

LỚP CÁC BÀI TOÁN NP VÀ NP-COMPLETE

- Thuật ngữ và khái niệm
- Định nghĩa lớp NP-complete (NPC)
- Một số bài toán NPC
- Một số cách giải bài toán NPC
- Phân lớp các bài toán

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- Một giải thuật được gọi là **đơn định** (deterministic) nếu kết quả của mỗi thao tác **được xác định một cách duy nhất**
- **Ví dụ** Các giải thuật đã giới thiệu trong các chương trước là đơn định

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- Một giải thuật được gọi là **không đơn định** (nondeterministic) nếu tồn tại các thao tác mà **kết quả thuộc về một tập nhưng không biết chính xác** kết quả (phần tử) nào trong tập
- Máy tính thực **không thực hiện được** các giải thuật không đơn định

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

Ví dụ về một giải thuật không đơn định (có độ phức tạp $O(n)$)

```
NSORT(A[1..n]) // sort n positive integers //
1  for i  $\leftarrow$  1 to n do B[i]  $\leftarrow$  0
2  for i  $\leftarrow$  1 to n
3      do j := choice(1:n)
4          if B[j]  $\neq$  0 then failure
5          else B[j]  $\leftarrow$  A[i]
6  for i  $\leftarrow$  1 to n-1
7      do if B[i] > B[i+1] then failure
8  return B
```

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- Một giải thuật có độ phức tạp đa thức nếu có một đa thức $p(n)$ sao cho độ phức tạp của thuật toán là $O(p(n))$
- Tập tất cả các bài toán có độ phức tạp đa thức được gọi là lớp-P (polynomial class)

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- Tập các bài toán có thể được giải quyết (solvable) bởi các thuật toán không đơn định có thời gian đa thức được gọi là lớp-NP (nondeterministic polynomial class)
- Vì mọi thuật toán đơn định là trường hợp riêng của thuật toán không đơn định, nên $P \subseteq NP$

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- Các bài toán thuộc lớp P là được giải tốt (computationally tractable), trong khi các bài toán thuộc lớp NP-P là khó giải (intractable)
- Khoa học chưa biết thật sự $P \neq NP$ hay không, đây vẫn là một bài toán mở trong khoa học máy tính

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM



- Để mô phỏng một giả thuật không đơn định bằng một giả thuật đơn định có thể phải cần độ phức tạp lũy thừa (exponential time complexity)

THUẬT NGỮ VÀ KHÁI NIỆM

- **Ví dụ** Giải thuật đơn định mô phỏng giải thuật không đơn định giải bài toán người bán hàng có độ phức tạp là $O(n^2 2^n)$
- Hiện **chưa tìm được** giải thuật nào đơn định giải được bài toán người bán hàng trong **thời gian đa thức**
- Vì vậy, bài toán người bán hàng thuộc lớp NP

ĐỊNH NGHĨA LỚP NPC

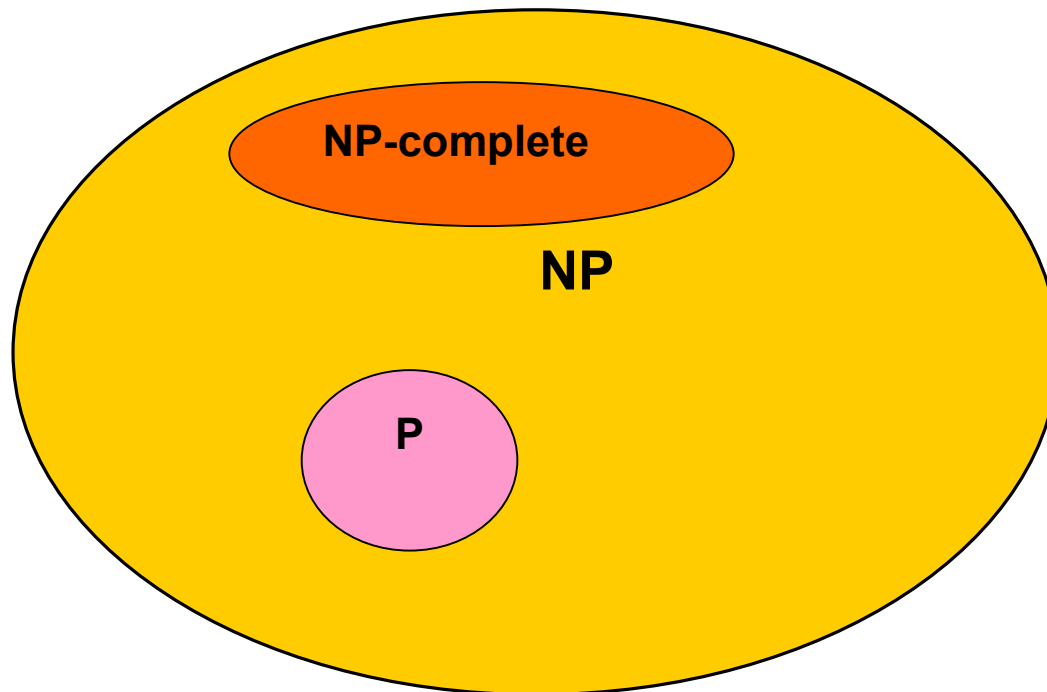
- Hầu hết các nhà khoa học tin rằng $P \neq NP$
- Từ đó dẫn đến giả thuyết tồn tại một lớp bài toán gọi là NP-complete (NPC) sao cho $NPC \subset NP$ và $NPC \cap P = \emptyset$

