Mô hình tính toán

Khoa CNTT

Trường Đại học Phenikaa

Mô hình tính toán

1. Ngôn ngữ và văn phạm
2. Các máy hữu hạn trạng thái
3. Ôn tập

1. Ngôn ngữ và văn phạm

- Ngôn ngữ
- Văn phạm cấu trúc câu
- Phân loại văn phạm cấu trúc câu

1.1. Ngôn ngữ

- Một bộ chữ cái (một bộ từ vựng) Σ là một tập không rỗng, hữu hạn. Các phần tử của tập này được gọi là các ký hiệu.
- Một từ (hoặc một câu) trên Σ là một xâu các phần tử của Σ có chiều dài hữu hạn.
  - Xâu rỗng, được ký hiệu là λ, là xâu không chứa ký hiệu nào.
  - Tập tất cả các từ trên Σ được ký hiệu Σ^*.
  - Một ngôn ngữ trên Σ là một tập con của Σ^*.

- Ngôn ngữ có thể mô tả bằng cách:
  - Liệt kê các từ trong ngôn ngữ.
  - Chọn một số tiêu chuẩn mà các từ thuộc ngôn ngữ đó phải thỏa mãn. Các tiêu chuẩn này được mô tả thông qua văn phạm.

    Ví dụ:

    từ tiếng Việt $\rightarrow$ phụ âm + vần + thanh

    câu $\rightarrow$ chủ ngữ + vị ngữ

1.2. Văn phạm cấu trúc câu

Một văn phạm G là một bộ sắp thứ tự gồm 4 thành phần:

$$G = < \Sigma, \Delta, S, P >$$

Trong đó:

- Σ là một bảng chữ cái, gọi là **bảng chữ cái chính** (hay bảng chữ cái kết thúc), mỗi phần tử của nó được gọi là một **ký hiệu chính** (hay ký hiệu kết thúc).
- Δ là một bảng chữ cái, $\Delta \cap \Sigma = \emptyset$, gọi là **bảng ký hiệu phụ** (hay bảng chữ cái không kết thúc), mỗi phần tử của nó được gọi là một **ký hiệu phụ** (hay ký hiệu không kết thúc).
  Ví dụ:
  Coi mỗi cách biểu diễn ngày/tháng/năm là một từ vựng, $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, ..., 9\}$ và $\Delta = \{d, m, y\}$. Khi đó, nhiều từ vựng có thể được tạo ra bằng cách thay thế các ký hiệu phụ bằng ký hiệu chính trong mẫu sau: $dd/mm/20yy$.

1.2. Văn phạm cấu trúc câu

Một văn phạm G là một bộ sắp thứ tự gồm 4 thành phần:

$$G = < \Sigma, \Delta, S, P >$$

Trong đó:

- $S \in \Delta$ được gọi là **tiên đề** hay **ký hiệu xuất phát**.
- P là tập hợp các **quy tắc sinh** có dạng $\alpha \rightarrow \beta$, với $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup \Delta)^*$
  Ví dụ:
  Khi sinh tập từ vựng $dd/mm/20yy$, các quy tắc sinh trong P phải được thiết kế để một từ vựng sinh ra là một ngày/tháng/năm hợp lệ: nếu ngày nhỏ hơn 10 thì $dd \rightarrow 0d$, dd không quá 31, nếu tháng nhỏ hơn 10 thì $mm \rightarrow 0m$, mm không quá 12,...

1.2. Văn phạm cấu trúc câu

Một văn phạm G là một bộ sắp thứ tự gồm 4 thành phần:

$$G =< \Sigma, \Delta, S, P >$$

Trong đó:

- $S \in \Delta$ được gọi là **tiên đề** hay **ký hiệu xuất phát**.
- P là tập hợp các **quy tắc sinh** có dạng $\alpha \to \beta$, với $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup \Delta)^*$
  - α được gọi là vế trái. Trong α phải chứa ít nhất một ký hiệu phụ.
  - β được gọi là vế phải.

  Như vậy, các quy tắc hợp lệ của P có dạng:
  $\implies \alpha \to \beta$ với $\alpha = \alpha' A \alpha''$ trong đó: $A \in \Delta, \alpha', \alpha'', \beta \in (\Sigma \cup \Delta)^*$
  Ví dụ:
  Với $\Sigma = \{0, 1\}, \Delta = \{S, A, B\}$ thì các quy tắc
  $S \to 0S1A, 0AB \to 1A1B, A \to \epsilon, \ldots$ là các quy tắc hợp lệ vì vế trái luôn chứa ít nhất 1 ký hiệu phụ $\in \Delta$. Các quy tắc dạng:
  $0 \to A, 01 \to 0B, \ldots$ là các quy tắc không hợp lệ.

