**TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ HÀM SỐ**

**Dạng 1. Biện luận m để phương trình có nghiệm thỏa mãn điều kiện k (hàm số khác)**

1. **(Mã 101 2019)** (Mã đề 001) Cho hai hàm số  và ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và  cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình 

(1)

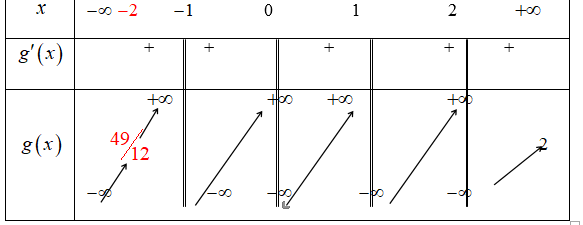
Hàm số .

Ta có 

nên hàm số  đồng biến trên mỗi khoảng , , , , .

Mặt khác ta có  và .

Bảng biến thiên hàm số :



Do đó để  và  cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại 4 điểm phân biệt .

1. **(Mã 103 2019)** Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và  cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm



Xét 

Ta có 

Có 

Dễ thấy , ta có bảng biến thiên



Hai đồ thị cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biện khi và chỉ khi phương trình  có đúng 4 nghiệm phân biệt, từ bảng biến thiên ta có: .

1. **(Mã 102 2019)** Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và  cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện  và .

Ta có phương trình hoành độ giao điểm







Đặt tập  và .

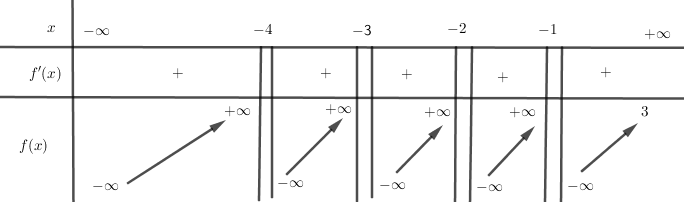


Đặt .

.

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định

;  nên ta có bảng biến thiên



Do đó để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì .

1. **(Mã 104 2019)** Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là và . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và  cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ

(1)

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của

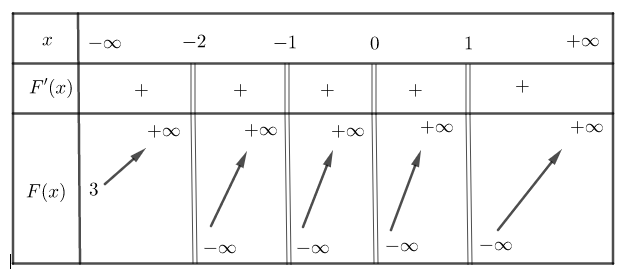


Ta có .

Mặt khác 

.

Bảng biến thiên



Để phương trình có 4 nghiệm thì .

1. Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Tính tổng tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng  của tham số  để  và  cắt nhau tại nhiều hơn hai điểm phân biệt.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Xét phương trình hoành độ giao điểm 

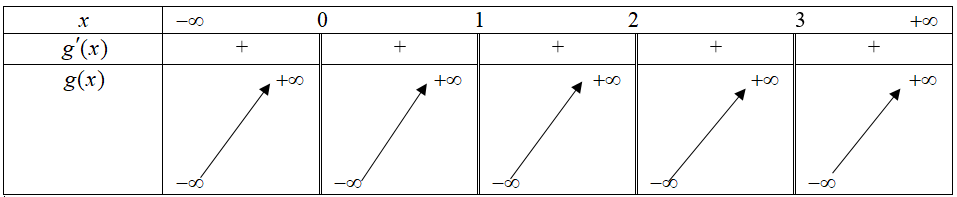
 (1).

Đặt .

Ta có  với mọi  thuộc các khoảng sau , , ,và  nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng đó.

Mặt khác ta có  và .

Bảng biến thiên hàm số



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng  luôn cắt đồ thị hàm số  tại năm điểm phân biệt nên  và  luôn cắt nhau tại đúng năm điểm phân biệt với mọi giá trị của . Kết hợp điều kiện  nguyên thuộc  nên . Khi đó tổng tất cả các giá trị  là .

1. Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Có bao nhiêu số nguyên  thuộc  để  và  cắt nhau tại 3 điểm phân biệt?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm 

 (1).

Đặt .

Ta có  với mọi  thuộc các khoảng sau , ,  và  nên hàm số  nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Mặt khác ta có  và .

Bảng biến thiên hàm số



Do đó để  và  cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có ba nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi .

Do  nguyên thuộc nên . Vậy có tất cả 2692 giá trị thỏa mãn.

1. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số  để đồ thị hai hàm số  và  cắt nhau tại  điểm phân biệt?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm: 

Điều kiện: 

Ta có:



Xét hàm số  trên 

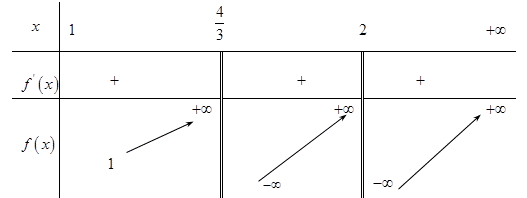
Nhận thấy, hàm số  liên tục trên các khoảng 

Ta có, 

 với 

Suy ra, hàm số  đồng biến trên .

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta suy ra đồ thị hai hàm số  và  cắt nhau tại  điểm phân biệt khi .

1. Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  và  cắt nhau tại đúng năm điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm 

.

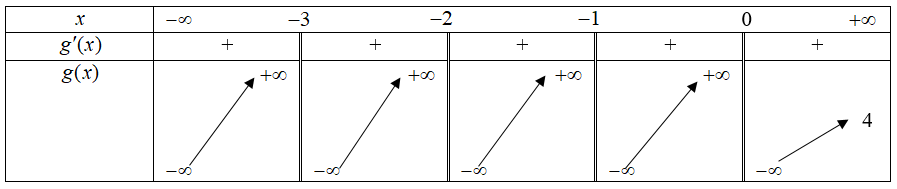
Đặt .

Ta có 

với mọi  thuộc các khoảng sau , , và  nên hàm số  đồng biến trên mỗi khoảng đó

Mặt khác ta có  và và .

Bảng biến thiên hàm số



Do đó để  và  cắt nhau tại đúng năm điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 5 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại 5 điểm phân biệt khi và chỉ khi 

1. Cho hai hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là  và . Số các giá trị  nguyên thuộc khoảng  để  và  cắt nhau tại năm điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm 

 (1).

Đặt .

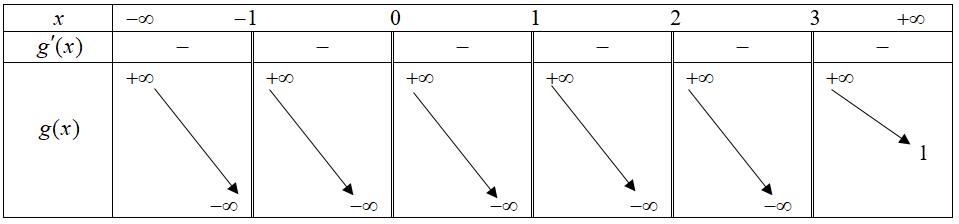
Ta có 



với mọi  thuộc các khoảng sau ,, ,,và  nên hàm số  nghịch biến trên mỗi khoảng đó.

Mặt khác ta có  và và .

Bảng biến thiên hàm số



Do đó để  và  cắt nhau tại đúng năm điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có năm nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại năm điểm phân biệt khi , do  nguyên thuộc nên . Vậy có tất cả 21 giá trị thỏa mãn.

1. Gọi  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  để bất phương trình

 nghiệm đúng với mọi . Số phần tử của tập  là

**A.** **. B.** **. C.** **. D.** **.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt 

Ta có . Giả sử  không phải là nghiệm của phương trình  thì hàm số  sẽ đổi dấu khi qua điểm , nghĩa là  không có nghiệm đúng với mọi .

Do đó, để yêu cầu bài toán được thỏa mãn thì một điều kiện cần là  phải có nghiệm , suy ra 

Điều kiện đủ:

Với  khi đó  không thỏa mãn điều kiện  nghiệm đúng với mọi . (loại)

Với , .

Vậy .

1. Có bao nhiêu cặp số thực  để bất phương trình  nghiệm

đúng với mọi 

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt 

Giả sử  không phải là nghiệm của phương trình  thì hàm số  sẽ đổi dấu khi qua điểm , nghĩa là  không có nghiệm đúng với mọi .

Do đó, để yêu cầu bài toán được thỏa mãn thì một điều kiện cần là  có nghiệm  suy ra  (1)

Lí luận tương tự có  cũng phải nhận  là nghiệm, suy ra  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ 

Điều kiện đủ:

Với  có , .

Vậy không tồn tại cặp số thực  nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

1. Trong số các cặp số thực  để bất phương trình  nghiệm đúng với mọi , tích  nhỏ nhất bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  và 

Giả sử  không phải là nghiệm của phương trình  thì hàm số  sẽ đổi dấu khi qua điểm , nghĩa  không có nghiệm đúng với mọi .

Do đó yêu cầu bài toán được thỏa mãn thì một điều kiện cần là có nghiệm  suy ra hoặc  hoặc là phương trình  có hai nghiệm  và 

Trường hợp 1: 

Trường hợp 2: phương trình  có hai nghiệm  và 

Ta thay vào phương trình  có . Với  có phương trình 

Vì  cũng là nghiệm của phương trình nên .

Trong trường hợp 1:  suy ra tích  nhỏ nhất khi 

Và với , tích  thì bất phương trình đã cho tương đương với

 thỏa mãn với mọi  (nhận)

Trong trường hợp 2: Tích 

Vậy tích  nhỏ nhất khi .

1. Cho 2 hàm số  và  ( là tham số thực) có đồ thị lần lượt là , . Tập hợp tất cả các giá trị của  để  cắt  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

.

Xét hàm số .

Ta có .

.

; .

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình  luôn có nghiệm với mọi .Vậy để cắt  thì .

1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  thuộc đoạn  để phương trình  có nghiệm thực?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đk: .

Phương trình đã cho . (\*)

Đặt , với .

Có . Suy ra  nghịch biến trên khoảng .

: .

Từ (\*) .

Nếu  (vô lí).

Nếu , ta có .

Có .

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình có nghiệm thực khi và chỉ khi .

Do đó .

Vậy có  giá trị nguyên của tham số thực .

1. **(Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm - Quảng Nam - 2020)** Tập hợp tất cả các số thực của tham số m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc đoạnlà:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:



Với . Do 

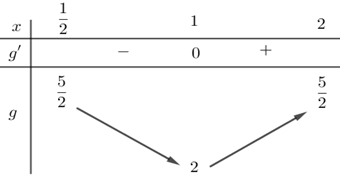
Hàm số đồng biến trên . Nên 

.

Xét hàm số  trên 

Ta có: 

Bảng biến thiên.



Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc  khi và chỉ khi .

1. **(Chuyên Hùng Vương - Phú Thọ - 2020)** Có bao nhiêu  nguyên dương để hai đường cong  và  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương?

