Chương 3: Logic mờ

Bộ môn: Khoa học máy tính

Khoa: Công nghệ thông tin

Nội dung

1. Logic đa trị
2. Mệnh đề mờ
3. Định lượng mờ
4. Gia tử ngôn ngữ
5. Lập luận từ mệnh đề mờ có điều kiện
6. Lập luận từ mệnh đề mờ có điều kiện, có định lượng

1. Logic đa trị

- Một số phép toán logic cơ bản trong logic 3-giá trị (0, ½, 1)

		Łukasiewicz				Bochvar				Kleene				Heyting				Reichenbach			
a	*b*	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$	$\wedge$	$\vee$	$\Rightarrow$	$\Leftrightarrow$
0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
0	½	0	½	1	½	½	½	½	½	0	½	1	½	0	½	1	0	0	½	1	½
0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
½	0	0	½	½	½	½	½	½	½	0	½	½	½	0	½	0	0	0	½	½	½
½	½	½	½	1	1	½	½	½	½	½	½	½	½	½	½	1	1	½	½	1	1
½	1	½	1	1	½	½	½	½	½	½	1	1	½	½	1	1	½	½	1	1	½
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	½	½	1	½	½	½	½	½	½	½	1	½	½	½	1	½	½	½	1	½	½
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

1. Logic đa trị

- Logic 3-giá trị của Lukasiewicz:
- $$\begin{aligned} \overline{a} &= 1 - a, \\ a \wedge b &= \min(a, b), \\ a \vee b &= \max(a, b), \\ a \Rightarrow b &= \min(1, 1 + b - a) \\ a \Leftrightarrow b &= 1 - |a - b|. \end{aligned}$$
- Tính chất:

$$\begin{aligned} a \vee b &= (a \Rightarrow b) \Rightarrow b, \\ a \wedge b &= \overline{\overline{a} \vee \overline{b}}, \\ a \Leftrightarrow b &= (a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a) \end{aligned}$$

2. Mệnh đề mờ

Nhận xét gì về các câu sau:

- 1. Bod is very young
- 2. Bod is 28 years old
- 3. Cathy is tall
- 4. Cathy is 1.60m tall
- 5. If Bod is young then Bod runs fast

Tính giá trị chân lý của các câu trên như thế nào???

2. Mệnh đề mờ

- Mệnh đề cổ điển có giá trị chân lý hoặc 1 (True) hoặc 0 (False)
- Mệnh đề mờ có giá trị chân lý là một số thực trong khoảng [0,1]
- Có 4 kiểu mệnh đề mờ:
  - Mệnh đề mờ không có điều kiện, không có từ đánh giá
  - Mệnh đề mờ không có điều kiện, có từ đánh giá
  - Mệnh đề mờ có điều kiện, không có từ đánh giá
  - Mệnh đề mờ có điều kiện, có từ đánh giá

2. Mệnh đề mờ

- Hãy liệt kê:
  - Dạng tổng quát của các kiểu mệnh đề mờ
  - Cho ví dụ
  - Công thức tính giá trị chân lý

2.1. Mệnh đề mờ không điều kiện, không có từ đánh giá

- Dạng chuẩn tắc:

$$p: \mathcal{V}\ is\ F$$

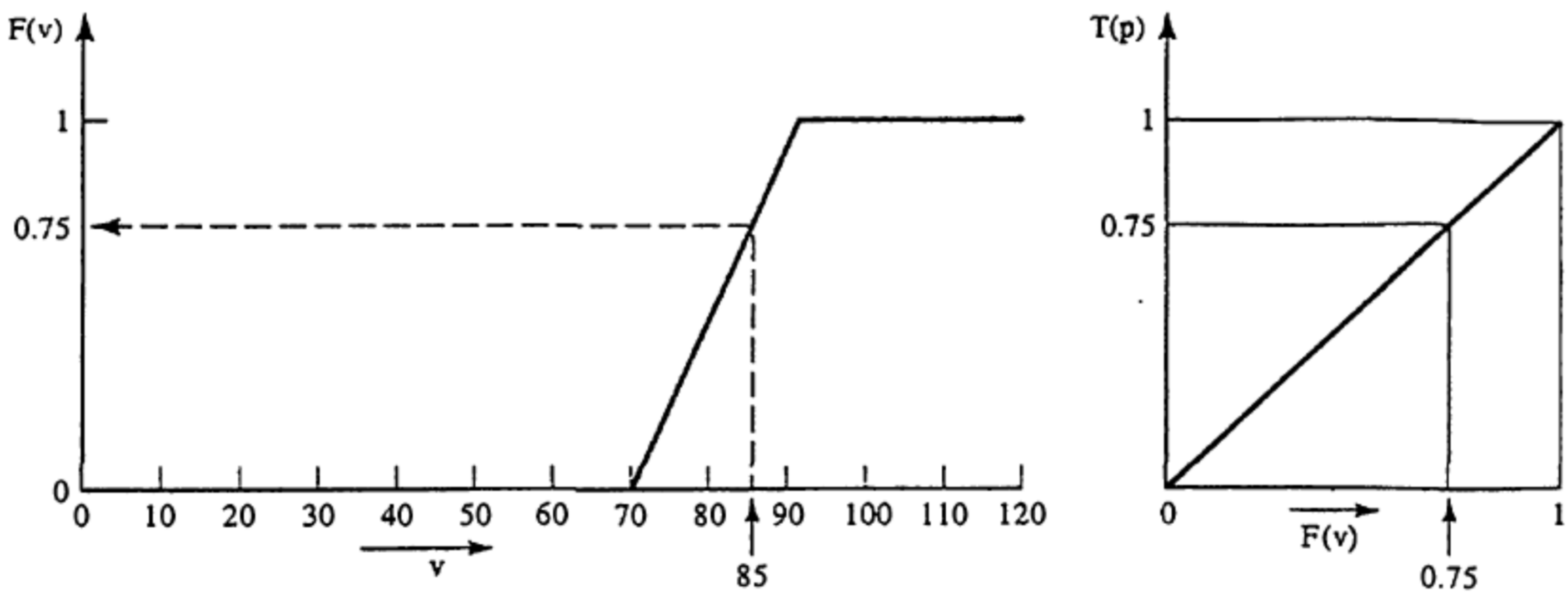
- $\mathcal{V}$ là một biến nhận giá trị v trong miền xác định *V*.
- F là một tập mờ trên miền xác định *V* diễn đạt một vị ngữ mờ như *cao*, *trẻ*, *chậm*, …
- Giá trị chân lý *T* (mức độ đúng) của mệnh đề *p* là:

$$T(p) = F(v)$$

- Ví dụ: *Temperature* ($\mathcal{V}$) *is high* (F)

2.1. Mệnh đề mờ không điều kiện, không có từ đánh giá

- Ví dụ: *Temperature* ($\mathcal{V}$) *is high* (F)



