Chương 1.
Mô hình động học và động lực học

TS. Phạm Duy Hưng

Khoa Điện tử - Viễn thông, Trường ĐH Công nghệ - ĐHQGHN

hungpd@vnu.edu.vn

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Trường Thịnh, Giáo trình Kỹ thuật Robot, Nhà xuất bản ĐHQG TP. HCM, năm 2014.

[2] Nguyễn Mạnh Tiến, Điều khiển Robot Công nghiệp, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, năm 2007.

[3] Chu Anh Mỳ, Nguyễn Thị Thanh Vân, Động học và Động Lực Học, Nhà xuất bản ĐHQGHN, 2021 (chuẩn bị xuất bản).

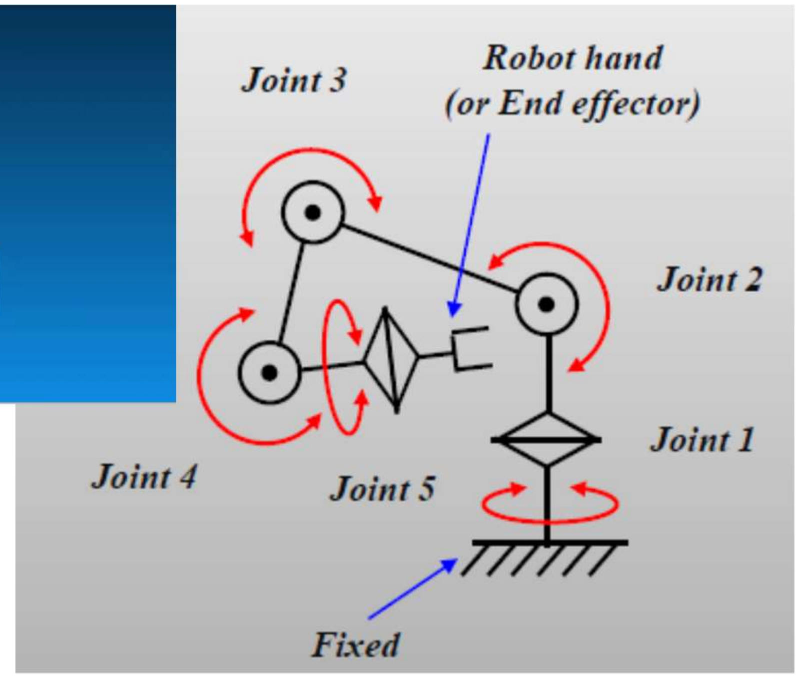
[4] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavico, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo, Robotics: modelling, planning and control, Springer, 2009.

Nội dung chương 1

1. Mô hình tay máy
2. Động học thuận
3. Động học ngược
4. Động học vận tốc
5. Động học vận tốc ngược
6. Động lực học
7. Giới thiệu về Maple và Matlab-simulink

1. Tay máy robot (Robot Manipulator)

- **Khâu (link)**
- **Khớp (Joint): quay, tịnh tiến**
- **Khâu cuối (end-effector)**
- **Bậc tự do (degree of Freedom - DoF)**
- **Không gian làm việc (workspace)**
- **Tham số robot**
  - ✓ **Biến khớp**
  - ✓ **Pose của tay: tọa độ + hướng của khâu cuối**

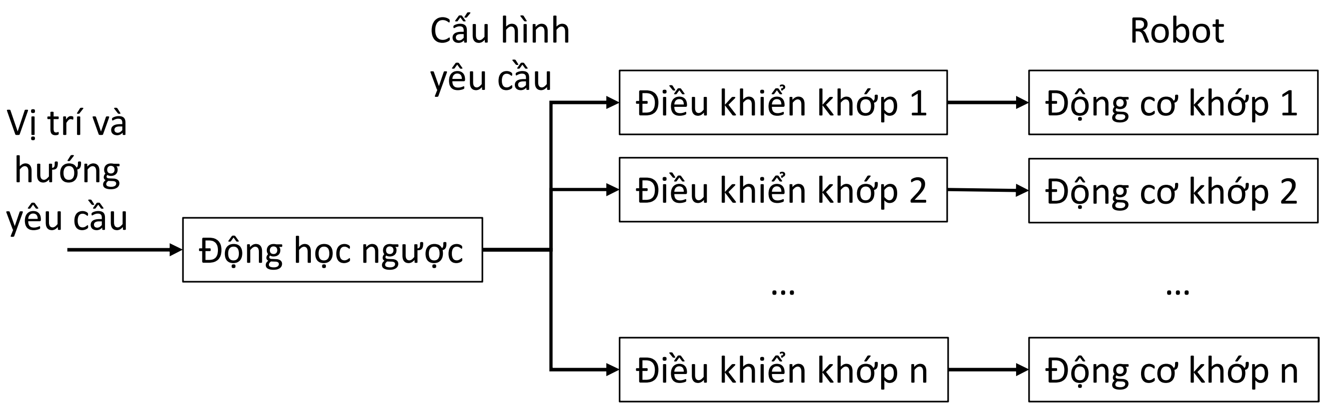


1. Tay máy robot (Robot Manipulator)

- **Động học** (Kinematic) quan tâm đến mô tả chuyển động của các cấu trúc cơ khí của robot so với hệ quy chiếu Descartes cố định, bỏ qua các lực và mô men gây ra chuyển động của cấu trúc. Cụ thể là, quan hệ giữa các vị trí khớp với vị trí và hướng của khâu cuối. Công thức biểu diễn mối quan hệ động học cho phép nghiên cứu 2 bài toán quan trọng của robot:

✓**Bài toán động học thuận (Forward kinematic):** xác định vị trí và hướng của khâu cuối khi biết các giá trị khớp.