**A.** 35. **B.** 37. **C.** 36. **D.** 34.

**Lời giải.**

**ChọnC**

Điều kiện: .

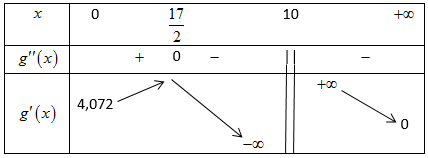
Xét trên , phương trình hoành độ giao điểm của  và  là

.

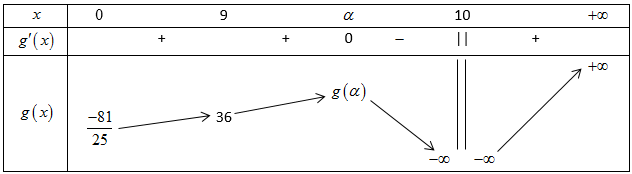
Đặt  với .

Ta có: ; .

 có bảng biến thiên như sau



Suy ra phương trình  có một nghiệm duy nhất . Lại có  nên . Ta có bảng biến thiên của  trên :



Từ đó suy ra phương trình  có 3 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi .

Trên khoảng  thì  nên .

Vậy những giá trị  nguyên dương thỏa mãn yêu cẩu bài toán là 1; 2; 3; …; 36 hay có 36 giá trị của  cần tìm.

1. **(Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020)** Cho hàm số  Có bao nhiêu giá trị nguyên của  thuộc đoạn

 để phương trình  có 2020 nghiệm phân biệt?

**A.** 2020. **B.** 4040. **C.** 4041. **D.** 2020.

**Lời giải**

**Chọn B**

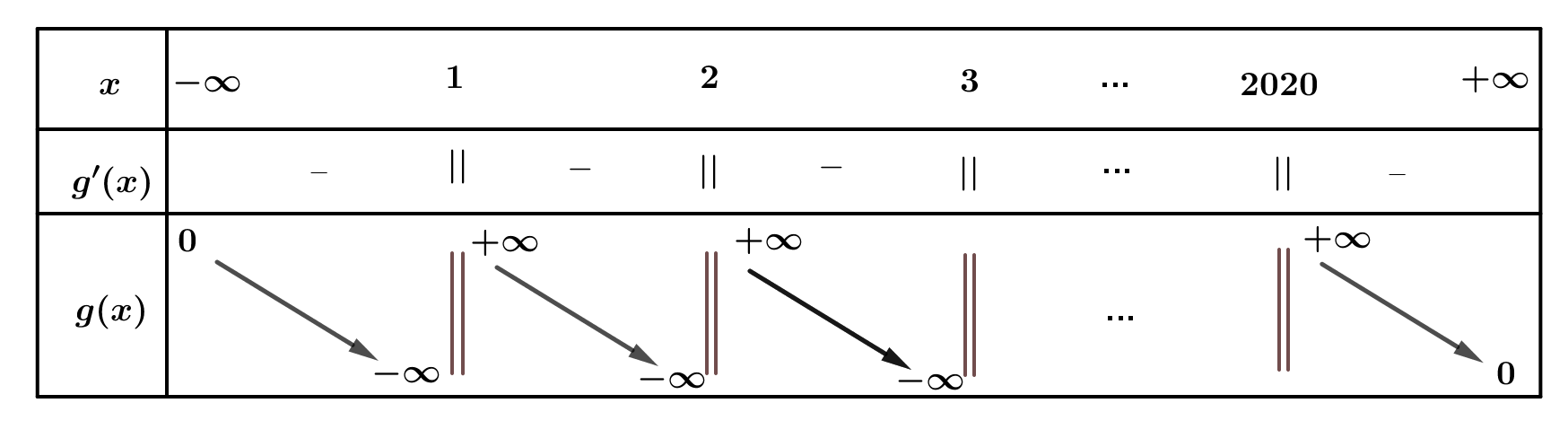
Ta có nhận xét: khi  thì phương trình  vô nghiệm.

Do đó: 

Xét hàm số .

Ta có 

Bảng biến thiên:



Dựa vào BBT, phương trình có 2020 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  hoặc .

Kết hợp với điều kiện là số nguyên thuộc  nên 

Vậy có tất cả 4040 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

1. **(ĐHQG Hà Nội - 2020)** Cho phương trình . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất thuộc .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt với , với mỗi chỉ có một 

Ta có 

Bài toán trở thành tìm để phương trình (1) có nghiệm duy nhất 

Đặt 



Ta tìm để phương trình có nghiệm duy 

Xét 

Vậy  vậy có 15 giá trị nguyên của m.

1. **(Sở Ninh Bình 2020)** Cho hai hàm số  và , Tổng tất các các giá trị nguyên của tham số để đồ thị hai hàm số cắt nhau tại một điểm duy nhất là

**A.** . **B.** . **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Phương trình hoành độ điểm chung của hai đồ thị hàm số là

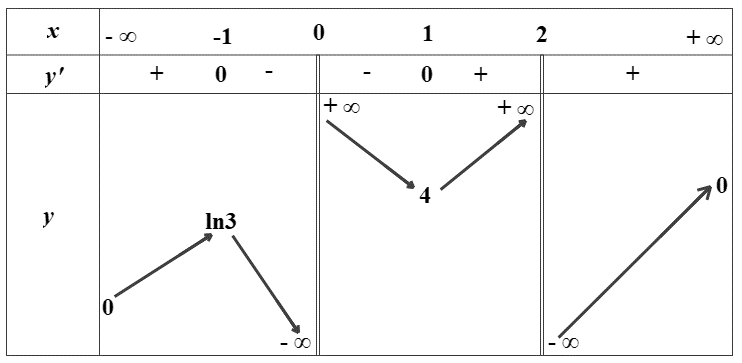


Đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại một điểm duy nhất khi và chỉ khi (\*) có duy nhất một nghiệm.

+ Xét hàm số 

Ta có , do vậy 

bảng biến thiên hàm số như sau



+ Qua bảng biến thiên này ta có (\*) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi 

+ Tư đây yêu cầu bài toán xãy ra khi và chỉ khi .

1. **(Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2020)** Cho hai hàm số ;  có đồ thị lần lượt là , . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số trên đoạn  để  cắt  tại 3 điểm phân biệt?

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị  và :

 (1)

Để đồ thị  cắt  tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Với : Không là nghiệm của phương trình (1).

Với  ta có:

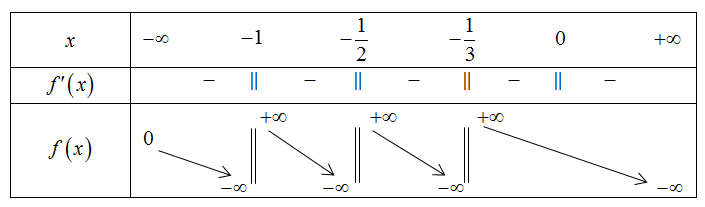
.

Xét hàm số , .

Suy ra: .

Ta có:  và không xác định tại .

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì . Do đó có 2021 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

1. **(Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2020)** Cho hàm số  và đường thẳng ( là tham số thực).

Số giá trị nguyên của để đường thẳng  cắt đồ thị  tại bốn điểm phân biệt là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét pt hoành độ giao điểm của hai đồ thị:



Đặt:  ta được hệ: 



Suy ra: 

YCBTphải có 4 nghiệm phân biệt khác 3đều phải có hai nghiệm pb khác 3 và các nghiệm của chúng không trùng nhau.

-đều có hai nghiệm pb khác 3 khi: 

-không có nghiệm trùng nhau  Hệ:Vô nghiệm

 Vô nghiệm

 Vô nghiệm





Vậy số giá trị nguyên của  đồng thời thỏa mãn  và  là 15.

1. **(Thanh Chương 1 - Nghệ An - 2020)** Cho hai hàm số  và  có đồ thị lần lượt là  và . Gọi  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  thuộc đoạn  để  và  cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Số phần tử của tập hợp  bằng

**A. **. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta biết  cắt  tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình  có hai nghiệm phân biệt.

Điều kiện: .

Nếu  thì phương trình  vô nghiệm. Suy ra .

Khi đó 

.

Xét hàm số . Tập xác định .

. Suy ra hàm số  đồng biến trên .

Do đó .

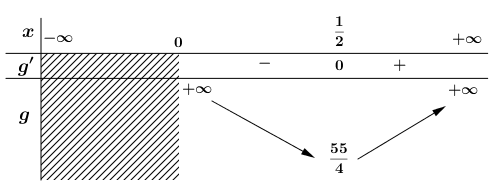
Nếu  Phương trình  vô nghiệm.

Khi đó  nên .

Đặt . .

Phương trình  có một nghiệm  trên khoảng .

Bảng biến thiên



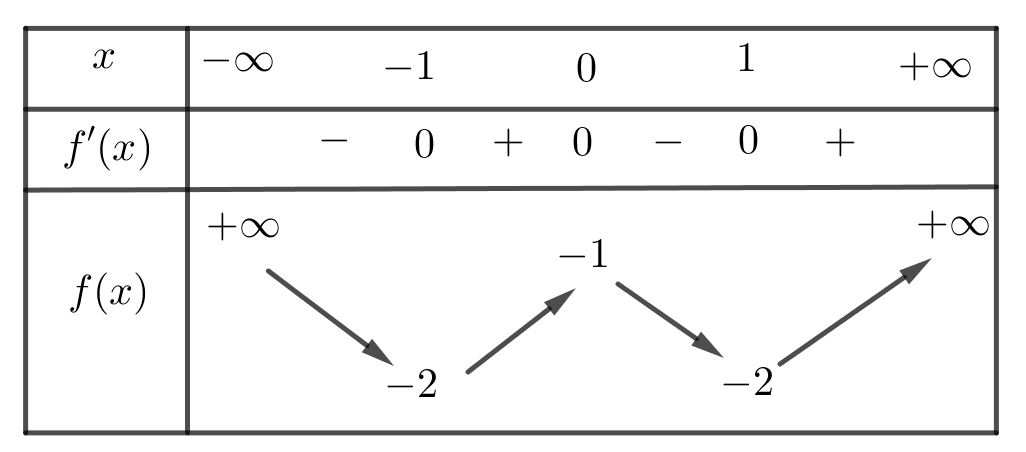
Suy ra  có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi ( thỏa ).

Kết hợp với  nguyên và  ta có được  nguyên và .

Khi đó  có  phần tử.

**Dạng 2. Tương giao hàm hợp, hàm ẩn**

1. **(Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt . Do  nên .

Khi đó ta có phương trình .

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình  có 2 nghiệm  và .

**Trường hợp 1**: 

Ứng với mỗi giá trị  thì phương trình có 4 nghiệm 

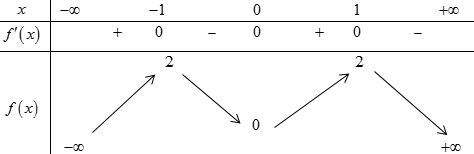
**Trường hợp 2**: 

Ứng với mỗi giá trị  thì phương trình có 4 nghiệm 

Hiển nhiên cả 6 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc đoạn 

1. **(Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt , 

Khi đó phương trình  trở thành 

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của hàm số  và đường thẳng .

