

Chương 2.

Thiết kế quỹ đạo chuyển động robot

TS. Phạm Duy Hưng

Khoa Điện tử - Viễn thông, Trường ĐH Công nghệ - ĐHQGHN

hungpd@vnu.edu.vn

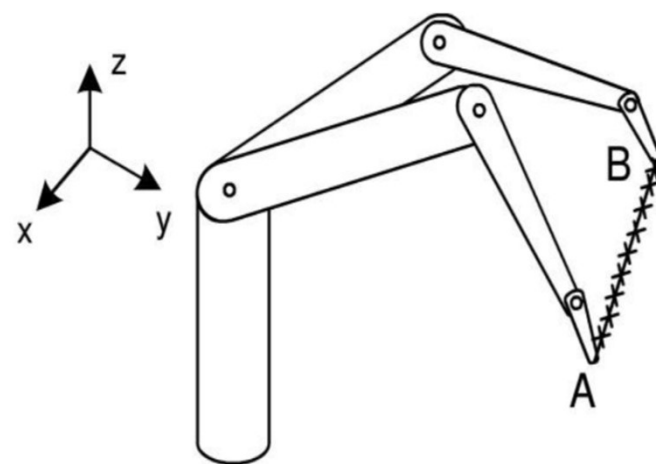
Nội dung chương 2

1. Các khái niệm
2. Quỹ đạo không gian khớp
3. Quỹ đạo không gian làm việc

1. Khái niệm cơ bản

- **Đường đi (path):** tập hợp các điểm (trong không gian khớp hoặc không gian làm việc) mà robot phải tuân theo khi thực hiện chuyển động. -> **Mô tả thuần túy hình học, Không liên quan đến thời gian**
- **Ví dụ:** Robot di chuyển từ A đến B và tới C. Tập hợp các điểm dịch chuyển từ A -> B -> C gọi là đường đi.
- **Quỹ đạo (trajectory):** là một **đường đi (path)** có xác lập quy luật **thời gian (time)** xác định ở mỗi điểm. **Ví dụ như vận tốc và/hoặc gia tốc.**

Đường đi là gì?



Di chuyển của robot theo đường thẳng

Quỹ đạo là gì?

1. Khái niệm cơ bản

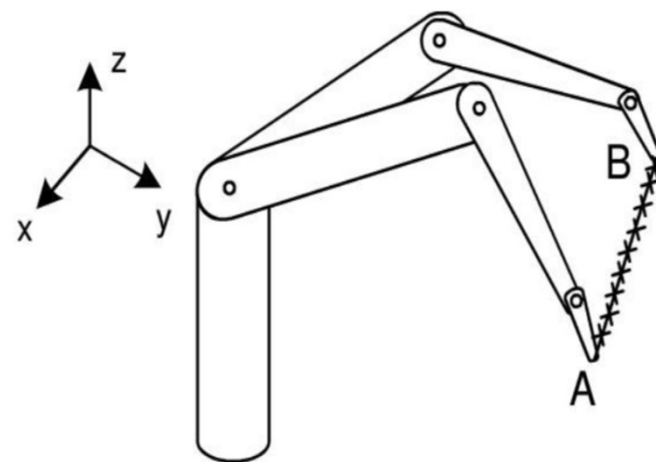
- **Lập quỹ đạo (Trajectory planning):**

- ✓ Tạo ra các lối vào tham chiếu (reference input) cho hệ thống điều khiển chuyển động (motion control system)
- ✓ Là tập các giá trị được nội suy từ **hàm nội suy**, điển hình là đa thức với các ràng buộc **thời gian, vận tốc, gia tốc**.

- **Thuật toán lập quỹ đạo:**

- ✓ Input: đường đi; các ràng buộc của đường đi và động lực học.
- ✓ Output: Quỹ đạo khâu cuối theo chuỗi thời gian gồm các giá trị vị trí, vận tốc, gia tốc

Tại sao phải lập quỹ đạo?