- Nếu $v = 85$ thì $F(85) = 0.75, T(p) = 0.75$

2.1. Mệnh đề mờ không điều kiện, không có từ đánh giá

- Nếu ký hiệu $\mathcal{V}(i)$ là giá trị của biến $\mathcal{V}$ trên đối tượng thứ *i* (*i* ∈ *I* – tập chỉ số các đối tượng)
- Dạng chuẩn tắc của mệnh đề mờ có dạng:

$$p\text{: } \mathcal{V}(i)\ is\ F$$

- Ví dụ: *p*: *Age(i) is Young*
  - Giá trị đúng của mệnh đề *p* được xác định cho từng đối tượng bằng công thức:

$$T(p) = Young(Age(i))$$

2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- Dạng chuẩn tắc mệnh đề định lượng giá trị chân lý:

$$p\colon \mathcal{V}\ is\ F\ is\ S$$

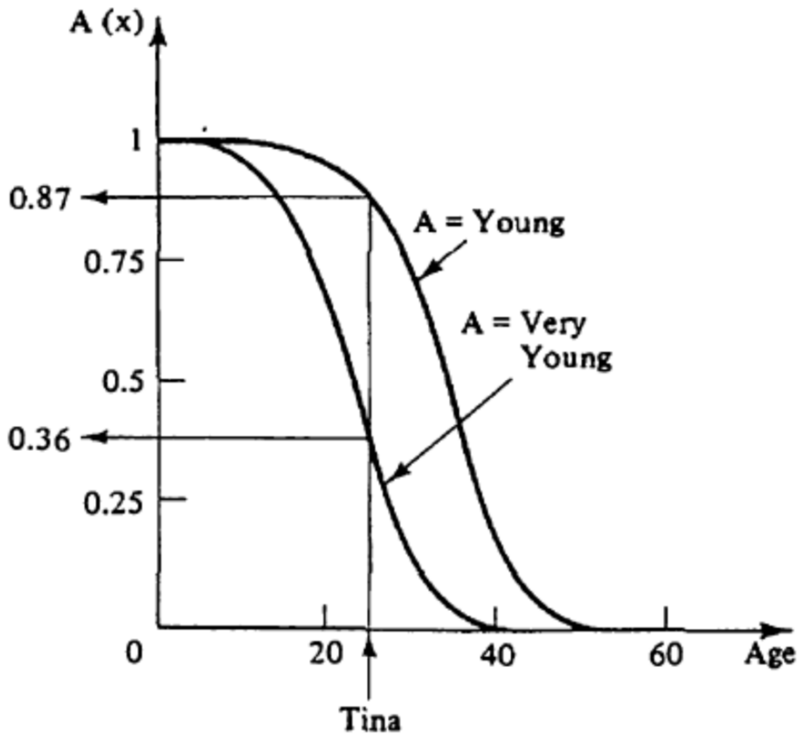
- S là định lượng chân lý mờ như *very true, true, fairly true, false, very false, …*
- S được biểu diễn bởi các tập mờ trên đoạn [0,1]
- Ví dụ:

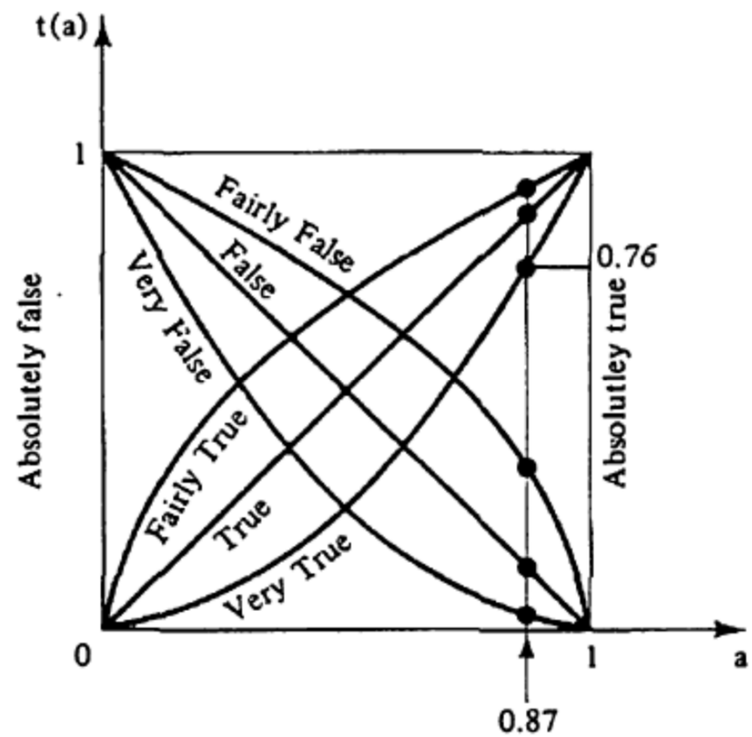
p: Tina is young (*F*) *is very true* (*S*)

2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- Ví dụ: *p: Tina is young* (*F*) *is very true* (*S*)
- Giá trị chân lý của mệnh đề "p: $\mathcal{V}$ is F is S" được xác định theo công thức:

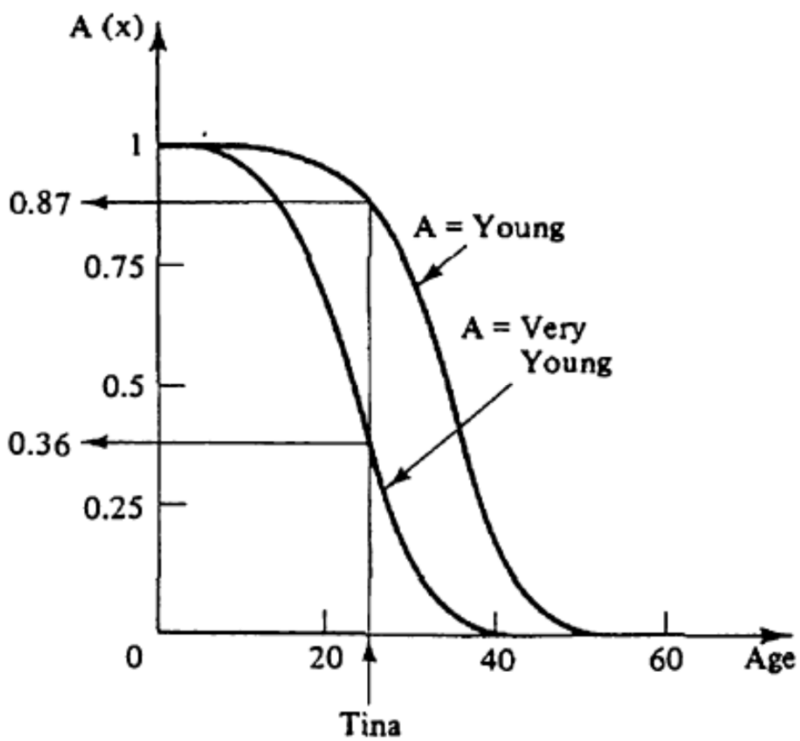
$$T(p) = S\big(F(v)\big)$$

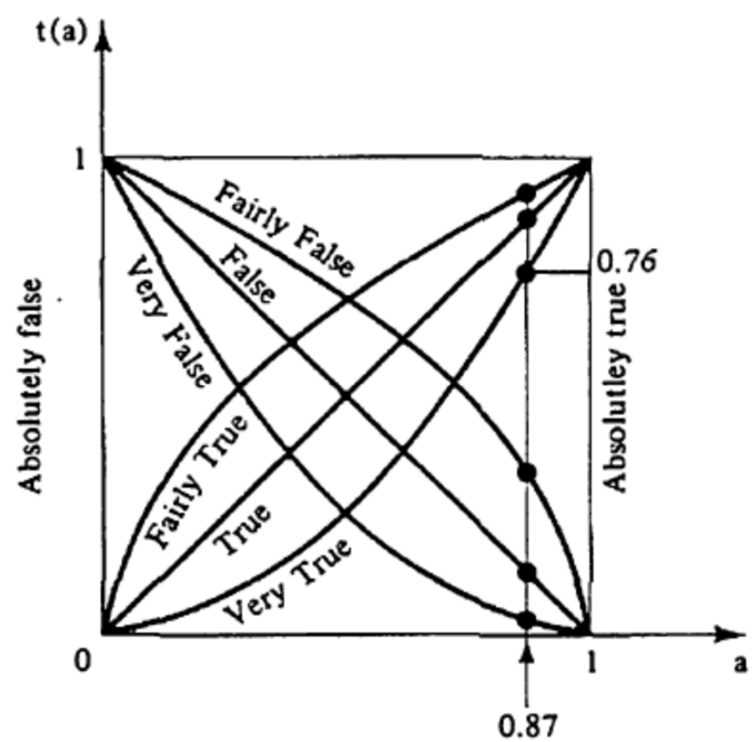




2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- Ví dụ: *p: Tina is young* (*F*) *is very true* (*S*)
- Khi Tina 26 tuổi, giá trị chân lý của mệnh đề *p* là *T(p)* = *0.76*
- Thay đổi *F*, *S* thì giá trị chân lý thay đổi.





2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- Xét mệnh đề: "$p: \mathcal{V}\ is\ F\ is\ S$"
  - Nếu *S* là *true* và hàm thuộc của *true* là hàm đồng nhất thì thành phần *S* có thể bỏ qua và mệnh đề có dạng "$p: \mathcal{V}\ is\ F$".

2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- Dạng chuẩn tắc mệnh đề định lượng chân lý xác suất:

$$p: Pro(\mathcal{V}\ is\ F)\ is\ P$$

- $Pro(\mathcal{V}\ is\ F)$ là xác suất của sự kiện "$\mathcal{V}\ is\ F$"
- P là định lượng xác suất mờ như likely, unlikely, very likely, …
- P được biểu diễn bởi các tập mờ trên đoạn [0,1]

2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

- *f* là hàm phân phối xác suất trên tập *V*.
- Ta có:

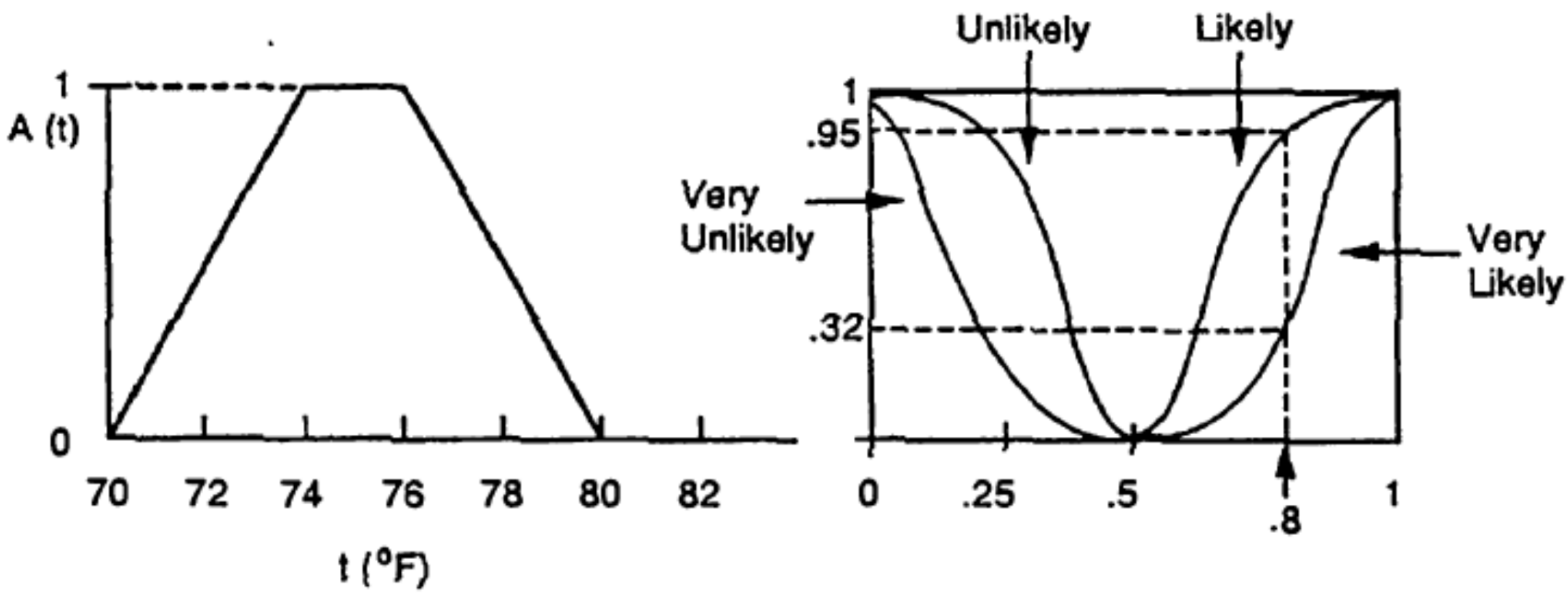
$$Pro(\mathcal{V}\ is\ F) = \sum_{v \in \mathcal{V}} f(v).F(v)$$

- Giá trị chân lý của mệnh đề định lượng xác suất

$$T(p) = P(\sum_{v \in \mathcal{V}} f(v).F(v))$$

2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

p : Pro {temperature t (at given place and time) is around 75°F} is likely



2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

p : Pro {temperature t (at given place and time) is around 75°F} is likely

t	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83
$f(t)$	.002	.005	.005	.01	.04	.11	.15	.21	.16	.14	.11	.04	.01	.005	.002	.001

$$\begin{aligned}\text{Pro}\,(t \text{ is close to } 75°\text{F}) &= .01 \times .25 + .04 \times .5 + .11 \times .75 + .15 \times 1 + .21 \times 1 \\ &\quad + .16 \times 1 + .14 \times .75 + .11 \times .5 + .04 \times .25 = .8,\end{aligned}$$

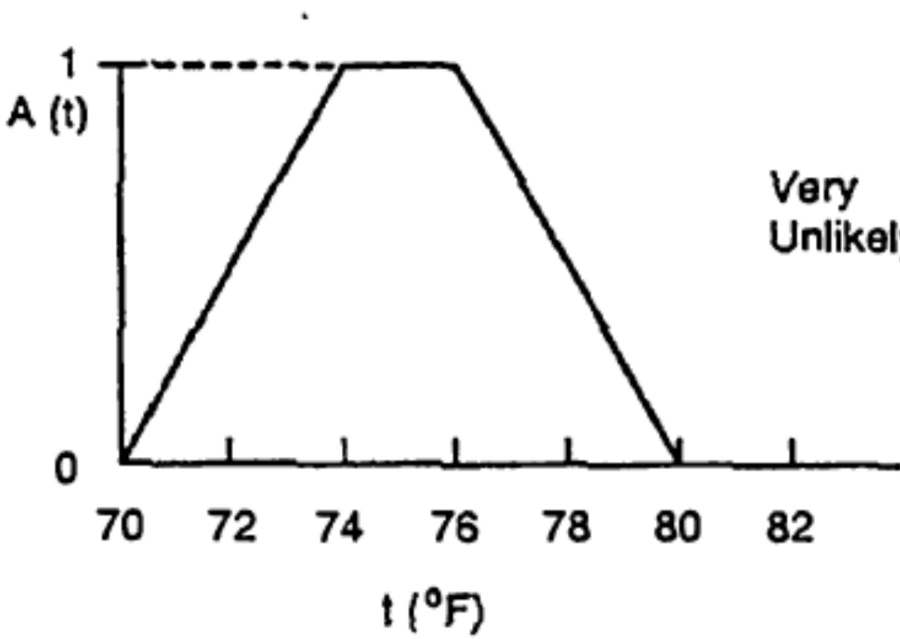
2.2. Mệnh đề không điều kiện, có từ đánh giá

