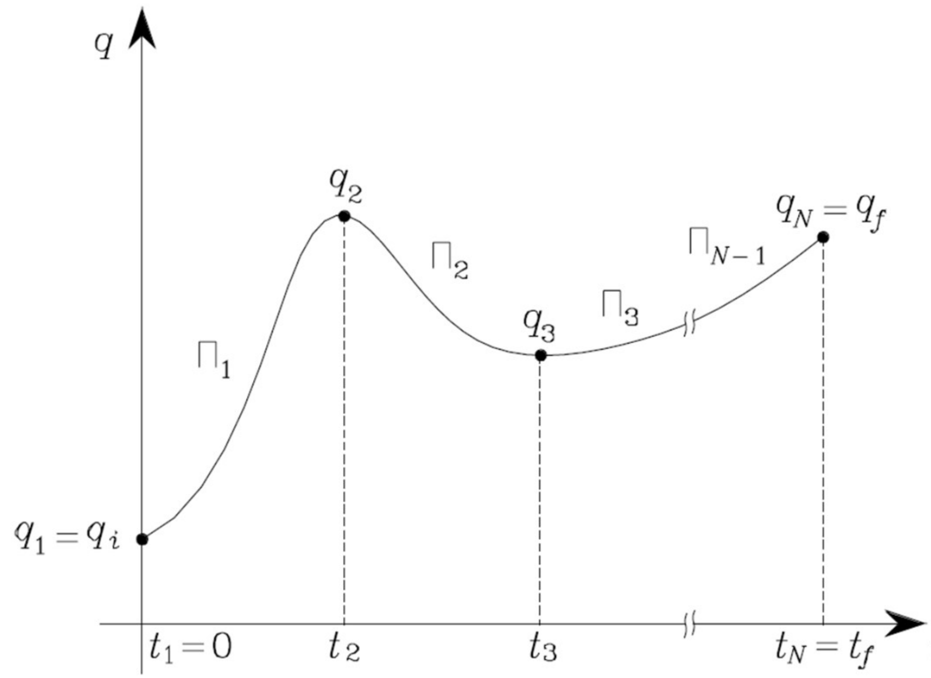
- Khớp thứ 2 của robot 6 khớp quay từ góc ban đầu 20^o đến góc cuối cùng 80^o trong thời gian 5s, sau đó quay tiếp đến góc 25^o trong 5s. Xây dựng quỹ đạo chuyển động đa thức bậc 3 cho khớp 2 và vẽ đường biểu diễn vị trí, vận tốc và gia tốc. Biết rằng robot chuyển động từ trạng thái đứng yên và dừng ở vị trí cuối cùng; vận tốc chuyển tiếp là $10^o/s$

Bài tập 4

- Đa thức bậc 5 được sử dụng để lập quỹ đạo chuyển động của khớp robot trong không gian khớp. Xác định các hệ số của đa thức để khớp quay từ góc ban đầu 0^o đến góc cuối cùng 75^o trong 3s. Biết rằng vận tốc ban đầu và cuối cùng bằng không và gia tốc ban đầu và cuối cùng là $10m/s^2$

2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

- Path có số điểm >2.
- Mật độ cao ở những đoạn có chướng ngại vật cần tránh hoặc có độ cong lớn
- 4 loại:
  - ✓ Đa thức nội suy với vận tốc được áp đặt ở các điểm.
  - ✓ Đa thức nội suy với vận tốc được tính toán ở các điểm
  - ✓ Đa thức nội suy với gia tốc liên tục ở các điểm.
  - ✓ Đa thức tuyến tính nội suy với hỗn hợp parabol



