Mô hình hóa động lực học và điều khiển robot

TS. Phạm Duy Hưng

Khoa Điện tử - Viễn thông, Trường ĐH Công nghệ - ĐHQGHN

hungpd@vnu.edu.vn

Giới thiệu môn học

- **Mục tiêu**
- **Nội dung:** 4 chương
  - Chương 0: chuyển động vật rắn và các phép biến đổi
  - Chương 1: Mô hình động học và động lực học
  - Chương 2: Thiết kế quỹ đạo chuyển động
  - Chương 3: Điều khiển chuyển động
- **Đánh giá:**
  - Bài tập: 20%
  - Thực hành mô phỏng: 20%
  - Cuối kỳ: 60%
- **Yêu cầu:** phần mềm maple; matlab Simulink, V-REP

Tài liệu tham khảo

[1] Nguyễn Trường Thịnh, Giáo trình Kỹ thuật Robot, Nhà xuất bản ĐHQG TP. HCM, năm 2014.

[2] Nguyễn Mạnh Tiến, Điều khiển Robot Công nghiệp, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, năm 2007.

[3] Chu Anh Mỳ, Nguyễn Thị Thanh Vân, Động học và Động Lực Học, Nhà xuất bản ĐHQGHN, 2021 (chuẩn bị xuất bản).

[4] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavico, Luigi Villani, Giuseppe Oriolo, Robotics: modelling, planning and control, Springer, 2009.

Chương 0
Chuyển động của vật rắn và các phép biến đổi

TS. Phạm Duy Hưng

Khoa Điện tử - Viễn thông, Trường ĐH Công nghệ - ĐHQGHN

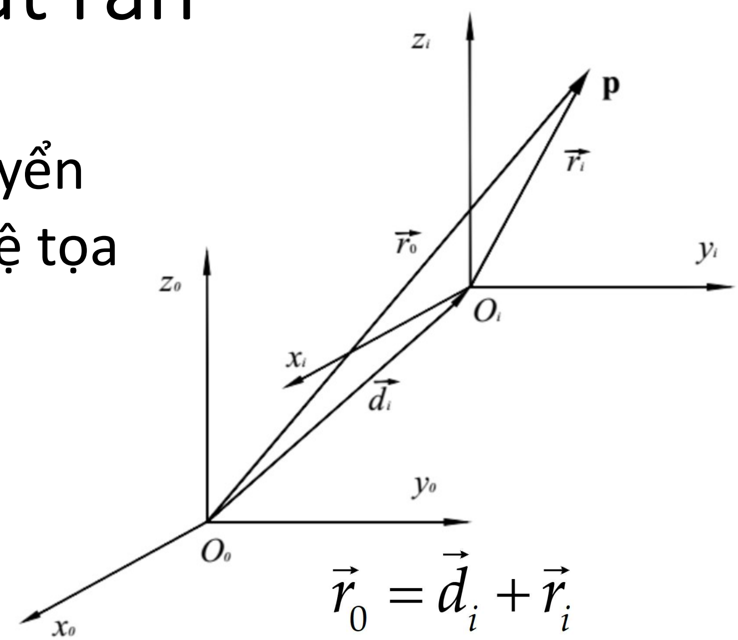
hungpd@vnu.edu.vn

0. Vật rắn

- Khái niệm vật rắn (rigid body):
  - ✓Khối vật chất có kích thước hình học và khối lượng nhất định.
  - ✓Khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ trên khối vật chất không thay đổi
- Vật rắn được mô tả trong không gian bởi **vị trí (Position)** và **hướng (orientation)**, gọi chung là **trạng thái/tư thế (pose)**:
  - ✓Hệ tọa độ gốc $O_o x_o y_o z_o$ (toàn cục) .
  - ✓Hệ tọa độ vật rắn $O_i x_i y_i z_i$ đặt trên vật rắn (cục bộ).

1. Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

- Một vật rắn được gắn hệ tọa độ $O_i x_i y_i z_i$, chuyển động tịnh tiến theo $\vec{d}_i$, được quan sát trong hệ tọa độ gốc $O_o x_o y_o z_o$.
  - ✓ véc tơ đơn vị $(\vec{i}_o, \vec{j}_o, \vec{k}_o)$ và $(\vec{i}_i, \vec{j}_i, \vec{k}_i)$
  - ✓ P trong $O_o x_o y_o z_o$ có tọa độ $r_o = [x_o \quad y_o \quad z_o]^T$
  - ✓ P trong $O_i x_i y_i z_i$ có tọa độ $r_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T$
  - ✓ **Véc tơ tịnh tiến $\vec{d}_i$** có $d_i = [a_i \quad b_i \quad c_i]^T$



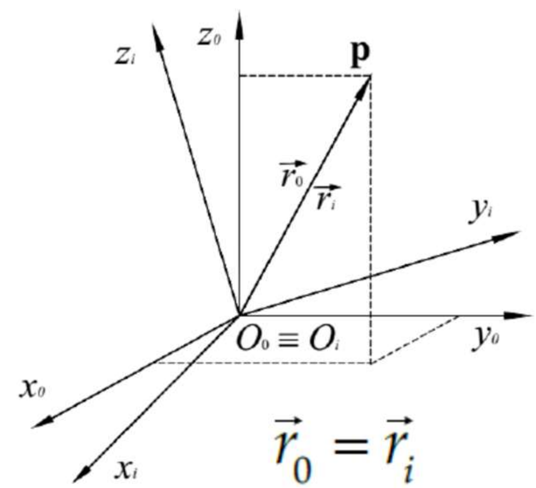
$$\vec{r}_0 = \vec{d}_i + \vec{r}_i$$

$$x_0\vec{i}_0 + y_0\vec{j}_0 + z_0\vec{k}_0 = \left(a_i\vec{i}_0 + b_i\vec{j}_0 + c_i\vec{k}_0\right) + \left(x_i\vec{i}_i + y_i\vec{j}_i + z_i\vec{k}_i\right)$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$

2. Chuyển động quay của vật rắn

- Một vật rắn được gắn hệ tọa độ $O_i x_i y_i z_i$, chuyển động quay, được quan sát trong hệ tọa độ gốc $O_o x_o y_o z_o$. Xét $O_i \equiv O_o$



$\vec{r}_0 = \vec{r}_i$

$$x_0\vec{i}_0 + y_0\vec{j}_0 + z_0\vec{k}_0 = x_i\vec{i}_i + y_i\vec{j}_i + z_i\vec{k}_i$$

Nhân vô hướng 2 vế lần lượt với $\vec{\imath}_o, \vec{\jmath}_o, \vec{k}_o$ ta có:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \vec{i}_0\vec{i}_i & \vec{i}_0\vec{j}_i & \vec{i}_0\vec{k}_i \\ \vec{j}_0\vec{i}_i & \vec{j}_0\vec{j}_i & \vec{j}_0\vec{k}_i \\ \vec{k}_0\vec{i}_i & \vec{k}_0\vec{j}_i & \vec{k}_0\vec{k}_i \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}_{0i}} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{A}_{0i}\boldsymbol{r}_i$$

$\boldsymbol{A}_{0i}$ Gọi là ma trận quay *(ký hiệu khác $\boldsymbol{R}_{0i}$)*

Lưu ý: 1) $\vec{\imath}.\vec{\jmath}$=0; $\vec{\jmath}.\vec{k}$=0; $\vec{k}.\vec{\jmath}$=0

2) $|\vec{\imath}| = 1; |\vec{\jmath}| = 1; |\vec{k}| = 1;$

3. Chuyển động thuần nhất của vật rắn

- Vật rắn thực hiện đồng thời chuyển động **tịnh tiến $\boldsymbol{d}_i$** và **quay $\boldsymbol{A}_{0i}$**

$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{d}_i + \mathbf{A}_{0i}\boldsymbol{r}_i$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \vec{i}_0\vec{i}_i & \vec{i}_0\vec{j}_i & \vec{i}_0\vec{k}_i \\ \vec{j}_0\vec{i}_i & \vec{j}_0\vec{j}_i & \vec{j}_0\vec{k}_i \\ \vec{k}_0\vec{i}_i & \vec{k}_0\vec{j}_i & \vec{k}_0\vec{k}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i}_0\vec{i}_i & \vec{i}_0\vec{j}_i & \vec{i}_0\vec{k}_i & a_i \\ \vec{j}_0\vec{i}_i & \vec{j}_0\vec{j}_i & \vec{j}_0\vec{k}_i & b_i \\ \vec{k}_0\vec{i}_i & \vec{k}_0\vec{j}_i & \vec{k}_0\vec{k}_i & c_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{0i} & \boldsymbol{d}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_i \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{0i} & \boldsymbol{d}_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}_{0i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{x_0x_i} & \cos\phi_{x_0y_i} & \cos\alpha_{x_0z_i} \\ \cos\theta_{y_0x_i} & \cos\phi_{y_0y_i} & \cos\alpha_{y_0z_i} \\ \cos\theta_{z_0x_i} & \cos\phi_{z_0y_i} & \cos\alpha_{z_0z_i} \end{bmatrix}$$