Dựa vào bảng biến thiên, ta có .

**Trường hợp 1**: 

Ứng với mỗi giá trị  thì phương trình  có  nghiệm  thỏa mãn.

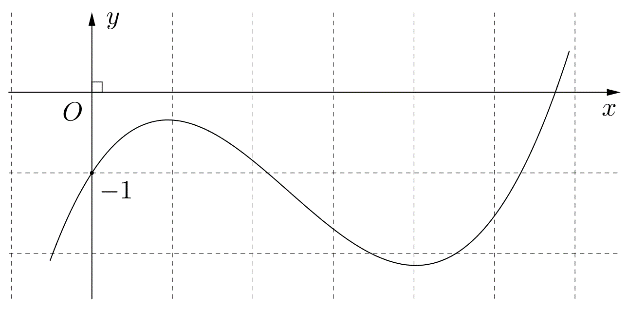
**Trường hợp 2**: 

Ứng với mỗi giá trị  thì phương trình có  nghiệm thỏa mãn 

Hiển nhiên cả 5 nghiệm trong 2 trường hợp trên đều khác nhau.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn .

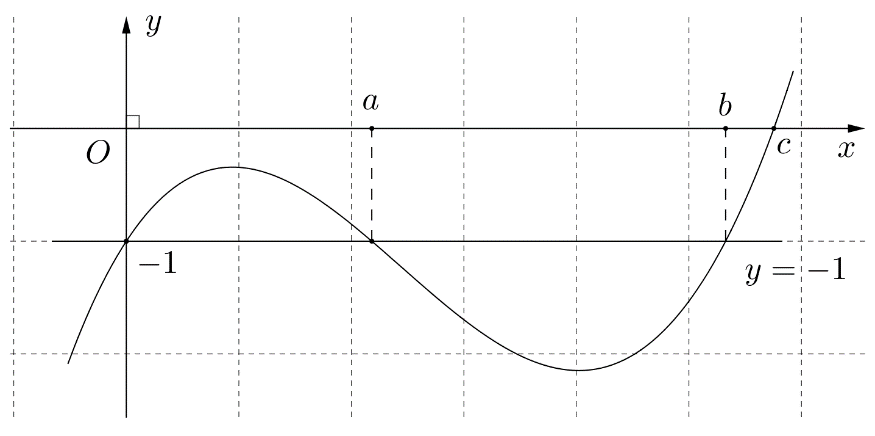
1. **(Mã 101 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  là



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C.**



  có một nghiệm dương .

 Xét phương trình  với .

Đặt .

.

 Với , nhìn hình ta ta thấy 

 có tối đa một nghiệm.

Mặt khác  và  liên tục trên 

 có duy nhất nghiệm trên .

 Với  thì  vô nghiệm.

 Với , nhìn hình ta ta thấy 

 có tối đa một nghiệm.

Mặt khác  và  liên tục trên .

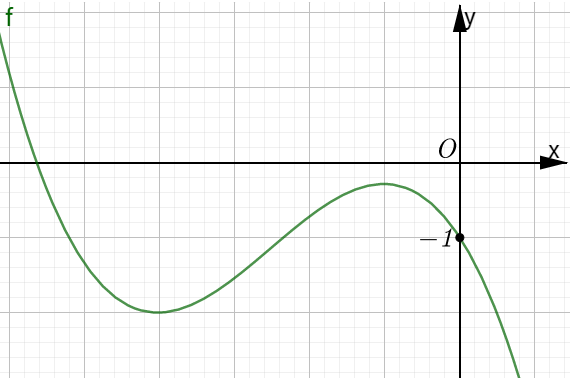
 có duy nhất nghiệm trên .

Tóm lại  có đúng hai nghiệm trên .

Suy ra hai phương trình ,  có 4 nghiệm phân biệt khác 0 và khác .

Vậy phương trình  có đúng 6 nghiệm.

1. **(Mã 102 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị, ta thấy 

+ Phương trình  tương đương .

+ Các hàm số  và  đồng biến trên các khoảng  và , và nhận xét rằng  không phải là nghiệm của phương trình  nên:

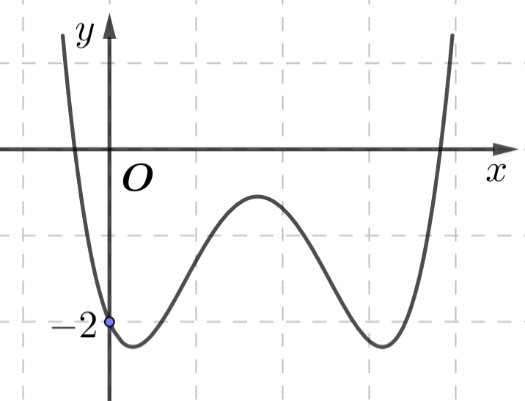
.

+ Trên khoảng , ta có  nên các phương trình  và  có nghiệm duy nhất.

+ Trên khoảng , ta có  nên các phương trình  và  có nghiệm duy nhất.

Do đó, phương trình  có  nghiệm phân biệt.

1. **(Mã 103 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số bậc bốn  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

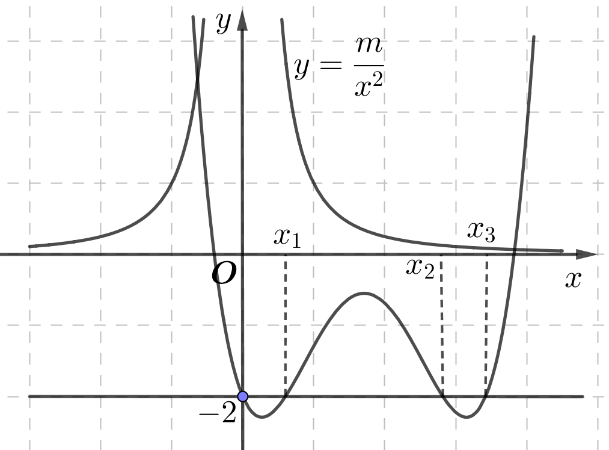


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



 với .

Xét phương trình .

Gọi  là hoành độ giao điểm của  và ; .

. Đặt 

Đạo hàm .

Trường hợp 1: 

Ta có . Phương trình  có một nghiệm thuộc .

Trường hợp 2: 

,  suy ra .

Trường hợp 3: 

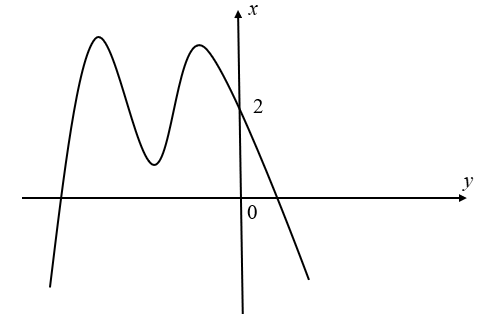
Ta có . Phương trình  có một nghiệm thuộc .

Vậy phương trình  có hai nghiệm .

Ta có: : có ba nghiệm.

Vậy phương trình  có 9 nghiệm.

1. **(Mã 104 - 2020 Lần 1)** Cho hàm số  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình là:

**A.** 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  .

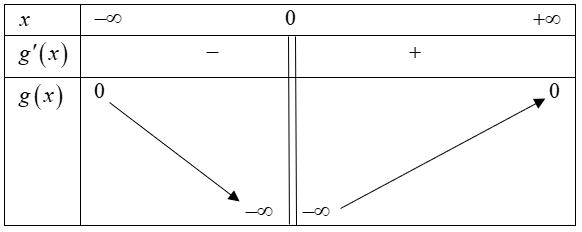
Xét phương trình:   mà  có hai nghiệm có ba nghiệm.

Xét phương trình: 

Do ;  không là nghiệm của phương trình

Xét 

Bảng biến thiên:

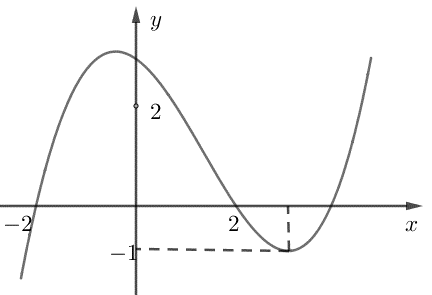


Từ bảng biến thiên với  có 2 nghiệm.

Tương tự:  và  mỗi phương trình cũng có hai nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình  là 9 nghiệm.

1. **(Mã 103 2019)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình  là

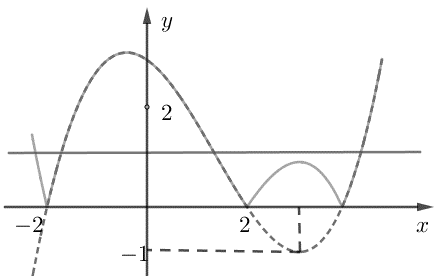


**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

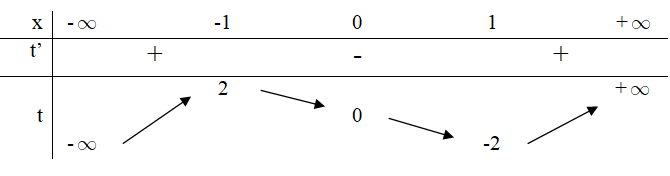
**Chọn C**

Đặt  ta có phương trình .



Từ đồ thị hàm số  và đường thẳng  ta suy ra phương trình  có 4 nghiệm 

Xét hàm . Ta có  Ta có bảng biến thiên



Với  phương trình:  cho ta 1 nghiệm.

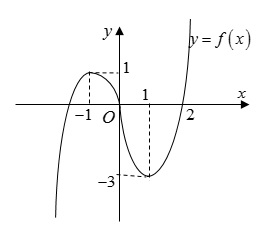
Với  phương trình:  cho ta 3 nghiệm.

Với  phương trình:  cho ta 3 nghiệm.

Với  phương trình:  cho ta 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm. Chọn C

1. Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

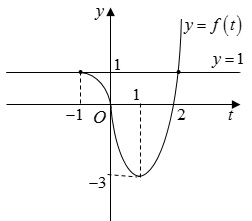
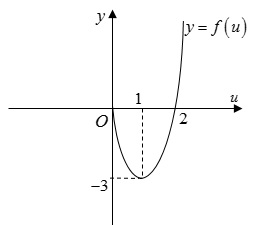
Đặt , từ đồ thị suy ra: .

Đặt , .

Ứng với mỗi nghiệm , có một nghiệm .

Ứng với mỗi nghiệm , có hai nghiệm .

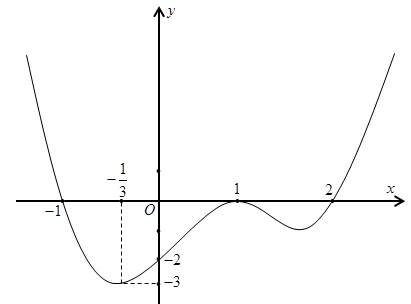
Ứng với mỗi nghiệm , có một nghiệm .