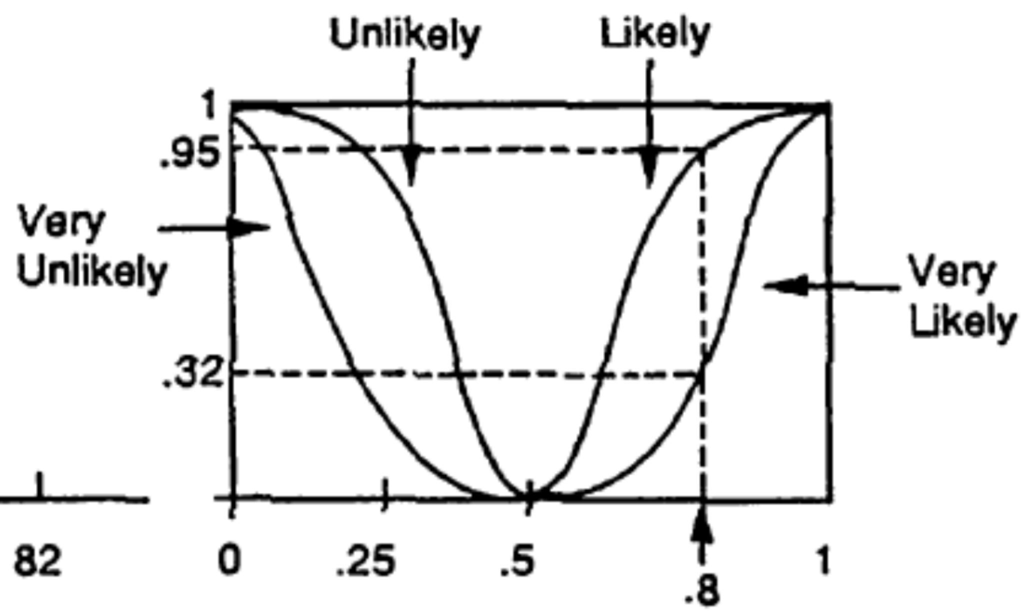
- *q*: Pro{temperature *t* is around 75°F} is very likely

$$T(q) = 0.32$$

- *r: Pro(*temperature *t* is in the 70s} is very likely

$$T(r) = 1$$





2.3. Mệnh đề có điều kiện, không có từ đánh giá

- Dạng chuẩn tắc:

$$p: if\ \mathcal{X}\ is\ A, then\ \mathcal{Y}\ is\ B$$

- $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ là biến có tập xác định *X*, *Y*
- A, B là tập mờ trên tập xác định *X*, *Y*
- Mệnh đề có thể được cho ở dạng:

$$(\mathcal{X}, \mathcal{Y})\ is\ R$$

- R là một tập mờ trên $X \times Y$ có hàm thuộc được xác định theo công thức:

$$R(x, y) = \mathcal{J}[A(x), B(x)]$$

- $\mathcal{J}$ là phép toán nhị phân trên [0,1] biểu diễn một suy luận mờ phù hợp.

2.3. Mệnh đề có điều kiện, không có từ đánh giá

- Ví dụ: Giả sử phép suy luận mờ Lukasiewicz

$$\mathcal{J}(a,b) = \min(1, 1 - a + b)$$

- Hai tập mờ A và *B*

$$A = \frac{0.1}{x_1} + \frac{0.8}{x_2} + \frac{1}{x_3} \text{ và } B = \frac{0.5}{y_1} + \frac{1}{y_2}$$

- Tập *R* được xác định như sau:

$$R = \frac{1}{x_1, y_1} + \frac{1}{x_1, y_2} + \frac{0.7}{x_2, y_1} + \frac{1}{x_2, y_2} + \frac{0.5}{x_3, y_1} + \frac{1}{x_3, y_2}$$

- Giá trị chân lý của mệnh đề *T*(*p*) = 1 khi $\mathcal{X} = x_1, \mathcal{Y} = y_1$, *T*(*p*) = 0.7 khi $\mathcal{X} = x_2, \mathcal{Y} = y_1, \ldots$

2.4. Mệnh đề có điều kiện, có từ đánh giá

- Dạng chính tắc là:

$$p\colon if\ \mathcal{X}\ is\ A\ then\ \mathcal{Y}\ is\ B\ is\ S$$

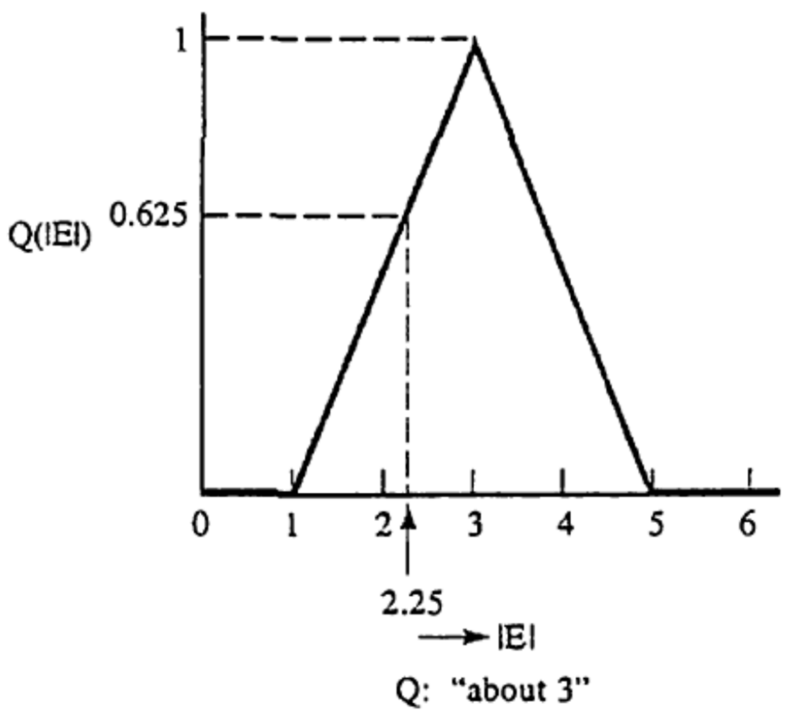
- Hoặc

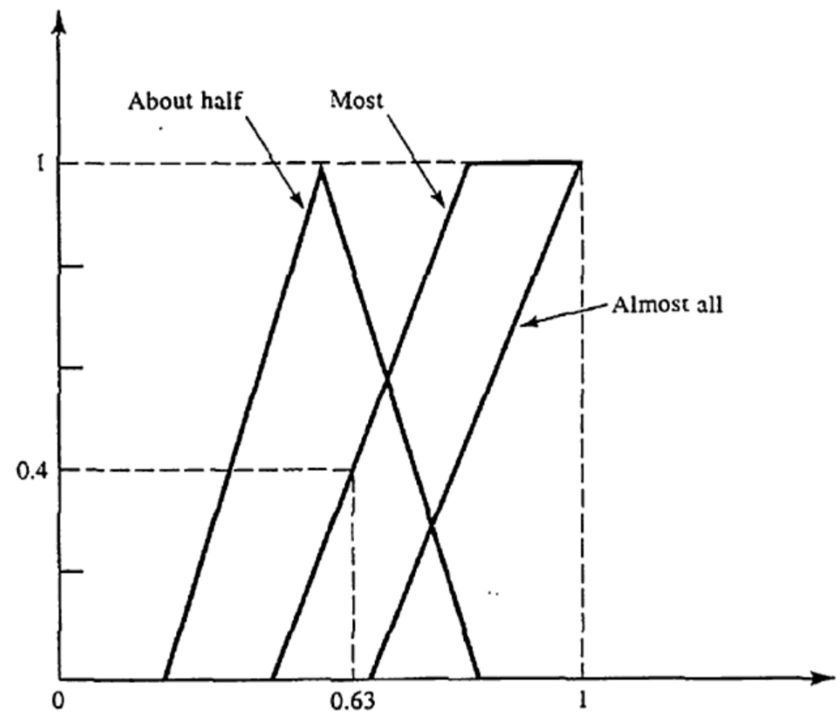
$$p\colon Pro(\mathcal{X}\ is\ A\,|\,\mathcal{Y}\ is\ B)\ is\ P$$

($Pro(\mathcal{X}\ is\ A\,|\,\mathcal{Y}\ is\ B)$ là xác suất có điều kiện)

3. Định lượng mờ

- Loại 1: định lượng mờ là một tập mờ trên ℝ như *about 3, much more than 10, at least 5, …* (Định lượng tuyệt đối)
- Loại 2: định lượng mờ là một tập mờ trên khoảng [0,1] như *a half, most, almost none, …*(Định lượng tương đối)





3.1. Mệnh đề có định lượng mờ loại 1

- Mệnh đề có chứa từ định lượng mờ dạng 1:

  p: There are $\mathcal{Q}$ i's in *I* such that $\mathcal{V}(i)$ is *F*

  - $\mathcal{Q}$ là định lượng mờ trên $\mathbb{R}$
  - Ví dụ: "There are ***about 10*** students in this class whose fluency in English is ***high***"
- Cách diễn đạt khác:

  p': There are $\mathcal{Q}$ $E's$ $\quad (E(i) = F(\mathcal{V}(i)))$

  - Ví dụ: "There are ***about 10 high-fluency*** English-speaking students in this class"

3.1. Mệnh đề có định lượng mờ loại 1

- Dạng đơn giản của mệnh đề chứa từ định lượng mờ

$$p' : \mathcal{W}\ is\ Q$$

- $\mathcal{W}$ là biến nhận giá trị trên tập $\mathbb{R}$ biểu diễn lực lượng (rời rạc) của tập mờ *E.*

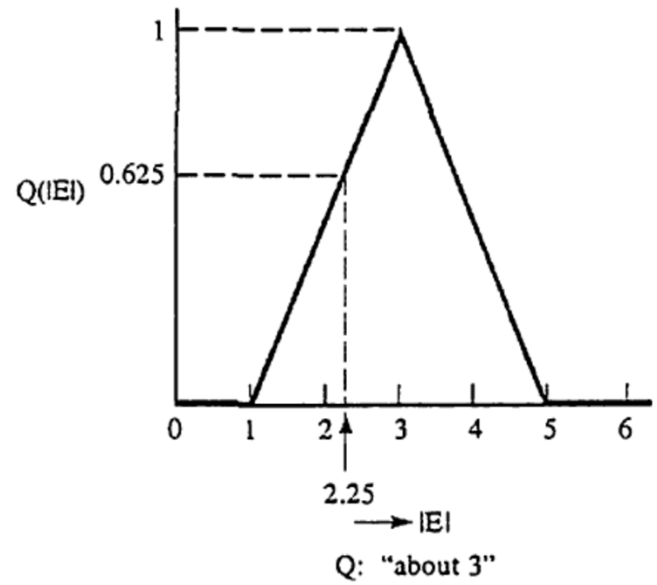
$$|E| = \sum_{i \in I} E(i) = \sum_{i \in I} F(\mathcal{V}(i))$$

- Giá trị chân lý của mệnh đề là:

$$T(p) = T(p') = Q(|E|)$$

3.1. Mệnh đề có định lượng mờ loại 1

- **Ví dụ**: "There are about three students in *I* whose fluency in English, $\mathcal{V}(i)$, is high"
  - Với *I* = {Adam, Bob, Cathy, David, Eve}
  - Tập xác định của biến $\mathcal{V}$ là [0, 100]
  - *E* = "fluency in English is *high*"
  - *E* = 0/Adam + 0/Bob +0.75/Candy + 1/David + 0.5/Eve
  - $|E| = \sum_{i \in I} E(i) = 2.25$
  - $T(p) = Q(2.25) = 0.625$



3.1. Mệnh đề có định lượng mờ loại 1

- Mở rộng của dạng 1:

p: There are Q i's in *I* such that $\mathcal{V}_1(i)$ is *F₁ and* $\mathcal{V}_2(i)$ is F_2

  - Q là định lượng mờ trên tập $\mathbb{R}$
  - Ví dụ: "There are ***about 10*** students in a given class whose fluency in English is ***high*** and who are ***young***"

- Dạng biểu diễn thu gọn:

$$p': Q\ E_1's, E_2's$$

$$(E_1(i) = F_1(\mathcal{V}_1(i)))$$

$$(E_2(i) = F_2(\mathcal{V}_2(i)))$$

3.1. Mệnh đề có định lượng mờ loại 1

- Cách diễn đạt khác: p': There are Q (E_1 and E_2)'s
- Hoặc: p': $\mathcal{W}$ is Q
  - $\mathcal{W}$ là một biến nhận giá trị trên tập *R* biểu diễn lực lượng (rời rạc) của tập mờ $E_1 \cap E_2$.
- Sử dụng phép giao chuẩn:

$$\mathcal{W} = \sum_{i \in I} \min[F_1(\mathcal{V}_1(i)), F_2(\mathcal{V}_2(i)),]$$

- Giá trị chân lý của mệnh đề:

$$T(p) = T(p') = Q(\mathcal{W})$$

3.2. Mệnh đề có định lượng mờ loại 2

- Dạng diễn đạt thông thường:

p: Among *i*'s in *I* such that $\mathcal{V}_1(i)$ is F_1 there are Qi's in *I* such that $\mathcal{V}_2(i)$ is F_2

  - Q là định lượng mờ trên khoảng [0,1]
  - Ví dụ: "Among students in a given class that are ***young*** *(F_1),* there are ***almost all*** (Q) whose fluency in English is ***high*** (F_2)"

3.2. Mệnh đề có định lượng mờ loại 2

- Dạng thu gọn:

$$p': Q\ E_1\text{'s are } E_2\text{'s}$$

  - Trong đó: $E_1(i) = F_1(\mathcal{V}_1(i))$, $E_2(i) = F_2(\mathcal{V}_2(i))$
  - Ví dụ: "Almost all young students in a given class are students whose fluency in English is high"