ĐỊNH NGHĨA LỚP NPC

- Các bài toán NP-đầy đủ được coi như là những bài toán khó giải nhất (hardest)
- Chỉ những thuật toán xấp xỉ (approximation algorithms) được dùng để giải các bài toán NP-complete

ĐỊNH NGHĨA LỚP NPC

- Quan hệ được giả định giữa các lớp P, NP và NPC



TÍNH CHẤT CỦA LỚP NPC

- **Định lý** Nếu một bài toán bất kỳ NP-complete mà có thể được giải trong thời gian đa thức thì $P = NP$

TÍNH CHẤT CỦA LỚP NPC



- Ý nghĩa thực tế của việc nhận biết các bài toán lớp NPC là nó cho phép xác định một bài toán mới là “dễ” hay “khó”
- Thực tế có rất nhiều bài toán NPC đã được tìm thấy trong khoa học cũng như trong đời sống

MỘT SỐ BÀI TOÁN NPC

- **Bài toán thỏa mãn mạch** (công thức) logic (circuit satisfiability problem-CIRCUIT-SAT): cho một công thức logic $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, xác định có tồn tại hay không một phép gán các giá trị logic cho các biến để f nhận giá trị true
- S.A. Cook (1971) là người chứng minh CIRCUIT-SAT là bài toán NPC và đưa ra định lý Cook
- “Nếu tồn tại một giải thuật thời gian đa thức để giải bài toán thỏa mãn mạch logic thì mọi bài toán trong lớp NP có thể được giải trong thời gian đa thức”

MỘT SỐ BÀI TOÁN NPC

- **Bài toán** người bán hàng và bài toán tìm chu trình Haminton là các bài toán NPC
- **Bài toán tổng con** (subset-sum problem): Cho một tập những số nguyên, có thể phân hoạch chúng thành **hai tập con** mà có tổng trị số bằng nhau?

MỘT SỐ BÀI TOÁN NPC

- **Bài toán phủ các đỉnh** (vertex cover): Cho một đồ thị và một số nguyên n , có thể tìm được **một tập nhỏ hơn n đỉnh** mà kể tất cả các cạnh trong đồ thị không
- **Bài toán xếp lịch công việc** trên đa bộ xử lý (multiprocessor scheduling): Cho một kỳ hạn và một tập các công việc cần được thực hiện với các thời gian khác nhau trên hai bộ xử lý. Sắp xếp để thực hiện tất cả những công việc đó sao cho thỏa mãn kỳ hạn

MỘT SỐ CÁCH GIẢI BÀI TOÁN NPC

- Cho đến nay, chưa có bất kỳ một giải thuật thời gian đa thức nào để giải các bài toán đã nêu, chứng tỏ rằng $P \neq NP$
- Thực tế là chưa có các giải thuật hiệu quả để tìm các lời giải chính xác của các bài toán trong lớp NP-complete

MỘT SỐ CÁCH GIẢI BÀI TOÁN NPC

- Có một số phương pháp để tìm lời giải gần đúng của các bài toán NPC
 - Dùng **giải thuật xấp xỉ**
 - Dùng giải thuật có độ phức tạp hàm mũ cho những bài toán **kích thước nhỏ**
 - Tích hợp **heuristic** (tri thức lượng giá kinh nghiệm để dẫn dắt quá trình tìm kiếm lời giải) vào giải thuật để giảm độ phức tạp của thuật toán

PHÂN LỚP CÁC BÀI TOÁN

- Phân lớp theo mức độ **khó tăng dần**
 - Lớp bài toán có **giải thuật đa thức P**
 - Lớp bài toán **khó giải** (intractable): Là những bài toán mà không tồn tại giải thuật thời gian đa thức để giải
 - Lớp bài toán NPC (một **lớp con đặc biệt** của lớp bài toán NP)
 - Lớp bài toán **bất khả quyết** (Undecidable problems): Là những bài toán **không có giải thuật** để giải (Bài toán dừng của một máy Turing, bài toán xác định tính hằng đúng của công thức logic vị từ)

BÀI ĐỌC THÊM Ở NHÀ



- Đọc phần 12.3 chương “[Approximation Algorithms for NP-Hard Problems](#)” sách Levitin