Phương trình  có một nghiệm  và một nghiệm .

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

1. Cho hàm số có đạo hàm cấp 2 trên  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt  Gọi là tập nghiệm của phương trình  Số phần tử của tập  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hàm số có đạo hàm cấp 2 trên  nên hàm số và xác định trên 

Do đó, tập xác định của hàm số là 

Ta có: 

Từ đồ thị ta cũng có:

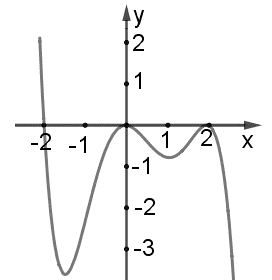






Vậy phương trình  có 9 nghiệm.

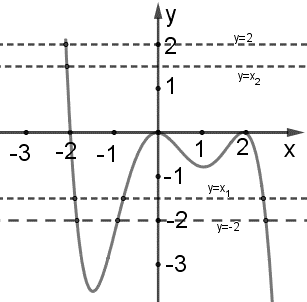
1. **(THPT Cẩm Bình Hà Tỉnh 2019)** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ. Đặt . Hỏi phương trình  có mấy nghiệm thực phân biệt?



**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có 



Có ; 

Dựa vào đồ thị ta thấy:

 có  nghiệm phân biệt là , trong đó có  nghiệm trùng với nghiệm của .

 có  nghiệm phân biệt .

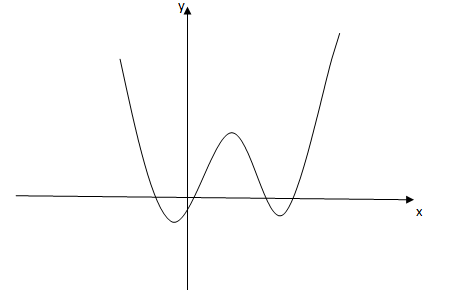
 có  nghiệm duy nhất .

 có  nghiệm duy nhất .

Cũng từ đồ thị có thể thấy các nghiệm  đôi một khác nhau.

Vậy  có tổng cộng  nghiệm phân biệt.

1. Biết rằng đồ thị hàm số  được cho như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số  và trục  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn D**

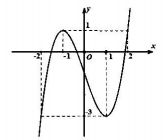
Đặt .

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  và trục  là 

 vô nghiệm.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số  và trục  là .

1. **(Chuyên Lam Sơn 2019)** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có 

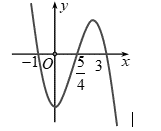
Khi đó: 

+ Ta thấy hai phương trình ; đều có ba nghiệm phân biệt.

Phương trình có một nghiệm.

Vậy phương trình có  nghiệm.

1. **(Đề tham khảo 2019)** Cho hàm số ,. Hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tập nghiệm của phương trình  có số phần tử là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  

Dựa vào đồ thị  ta thấy phương trình  có ba nghiệm đơn là , , .

Do đó  và . Hay  .

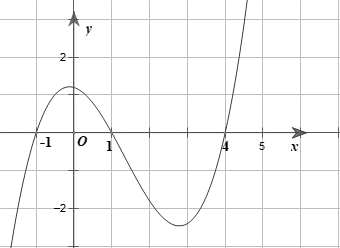
Từ  và  suy ra ,  và .

Khi đó phương trình 

.

Vậy tập nghiệm của phương trình  là .

1. **(Chuyên Bắc Giang 2019)** Cho hàm số , trong đó . Biết rằng hàm số  có đồ như hình vẽ dưới.



Tập nghiệm của phương trình  có tất cả bao nhiêu phần tử.

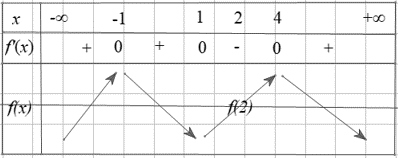
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị ta thấy 

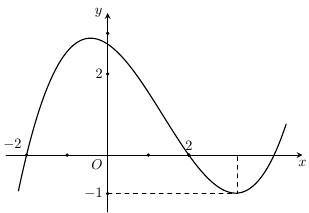
Ta có bảng biến thiên



Phương trình 

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

1. **(Mã 104 2019)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  là



**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

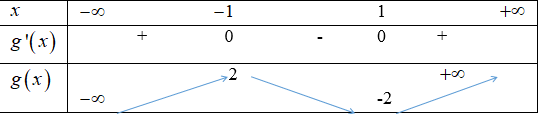
**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  (1)

Ta có 

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có với  cho ta 3 giá trị  thỏa mãn (1)

 cho ta 2 giá trị  thỏa mãn (1)

 cho ta 1 giá trị  thỏa mãn (1).

Phương trình  (2) trở thành



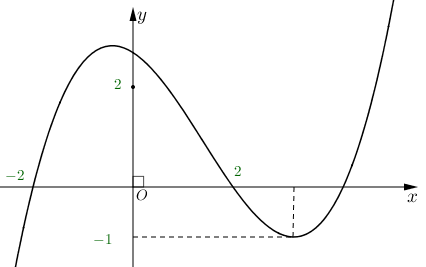
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Phương trình có 3 nghiệm thỏa mãn có 7 nghiệm của phương trình (2).

+ Phương trình  có 3 nghiệm thỏa mãn có 3 nghiệm của phương trình (2).

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

1. **(Mã 101 2019)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình  là

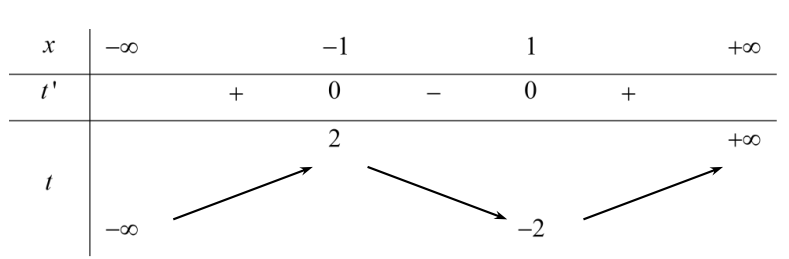


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

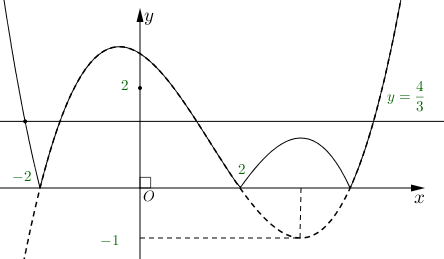
**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt . Ta có bảng biến thiên



Khi đó 



Dựa vào đồ thị hàm số  ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt  , .

Mỗi nghiệm  của phương trình , ta thay vào phương trình  để tìm nghiệm .

Khi đó

+  phương trình  có 1 nghiệm.

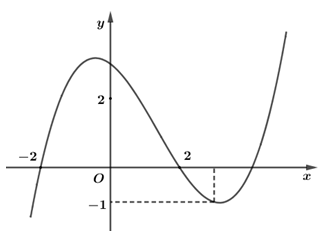
+  phương trình  có 3 nghiệm.

+  phương trình  có 3 nghiệm.

+  phương trình  có 1 nghiệm.

Vậy phương trình có 8 nghiệm.

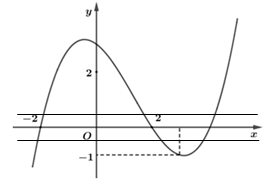
1. **(Mã 102 2019)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình



**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có 

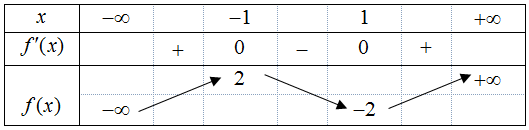
+) 

+)

Xét hàm số 

Ta có 

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có

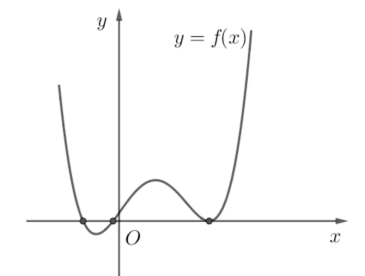
Phương trình:  có  nghiệm.

Phương trình:  có  nghiệm.

Mỗi phương trình , đều có một nghiệm

Từ đó suy ra phương trình có  nghiệm.

1. Cho  là một hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình dưới đây.



Tập nghiệm của phương trình  có số phần tử là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình 

Do  có ba nghiệm  và  suy ra  là một nghiệm của (1)

Ta có 

Với 

 vô nghiệm.

Vậy, phương trình (1) có đúng một nghiệm 

1. **(KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho hai hàm số  có đồ thị như hình sau:



Khi đó tổng số nghiệm của hai phương trình  và  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Quan sát đồ thị ta thấy: .

Do đó: 

Phương trình  có đúng  nghiệm; Phương trình  có đúng  nghiệm; Phương trình  có đúng  nghiệm; Phương trình  có đúng  nghiệm; Phương trình  có đúng  nghiệm. Tất cả các nghiệm trên đều phân biệt nên phương trình  có đúng  nghiệm.

Quan sát đồ thị ta thấy:  

Do đó  

Phương trình  có  nghiệm; Phương trình  có  nghiệm; Phương trình  có  nghiệm.

Tất cả các nghiệm này đều phân biệt nên phương trình  có đúng  nghiệm.

Vậy tổng số nghiệm của hai phương trình  và  là  nghiệm.

1. **(THPT Nghĩa Hưng 2019)** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên . Hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

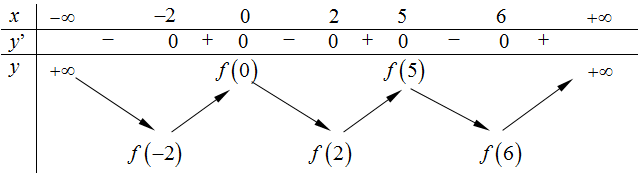


Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là

**A.** 5 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

**Lời giải**

Từ đồ thị của hàm số  ta có BBT



Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi 

Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi 

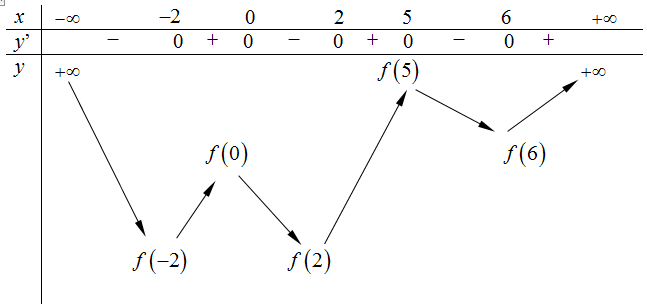
Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi 

; ; 

Từ đồ thị ta thấy 

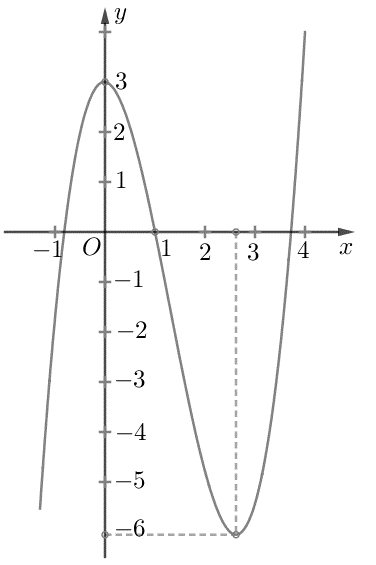
và 

Khi đó ta có BBT chính xác ( dạng đồ thị chính xác ) như sau:



Vậy phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn 

1. **(Chuyên Vĩnh Phúc 2019)** Cho hàm số  có đạo hàm trên  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt . Tìm số nghiệm của phương trình .