Di chuyển của robot theo đường thẳng

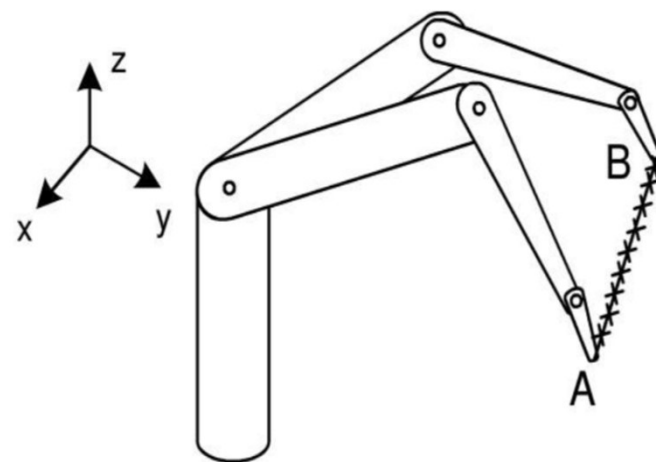
- **Các dạng chuyển động:**

- ✓ Chuyển động điểm – điểm
- ✓ Chuyển động theo chuỗi điểm

1. Khái niệm cơ bản

- **Hai loại quỹ đạo:**

- ✓ Quỹ đạo không gian khớp:
 - Tập giá trị các **biến khớp** theo thời gian.
 - Sự chuyển động của các khớp thông qua các giá trị của biến khớp.
- ✓ Quỹ đạo không gian làm việc (Descartes):
 - Tập các **điểm tham chiếu trong không gian làm việc (Descartes)**.
 - Chuyển đổi các điểm trong không gian làm việc sang không gian khớp thông qua thuật toán động học nghịch.



Di chuyển của robot theo đường thẳng

1. Khái niệm cơ bản

- **Ví dụ Robot di chuyển từ A->B**

- ✓ Điểm A: $\theta_1 = 20^\circ, \theta_2 = 30^\circ$
- ✓ Điểm B: $\theta_1 = 40^\circ, \theta_2 = 80^\circ$
- ✓ Tốc độ 2 khớp tối đa: $10^\circ/s$

Cách 1: điều khiển hai khớp với vận tốc bằng nhau, bằng vận tốc lớn nhất -> điều gì xảy ra?

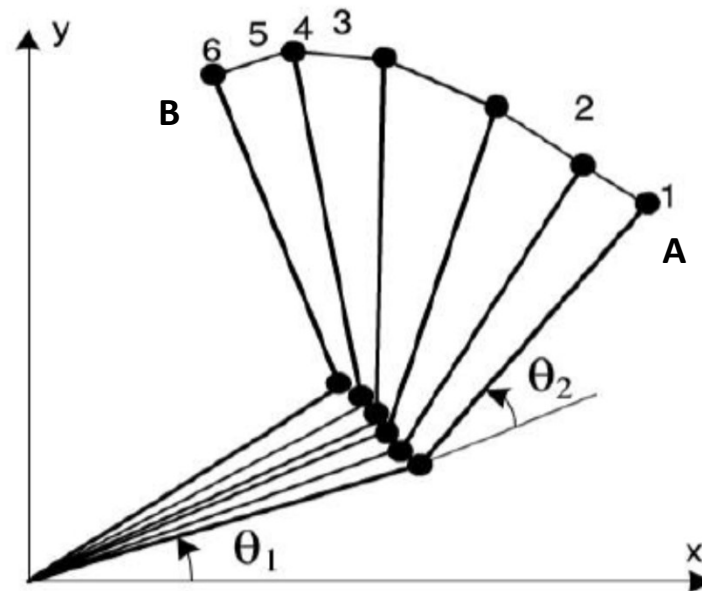
Khớp 1 cần 2s

Khớp 2 cần 5s (khớp 1 dừng, khớp 2 quay tiếp 3s)

Cách 2: điều khiển robot với vận tốc 2 khớp khác nhau sao cho thời gian để đi đến điểm cuối của hai khớp bằng nhau.