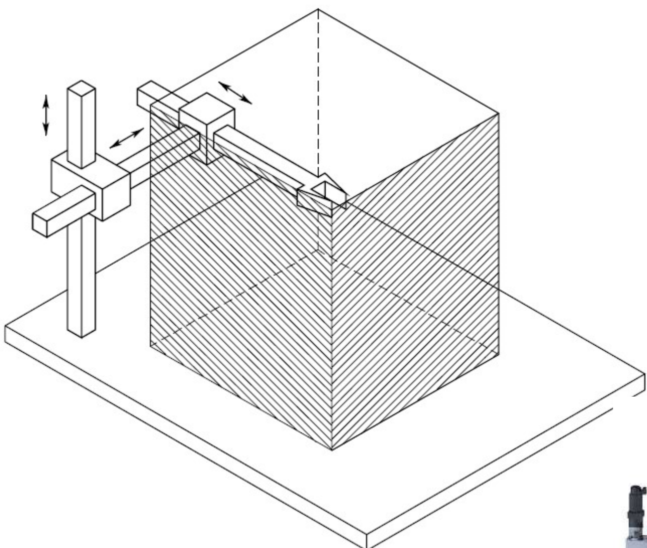
✓**Bài toán động học ngược (Inverse Kinematic):** xác định giá trị các biến khớp khi biết vị trí và hướng yêu cầu.



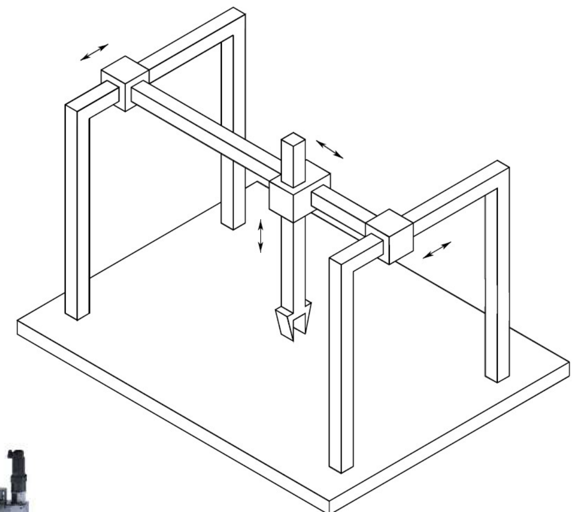
1. Tay máy robot (Robot Manipulator)

- **Động học vi sai (Differential kinematic):** miêu tả quan hệ chuyển động khớp và chuyển động của khâu cuối trong phạm trù vận tốc, biểu diễn thông qua ma trận Jacobi.
- **Động lực học:** bài toán chuyển động có tính đến gia tốc, tải trọng, lực; biểu diễn bởi phương trình vi phân cấp hai.

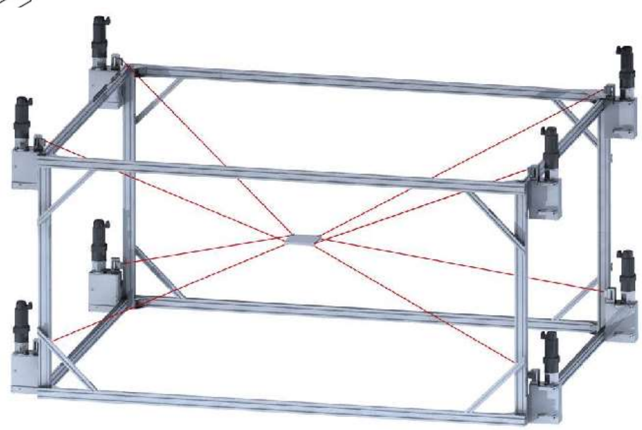
1. Tay máy robot (Robot Manipulator)