.

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Lời giải**.

Ta có:  .

Theo đồ thị hàm số suy ra.

, với .

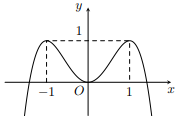
.

Phương trình : có  nghiệm phân biệt khác nghiệm phương trình .

Phương trình :  có 3 nghiệm phân biệt khác nghiệm phương trình  và phương trình .

Vậy phương trình ban đầu có 8 nghiệm phân biệt.

1. **(THPT Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2019)** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên đây, trong đó  là các hệ số thực. Số nghiệm của phương trình  là



**A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ hình vẽ ta có dạng đồ thị của hàm trùng phương nên 

Ta có 

Từ đồ thị 

 và 

Như vậy phương trình 

 với 

Đặt  ta được phương trình  với 

Nhận thấy: Hàm số  liên tục trên đoạn  và 

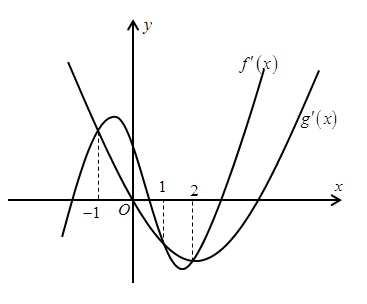
 có ít nhất 1 nghiệm thuộc .

Hàm số  liên tục trên đoạn  và 

 có ít nhất 1 nghiệm thuộc .

Mà  là phương trình bậc hai chỉ có tối hai nghiệm nên  có duy nhất một nghiệm thuộc . Suy ra  có duy nhất một nghiệm  Suy ra phương trình  với  luôn có 4 nghiệm *x* phân biệt.

1. **(Sở Hưng Yên - 2019)** Cho các hàm số  và ,  thỏa mãn . Các hàm số  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Tập nghiệm của phương trình  có số phần tử là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

+) Từ giả thiết  suy ra  do đó phương trình  tương đương với: 

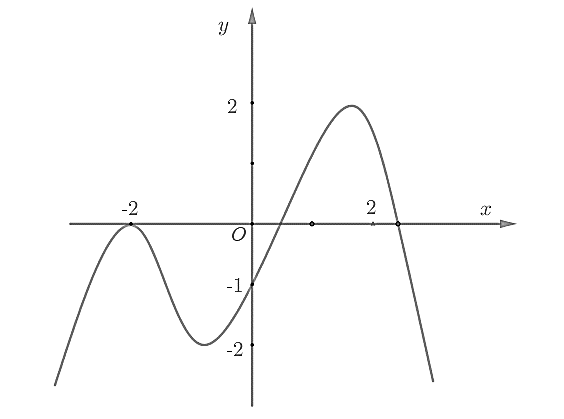
+) Từ đồ thị của các hàm số  suy ra  và.

Từ đó ta có phương trình: .

Sử dụng máy tính Casio ta được phương trình có 1 nghiệm và nghiệm đó khác .

Vậy tập nghiệm của phương trình  có 2 phần tử.

1. **(Sở Hà Tĩnh - 2019)** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp nghiệm của phương trình  có bao nhiêu phần tử?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị ta có .

+ Với .

+ Với .

+ Với .

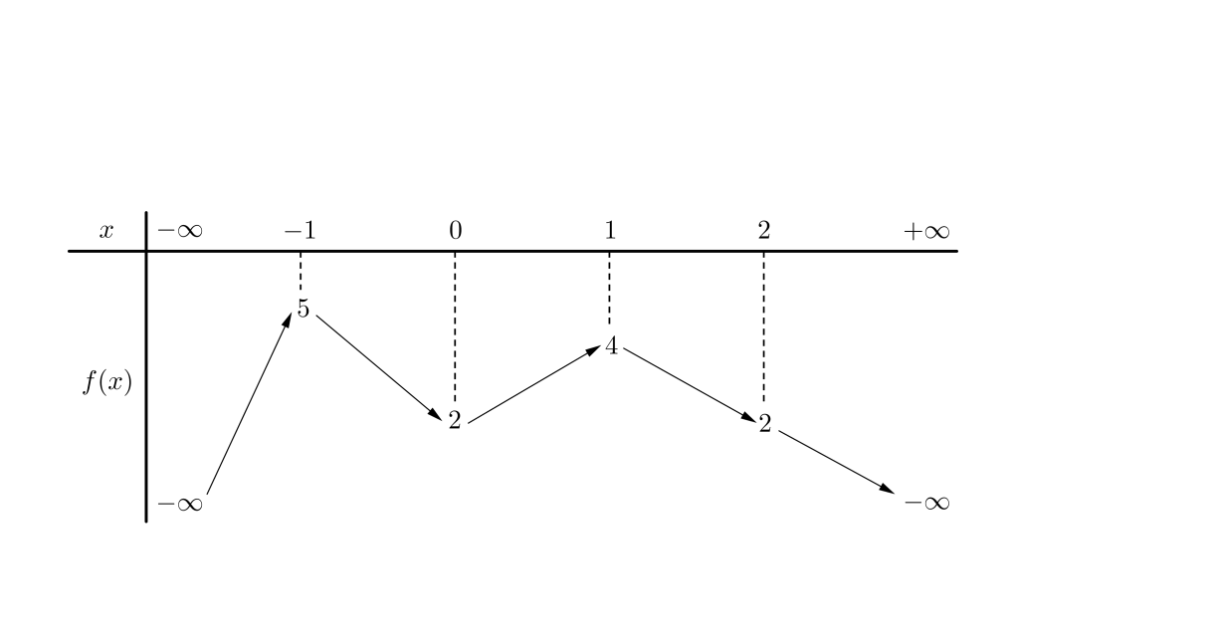
+ Với  vô nghiệm.

Ta thấy hàm số  đơn điệu trên ,  nên .

Hàm số  đơn điệu trên ,  nên .

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

1. **(THPT Nguyễn Đức Cảnh - 2019)** Cho hàm số  có bảng biến thiên



Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

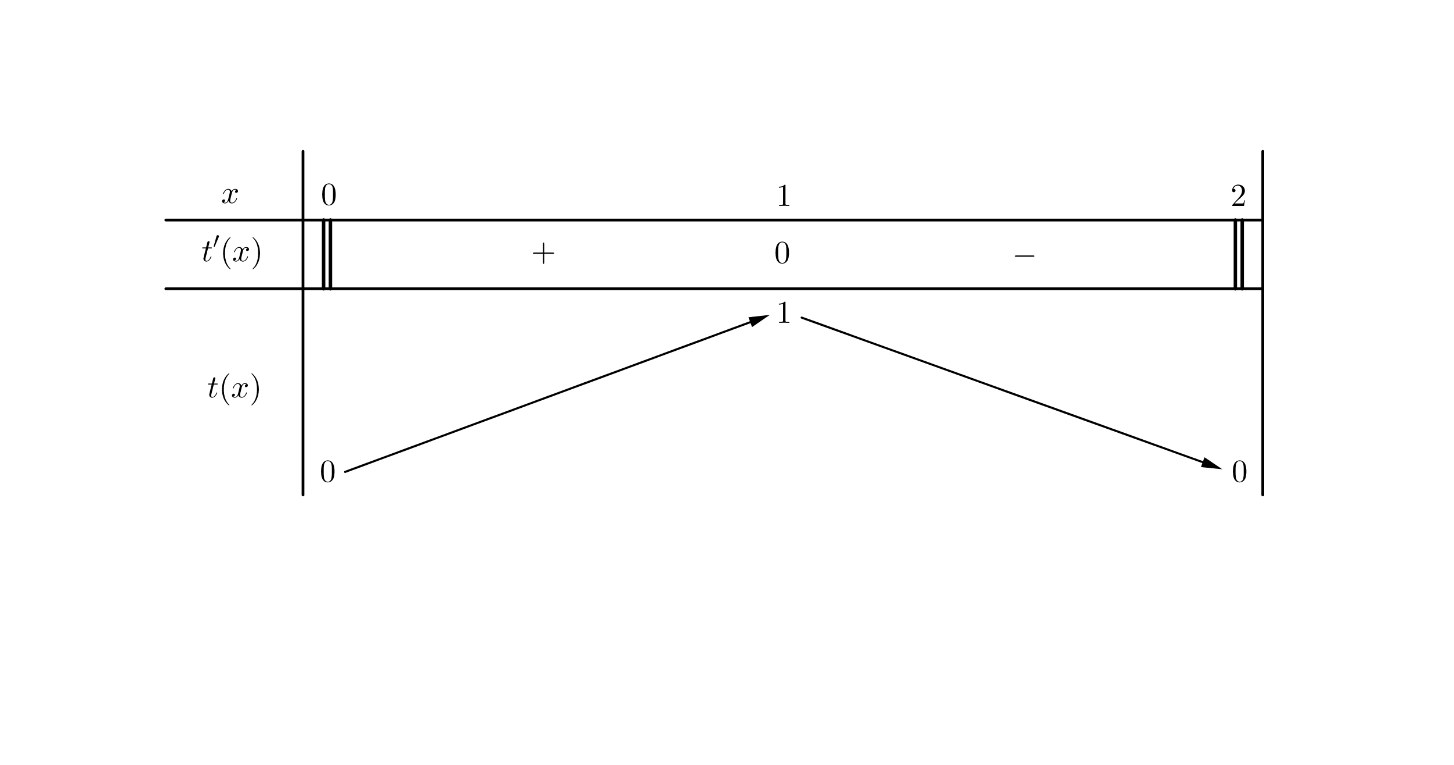
**Lời giải**

**Chọn B**

Trước hết, xét hàm số , .

Ta có , . .