Khớp 1: $4^\circ/s$

Khớp 2: $10^\circ/s$



Không quan tâm đến dạng quỹ đạo

1. Khái niệm cơ bản

Ví dụ 2: yêu cầu Robot đi theo đường thẳng từ A->B

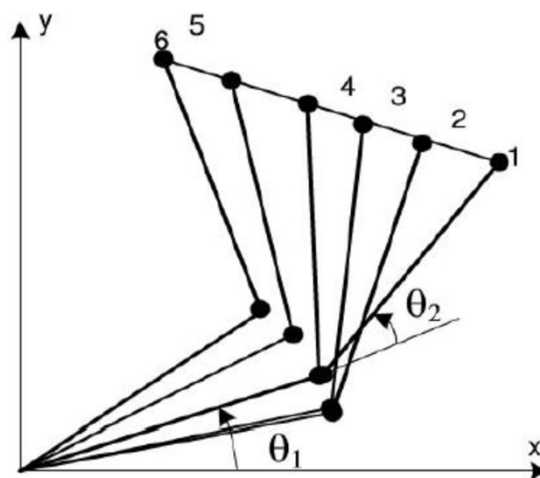
- ✓ Vẽ đường thẳng giữa hai điểm A và B.
- ✓ Chia AB thành n đoạn bằng nhau và phải tìm các cặp giá trị (θ_1, θ_2) tương ứng.

Problems?

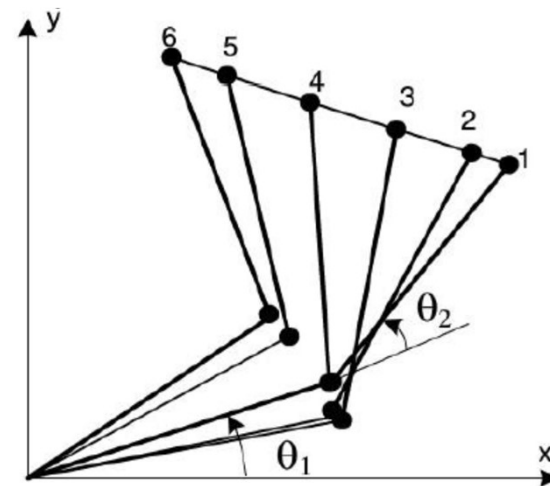
- ✓ Càng nhiều điểm thì đường đi càng chính xác tuy nhiên phải tính toán nhiều hơn.
- ✓ Nếu moment khớp không đủ lớn, tay máy sẽ không đạt tốc độ yêu cầu => thực hiện sai quỹ đạo.

Solutions:

- ✓ Để tránh tăng tốc đột ngột, tốc độ thiết kế kiểu hình thang. => chia AB thành các đoạn không đều



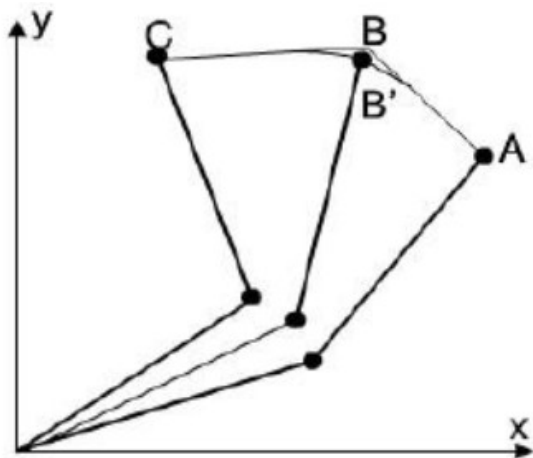
Chia AB thành n đoạn,
tìm θ_1, θ_2 ứng với mỗi điểm



