

Chủ đề 4: Quy hoạch động

Bài 1: Dãy con đơn điệu dài nhất

Cho dãy a_1, a_2, \dots, a_n . Hãy tìm một dãy con tăng có nhiều phần tử nhất của dãy

Bài 2: Bố trí phòng họp

Có n cuộc họp, cuộc họp thứ i bắt đầu vào thời điểm a_i và kết thúc ở thời điểm b_i . Do chỉ có một phòng hội thảo nên 2 cuộc họp bất kì sẽ được cùng bố trí phục vụ nếu khoảng thời gian làm việc của chúng chỉ giao nhau tại đầu mút. Hãy bố trí phòng họp để phục vụ được nhiều cuộc họp nhất

Bài 3: Cho thuê máy

Trung tâm tính toán hiệu năng cao nhận được đơn đặt hàng của n khách hàng. Khách hàng i muốn sử dụng máy trong khoảng thời gian từ a_i đến b_i và trả tiền thuê là c_i . Hãy bố trí lịch thuê máy để tổng số tiền thu được là lớn nhất mà thời gian sử dụng máy của 2 khách hàng bất kì được phục vụ đều không giao nhau (cả trung tâm chỉ có một máy cho thuê).

Bài 4: Dãy số WAVIO:

Dãy số Wavio là dãy số nguyên thỏa mãn các tính chất : các phần tử đầu sắp xếp thành 1 dãy tăng dần đến 1 phần tử đỉnh sau đó giảm dần. Ví dụ dãy số 1 2 3 4 5 2 1 là 1 dãy Wavio độ dài 7. Cho 1 dãy gồm N số nguyên, hãy chỉ ra một dãy con Wavio có độ dài lớn nhất trích ra từ dãy đó.

Bài 5: Balo1

Cho n món hàng ($n \leq 50$). Món hàng thứ i có khối lượng $A[i]$ (số nguyên). Cần chọn những món hàng nào để bỏ vào một balô sao tổng khối lượng của các món hàng đã chọn là lớn nhất nhưng không vượt quá khối lượng W cho trước ($W \leq 100$) Mỗi món chỉ chọn 1 hoặc không chọn

Input
n W A[1] ... A[n]

Output
<u>Dòng 1:</u> Tổng khối lượng của các món hàng bỏ vào balô <u>Dòng 2:</u> Số thứ tự của các món hàng được chọn (đếm từ 1).

Ví dụ:

Input
4 13 2 3 4 5

Output
12 2 3 4

Bài6: Bài toán Balo2

Cho n món hàng ($n \leq 50$). Món hàng thứ i có khối lượng $A[i]$ (số nguyên) và giá trị $C[i]$. Cần chọn những món hàng nào để bỏ vào một balo sao tổng **giá trị** của các món hàng đã chọn là lớn nhất nhưng không vượt quá khối lượng W cho trước ($W \leq 100$) Mỗi món chỉ chọn 1 hoặc không chọn

Bài 7: Bài toán balo3

Tương tự balo2, nhưng mỗi món có thể được chiều nhiều lần

Bài 8. Bài toán Đổi tiền

Ở đất nước nọ người ta chỉ tiêu tiền xu. Có N loại tiền xu, loại thứ i có mệnh giá là A_i đồng. Một hôm có một vị khách du lịch đến thăm, ông ta muốn đổi số tiền mình đang có mà M đồng sang loại xu của đất nước này để tiện tiêu dùng. Bên cạnh đó ông ta cũng muốn số đồng tiền đổi được là ít nhất . Bạn hãy giúp ông ta tìm cách đổi tiền yêu cầu trên.

Input
$N \ M$ $A[1] \ A[2] \ \dots \ A[n]$

Output
Gồm nhiều dòng, mỗi dòng tương ứng là loại xu được đổi với số lượng xu đó

Ví dụ:

Input
3 9
5 2 1

Output
1 xu 5 đồng
2 xu 2 đồng

Bài 9: Bài toán chia kẹo

Cho N gói kẹo ($N \leq 50$). Gói thứ i có $A[i]$ viên kẹo. Cần chia các gói kẹo này cho 2 em bé sao cho tổng số viên kẹo mỗi em nhận được chênh lệch là ít nhất. Mỗi em nhận được nguyên gói (không mở gói kẹo ra để chia lại). Hãy liệt kê số kẹo trong các gói kẹo mỗi em nhận được.