Tay máy Đề các

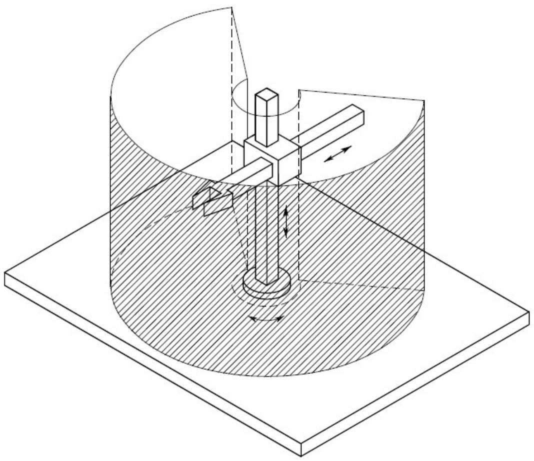


Cấu trúc giàn cẩu

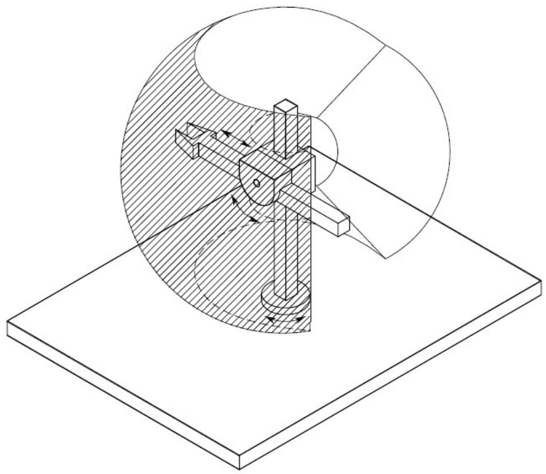


Robot cáp (Cable-Driven Parallel Robots)

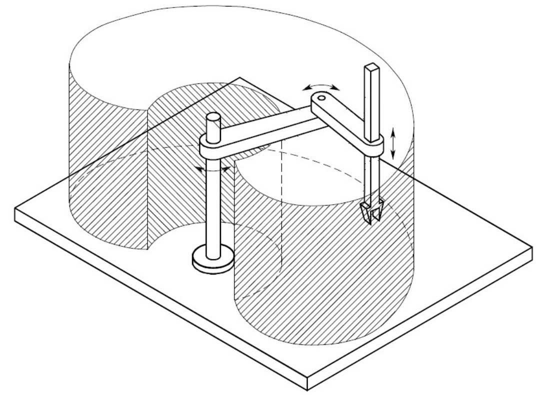
1. Tay máy robot (Robot Manipulator)



Cấu trúc hình trụ

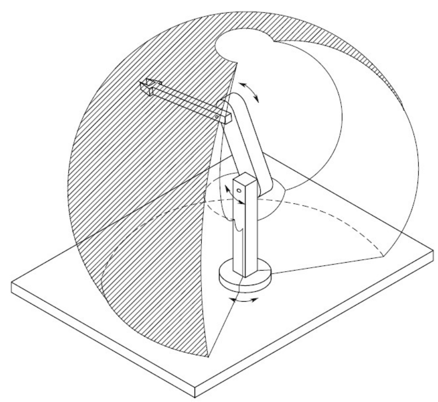


Cấu trúc hình cầu



Cấu trúc SCARA
(Selective Compliance Assemply Robot Arm)

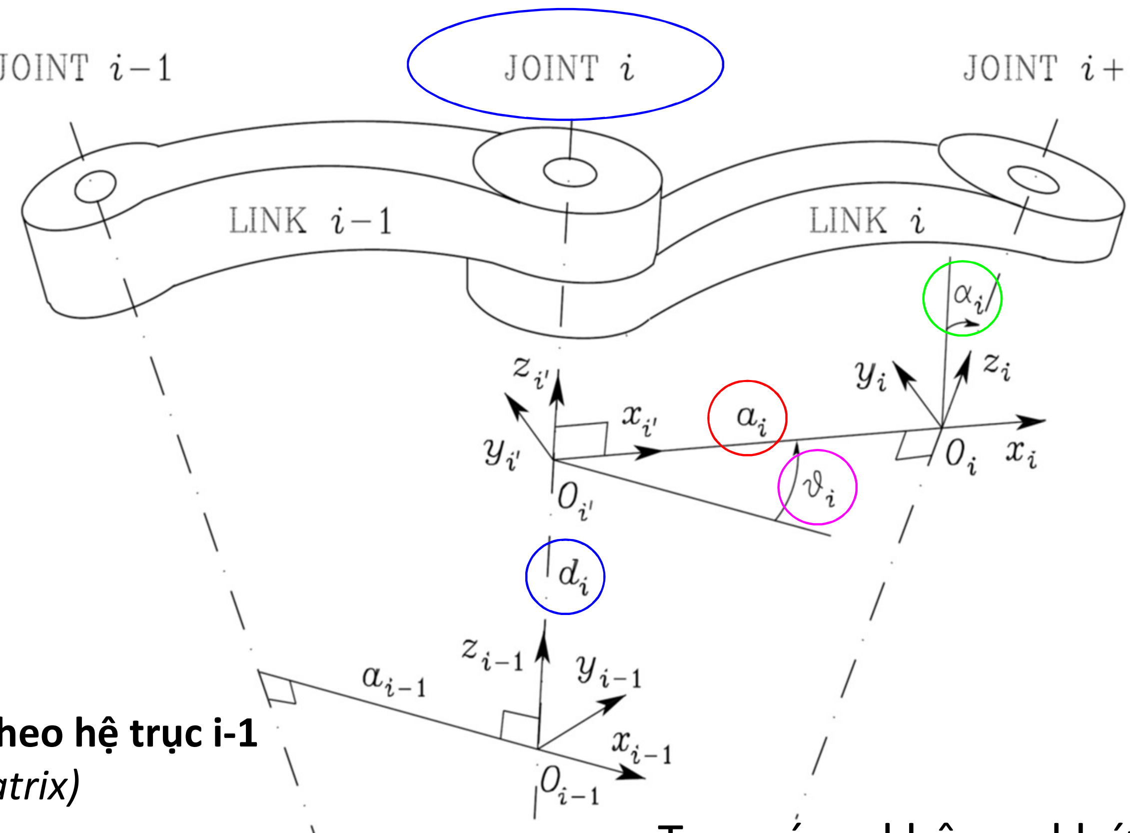
IFR (International Federation of Robotics)
- 50% cấu trúc tay người
- 20% cấu trúc Đề Các
- 12% Cấu trúc hình trụ
- 8% Cấu trúc SCARA