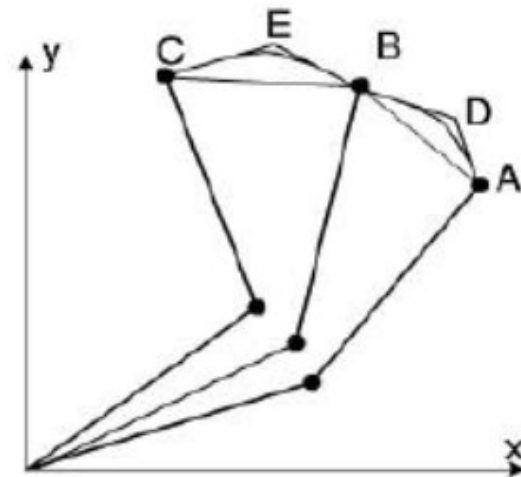
Chia AB thành các đoạn không đều,
 $x = \frac{1}{2}at^2$.

1. Khái niệm cơ bản

- Tạo quỹ đạo đi qua các điểm trung gian: A đến C, qua B.
 - ✓ Problems: dừng tại B?
 - ✓ Solutions: Làm cong chuyển động tại B



(a)

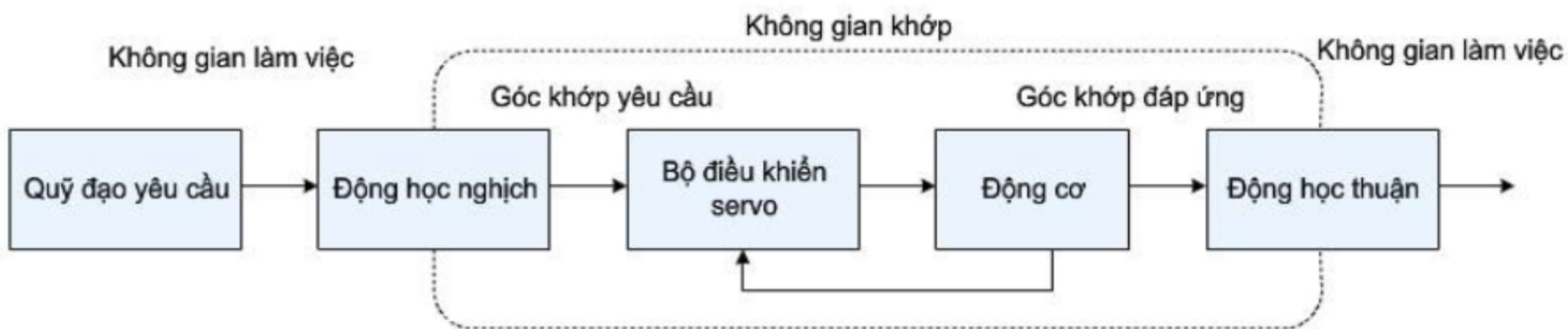


(b)

Điểm trung gian ít: độ chính xác quỹ đạo thấp

1. Khái niệm cơ bản

- Sơ đồ khối điều khiển cánh tay robot



Lập quỹ đạo chuyển động

- Quỹ đạo không gian khớp (Joint Space trajectories)
- Quỹ đạo không gian làm việc (Operational Space Trajectories)

2. Quỹ đạo không gian khớp

- **Joint Space Trajectory**
- **Mục đích:** Tạo hàm $\mathbf{q}(t)$ nội suy quỹ đạo từ các vector biến khớp của các điểm cho trước, theo các ràng buộc yêu cầu.
- **Xem xét hai trường hợp**
 - ✓ Chuyển động điểm tới điểm (Point – to – Point motion)
 - ✓ Chuyển động thông qua một chuỗi điểm (Motion through a sequence of Points)

2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- Tay máy di chuyển từ **điểm đầu tới điểm cuối** trong khoảng thời gian t_f với các **ràng buộc** cho trước; có thể yêu cầu **tối ưu** một số chỉ số hoạt động (như năng lượng, đường đi,...)
- Có **nhều lời giải**, phụ thuộc vào yêu cầu tối ưu.