Phép biến đổi thuần nhất **Ma trận chuyển đổi thuần nhất** **Ma trận quay ($\boldsymbol{R}_{0i}$)**

Ví dụ 1

- Cho hệ tọa độ B đặt ở vị trí [3,5,7] so với hệ cơ sở với i_B song song với trục x; j_B tạo với trục y một góc 45^o, k_B tạo với trục z một góc 45^o. Xác định ma trận chuyển đổi thuần nhất biểu diễn hệ tọa độ B theo hệ cơ sở.

LỚP LÀM BÀI TẬP VÍ DỤ 1 NỘP TRÊN COURSE, TRƯỚC 14H45

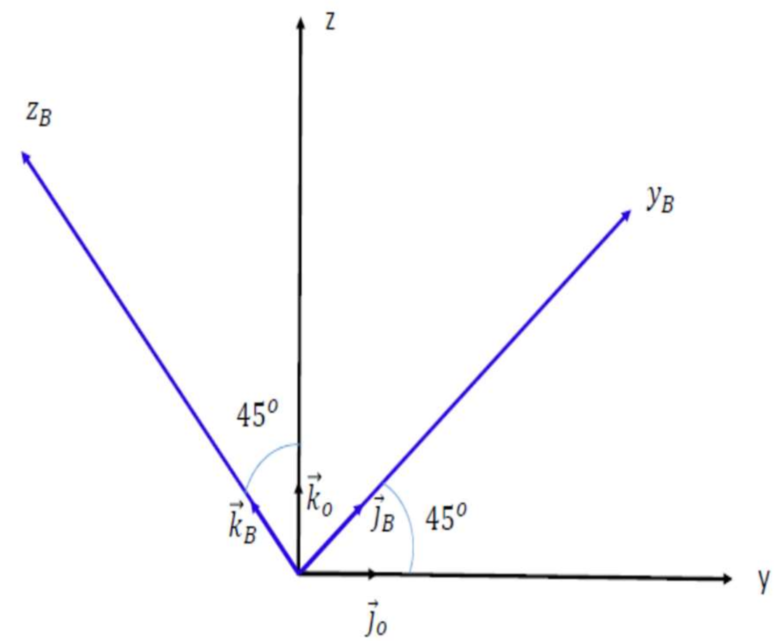
Ví dụ 1

$$d_i = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}; A_{oB} = \begin{bmatrix} \cos(0^o) & \cos(90^o) & \cos(90^o) \\ \cos(90^o) & \cos(45^o) & \cos(45^o + 90^o) \\ \cos(90^o) & \cos(45^o) & \cos(45^o) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.707 & -0.707 \\ 0 & 0.707 & 0.707 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0.707 & -0.707 & 5 \\ 0 & 0.707 & 0.707 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_{0i} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{x_0x_i} & \cos\phi_{x_0y_i} & \cos\alpha_{x_0z_i} \\ \cos\theta_{y_0x_i} & \cos\phi_{y_0y_i} & \cos\alpha_{y_0z_i} \\ \cos\theta_{z_0x_i} & \cos\phi_{z_0y_i} & \cos\alpha_{z_0z_i} \end{bmatrix}$$

Ma trận quay ($\boldsymbol{R}_{0i}$)



4. Ma trận quay và tính chất

Các ma trận quay cơ sở

$$A_{0i}=\begin{bmatrix} \cos\theta_{x_0x_i} & \cos\phi_{x_0y_i} & \cos\alpha_{x_0z_i} \\ \cos\theta_{y_0x_i} & \cos\phi_{y_0y_i} & \cos\alpha_{y_0z_i} \\ \cos\theta_{z_0x_i} & \cos\phi_{z_0y_i} & \cos\alpha_{z_0z_i} \end{bmatrix}$$

Ma trận quay

$$A_{0i}(x_0,\alpha)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$O_ix_iy_iz_i$ quay quanh x_o góc α

$$A_{0i}(y_0,\beta)=\begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix}$$