3.2. Mệnh đề có định lượng mờ loại 2

- Dạng biểu diễn khác: $p': \mathcal{W}\ is\ Q$
- $\mathcal{W}$ là biến biểu diễn mức độ của tập con E_2 trong trong tập E_1. Tức là:

$$\mathcal{W} = \frac{|E_1 \cap E_2|}{|E_1|}$$

- Khi sử dụng phép giao chuẩn:

$$\mathcal{W} = \frac{\sum_{i \in I} \min[F_1(\mathcal{V}_1(i)), F_2(\mathcal{V}_2(i))]}{\sum_{i \in I} F_1(\mathcal{V}_1(i))}$$

- Giá trị chân lý của mệnh đề:

$$T(p) = T(p') = Q(\mathcal{W})$$

4. Gia tử ngôn ngữ

- Gia tử ngôn ngữ (gia tử) là các hạng từ ngôn ngữ đặc biệt mà khi sử dụng chúng sẽ làm thay đổi ngữ nghĩa của các hạng từ khác.
  - Ví dụ: *very, more or less, fairly, extremely, …* (rất, hơn hoặc kém, khá, cực kỳ)
- Các gia tử được sử dụng cho các vị ngữ mờ, giá trị chân lý mờ, xác suất mờ, …
  - Ví dụ: *"x* is young is true*".* Sử dụng gia tử *very:*
    - "x is very young is true"
    - *"x* is young is very true*"*
    - "*x* is very young is very true"

4. Gia tử ngôn ngữ

- Cho trước một mệnh đề mờ:

$$p: x \text{ } is \text{ } F$$

- Khi sử dụng gia tử *H*, có được mệnh đề mờ:

$$Hp: x \text{ } is \text{ } HF$$

  - **<u>Lưu ý</u>**: Gia tử chỉ áp dụng đối với các khái niệm mờ, không có nghĩa khi áp dụng trên các khái niệm rõ. Ví dụ: *very square, very teenage, …*

4. Gia tử ngôn ngữ

- Các gia tử được coi như là phép toán một ngôi trên khoảng đơn vị [0,1]. Gia tử còn được gọi là *modifier*
- Ví dụ:
  - *Very* được hiểu là $h(a) = a^2$
  - *Fairly* được hiểu là $h(a) = \sqrt{a}$
- Với *F* là một vị ngữ mờ trên *X*, *h* diễn đạt cho gia tử *H*. Tập mờ diễn đạt cho vị ngữ mờ mới *HF* là:

$$HF(x) = h(F(x))$$

4. Gia tử ngôn ngữ

- Toán tử *h* là hàm song ánh tăng.
  - Nếu $h(a) < a, \forall a \in [0,1]$ thì *h* được gọi là *strong* (làm tăng nghĩa của từ nó tác động)
  - Nếu $h(a) > a, \forall a \in [0,1]$ thì *h* được gọi là *weak* (làm giảm nghĩa của từ nó tác động)
  - Nếu $h(a) = a, \forall a \in [0,1]$ thì *h* được gọi là *identity modifier* (không làm thay đổi ngữ nghĩa của từ)
- Gia tử làm tăng ngữ nghĩa của vị ngữ mờ sẽ làm giảm giá trị chân lý.
- Gia tử làm giảm ngữ nghĩa của vị ngữ mờ sẽ làm tăng giá trị chân lý

4. Gia tử ngôn ngữ

- Ví dụ: Cho các mệnh đề:
  - p_1: "John is young"
  - p_2: "John is very young"
  - p_3: "John is fairly young"
- Giả sử John 26 tuổi, *Young*(26) = 0.8
  - Gia tử *very* có hàm ngữ nghĩa là $h(a) = a^2$. *Very_Young*(26) = 0.8^2 = 0.64
  - Gia tử *fairly* có hàm ngữ nghĩa là $h(a) = \sqrt{a}$, *Fairly_Young*(26) = $\sqrt{0.8}$ = 0.89.
  - Ta có: $T(p_1) = 0.8$, $T(p_2) = 0.64$, $T(p_3) = 0.89$

4. Gia tử ngôn ngữ

- Toán tử *h* thỏa một số điều kiện sau:
  1. $h(0) = 0, h(1) = 1$
  2. *h* là hàm liên tục
  3. Nếu *h* là *strong* thì h^{-1} là *weak* và ngược lại
  4. Nếu *g* là toán tử, tổ hợp của *g* và *h*, *h* và *g* cũng là các toán tử. Nếu cả *h* và *g* là *strong* (*weak*) thì tổ hợp của *h* và *g* cũng là *strong* (*weak*)
- Một lớp hàm thỏa 4 điều kiện trên có dạng:

$$h_\alpha(a) = a^\alpha$$

  - $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $a \in [0,1]$
  - Nếu $\alpha < 1$ thì h_α là *weak*. Nếu $\alpha > 1$ thì h_α là *strong*

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Ba suy luận có cơ sở trong logic cổ điển:

Suy luận trực tiếp

$$\begin{array}{l} p \\ \underline{p \to q} \\ \therefore q \end{array}$$

Suy luận gián tiếp

$$\begin{array}{l} \neg q \\ \underline{p \to q} \\ \therefore \neg p \end{array}$$

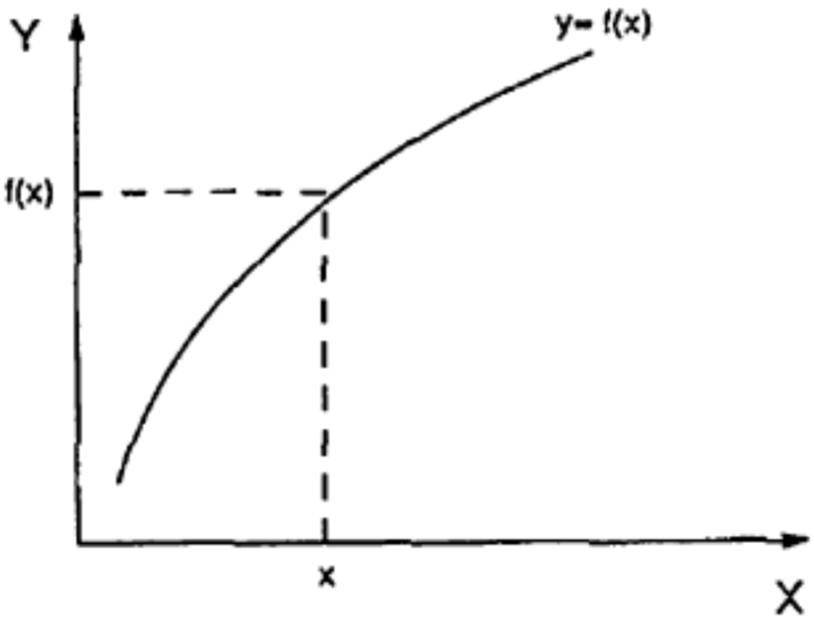
Tam đoạn luận

$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{q \to r} \\ \therefore p \to r \end{array}$$

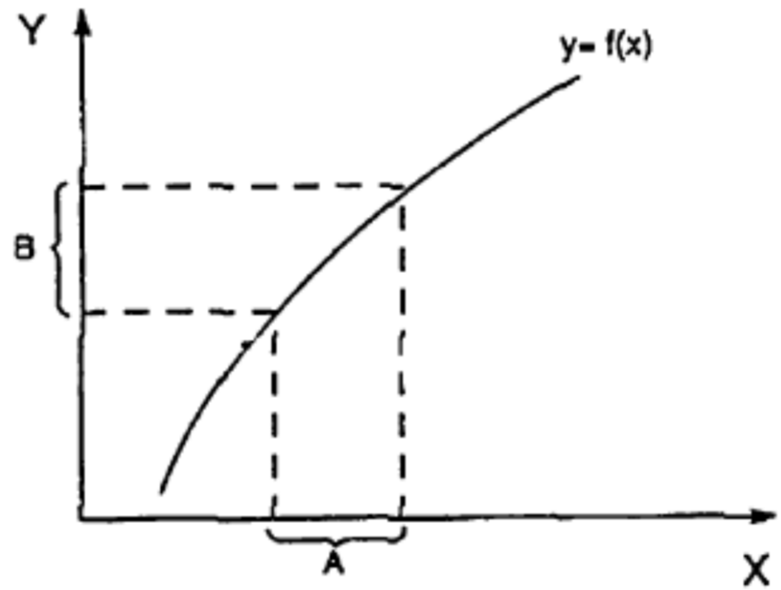
- Xem xét ba luận suy luận này cho các mệnh đề *p, q, r* là mệnh đề mờ có điều kiện.