Cấu trúc tay người

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

- **Mục đích:** tìm vị trí và hướng của tay robot tương ứng với giá trị các biến khớp.
- **Phương pháp Denavit-Hartenberg (D-H)**
  - ✓ Xoay quanh trục z_{i-1} góc ϑ_i: Rot(z, ϑ_i)
  - ✓ Tịnh tiến d_i dọc trục z_{i-1} : Trans(0,0, d_i)
  - ✓ Tịch tiến a_i dọc trục x_i: Trans(a_i,0,0)
  - ✓ Xoay quanh trục x_i góc α_i: Rot(x, α_i);



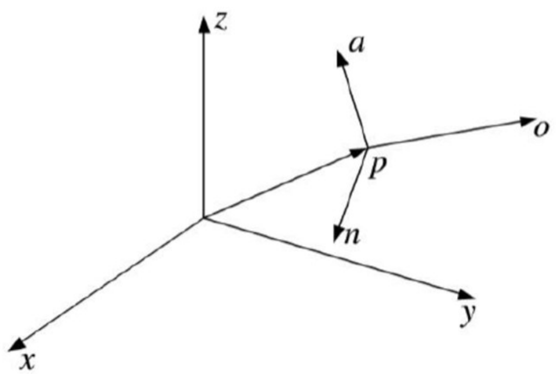
Ma trận chuyển đổi thuần nhất hệ trục i theo hệ trục i-1
(Homogeneous transformation matrix)

$$\boxed{A_i^{i-1} = Rot(z, \vartheta_i) \times Trans(0,0,d_i) \times Trans(a_i,0,0) \times Rot(x,\alpha_i)}$$

Tay máy n khâu, n khớp
(quay hoặc tịnh tiến)

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

- Biểu diễn một hệ trục trong hệ trục tham chiếu cố định



P(P_x, P_y, P_z)

$$F = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{matrix}} & \boxed{\begin{matrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{matrix}} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{bmatrix}$$

Thành phần xoay

Thành phần tịnh tiến

Tịnh tiến theo các trục

$$\Rightarrow \quad \text{Trans}(a, b, c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Xoay quanh x góc θ

$$\Rightarrow \quad \text{Rot}(x, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\theta & -S\theta \\ 0 & S\theta & C\theta \end{bmatrix}$$

Xoay quanh y góc θ

$$\text{Rot}(y, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & 0 & S\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\theta & 0 & C\theta \end{bmatrix}$$

Xoay quanh z góc θ

$$\text{Rot}(z, \theta) = \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

- **Phương pháp Denavit-Hartenberg (D-H)**

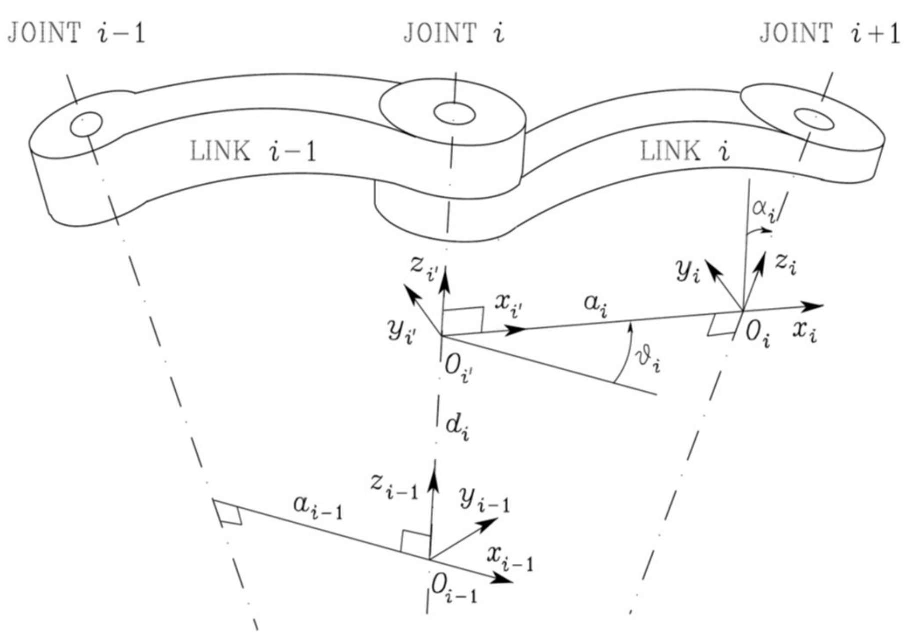
$$\boxed{A_i^{i-1} = Rot(z,\vartheta_i) \times Trans(0,0,d_i) \times Trans(a_i,0,0) \times Rot(x,\alpha_i)}$$

