

Compression d'images JPEG

Problématique, modèle théorique et compromis qualité/taille

Khanh-Phuong NGUYEN

Année universitaire 2025–2026

Table des matières

1	Introduction : Problématique de la compression d'images	2
2	Cadre théorique et outils mathématiques	3
2.1	Modèle de l'image	3
2.2	Transformée en cosinus discrète (DCT) 2D	3
2.3	Quantification	4
2.4	Réduction de redondance : zig-zag, RLE, Huffman	4
3	Chaîne de traitement JPEG	5
3.1	Encodage	5
3.2	Décodage	5
4	Évaluation de la qualité et du taux de compression	6
4.1	Métriques objectives	6
4.2	Influence du facteur de qualité	6
5	Discussion et conclusion	7

Chapitre 1

Introduction : Problématique de la compression d'images

Les images numériques occupent une place centrale dans les échanges actuels (photographie, vidéo, réseaux sociaux, archives médicales, etc.). Une image en niveaux de gris de taille $N \times M$ codée sur 8 bits par pixel nécessite $N \times M$ octets de stockage. Pour des résolutions élevées, le volume devient vite incompatible avec les contraintes de bande passante et de mémoire.

Le problème général posé est le suivant :

- **Entrée** : une image discrète $I(x, y)$ définie sur une grille $0 \leq x < N$, $0 \leq y < M$, avec $I(x, y) \in \{0, \dots, 255\}$.
- **Objectif** : construire un fichier compressé C tel que

$$|C| \ll |I| \quad \text{tout en préservant la qualité visuelle.}$$

JPEG choisit délibérément une *compression avec perte* : l'image reconstruite \hat{I} diffère de l'originale, mais l'erreur est principalement portée sur des composantes peu sensibles pour l'œil humain (hautes fréquences, détails chromatiques fins). Le but de ce rapport est de présenter le cadre théorique de cette approche, les outils mathématiques utilisés et le compromis obtenu entre qualité et taux de compression.

Remarques personnelles

Travailler sur JPEG m'a permis de relier des notions assez abstraites (transformées, quantification, entropie) à un problème très concret : stocker et transmettre des images dans un contexte de ressources limitées. J'ai été particulièrement surpris qu'une transformée relativement simple comme la DCT, associée à une bonne stratégie de quantification, permette d'obtenir des fichiers beaucoup plus petits sans dégradation flagrante à première vue. Cela montre à quel point la perception humaine joue un rôle central dans la conception de ces algorithmes.

Chapitre 2

Cadre théorique et outils mathématiques

2.1 Modèle de l'image

On modélise l'image par une matrice de niveaux de gris

$$I = [I(x, y)]_{0 \leq x < N, 0 \leq y < M}, \quad I(x, y) \in \{0, \dots, 255\}.$$

Les pixels voisins sont fortement corrélés : cette redondance spatiale permet une représentation plus compacte après transformation.

Dans le cas couleur, la norme JPEG recommande de travailler dans l'espace YCbCr. La composante de luminance Y concentre l'information perçue, tandis que les chrominances Cb et Cr peuvent être sous-échantillonnées sans perte visuelle notable.

2.2 Transformée en cosinus discrète (DCT) 2D

L'outil central de JPEG est la DCT appliquée bloc par bloc (8×8). Chaque bloc est recentré autour de zéro :

$$f(x, y) = I(x, y) - 128, \quad 0 \leq x, y < 8.$$

La DCT 2D est définie pour $u, v \in \{0, \dots, 7\}$ par

$$F(u, v) = \frac{1}{4} C(u) C(v) \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 f(x, y) \cos\left(\frac{(2x+1)u\pi}{16}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)v\pi}{16}\right),$$

avec

$$C(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{si } k = 0, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le coefficient $(0, 0)$ (DC) représente la moyenne du bloc. Les autres (AC) décrivent des variations spatiales plus ou moins rapides.

Propriété de concentration d'énergie

Pour les images naturelles, la majorité de l'énergie est contenue dans les basses fréquences : $|F(u, v)|$ décroît en moyenne lorsque (u, v) augmente. Cela justifie la forte quantification des hautes fréquences.

2.3 Quantification

Chaque coefficient est quantifié grâce à une table $Q(u, v)$:

$$F_q(u, v) = \text{round}\left(\frac{F(u, v)}{Q_{\text{tab}}(u, v)}\right).$$

La norme JPEG définit une table de base Q_{base} et un facteur de qualité F_q via

$$\lambda(F_q) = \begin{cases} \frac{5000}{F_q}, & F_q < 50, \\ 200 - 2F_q, & F_q \geq 50, \end{cases}$$

puis

$$Q_{\text{tab}}(u, v) = \max\left(1, \min\left(255, \left\lfloor \frac{Q_{\text{base}}(u, v)\lambda(F_q)+50}{100} \right\rfloor\right)\right).$$

Remarques personnelles

La DCT est assez intuitive lorsqu'on la voit comme une décomposition en motifs plus ou moins rapides. La quantification demande un changement de perspective : accepter volontairement une perte pour gagner en compression.

2.4 Réduction de redondance : zig-zag, RLE, Huffman

Les coefficients quantifiés contiennent de nombreux zéros. JPEG exploite cette structure à travers :

- un parcours zig-zag regroupant les zéros en fin de séquence ;
- un codage RLE pour les AC ;
- un codage différentiel pour les DC ;
- un codage de Huffman pour les symboles issus du RLE.

Chapitre 3

Chaîne de traitement JPEG

3.1 Encodage

1. Prétraitement : conversion YCbCr, découpage en blocs, recentrage.
2. DCT bloc par bloc.
3. Quantification des coefficients.
4. Parcours zig-zag.
5. RLE et codage différentiel des DC.
6. Codage de Huffman.

3.2 Décodage

Inversion des étapes précédentes :

1. décodage Huffman et dé-RLE ;
2. déquantification ;
3. IDCT bloc par bloc ;
4. recentrage inverse et réassemblage.

Chapitre 4

Évaluation de la qualité et du taux de compression

4.1 Métriques objectives

Écart quadratique moyen

Si $N_{\text{tot}} = N \times M$ est le nombre total de pixels,

$$EQM = \frac{1}{N_{\text{tot}}} \sum_{x,y} (I(x,y) - \hat{I}(x,y))^2.$$

PSNR

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{EQM} \right) \text{ dB.}$$

Taux de compression

$$T = \frac{\text{taille brute}}{\text{taille JPEG}}.$$

Remarques personnelles

Les métriques comme le PSNR sont utiles mais ne reflètent pas toujours la perception visuelle. Observer les artefacts (blocs, textures perdues) reste essentiel.

4.2 Influence du facteur de qualité

Lorsque F_q augmente :

- la quantification s'adoucit, le PSNR augmente ;
- le taux de compression diminue.

Pour de faibles valeurs de F_q , on observe des artefacts visibles.

Chapitre 5

Discussion et conclusion

Le schéma JPEG combine :

1. la décorélation via la DCT ;
2. la réduction perceptuelle via la quantification ;
3. la compression entropique via Huffman.

Cette architecture reste très utilisée malgré l'apparition de standards plus récents comme JPEG 2000, HEIC ou AVIF.

Bibliographie

- [1] ITU-T Recommendation T.81, *Digital Compression and Coding of Continuous-Tone Still Images (JPEG)*, 1992.
- [2] Notes de cours “JPEG 25–26”, support pédagogique sur la chaîne JPEG, Université de Poitiers, 2025.