$O_ix_iy_iz_i$ quay quanh y_o góc β

$$A_{0i}(z_0,\gamma)=\begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$O_ix_iy_iz_i$ quay quanh z_o góc γ

Tính chất của ma trận quay

$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{A}_{0i}\boldsymbol{r}_i$$

- $\boldsymbol{A}_{0i}$ là ma trận trực giao: $A_{0i}^{-1} = A_{0i}^{T}$ ⇒ $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{A}_{0i}^{-1}\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{A}_{0i}^{T}\boldsymbol{r}_0$
- det $(\boldsymbol{A}_{0i})$ =1

5. Vận tốc quay của vật rắn

- Vật rắn được gắn hệ tọa độ $O_i x_i y_i z_i$, chuyển động quay quanh $O_o \equiv O_i$, được quan sát trong hệ tọa độ $O_o x_o y_o z_o$.
- Xét điểm p thuộc vật rắn.
  - Đạo hàm theo thời gian $\vec{r}_o$, ta có: $\frac{d\vec{r}_0}{dt} = \vec{v}_p = \vec{\omega} \times \vec{r}_0$ Tích có hướng (cross product)
  - $\vec{\omega}$ là vận tốc góc của vật rắn: $\boldsymbol{v}_P = \tilde{\boldsymbol{\omega}} \boldsymbol{r}_0$
  - Biểu diễn dưới dạng ma trận:

$$\boldsymbol{r}_0 = \boldsymbol{A}_{0i} \boldsymbol{r}_i \Rightarrow \boldsymbol{v}_P = \dot{\boldsymbol{A}}_{0i} \boldsymbol{r}_i \Rightarrow \boldsymbol{v}_P = \dot{\boldsymbol{A}}_{0i} \boldsymbol{A}_{0i}^T \boldsymbol{r}_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\boldsymbol{A}}_{0i} \boldsymbol{A}_{0i}^T}$$

(tính chất của ma trận xoay)

6. Góc Euler

- Biểu diễn phép quay của vật thể qua 3 góc: $\phi = [\varphi \quad \vartheta \quad \psi]^T$ (góc Euler)
- Nhiều cách định hướng bằng 3 góc Euler
  - **ZYZ (Phép Quay Euler):** thường dùng trong tay máy
  - ✓ Quay hệ tọa độ góc φ quanh trục z, $R_z(\varphi)$
  - ✓ Quay hệ tọa độ góc ϑ quanh trục y', $R_{y'}(\vartheta)$
  - ✓ Quay hệ tọa độ góc ψ quanh trục z'', $R_{z''}(\psi)$

$$\boldsymbol{R}(\phi) = \boldsymbol{R}_z(\varphi)\boldsymbol{R}_{y'}(\vartheta)\boldsymbol{R}_{z''}(\psi)$$

$$= \begin{bmatrix} c_\varphi c_\vartheta c_\psi - s_\varphi s_\psi & -c_\varphi c_\vartheta s_\psi - s_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\vartheta \\ s_\varphi c_\vartheta c_\psi + c_\varphi s_\psi & -s_\varphi c_\vartheta s_\psi + c_\varphi c_\psi & s_\varphi s_\vartheta \\ -s_\vartheta c_\psi & s_\vartheta s_\psi & c_\vartheta \end{bmatrix}$$

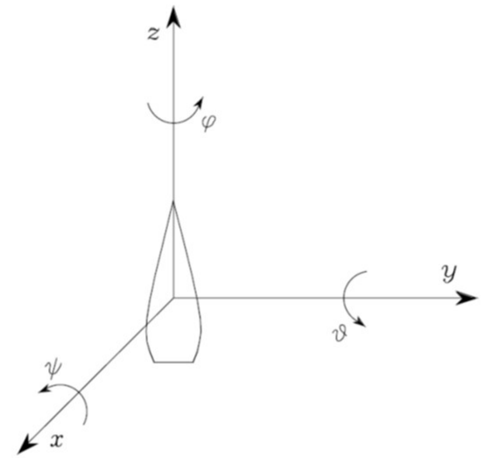
$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Hữu ích trong giải bài toán ngược:

$$\vartheta \epsilon (0, \pi) \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \mathrm{Atan2}(r_{23}, r_{13}) \\ \vartheta &= \mathrm{Atan2}\left(\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}\right) \\ \psi &= \mathrm{Atan2}(r_{32}, -r_{31}). \end{aligned} \right.$$

$$\vartheta \epsilon (-\pi, 0) \left\{ \begin{aligned} \varphi &= \mathrm{Atan2}(-r_{23}, -r_{13}) \\ \vartheta &= \mathrm{Atan2}\left(-\sqrt{r_{13}^2 + r_{23}^2}, r_{33}\right) \\ \psi &= \mathrm{Atan2}(-r_{32}, r_{31}). \end{aligned} \right.$$