$$Rot(z,\vartheta_i) = \begin{bmatrix} c\vartheta_i & -s\vartheta_i & 0 & 0 \\ s\vartheta_i & c\vartheta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Trans(0,0,d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Trans(a_i,0,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad Rot(x,\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_i & -s\alpha_i & 0 \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\vartheta_i & -s\vartheta_i c\alpha_i & s\vartheta_i s\alpha_i & a_i c\vartheta_i \\ s\vartheta_i & c\vartheta_i c\alpha_i & -c\vartheta_i s\alpha_i & a_i s\vartheta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

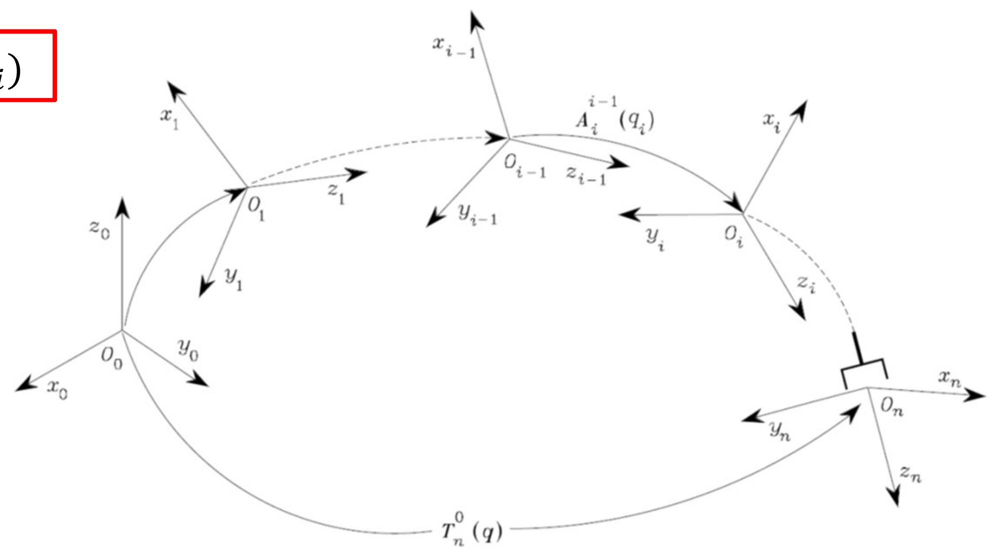
Ma trận Denavit-Hartenberg cục bộ (hệ trục i theo i-1)



2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

- **Phương pháp Denavit-Hartenberg (D-H)**

$$\boxed{A_i^{i-1} = Rot(z,\vartheta_i) \times Trans(0,0,d_i) \times Trans(a_i,0,0) \times Rot(z,\alpha_i)}$$



Bảng tham số D-H

Khớp	a_i	α_i	d_i	ϑ_i	
1	a_1	α_1	d_1	ϑ_1	A_1^0
2	a_2	α_2	d_2	ϑ_2	A_2^1
3	a_3	α_3	d_3	ϑ_3	A_3^2
…	…	…	…	…	… …

Ma trận chuyển đổi thuần nhất hệ trục n theo 0 (hệ trục gốc)
(Homogeneous transformation matrix)

$$\boxed{T_n^0(q) = A_1^0 A_2^1 \ldots A_n^{n-1} = \prod_{i=1}^{n} A_i^{i-1}}$$

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

$$T_n^0(q) = \prod_{i=1}^{n} A_i^{i-1}$$

$$T_n^0(q) = \begin{bmatrix} A_e & r_E \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A_e: ma trận quay (cosin chỉ hướng) của khâu thao tác
$r_E = [x_E \quad y_E \quad z_E]^T$: vị trí khâu thao tác

$$\left.\begin{aligned} x_E &= f_1(q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ y_E &= f_2(q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ z_E &= f_3(q_1, q_2, \ldots, q_n) \\ f_4(\alpha, \beta, \gamma, q_1, q_2, \ldots, q_n) &= 0 \\ f_5(\alpha, \beta, \gamma, q_1, q_2, \ldots, q_n) &= 0 \\ f_6(\alpha, \beta, \gamma, q_1, q_2, \ldots, q_n) &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boldsymbol{r} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q})$$

Phương trình động học robot

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} x_E & y_E & z_E & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^T$$

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & \ldots & q_n \end{bmatrix}^T$$

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

$T_i^0(q) = \prod_{j=1}^{i} A_j^{j-1}$=$\begin{bmatrix} A_i & r_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

A_i: ma trận quay (cosin chỉ hướng) của khâu i
$r_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T$: vị trí khâu i

Vận tốc góc khâu i: $\tilde{\omega}_i = \dot{A}_i A_i^T$

Khối tâm $\boldsymbol{r}_{Ci}$ của khâu i trong hệ tọa độ $O_o x_o y_o z_o$

$\begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{Ci} \\ 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{T}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{0}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{Ci}^{i} \\ 1 \end{bmatrix}$, với $\boldsymbol{r}_{Ci}^{i}$ là tọa độ khối tâm cục bộ trong hệ tọa độ $O_i x_i y_i z_i$