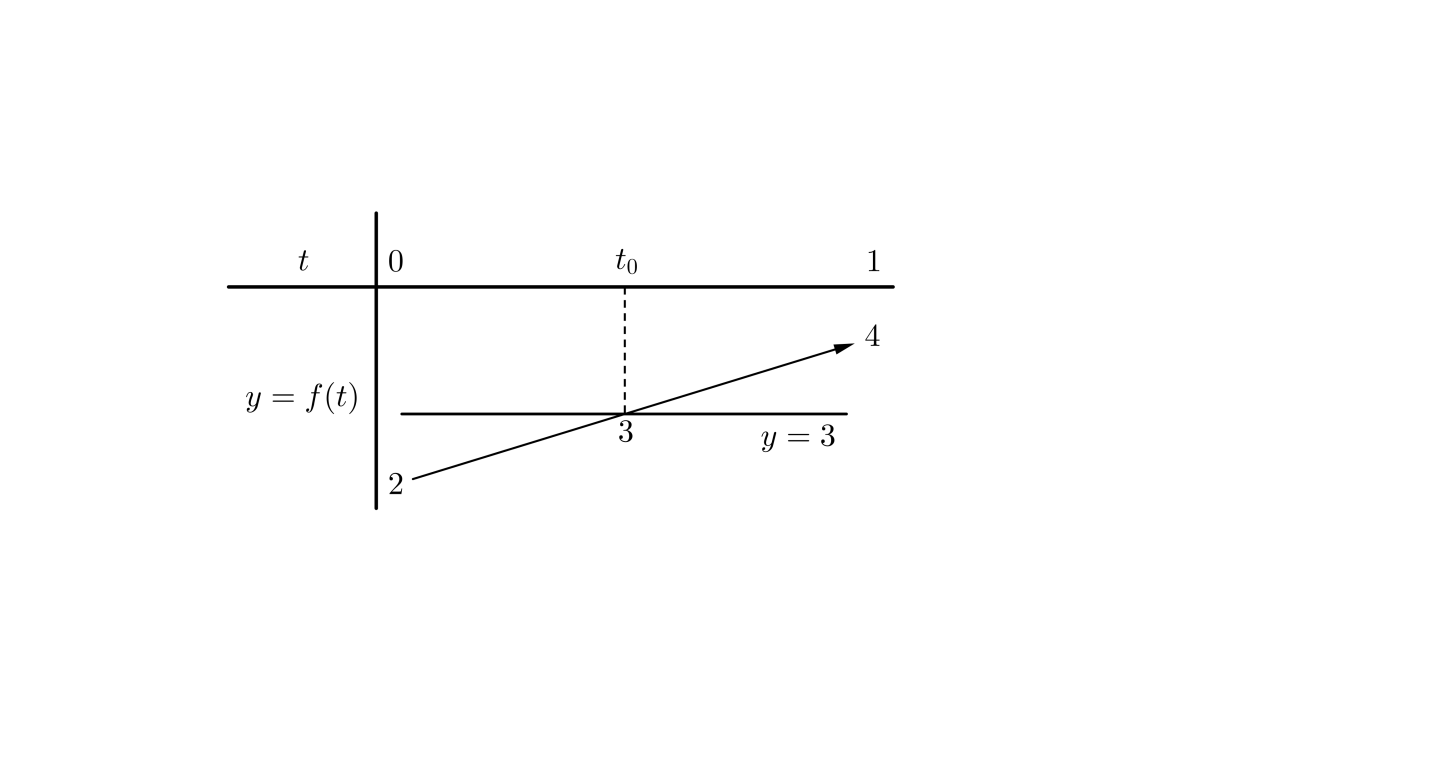
Bảng biến thiên của :



, .

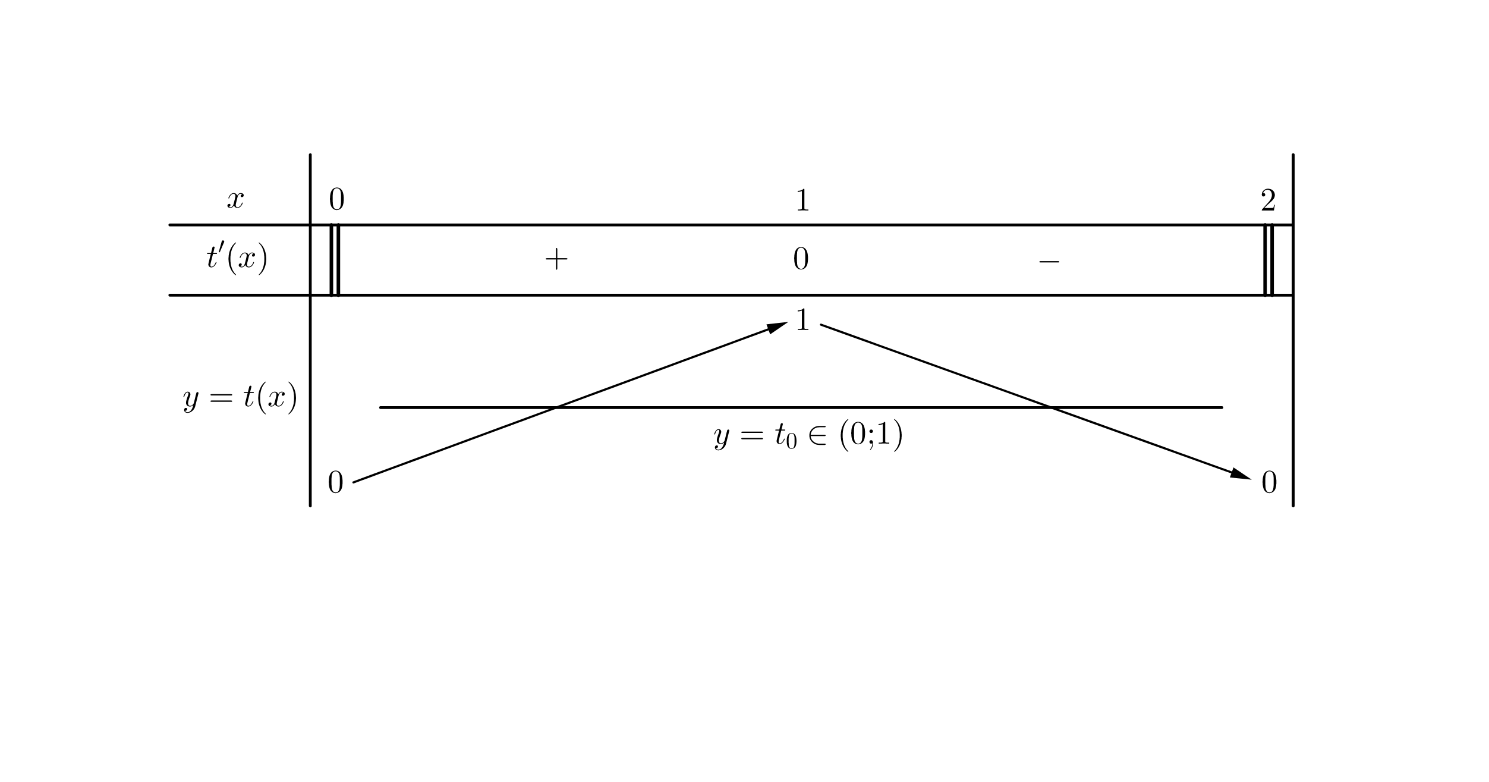
Lúc này, phương trình  trở thành  với .

Theo bảng biến thiên của hàm số  trên đoạn  thì đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại đúng 1 điểm có hoành độ thuộc khoảng  nên phương trình  có đúng 1 nghiệm  với .



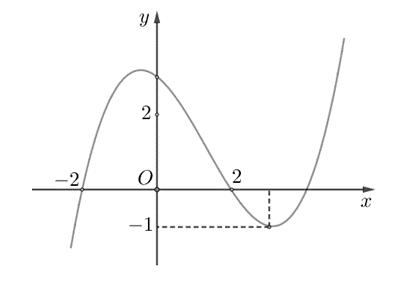
Khi đó, phương trình  , .

Mặt khác, theo bảng biến thiên của hàm số , với mỗi  thì đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại đúng 2 điểm phân biệt nên phương trình  có đúng 2 nghiệm phân biệt.



Vậy phương trình  có đúng 2 nghiệm.

1. **(Chuyên Lam Sơn - 2020)** Cho hàm số bậc ba  có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm thực của phương trình  là

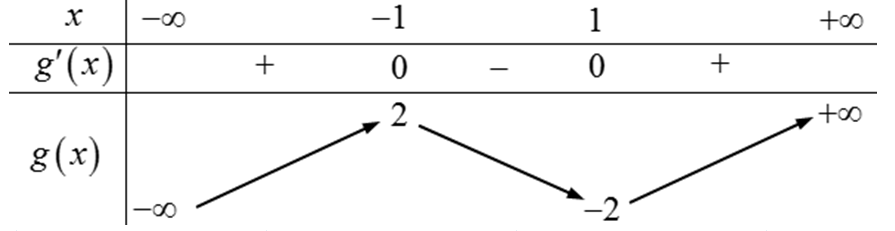
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét phương trình  (1)

Đặt , ta có bảng biến thiên của hàm số  như sau:



Từ bảng biến thiên, ta thấy

+ Với mỗi  hoặc , phương trình  có một nghiệm;

+ Với mỗi , phương trình  có 3 nghiệm.

Khi đó, (1) trở thành 

\* TH 1: 

+ Với Phương trình  có 3 nghiệm;

+ Với Phương trình  có 3 nghiệm;

+ Với Phương trình  có 1 nghiệm;

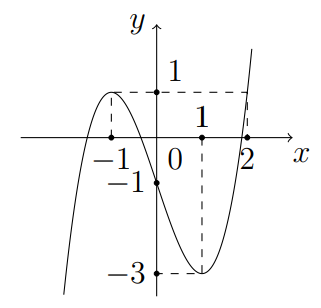
\* TH 2: 

+ Với Phương trình  có 1 nghiệm;

+ Với Phương trình  có 1 nghiệm.

Mặt khác, các nghiệm này đều phân biệt. Vậy phương trình  có 9 nghiệm phân biệt.

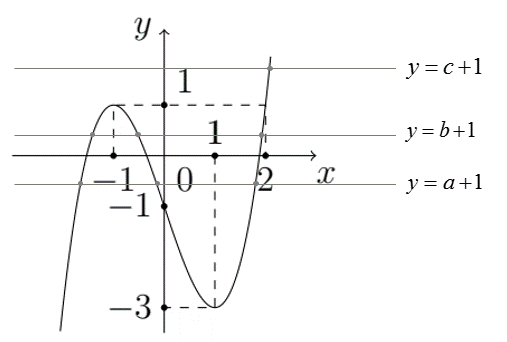
1. **(Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020)** Cho hàm số  có đồ thị như hình bên. Phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn ?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:





• Xét phương trình 

Vì  nên phương trình  vô nghiệm và phương trình  có 2 nghiệm thuộc đoạn .

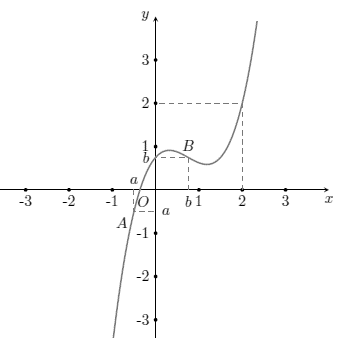
• Xét phương trình 

Vì  nên phương trình  vô nghiệm và phương trình  có 2 nghiệm thuộc đoạn .

• Xét phương trình  (vô nghiệm)

Nhận xét hai nghiệm của phương trình  không trùng với nghiệm nào của phương trình  nên phương trình  có 4 nghiệm phận biệt.