6. Góc Euler



- **ZYX (Phép Quay Roll-Pitch-Yaw, RPY):** thường dùng trong hàng hải, hàng không

✓ Quay hệ trục góc ψ quanh trục x (Yaw), $R_x(\psi)$
✓ Quay hệ trục góc ϑ quanh trục y, $R_y(\vartheta)$
✓ Quay hệ trục góc φ quanh trục z, $R_z(\varphi)$

$$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\phi}) = \boldsymbol{R}_z(\varphi)\boldsymbol{R}_y(\vartheta)\boldsymbol{R}_x(\psi) = \begin{bmatrix} c_\varphi c_\vartheta & c_\varphi s_\vartheta s_\psi - s_\varphi c_\psi & c_\varphi s_\vartheta c_\psi + s_\varphi s_\psi \\ s_\varphi c_\vartheta & s_\varphi s_\vartheta s_\psi + c_\varphi c_\psi & s_\varphi s_\vartheta c_\psi - c_\varphi s_\psi \\ -s_\vartheta & c_\vartheta s_\psi & c_\vartheta c_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

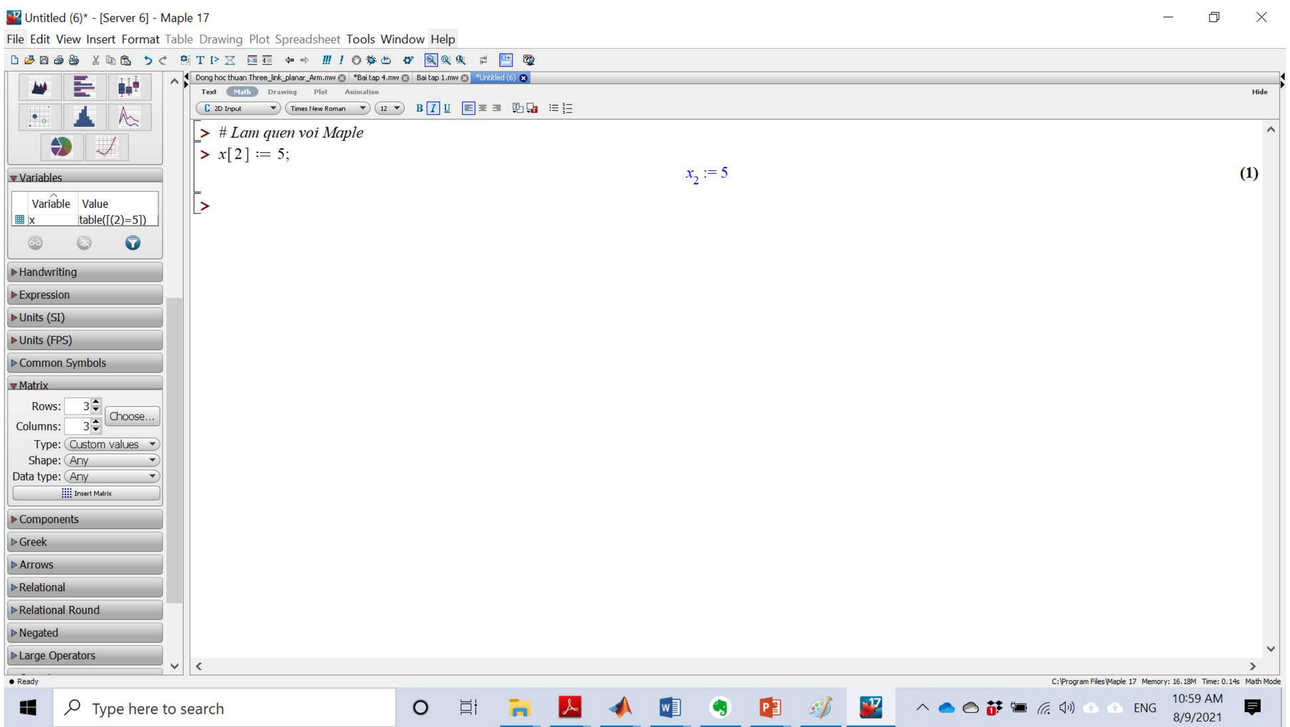
Hữu ích trong giải bài toán ngược:

$$\vartheta \epsilon (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \begin{cases} \varphi = \operatorname{Atan2}(r_{21}, r_{11}) \\ \vartheta = \operatorname{Atan2}\left(-r_{31}, \sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \\ \psi = \operatorname{Atan2}(r_{32}, r_{33}). \end{cases}$$

$$\vartheta \epsilon (\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}) \begin{cases} \varphi = \operatorname{Atan2}(-r_{21}, -r_{11}) \\ \vartheta = \operatorname{Atan2}\left(-r_{31}, -\sqrt{r_{32}^2 + r_{33}^2}\right) \\ \psi = \operatorname{Atan2}(-r_{32}, -r_{33}). \end{cases}$$

7. Giới thiệu về maple

- Phần mềm giải toán, mức trừu tượng (symbolic).
- Cài đặt Maple 17



7. Giới thiệu về maple

- “>” bắt đầu lệnh, dùng “Shift+Enter” để xuống dòng
- “#” để ghi chú
- “;” kết thúc câu lệnh và hiển thị kết quả
- “:” Kết thúc câu lệnh không hiển thị kết quả
- “:=“ gán giá trị cho biểu thức
- “[]” chỉ số dưới của biến, ví dụ x2=5 được viết là x[2]:=5
- Toán tử và hàm: “+” cộng; “-” trừ; “*”nhân; “/” chia; “^” lũy thừa; “.” nhân ma trận; “sqrt” căn bậc 2; “exp()” hàm e mũ; “ln()” hàm logarit; “abs” hàm trị tuyệt đối; “sin()” hàm sin; “cos()” hàm cos…

7. Giới thiệu về maple

- Một vài lệnh thường dùng
  - Subs({x=1,y=b,x=c},f(x,y,z)); # thay thế giá trị x,y,z cho biểu thức f(x,y,z)
  - Simplify(biểu thức cần rút gon); # rút gọn biểu thức
  - evalf(biểu thức, chỉ số sau dấu phẩy); # làm tròn phần thập phân
  - Restart; # khởi động lại chương trình, không lưu các giá trị biến hiện tại
  - Matlab(biet thuc); # chuyển biểu thức sang mã lệnh matlab
- Khai báo các thư viện maple
  - With(CodeGeneration): #Lệnh cho phép chuyển đổi các kiểu ngôn ngữ khác nhau như C++,C#,Matlab,…
  - With(VectorCalculus): #Lệnh khai báo các toán tử vec tơ
  - With(LinearAlgebra): #Lệnh khai báo các toán tử đại số tuyến tính

Bài tập 1

- Tìm tọa độ điểm P=$[2 \quad 3 \quad 4]^T$ trong hệ tọa độ oxyz sau khi quay quanh trục x, góc 60^o

Bài tập 2

- Tìm tọa độ điểm P=$[3 \quad 5 \quad 7]^T$ trong hệ tọa độ oxyz sau khi quay quanh trục z, một góc 30^o.

Bài tập 3

- Một điểm P=$[2 \quad 3 \quad 5]^T$ đặt trong hệ tọa độ B, ban đầu trùng với hệ tọa độ gốc. Xác định điểm P trong hệ tọa độ mới khi dịch chuyển hệ tọa độ B bằng các phép biến đổi so với hệ tọa độ gốc:
    a) Quay quanh trục x một góc 90^o
    b) Quay quanh trục z một góc 90^o
    c) Tịnh tiến các trục x,y,z tương ứng 4,-3,7 đơn vị
    d) Xác định ma trận biểu diễn phép biến đổi tổng hợp và tọa độ điể P sau các phép biến đổi trên.

Bài tập 4

- Một hệ tọa độ B được xoay quanh trục x một góc 90^o, tiếp theo tịnh tiến theo trục z một đoạn 3 đơn vị, tiếp theo quay xung quanh trục z một góc 90^o. Cuối cùng tiến dọc theo trục y một đoạn 5 đơn vị.

a) Tính ma trận biểu diễn các phép biến đổi.

b) Xác định vị trí cuối của điểm P=$[1 \quad 5 \quad 4]^T$ sau các phép biến đổi.