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Xét hai biến $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ có tập xác định *X* và *Y*.
- Giả sử tồn tại một hàm dạng $y = f(x)$, $\forall x \in X, y \in Y$



$$x \to y$$
$$y = f(x)$$



$$A \to B$$
$$B = \{y \in Y | y = f(x), x \in A\}$$

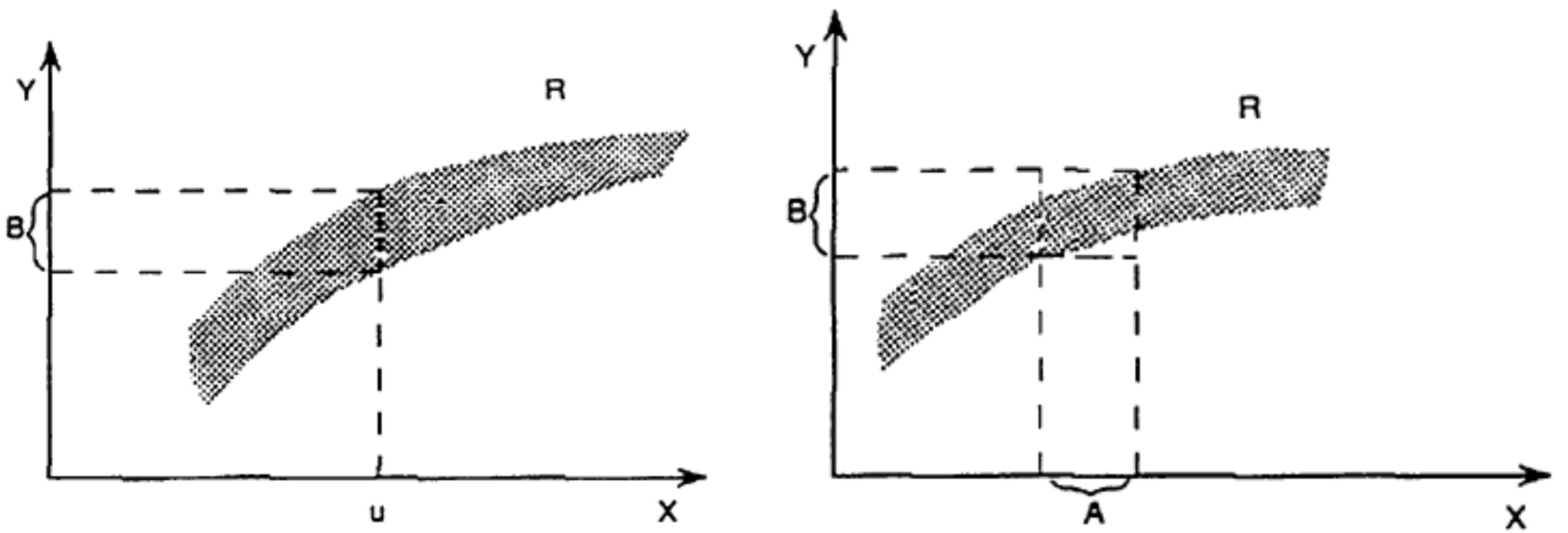
5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Xét hai biến $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ có tập xác định *X* và *Y*.
- Gọi *R* là một quan hệ tùy ý trên *X*×*Y*
- Khi $\mathcal{X} = u$ thì có thể suy ra tập *B:*

$$B = \{y \in Y | (x, y) \in R\}$$

- Tương tự, khi $\mathcal{X} \in A$ thì suy ra được tập *B*:

$$B = \{y \in Y | (x, y) \in R, x \in A\}$$



5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Xét hai biến $\mathcal{X}, \mathcal{Y}$ có tập xác định *X* và *Y*.
- Gọi *R* là một quan hệ tùy ý trên $X \times Y$
- A', B' là hai tập mờ trên *X* và *Y*.
- Nếu có *R* và A' thì suy ra được B' theo công thức:

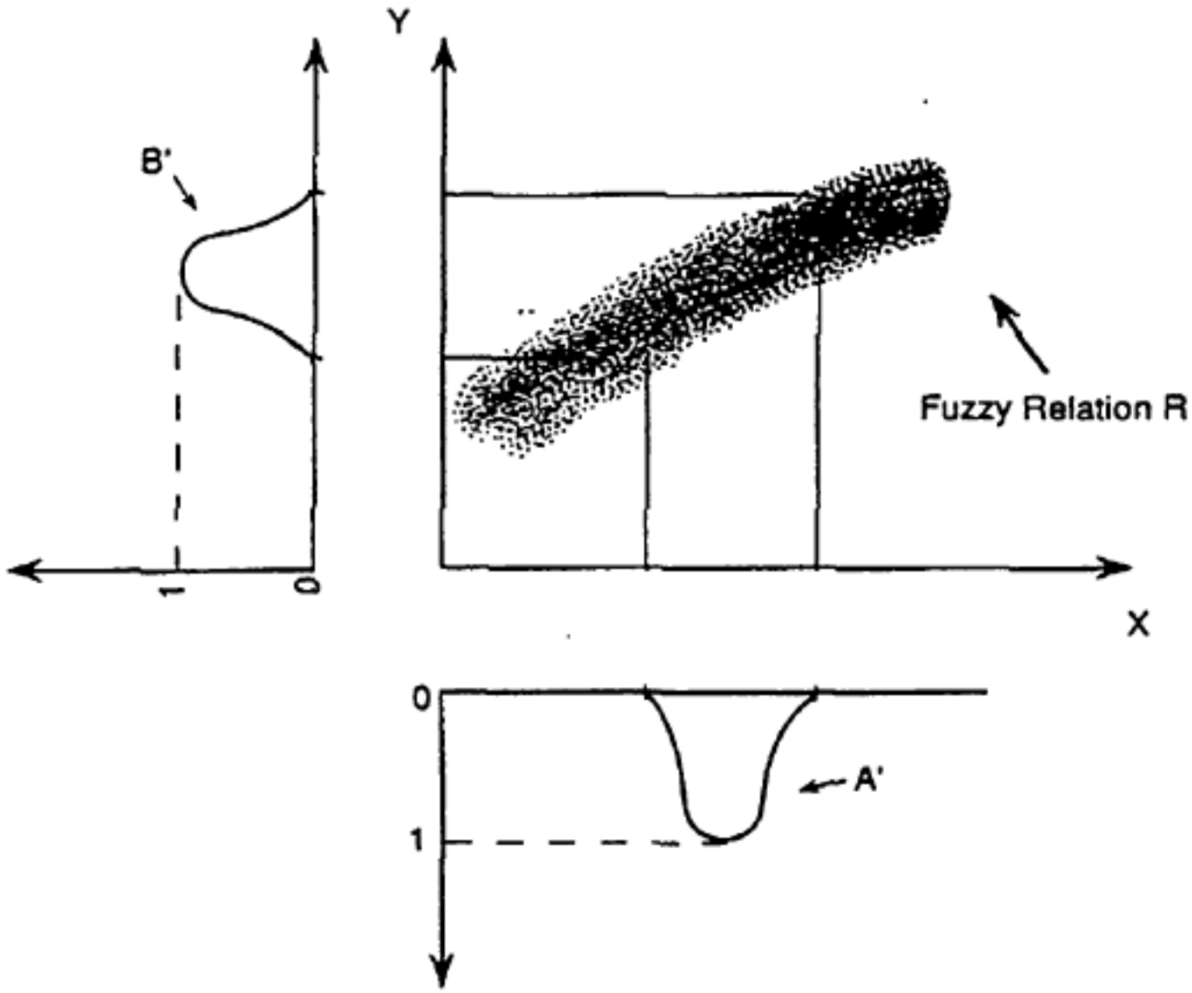
$$B'(y) = \sup_{x \in X} \min[A'(x), R(x, y)]$$