Path có N điểm

2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

- **Đa thức nội suy với vận tốc được áp đặt ở các điểm** (Interpolating polynomials with imposed velocities at path points)
  - ✓Người sử dụng đưa ra vận tốc mong muốn ở mỗi điểm
  - ✓Hệ phương trình cho phép tính toán hệ số của N-1 đa thức bậc ba nội suy N điểm, với các điều kiện tổng quát $\prod_k(t)$ cho cặp điểm q_k và q_{k+1}, k=1…N-1:

$$\Pi_k(t_k) = q_k$$
$$\Pi_k(t_{k+1}) = q_{k+1}$$
$$\dot{\Pi}_k(t_k) = \dot{q}_k$$
$$\dot{\Pi}_k(t_{k+1}) = \dot{q}_{k+1}$$

- ✓ Vận tốc ban đầu và kết thúc bằng 0 ($\dot{q}_0 = \dot{q}_N = 0$)
- ✓ Vận tốc liên tục tại các điểm: $\dot{\Pi}_k(t_{k+1}) = \dot{\Pi}_{k+1}(t_{k+1})$
- ✓ N-1 hệ của các cặp 4 phương trình sử dụng để tìm các hệ số chưa biết của đa thức: giải độc lập.

Ví dụ 4: giải trên maple

Cho các tọa độ góc và vận tốc khớp của robot tại các thời điểm $t_1 = 0; t_2 = 2; t_3 = 3; t_4 = 5$, lần lượt là:

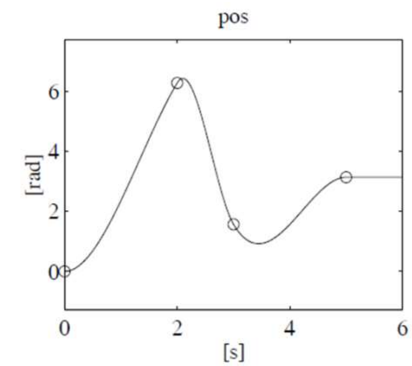
- $q_1 = 0; q_2 = 2\pi; q_3 = \pi/2\,; q_4 = \pi;$
- $\dot{q}_1 = 0; \dot{q}_2 = \pi; \dot{q}_3 = -\pi; \dot{q}_4 = 0.$

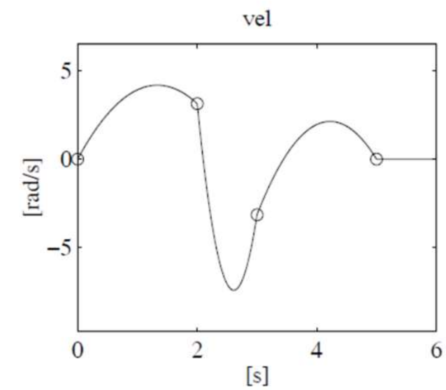
Lập quỹ đạo chuyển động đi qua các điểm trên. Vẽ đồ thị vị trí, vận tốc và gia tốc?

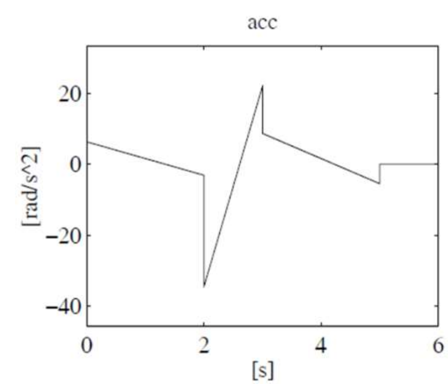
$$q12 := t^2\pi - \frac{1}{4}t^3\pi$$

$$q23 := -46\pi + 59\,t\pi - \frac{47}{2}t^2\pi + 3\,t^3\pi$$

$$q34 := 26\pi - \frac{155}{8}t\pi + \frac{19}{4}t^2\pi - \frac{3}{8}t^3\pi$$







2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

- **Đa thức nội suy với vận tốc được tính toán ở các điểm** (Interpolating polynomials with computed velocities at path points)
  - ✓ Vận tốc khớp ở mỗi điểm phải tính toán theo một tiêu chí nhất định.