2. Mô hình động học thuận(Forward Kinematic)

- **Tính $T_n^0(q)$ ntn?**

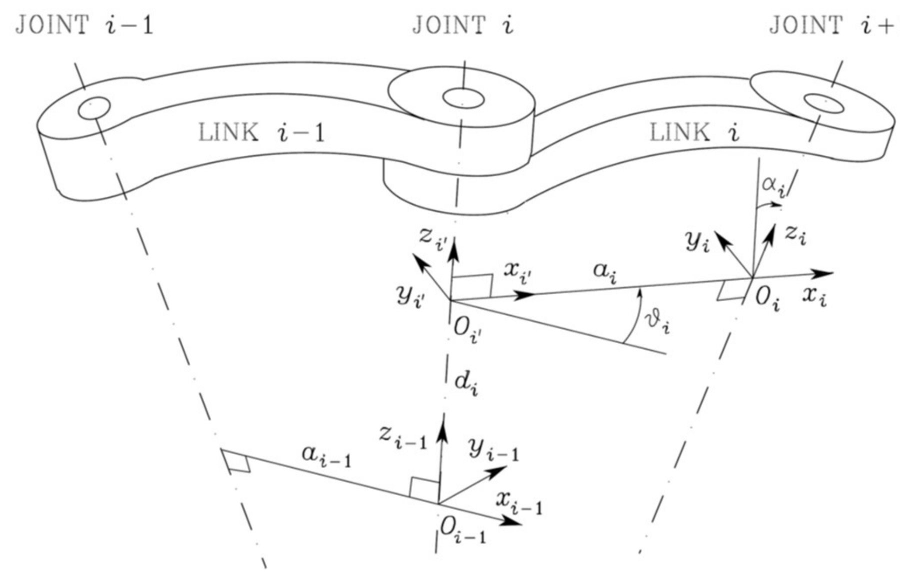
✓ **Bước 1:** gắn trục tọa độ cho các khớp
  - ❖ Trục z_{i-1} gắn với trục khớp i, z_i với khớp i+1
  - ❖ O_i giao giữa z_i và đường vuông góc chung z_{i-1}và z_i
  - ❖ Trục x_i dọc theo đường vuông góc chung z_{i-1}và z_i, hướng từ *i->i+1* ($\vec{x}_i = \vec{z}_{i-1} \times \vec{z}_i$)
  - ❖ Trục y theo quy tắc bàn tay phải
  - ❖ z_n song song z_{n-1} (khớp xoay)

✓ **Bước 2:** lập bảng tham số D-H
  - ❖ a_i (chiều dài khâu): khoảng cách giữa $O_{i'}$ và O_i
  - ❖ d_i (độ dịch): khoảng cách giữa gốc O_{i-1} và $O_{i'}$ dọc theo z_{i-1}
  - ❖ α_i (góc vặn khâu): góc giữa trục z_{i-1} và z_i nhìn từ x_i
  - ❖ ϑ_i (góc khớp): góc giữa x_{i-1} và x_i nhìn từ z_{i-1}.

✓ **Bước 3:** Tính các ma trận chuyển vị: $A_1^0, \dots, A_n^{n-1}$

$$\rightarrow T_n^0(q) = A_1^0 \dots \times A_n^{n-1}$$

✓ **Bước 4:** Trích xuất vị trí và ma trận cosin chỉ hướng khâu E

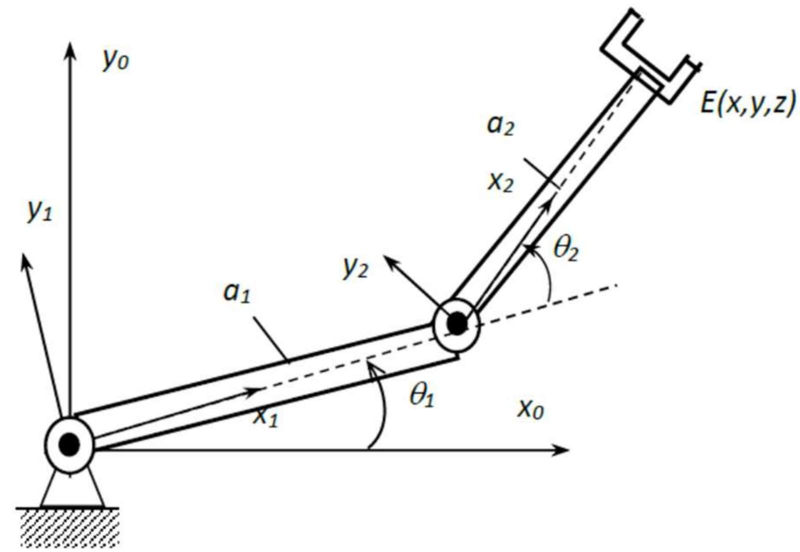


Ma trận chuyển đổi thuần nhất

(Homogeneous transformation matrix)