Input
N
$A[1] \ A[2] \dots \ A[n]$

Output
<u>Dòng 1</u> : Chứa 2 số M và L , với M là số lượng túi kẹo thuộc phần của em bé thứ nhất và L là số chênh lệch.
<u>Dòng 2</u> : Chứa m số là số hiệu (chỉ số) của các túi kẹo thuộc phần này (đếm từ 1).

Ví dụ:

Input
5
1 2 3 4 6

Output
3 0
1 3 4

Bài 10: Dãy con có tổng bằng S:

Cho dãy a_1, a_2, \dots, a_n . Tìm một dãy con của dãy đó có tổng bằng S .

Bài 11: Market (Olympic Balkan 2000)

Người đánh cá Clement bắt được n con cá, khối lượng mỗi con là a_i , đem bán ngoài chợ. Ở chợ cá, người ta không mua cá theo từng con mà mua theo một lượng nào đó. Chẳng hạn 3 kg, 5kg... Ví dụ: có 3 con cá, khối lượng lần lượt là: 3, 2, 4. Mua lượng 6 kg sẽ phải lấy con cá thứ 2 và và thứ 3. Mua lượng 3 kg thì lấy con thứ nhất. Không thể mua lượng 8

Bài 12:

Điền dấu Cho n số tự nhiên a_1, a_2, \dots, a_n . Ban đầu các số được đặt liên tiếp theo đúng thứ tự cách nhau bởi dấu "?": $a_1?a_2?...?a_n$. Cho trước số nguyên S , có cách nào thay các dấu "?" bằng dấu + hay dấu - để được một biểu thức số học cho giá trị là S không?

Bài 13: *Expression (ACM 10690)*

Cho n số nguyên. Hãy chia chúng thành 2 nhóm sao cho tích của tổng 2 nhóm là lớn nhất

Bài 14:

Cho 2 xâu X, F . Xâu nguồn có n kí tự $X_1X_2...X_n$, xâu đích có m kí tự $F_1F_2...F_m$. Có 3 phép biến đổi :

- Chèn 1 kí tự vào sau kí tự thứ i : $I \ i \ C$

- Thay thế kí tự ở vị trí thứ i bằng kí tự $C : R \ i \ C$.
- Xoá kí tự ở vị trí thứ i . $D \ i$

Hãy tìm số ít nhất các phép biến đổi để biến xâu X thành xâu

Bài 15:

Xâu con chung dài nhất Cho 2 xâu X, Y . Hãy tìm xâu con của X và của Y có độ dài lớn nhất

Bài 16 (IOI 2000)

Một xâu gọi là xâu đối xứng (palindrom) nếu xâu đó đọc từ trái sang phải hay từ phải sang trái đều như nhau. Cho một xâu S , hãy tìm số kí tự ít nhất cần thêm vào S để S trở thành xâu đối xứng.

Bài 17: Nhân ma trận

Cho một chuỗi $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$ gồm n ma trận, và ta muốn tính tích các ma trận $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$

Tích của xâu ma trận được gọi là -mở-đóng-ngoặc-đầy đủ nếu nó là một ma trận đơn hoặc là tích của 2 ma trận mở-đóng-ngoặc- đầy đủ

Thí dụ: $A_1 A_2 A_3 A_4$ có thể được mở đóng-ngoặc-đầy đủ theo 5 cách:

$(A1(A2(A3A4)))$
 $(A1((A2A3)A4))$
 $((A1A2)(A3A4((A1(A2A3))A4)))$
 $((A1A2)A3)A4$

Cách mở đóng ngoặc một xâu ma trận có ảnh hưởng rất lớn đến chi phí tính tích xâu ma trận:

Thí dụ:

A1: 10x100

A2: 100x5

A3: 5x50

$(A1A2)A3$ thực hiện $10 \times 100 \times 5 + 10 \times 5 \times 50 = 7500$ phép nhân vô hướng

$(A1(A2A3))$ thực hiện $100 \times 5 \times 5 + 10 \times 100 \times 50 = 75000$ phép nhân vô hướng

Hai chi phí trên rất khác biệt nhau

Bài toán nhân xâu ma trận:

cho một chuỗi $\langle A1, A2, \dots, AN \rangle$ gồm n ma trận, với mỗi $i=1, 2, \dots, n$ ma trận A_i có kích thước $p_{i-1} \times p_i$, ta phải mở-đóng-ngोặc tích này sao cho tổng số phép nhân vô hướng là ít nhất.