

## Số $\pi$ và bài toán “Cầu phương hình tròn”

Số  $\pi$  được định nghĩa khá đơn giản và dễ hiểu cho hầu hết mọi người, chỉ cần có kiến thức ban đầu về hình học sơ cấp.

Ta biết rằng mọi hình tròn đều đồng dạng với nhau, do vậy tỉ số giữa chu vi hình tròn và đường kính của nó là một số không đổi. Tỉ số đó được gọi là số  $\pi$ .

Từ thời cổ Hy Lạp người ta đã đặt ra câu hỏi phải chăng  $\pi$  là số hữu tỉ? Nhưng nổi bật lên là một vấn đề khác, hấp dẫn và nổi tiếng hơn, nó ẩn sâu trong bản chất số  $\pi$ , đó là bài toán cầu phương hình tròn (***squaring the circle***). Đây là một vấn đề lớn, như sau này sẽ được chỉ ra, nó khó hơn rất nhiều so với câu hỏi  $\pi$  là số hữu tỉ hay vô tỉ?

Bài toán cầu phương hình tròn là một bài toán dựng hình: chỉ sử dụng compa và thước kẻ, hãy dựng một hình vuông có diện tích bằng diện tích một hình tròn cho trước. Hoặc tương đương với nó là bài toán hãy dựng một đoạn thẳng có độ dài bằng chu vi một hình tròn cho trước.

Trải qua hàng nghìn năm, các nhà bác học nổi tiếng vẫn bó tay trước bài toán hình sơ cấp được đặt ra rất đơn giản và dễ hiểu với hầu hết mọi người.

Chính do sự đơn giản và dễ hiểu đó, bài toán tạo ra một sức hấp dẫn lớn với các nhà toán học nghiệp dư, các giáo sĩ, các nhà khoa học nửa vời và cả những người say mê toán có đầu óc khác biệt không bình thường. Họ tạo thành nhóm các nhà “cầu phương hình tròn”, và trở thành các nhà giả kim toán học, hay những người say mê tìm kiếm động cơ vĩnh cửu. Trải qua hàng nghìn năm đến nay vẫn có rất nhiều người tuyên bố họ đã giải quyết xong bài toán. Hàng trăm ngàn lá thư đã được gửi đến các viện toán, các viện hàn lâm khoa học với đủ các chứng minh phức tạp dài dòng khác nhau. Viện hàn lâm khoa học Hungary đầu thế kỉ XX đã phải ra thông báo họ sẽ bỏ qua, không đọc các bài viết liên quan đến cầu phương hình tròn và động cơ vĩnh cửu.

Nước ta cũng không thuộc diện ngoại lệ. Nhà cách mạng lão thành, Nguyễn Trí Uẩn, người đã sáng tạo ra bộ trò chơi ghép hình (kiểu Lego) duy nhất ở Việt nam từ năm 1940. Bộ ghép hình sau đó mang tên ông: **trò chơi Trí Uẩn**.

(Xem <http://tringuyentrochoi.com/vi/bvct/id18/4.-Tro-choi-doi-nguoi/>)

Sau này ông lại bỏ rất nhiều công sức vào việc giải bài toán cầu phương hình tròn. Ông đã cầm cố cả căn nhà duy nhất của gia đình để tìm cách bảo vệ giá trị của những nghiên cứu của mình và in chúng dưới tên sách “Cầu phương hình tròn”. Năm 1960 ông yêu cầu nhà nước Việt nam phải lập hội đồng nghiệm thu để công bố lời giải bài toán ra toàn thế giới. Yêu cầu của ông đã được nhà nước cho phép và giáo sư Lê Văn Thiêm là phản biện chính của đề tài.

Người tạo ra bước đột phá lớn trong việc giải bài toán hơn nghìn năm tuổi này là nhà toán học trẻ tài ba Évariste Galois (1811-1832). Ông là cha đẻ của lý thuyết nhóm Galois, một lĩnh vực của đại số. Việc dựng hình bằng thước kẻ và compa có thể chuyển sang đại số thành việc viết các phương trình đường thẳng (phương trình bậc nhất) các phương trình đường tròn (bậc hai), giải chúng rồi tiếp tục tính toán với chúng. Như vậy các số thực có thể dựng được bằng thước kẻ và compa phải là nghiệm của các đa thức trên trường số hữu tỉ. Nói cách khác chúng là các số đại số. Galois đã đưa bài toán cầu phương hình tròn thành bài toán tương đương: phải chăng  $\pi$  là một số đại số?

Năm 1882, Ferdinand von Lindemann, nhà toán học Đức cho đăng bài „Über die Zahl  $\pi$ “, trong đó ông chứng minh  $\pi$  không phải số đại số. Bài toán cầu phương hình tròn đã được giải quyết trọn vẹn sau gần 2 thiên niên kỉ. Một bài toán tiêu tốn nhiều sức lực của các nhà toán học và kéo dài nhất trong lịch sử toán học thế giới.