$$\begin{aligned}
\dot{q}_1 &= 0 \\
\dot{q}_k &= \begin{cases} 0 & \operatorname{sgn}(v_k) \neq \operatorname{sgn}(v_{k+1}) \\ \frac{1}{2}(v_k + v_{k+1}) & \operatorname{sgn}(v_k) = \operatorname{sgn}(v_{k+1}) \end{cases} \\
\dot{q}_N &= 0,
\end{aligned}$$

Với $v_k = \frac{(q_k - q_{k-1})}{(t_k - t_{k-1})}$ cung cấp độ dốc của đoạn trong khoảng thời gian $[t_{k-1}, t_k]$

➡ **Hàm nội suy tính giống như trường hợp trước**

Ví dụ 5: giải trên maple

Cho các tọa độ góc và vận tốc khớp của robot tại các thời điểm $t_1 = 0; t_2 = 2; t_3 = 3; t_4 = 5$, lần lượt là:

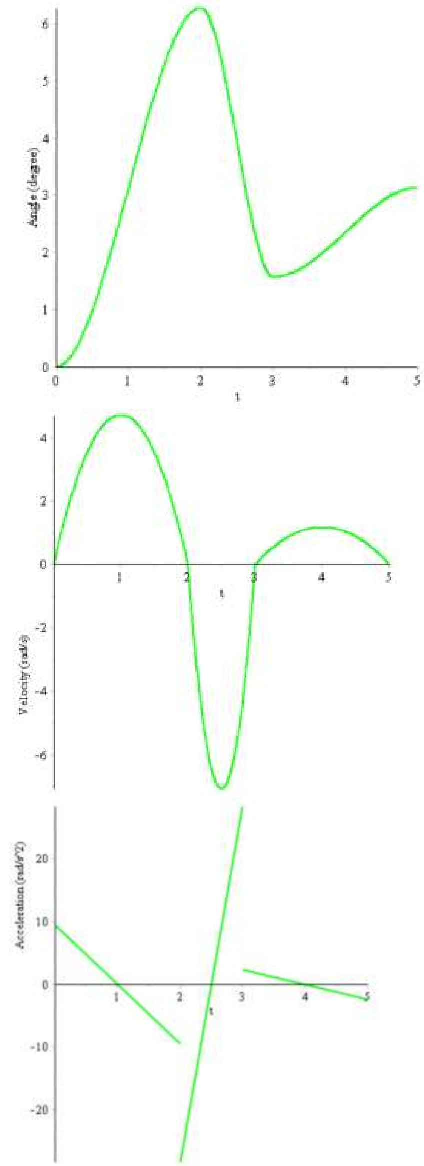
- $q_1 = 0; q_2 = 2\pi; q_3 = \pi/2\,; q_4 = \pi;$
- $\dot{q}_1 = 0;$ $\cancel{\dot{q}_2 = \pi; \dot{q}_3 = -\pi;}$ $\dot{q}_4 = 0.$

$$\dot{q}_k = \begin{cases} 0 & \operatorname{sgn}(v_k) \neq \operatorname{sgn}(v_{k+1}) \\ \frac{1}{2}(v_k + v_{k+1}) & \operatorname{sgn}(v_k) = \operatorname{sgn}(v_{k+1}) \end{cases}$$

$$q12 := \frac{3}{2} t^2 \pi - \frac{1}{2} t^3 \pi$$

$$q23 := -40\pi + 54 t \pi - \frac{45}{2} t^2 \pi + 3 t^3 \pi$$

$$q34 := \frac{29}{4}\pi - \frac{45}{8} t \pi + \frac{3}{2} t^2 \pi - \frac{1}{8} t^3 \pi$$