- **Ràng buộc đối với quỹ đạo**

$$\left\{ \begin{array}{l} q(t_0) = q_0 \\ \dot{q}(t_0) = v_0 \\ \ddot{q}(t_0) = a_0 \end{array} \right\} \quad \text{Điểm đầu } t_0$$
$$\left\{ \begin{array}{l} q(t_f) = q_f \\ \dot{q}(t_f) = v_f \\ \ddot{q}(t_f) = a_f \end{array} \right\} \quad \text{Điểm cuối } t_f$$

2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- **Quỹ đạo đa thức bậc 3 (cubic polynomial):**

- Vị trí: $q(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3$
- Vận tốc: $\dot{q}(t) = c_1 + 2c_2 t + 3c_3 t^2$

- **Điều kiện cần thỏa mãn: 4 (p, v)**

$$\begin{cases} q(t_0) = q_0 \\ \dot{q}(t_0) = v_0 = 0 \\ q(t_f) = q_f \\ \dot{q}(t_f) = v_f = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q(t_0) = c_0 = q_0 \\ \dot{q}(t_0) = c_1 = 0 \\ q(t_f) = c_0 + c_1 t_f + c_2 t_f^2 + c_3 t_f^3 = q_f \\ \dot{q}(t_f) = c_1 + 2c_2 t_f + 3c_3 t_f^2 = 0 \end{cases}$$

4 phương trình, 4 ẩn số

$$\Rightarrow \begin{cases} c_0 = q_0 \\ c_1 = 0 \\ c_2 = \frac{3(q_f - q_0)}{t_f^2} \\ c_3 = \frac{-2(q_f - q_0)}{t_f^3} \end{cases}$$

- **Tổng quát, dạng ma trận**

$$Mc = b \rightarrow c = M^{-1}b$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 \end{bmatrix}$$

$$c = [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3]^T$$

$$b = [q_0 \quad v_0 \quad q_f \quad v_f]^T$$

Ví dụ 1:

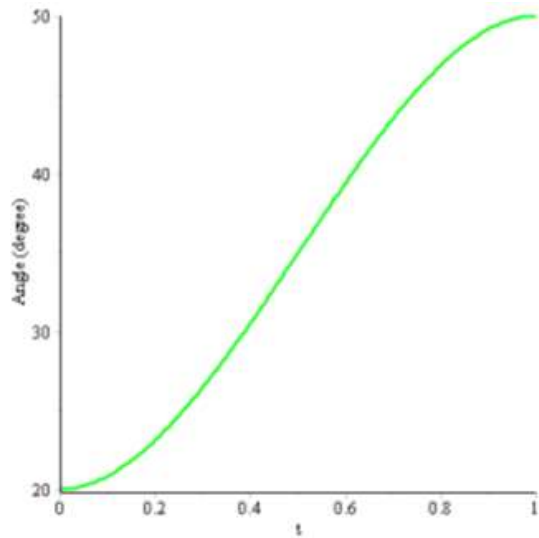
- Lập quỹ đạo cho một khớp quay θ của robot theo đa thức bậc 3 với các điều kiện:

✓ $t_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = 20^\circ, v_0 = 0.$

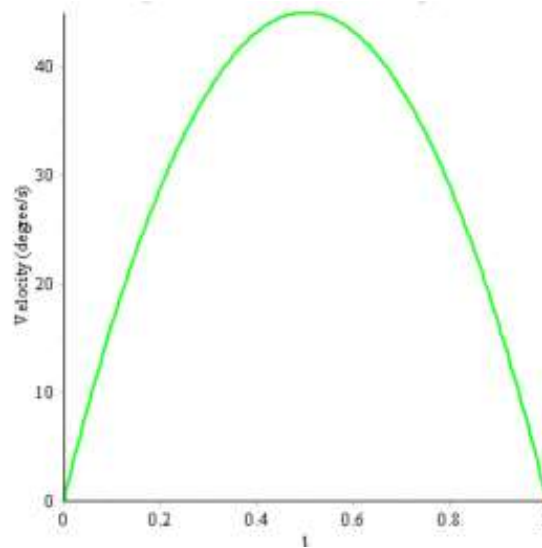
✓ $t_f = 1 \rightarrow \theta_f = 50^\circ, v_f = 0.$

Vẽ quỹ đạo vị trí, vận tốc, gia tốc của khớp robot theo thời gian?

