a) $y(n) = y(n-1) + y(n-2) + x(n)$

$\Leftrightarrow y(n) - y(n-1) - y(n-2) = x(n).$

Lấy ZT hai vế.

$$Y(z) - z^{-1}.Y(z) - z^{-2}.Y(z) = X(z)$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1-z^{-1}-z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2-z-1}$$

$\Rightarrow \cancel{z^{2} =}$

Điểm không làm cho $H(z)=0 \Rightarrow z=0$

Điểm cực làm $H(z) = \infty \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ z = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

b) Do tín hiệu đáp ứng tại không phụ thuộc vào tín hiệu kích thích trong tương lai

$\Rightarrow$ hệ nhân quả

Với hệ ~~nhân quả~~ TTBB nhân quả và ổn định $\Leftrightarrow$ có điểm cực nằm ở z nằm trong vòng tròn đơn vị

Trong khi đó hệ có 1 điểm cực $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2} > 1$ nằm ngoài vòng tròn đơn vị

=> Hệ không ổn định.

=> Vậy hệ nhân quả và không ổn định.

c)

Có $\frac{H(z)}{z} = \frac{z+1}{z^2-z-1} + 1$

$$= \frac{z+1}{\left(z - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(z - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)} + 1$$

$$= \frac{A_1}{z - \frac{1-\sqrt{5}}{2}} + \frac{A_2}{z - \frac{1+\sqrt{5}}{2}} + 1$$ (A_1, A_2 là hằng số)

$$= \frac{(A_1+A_2)z + \left(-A_1 \frac{1+\sqrt{5}}{2} - A_2 \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)}{z^2-z-1} + 1$$

Đồng nhất hệ số -> $\begin{cases} A_1 + A_2 = 1 \\ A_1 \frac{1+\sqrt{5}}{2} + A_2 \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{5-3\sqrt{5}}{10} \\ A_2 = \frac{5+3\sqrt{5}}{10} \end{cases}$$