2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

- **Đa thức nội suy với gia tốc liên tục ở các điểm** (Interpolating polynomials with continuous accelerations at path points)
  - ✓ Cả hai giải pháp trên đều không đảm bảo tính liên tục của gia tốc.
  - ✓ Để gia tốc liên tục tại t_k, 4 ràng buộc sau cần được thỏa mãn:

$$\Pi_{k-1}(t_k) = q_k$$
$$\Pi_{k-1}(t_k) = \Pi_k(t_k)$$
$$\dot{\Pi}_{k-1}(t_k) = \dot{\Pi}_k(t_k)$$
$$\ddot{\Pi}_{k-1}(t_k) = \ddot{\Pi}_k(t_k).$$

  - ✓ Path có N điểm thì sẽ có 4(N-2) phương trình cho các điểm trung gian và 6 phương trình cho điểm bắt đầu và kết thúc

Tổng có 4N-2 phương trình, 4(N-1) ẩn số

2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

- **Đa thức tuyến tính nội suy hỗn hợp parabol** (Interpolating linear polynomials with parabolic blends)

  - ✓ Tiếp cận đơn giản: nội suy N điểm $q_1 \dots q_N$ tại các thời điểm $t_1 \dots t_N$ bằng các đoạn tuyến tính.
  - ✓ Tránh gián đoạn của đạo hàm bậc nhất theo thời gian tại t_k, hàm $q(t)$ phải ở dạng Parabol, quanh điểm t_k.

➡ Quỹ đạo là chuỗi đa thức tuyến tính, kết hợp bậc 2. (GIA TỐC KHÔNG LIÊN TỤC ĐƯỢC CHẤP NHẬN)

2.2 Chuyển động theo chuỗi điểm

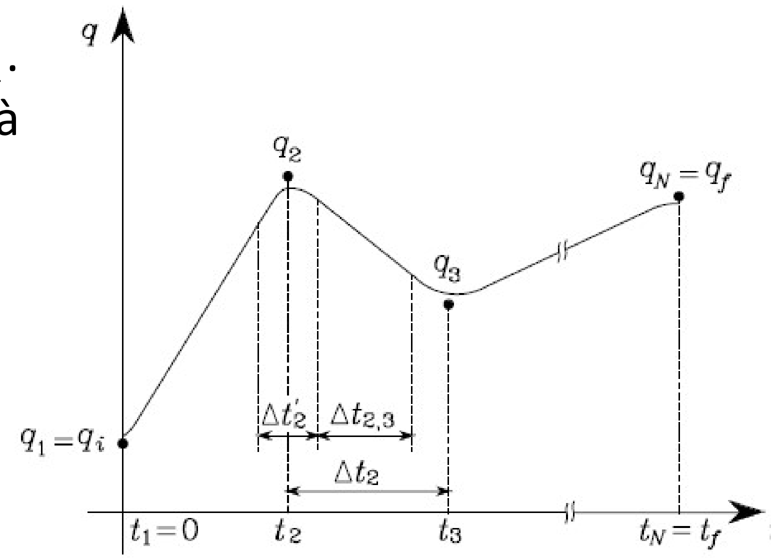
- **Đa thức tuyến tính nội suy hỗn hợp parabol** (Interpolating linear polynomials with parabolic blends)

✓ $\Delta t_k = t_{k+1} - t_k$ là khoảng thời gian giữa q_k và q_{k+1}.

✓ $\Delta t_{k,k+1}$ là khoảng thời gian mà quỹ đạo nội suy q_k và q_{k+1} là một hàm tuyến tính theo thời gian.

✓ $\dot{q}_{k,k+1}$ và vận tốc không đổi và $\ddot{q}_k$ là gia tốc trong khoảng parabol có thời gian $\Delta t'_k$.

$$\dot{q}_{k-1,k} = \frac{q_k - q_{k-1}}{\Delta t_{k-1}} \qquad \ddot{q}_k = \frac{\dot{q}_{k,k+1} - \dot{q}_{k-1,k}}{\Delta t'_k}$$



Bài tập về nhà: bài 4.3 Page 209 sách Robotics