- Công thức tìm B' dạng ma trận:

$$B' = A' \circ R$$

(Thể hiện một quy tắc suy luận)

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện



Minh họa quy tắc suy luận

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Cho mệnh đề mờ có điều kiện dạng:

$$p: If\ \mathcal{X}\ is\ A, then\ \mathcal{Y}\ is\ B$$

- Một quan hệ *R* nhúng trong *p* được xác định như sau:

$$R(x, y) = \mathcal{J}[A(x), B(y)]$$

- Với $\mathcal{J}$ là một suy luận mờ.
- Giả sử có quan hệ *R* và mệnh đề *q* có dạng $\mathcal{X}\ is\ A'$, có thể kết luận $\mathcal{Y}\ is\ B'$. Được gọi là suy luận trực tiếp.

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Sơ đồ của luật suy luận mờ tổng quát:

$$\begin{array}{ll} \text{Rule :} & \text{If } \mathcal{X} \text{ is } A, \text{ then } \mathcal{Y} \text{ is } B \\ \text{Fact :} & \mathcal{X} \text{ is } A' \\ \hline \text{Conclusion :} & \mathcal{Y} \text{ is } B' \end{array}$$

- Ví dụ: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$
  - Luật: "$if\ \mathcal{X}\ is\ A\ then\ \mathcal{Y}\ is\ B$"
  - Với: $A = 0.5/x_1 + 1/x_2 + 0.6/x_3$, $B = 1/y_1 + 0.4/y_2$
  - Giả thiết: $\mathcal{X}\ is\ A'$ với $A' = 0.6/x_1 + 0.9/x_2 + 0.7/x_3$
  - Từ đó, có thể suy ra kết luận $\mathcal{Y}\ is\ B'$

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Theo phép suy luận mờ của Lukasiewicz ($a \to b = \min(1, 1 + b - a)$). Ta có:

$$R = 1/x_1, y_1 + .9/x_1, y_2 + 1/x_2, y_1 + .4/x_2, y_2 + 1/x_3, y_1, +.8/x_3, y_2$$

$$\begin{aligned} B'(y_1) &= \sup_{x \in X} \min[A'(x), R(x, y_1)] \\ &= \max[\min(.6, 1), \min(.9, 1), \min(.7, 1)] \\ &= .9 \\ B'(y_2) &= \sup_{x \in X} \min[A'(x), R(x, y_2)] \\ &= \max[\min(.6, .9), \min(.9, .4), \min(.7, .8)] \\ &= .7 \end{aligned}$$

$$B' = .9/y_1 + .7/y_2$$

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Sơ đồ của luật suy luận mờ gián tiếp tổng quát:

$$\begin{array}{ll} \text{Rule}: & \text{If } \mathcal{X} \text{ is } A, \text{ then } \mathcal{Y} \text{ is } B \\ \text{Fact}: & \mathcal{Y} \text{ is } B' \\ \hline \text{Conclusion}: & \mathcal{X} \text{ is } A' \end{array}$$

$$A'(x) = \sup_{y \in Y} \min[B'(y), R(x, y)]$$

- Ví dụ: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$
  - Luật: “$if\ \mathcal{X}\ is\ A\ then\ \mathcal{Y}\ is\ B$”
  - Với: $A = 0.5/x_1 + 1/x_2 + 0.6/x_3$, $B = 1/y_1 + 0.4/y_2$
  - Giải thiết $\mathcal{Y}\ is\ B'$ với $B' = 0.9/y_1 + 0.7/y_2$
  - Từ đó, có thể suy ra mệnh đề $\mathcal{X}\ is\ A'$

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

$$A'(x_1) = \sup_{y \in Y} \min[B'(y), R(x_1, y)]$$

$$= \max[\min(.9, 1), \min(.7, .9)] = .9,$$

$$A'(x_2) = \sup_{y \in Y} \min[B'(y), R(x_2, y)]$$

$$= \max[\min(.9, 1), \min(.7, .4)] = .9,$$

$$A'(x_3) = \sup_{y \in Y} \min[B'(y), R(x_3, y)]$$

$$= \max[\min(.9, 1), \min(.7, .8)] = .9.$$

$$A' = .9/x_1 + .9/x_2 + .9/x_3$$

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Suy luận tam đoạn luận

$$\begin{array}{ll} \text{Rule 1 :} & \text{If } \mathcal{X} \text{ is } A, \text{ then } \mathcal{Y} \text{ is } B \\ \text{Rule 2 :} & \text{If } \mathcal{Y} \text{ is } B, \text{ then } \mathcal{Z} \text{ is } C \\ \hline \text{Conclusion :} & \text{If } \mathcal{X} \text{ is } A, \text{ then } \mathcal{Z} \text{ is } C \end{array}$$

$$R_1(x, y) = \mathcal{J}[A(x), B(y)],$$

$$R_2(y, z) = \mathcal{J}[B(y), C(z)],$$

$$R_3(x, z) = \mathcal{J}[A(x), C(z)].$$

- Công thức tìm quan hệ R_3

$$R_3(x, z) = \sup_{y \in Y} \min[R_1(x, y), R_2(y, z)] \qquad \mathbf{R}_3 = \mathbf{R}_1 \circ \mathbf{R}_2.$$

5. Suy luận từ mệnh đề mờ có điều kiện

- Ví dụ: $X = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Y = \{y_1, y_2\}$, $Z = \{z_1, z_2\}$
  - $A = 0.5/x_1 + 1/x_2 + 0.6/x_3$
  - $B = 1/y_1 + 0.4/y_2$
  - $C = 0.2/z_1 + 1/z_2$
- Phép suy luận mờ: $\mathcal{J}(a, b) = \begin{cases} 1 & \text{if } a \le b \\ b & \text{if } a > b \end{cases}$
- Tìm quan hệ R_3

$$\mathbf{R}_1 \circ \mathbf{R}_2 = \mathbf{R}_3$$

$$\mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & .4 \\ 1 & .4 \\ 1 & .4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} .2 & 1 \\ .2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} .2 & 1 \\ .2 & 1 \\ .2 & 1 \end{bmatrix}$$