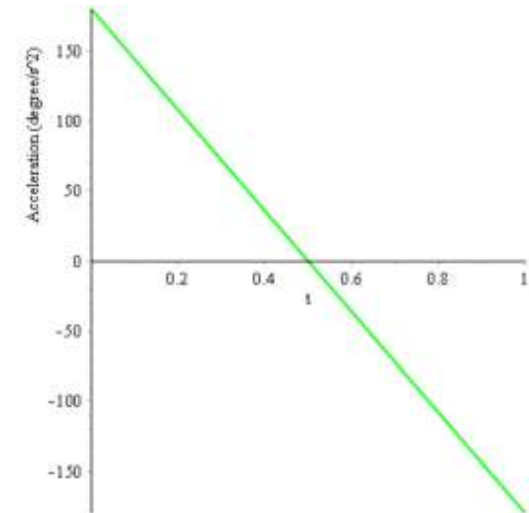
Ví dụ 1: giải trên maple



$$q := -60 t^3 + 90 t^2 + 20$$



$$dq := -180 t^2 + 180 t$$

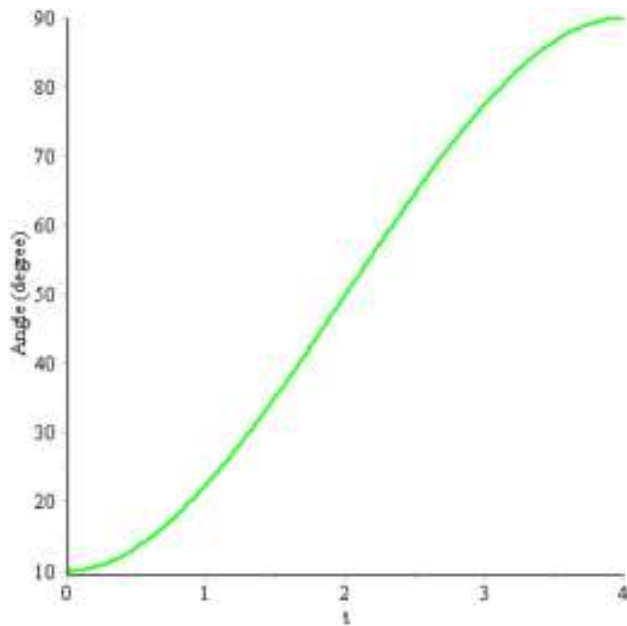


$$ddq := -360 t + 180$$

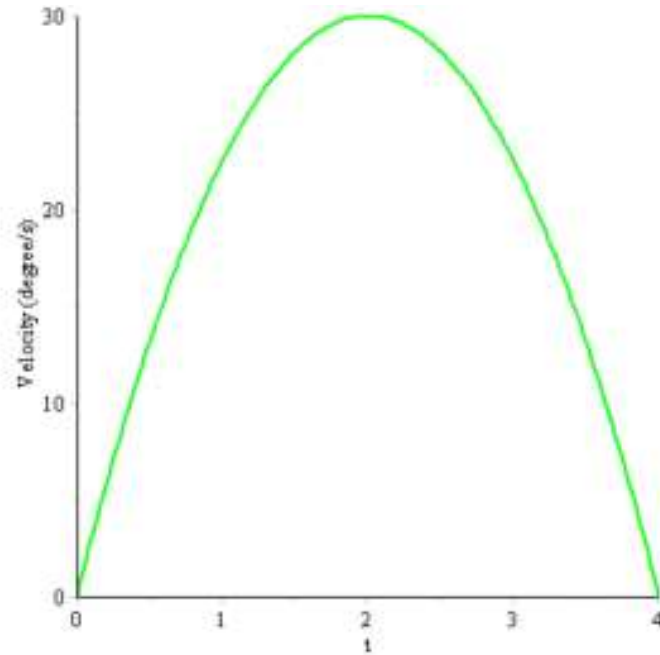
Ví dụ 2:

- Cho một khớp quay θ của robot quay từ vị trí ban đầu đứng yên có $\theta_0 = 10^0$ tới góc cần đến $\theta_f = 90^0$ trong vòng 4 giây. Tìm các hệ số của phương trình quỹ đạo bậc 3. Vẽ quỹ đạo vị trí, vận tốc và gia tốc của khớp theo thời gian?