1. **(Chuyên Lương Văn Tỵ - Ninh Bình - 2020)** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ:

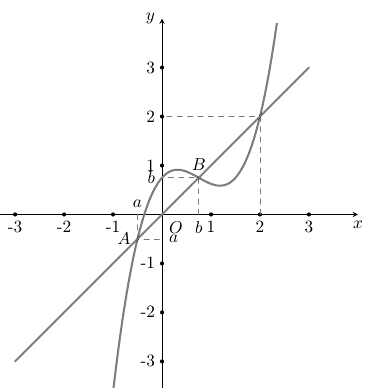


Số nghiệm nằm trong  của phương trình là

**A.** . **B.** . **C.** 5. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**



Từ đồ thị ta có 

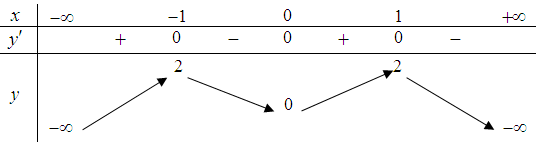
Do đó 

Dựa vào đường tròn lượng giác, phương trình (1) có 3 nghiệm nằm trong .

Phương trình (2) có nghiệm nằm trong .

Vậy phương trình ban đầu có tất cả 5 nghiệm nằm trong .

1. **(Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định - 2020)** Cho hàm số  liên tục trên  và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc khoảng  của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

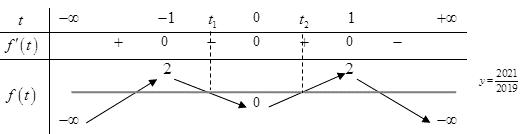
**Chọn B**

Đặt ; .

Nhận xét: với mỗi giá trị của  ta được một giá trị của .

Phương trình tương đương: .

Sử dụng bảng biến thiên của  cho  như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình  có 2 nghiệm .

Vậy phương trình  có 2 nghiệm .

1. **(Chuyên Thái Bình - 2020)** Cho  là hàm số đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình  có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn ?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**



Đặt , với .

Với , phương trình  có hai nghiệm .

Với , phương trình  có hai nghiệm .

Với , phương trình  có ba nghiệm .

Thay  vào phương trình , ta được phương trình: .

Từ đồ thị ta có:

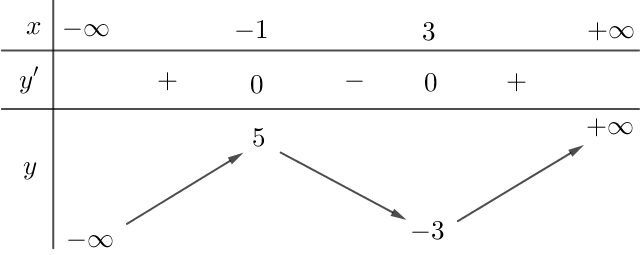
+) Phương trình (1) có 1 nghiệm , suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

+) Phương trình (2) có 1 nghiệm , suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

+) Phương trình (3) có 1 nghiệm , suy ra phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

1. **(Chuyên Thái Nguyên - 2020)** Cho hàm số  liên tục trên  và có bảng biến thiên như hình vẽ



Phương trình  có bao nhiêu nghiệm?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có .

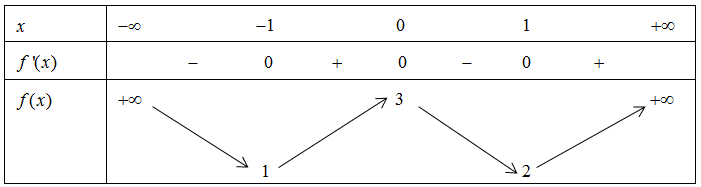
Dựa vào bảng biến thiên,

+ Phương trình  có nghiệm duy nhất thỏa mãn 

+ Phương trình  có hai nghiệm phân biệt  thỏa mãn 

Vậy phương trình đã cho có  nghiệm.

1. **(Sở Bắc Ninh - 2020)** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**



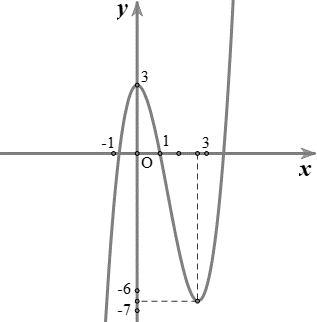


có 2 nghiệm.

có 3 nghiệm.

Vậy phương trình có 5 nghiệm.

1. **(Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2020)** Cho hàm số  có đạo hàm trên  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Đặt . Tìm số nghiệm của phương trình .



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có .

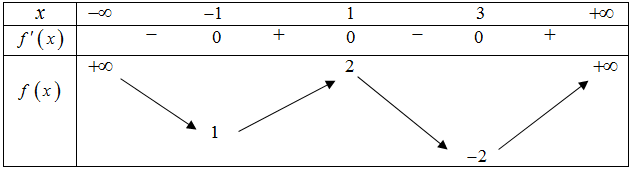
Phương trình  có 2 nghiệm

Phương trình  có 3 nghiệm

Phương trình có 3 nghiệm

Vậy phương trình có 8 nghiệm.

1. **(Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2020)** Cho hàm số  có bẳng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là

**A. **. **B. **. **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có 

(1) có 2 nghiệm trong .

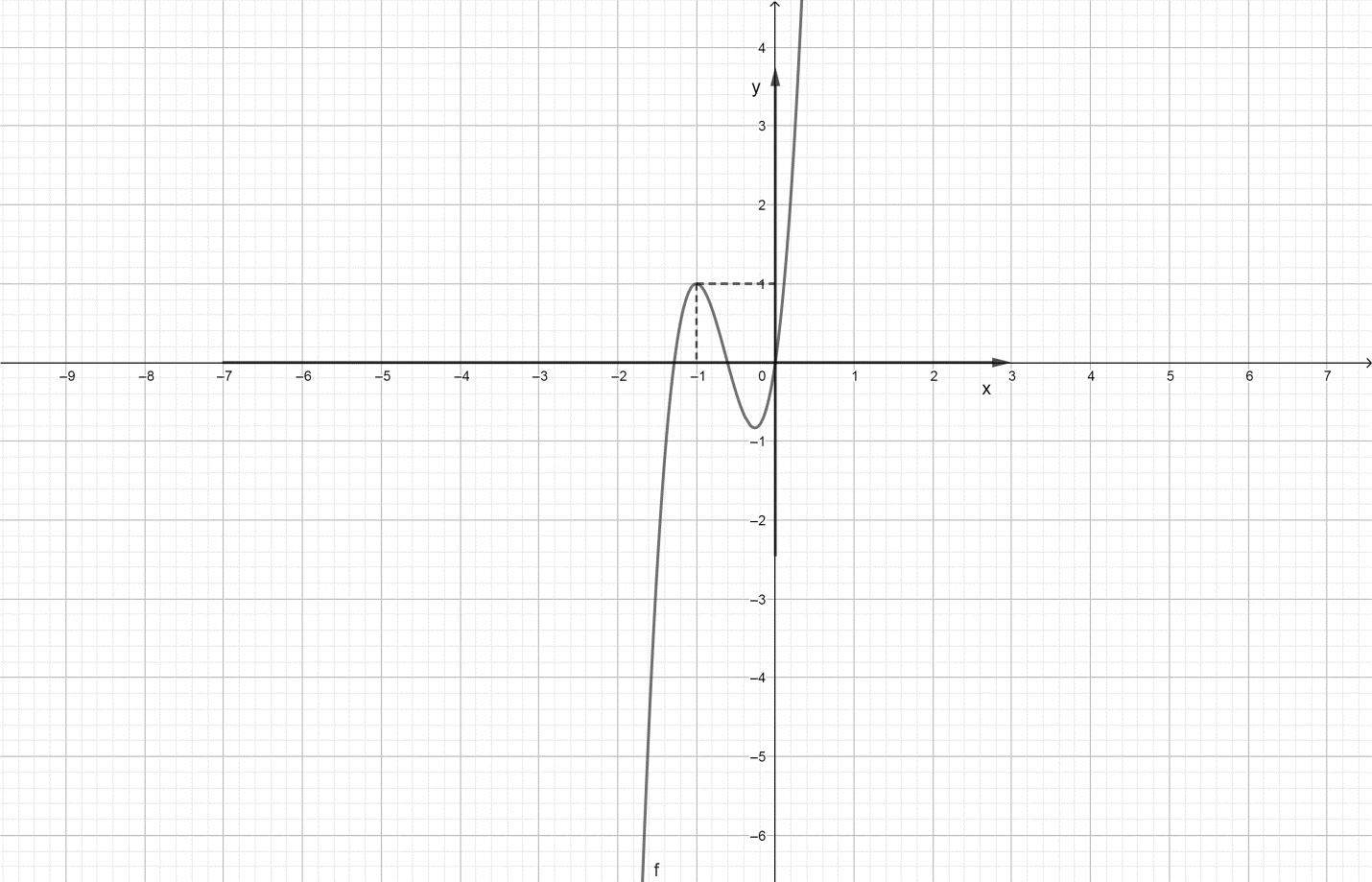
(2) có 5 nghiệm trong .

(3) vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm trong .

1. **(Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - 2020)** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình  là

**A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.



**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt , .

Ta có:  (\*).

Xét : (không thỏa).

Xét : Ta có và 

Theo đồ thị, hàm  đồng biến trên .

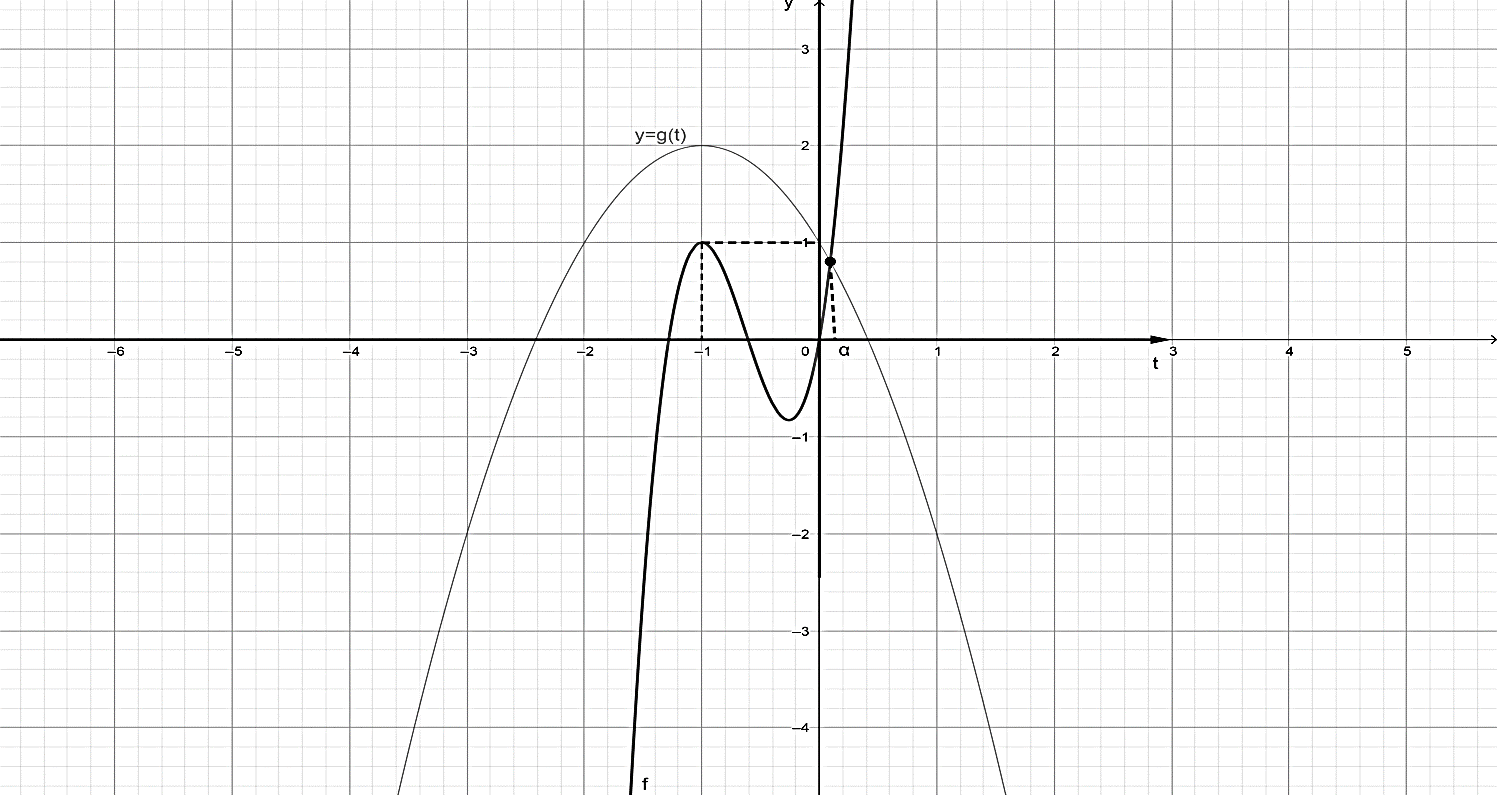
Do đó, (\*)