$$\boxed{T_n^0(q) = A_1^0 A_2^1 \dots A_n^{n-1} = \prod_{i=1}^{n} A_i^{i-1}}$$

Ví dụ 1. Two-link planar Arm



- **Bước 1: Gán hệ trục tọa độ**
- **Bước 2: Lập bảng D-H**

Khớp	a_i	α_i	d_i	ϑ_i
1	a_1	0	0	ϑ_1
2	a_2	0	0	ϑ_2

- **Bước 3: Tính ma trận chuyển đổi thuần nhất**

$$\boxed{A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\vartheta_i & -s\vartheta_i c\alpha_i & s\vartheta_i s\alpha_i & a_i c\vartheta_i \\ s\vartheta_i & c\vartheta_i c\alpha_i & -c\vartheta_i s\alpha_i & a_i s\vartheta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & a_1 c_1 \\ s_1 & c_1 & 0 & a_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_2^1 = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = A_1^0 A_2^1 = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ s_{12} & c_{12} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- **Bước 4: Xác định re và Ae**

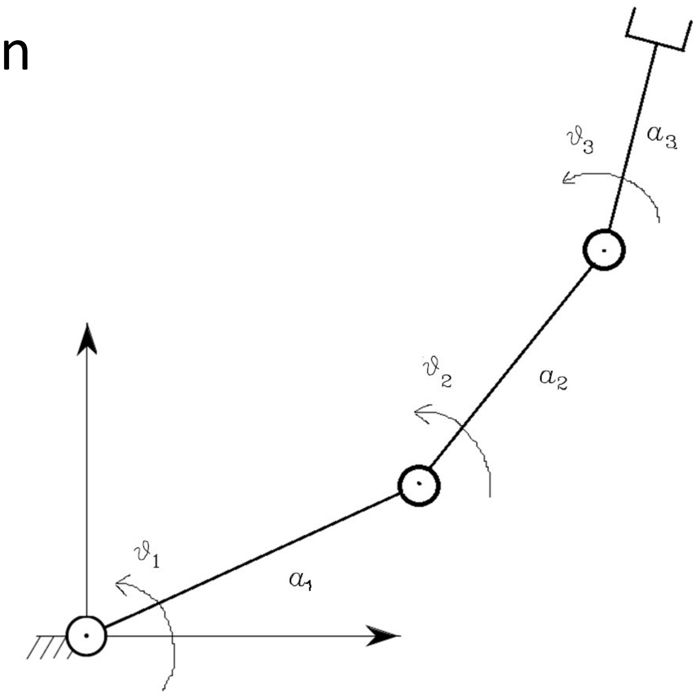
$$r_e = \begin{bmatrix} a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A_e = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ví dụ 1. Two-link planar Arm

- Giải động học thuận với Maple.

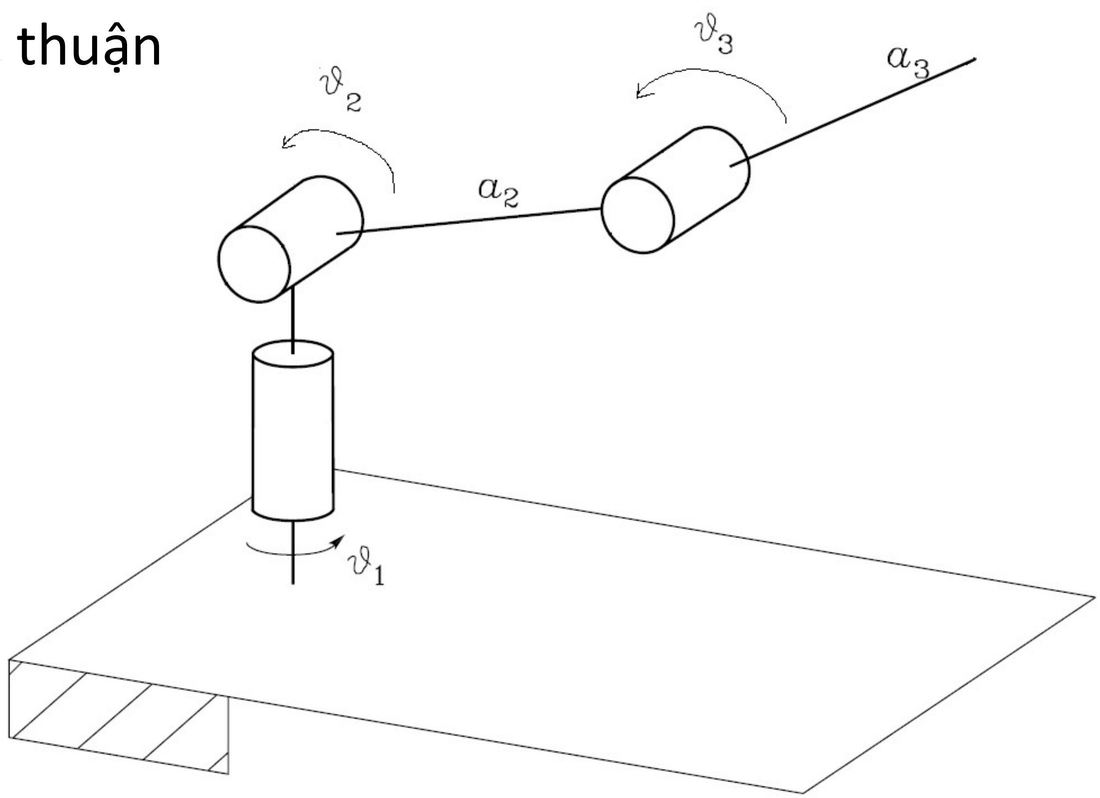
Bài tập 1: Three-link Planar Arm (FK)