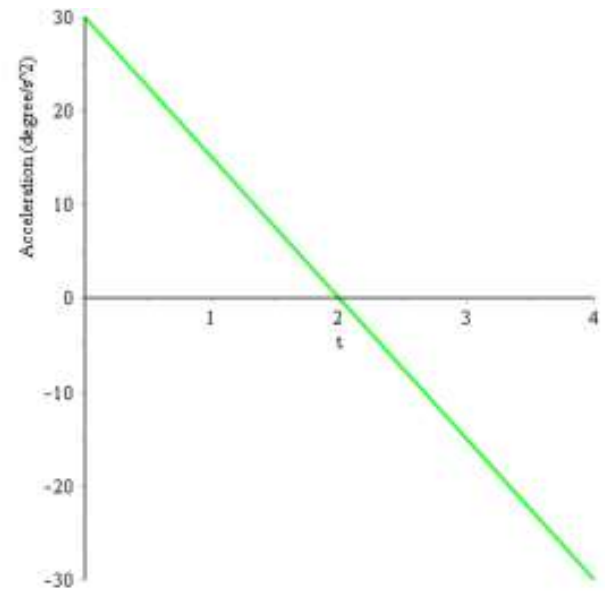
Ví dụ 2: giải trên maple



$$q := 10 + 15 t^2 - \frac{5}{2} t^3$$



$$dq := 30 t - \frac{15}{2} t^2$$



$$ddq := 30 - 15 t$$

2.1 Chuyển động điểm tới điểm

- **Quỹ đạo đa thức bậc 5 (The fifth order polynomial):**

- Vị trí: $q(t) = c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5$
- Vận tốc: $\dot{q}(t) = c_1 + 2c_2t + 3c_3t^2 + 4c_4t^3 + 5c_5t^4$
- Gia tốc: $\ddot{q}(t) = 2c_2 + 6c_3t + 12c_4t^2 + 20c_5t^3$

- Điều kiện cần thỏa mãn: **6 (p,v,a)**

$$Mc = b \rightarrow c = M^{-1}b$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 \end{bmatrix}$$

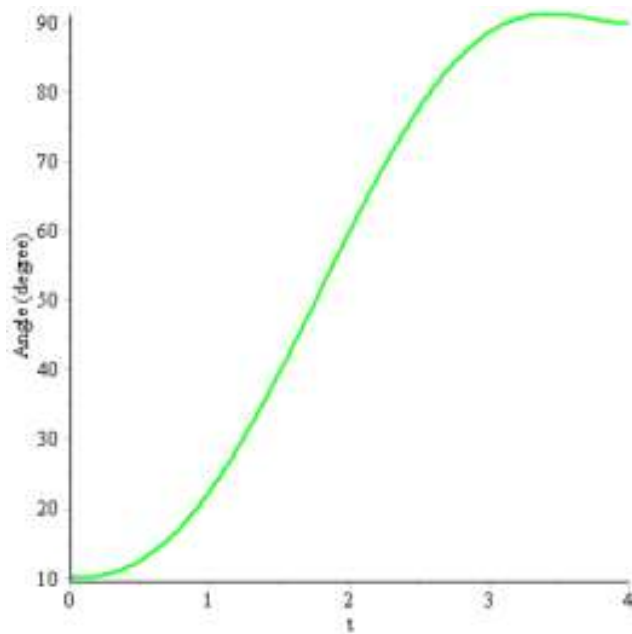
$$c = [c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad c_3 \quad c_4 \quad c_5]^T$$