(\*\*)(với  )

Vì hàm  đồng biến và  nghịch biến trên  nên phương trình (\*\*) có nghiệm duy nhất 

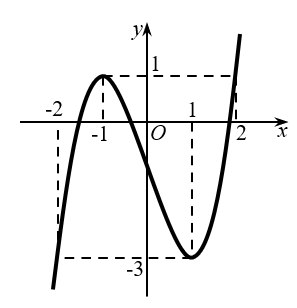
Theo đồ thị hàm  ta có .



Khi đó,  (\*\*\*).

Vì đồ thị hàm  cắt đường thẳng  tại 3 điểm phân biệt nên phương trình (\*\*\*) có 3 nghiệm phân biệt.

1. **(Lý Nhân Tông - Bắc Ninh - 2020)** Cho hàm số  liên tục trên  và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

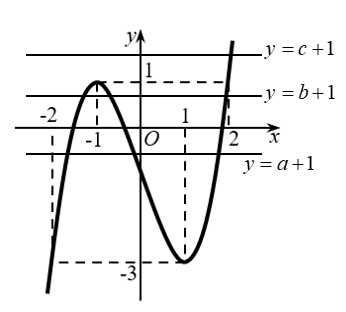
Từ đồ thị của hàm số  suy ra 

Suy ra 

+ Do  Phương trình  có 3 nghiệm phân biệt.

+ Do  Phương trình  có 3 nghiệm phân biệt.

+ Do  Phương trình  có 1 nghiệm.



Vậy phương trình  có  nghiệm.

1. **(Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020)** Cho hàm số  có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có :

.

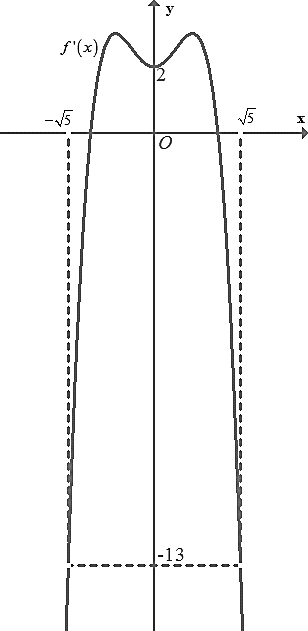
Từ bảng biến thiên suy ra:

+) Phương trình:  có 3 nghiệm.

+) Phương trình:  có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

1. **(Nguyễn Trãi - Thái Bình - 2020)** Cho hàm số  có đồ thị  như hình vẽ. Xét hàm số  với  là số thực. Để  thì điều kiện của  là



**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

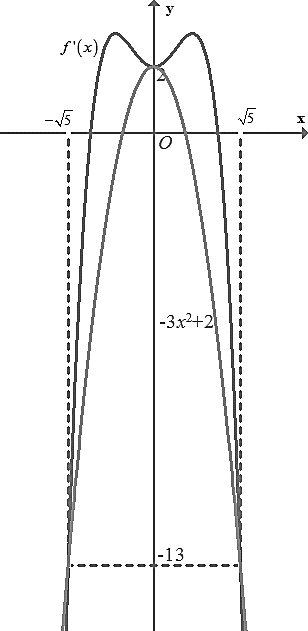
**Chọn D**

Ta có .

Đặt  thì bất phương trình 

.

Vẽ đồ thị hàm số  trên cùng hệ trục tọa độ với hàm số .



Ta thấy  nên .

Suy ra  hay 

Do đó 

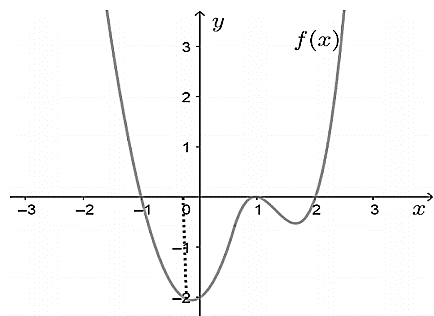


1. **(THPT Nguyễn Viết Xuân - 2020)** Cho hàm số  có đồ thị như hình vẽ. Đặt . Số nghiệm của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có 

.

+) 

+) 

Từ đồ thị suy ra

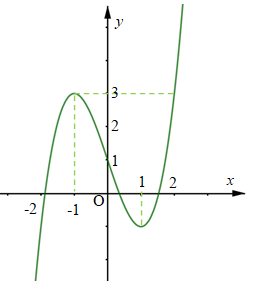
 phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt 

 phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt 

 phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt 

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

1. **(Tiên Du - Bắc Ninh - 2020)** Cho hàm số  liên tục trên và có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  ta được phương trình.

Quan sát đồ thị ta suy ra 

\* Với  ta có . Xét tương giao giữa hai đồ thị  và  nên phương trình vô nghiệm.

\* Với  ta có . Xét tương giao giữa hai đồ thị  và 

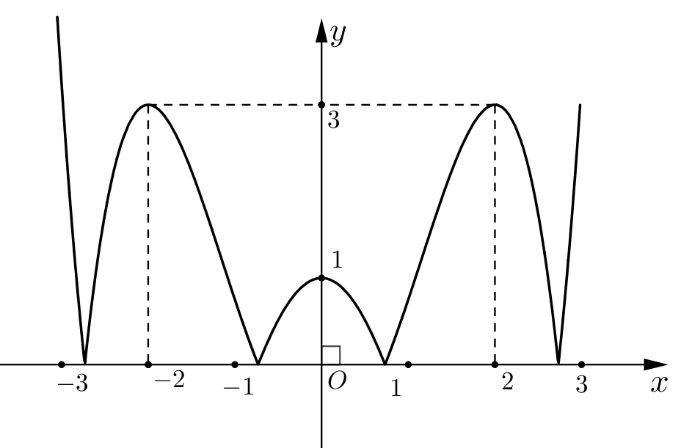
Chỉ có  thỏa mãn. Khi đó tồn tại 3 giá trị tương ứng để .

\* Với  tương tự ta có 

Chỉ có  thỏa mãn. Khi đó tồn tại 2 giá trị tương ứng để .

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc đoạn .

1. **(Lương Thế Vinh - Hà Nội - 2020)** Cho hàm số  có đồ thị nhưu hình vẽ bên. Tìm số nghiệm thuộc đoạn  của phương trình .

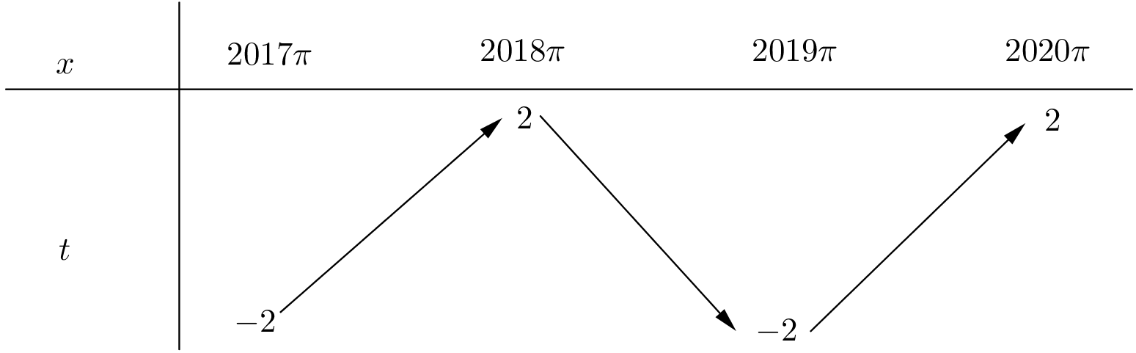


**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

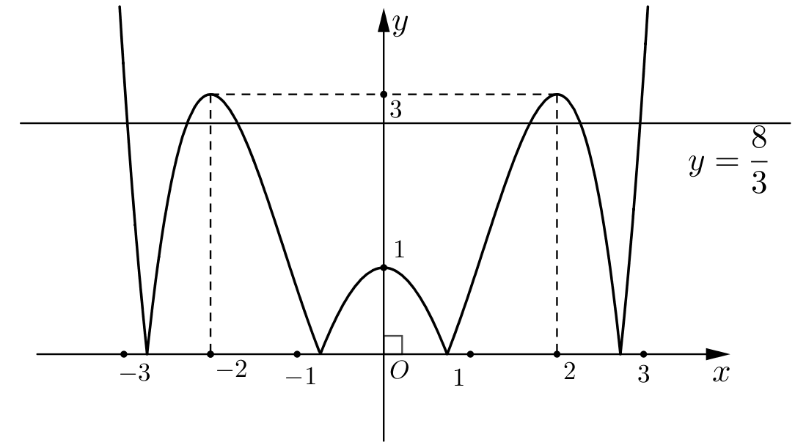
**Chọn D**

Đặt , ta có bảng biến thiên của  như sau



Khi đó .

Vẽ thêm đường thẳng  trên đồ thị  đã cho.



Xét trên đoạn , đường thẳng  cắt đồ thị hàm số  tại hai điểm  và .

Từ bảng biến thiên của , ứng với giá tị , ta tìm được 3 nghiệm  thỏa , tươngtự, ta cũng tìm được 3 nghiệm thỏa .

Vậy phương trình  có 6 nghiệm  thuộc đoạn 