- Giải động học thuận



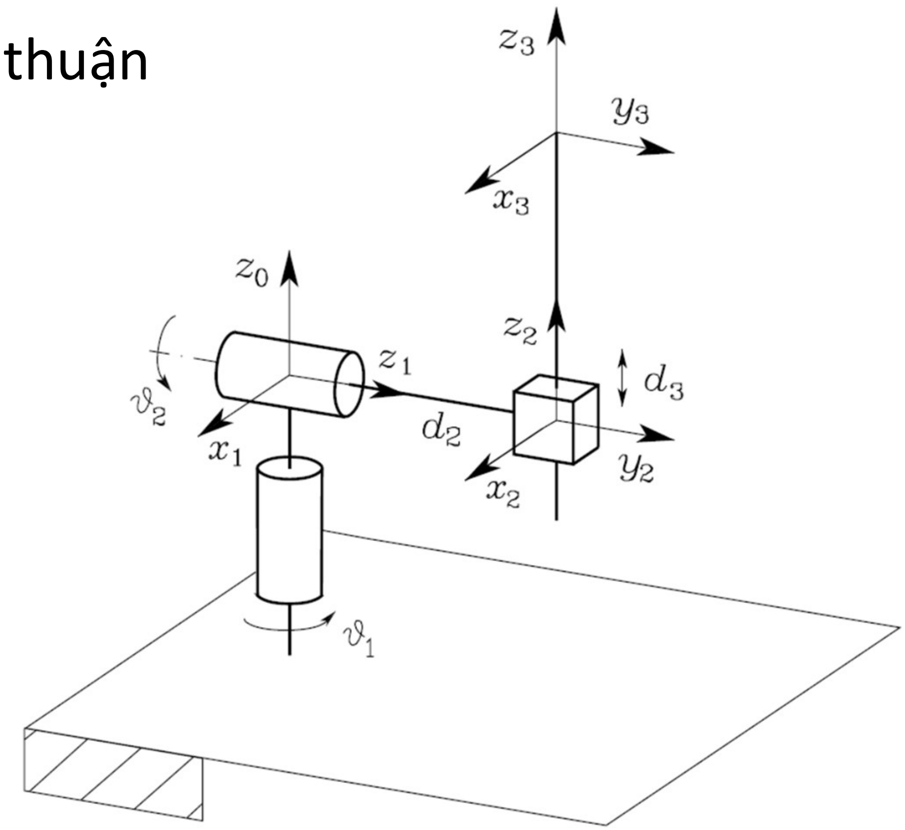
Bài tập 2: Anthropomorphic Arm (FK)

- Giải động học thuận



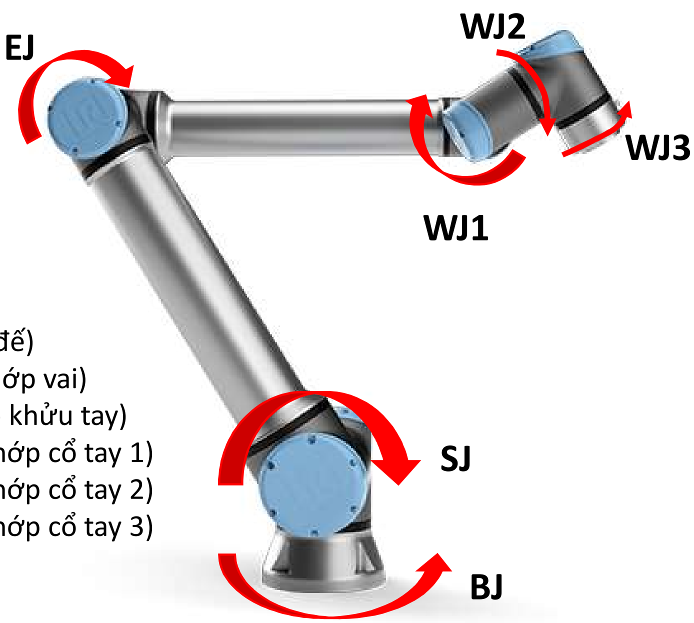
Bài tập 3: Spherical Arm (FK)

- Giải động học thuận



Bài tậ 4: UR10

- Giải động học thuận



- BJ: Base Joint (khớp đế)
- SJ: Shoulder Joint (khớp vai)
- EJ: Elbow Joint (khớp khửu tay)
- WJ1: Wrist Joint 1 (khớp cổ tay 1)
- WJ2: Wrist Joint 2 (khớp cổ tay 2)
- WJ3: Wrist Joint 3 (khớp cổ tay 3)

Universal Robot UR10