$$b = [q_0 \quad v_0 \quad a_0 \quad q_f \quad v_f \quad a_f]^T$$

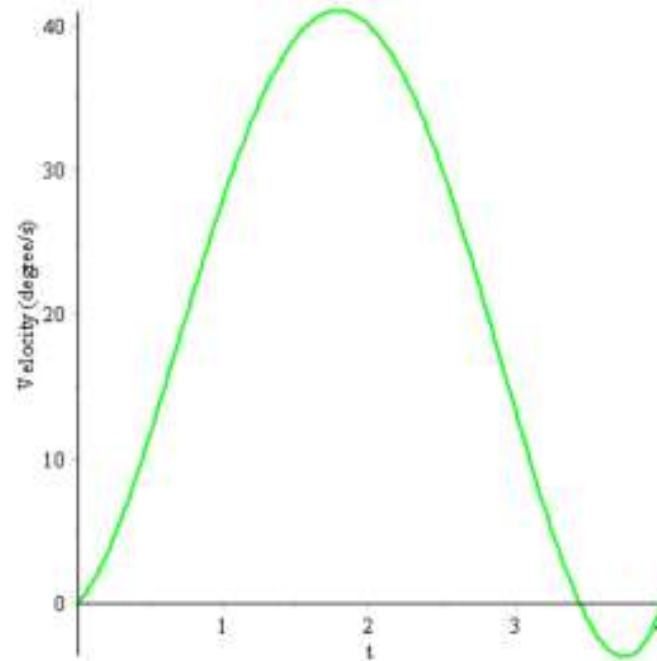
Ví dụ 3:

- Cho một khớp quay của robot quay từ vị trí ban đầu đứng yên với góc $\theta_0 = 10^\circ$ tới góc đích đến $\theta_f = 90^\circ$ trong vòng 4 giây. Gia tốc ban đầu và cuối cùng khi kết thúc tương ứng là 10 và 30. Tìm các hệ số của phương trình quỹ đạo bậc 5. Vẽ quỹ đạo vị trí, vận tốc và gia tốc theo thời gian.

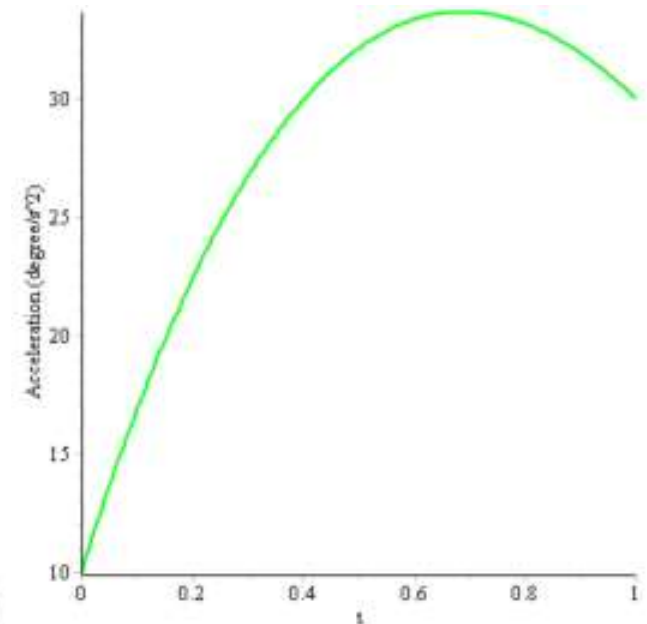
Ví dụ 3: giải trên maple



$$q := 10 + 5t^2 + \frac{25}{2}t^3 - \frac{45}{8}t^4 + \frac{5}{8}t^5$$



$$dq := 10t + \frac{75}{2}t^2 - \frac{45}{2}t^3 + \frac{25}{8}t^4$$



$$ddq := 10 + 75t - \frac{135}{2}t^2 + \frac{25}{2}t^3$$

Bài tập về nhà

4.1 và 4.2 Page 189 (209), Cuốn Robotics: Modelling, planning and control.