Bài tập 7.1: Cho $G = < \Sigma, \Delta, S, P >$, trong đó:

$\Sigma = \{$tôi, anh, chị, ăn, uống, cơm, phở, sữa, cafe$\}$

$\Delta = \{$<câu>, <chủ ngữ>, <vị ngữ>, <động từ 1>, <động từ 2>, <danh từ 1>, <danh từ 2>$\}$

$S =$ <câu>

$$P: \begin{cases} <\text{câu}> \to <\text{chủ ngữ}><\text{vị ngữ}> \\ <\text{chủ ngữ}> \to \text{tôi} \\ <\text{chủ ngữ}> \to \text{anh} \\ <\text{chủ ngữ}> \to \text{chị} \\ <\text{vị ngữ}> \to <\text{động từ 1}><\text{danh từ 1}> \\ <\text{vị ngữ}> \to <\text{động từ 2}><\text{danh từ 2}> \end{cases} \quad \begin{cases} <\text{động từ 1}> \to \text{ăn} \\ <\text{động từ 2}> \to \text{uống} \\ <\text{danh từ 1}> \to \text{cơm} \\ <\text{danh từ 1}> \to \text{phở} \\ <\text{danh từ 2}> \to \text{sữa} \\ <\text{danh từ 2}> \to \text{cafe} \end{cases}$$

Tìm tất cả các từ vựng được xây dựng theo văn phạm trên.

Bài tập 7.2: Cho $G =< \{0, 1\}, \{S\}, S, \{S \to 0S1, S \to \epsilon\} >$, ở đây, tập quy tắc $P = \{S \to 0S1, S \to \lambda\}$ có thể được viết tường minh, bao gồm cả số hiệu quy tắc, dưới dạng:

$$P : \begin{cases} S \to 0S1 & (1) \\ S \to \epsilon & (2) \end{cases}$$

Tìm tất cả các từ vựng được xây dựng theo văn phạm trên.

Bài tập 7.3: Cho $G =< \{a, b\}, \{S, A\}, S, P\} >$, với tập quy tắc:

$$P : \begin{cases} S \to Ab & (1) \\ A \to aAb & (2) \\ A \to \lambda & (3) \end{cases}$$

Tìm tất cả các từ vựng được xây dựng theo văn phạm trên.

Bài tập 7.4: Cho $G =< \{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, S, P\} >$, với tập quy tắc:

$$P : \begin{cases} S \to ABC & (1) \\ A \to aA & (2) \\ B \to bB & (3) \\ C \to cC & (4) \\ A \to a & (5) \\ B \to b & (6) \\ C \to c & (7) \end{cases}$$

Tìm tất cả các từ vựng được xây dựng theo văn phạm trên.

1.2. Văn phạm cấu trúc câu: Dẫn xuất

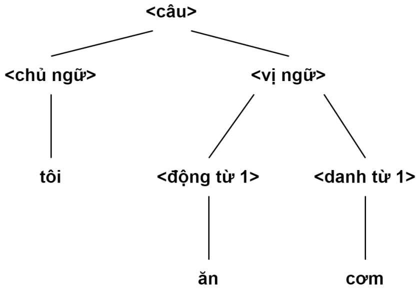
Cho $G =< \Sigma, \Delta, S, P >$ là một văn phạm cấu trúc câu.

- Cho $w_0 = AXB$ và $w_1 = AYB$ là các xâu trên Σ. Nếu có một quy tắc sinh $X \to Y$ thì ta nói w_1 được dẫn xuất trực tiếp từ w_0.
  Ký hiệu là $w_0 \Rightarrow w_1$.
- Cho $w_0, w_1, ..., w_n$ là các xâu trên Σ. Nếu có
  $w_0 \Rightarrow w_1, w_1 \Rightarrow w_2, ..., w_{n-1} \Rightarrow w_n$ thì ta nói w_n được dẫn xuất từ w_0.
  Ký hiệu là $w_0 \dot{\Rightarrow} w_n$

Ví dụ:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aSb, S \to \lambda\} >$ thì:
ab được dẫn xuất trực tiếp từ *aSb*
aaabbb được dẫn xuất từ S vì $S \to aSb \to aaSbb \to aaaSbbb \to aaabbb$

1.2. Văn phạm cấu trúc câu: Cây dẫn xuất

- Một dẫn xuất trong ngôn ngữ được sinh bởi một văn phạm phi ngữ cảnh có thể được biểu diễn bằng đồ thị nhờ một cây, gọi là cây dẫn xuất (cây cú pháp).
  Ví dụ:
  Cây dẫn xuất của từ vựng "tôi ăn cơm" trong **Bài tập 7.1**



Bài tập 7.5:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aSb, S \to \lambda\} >$
Vẽ cây dẫn xuất của dẫn xuất: $S \to aSb \to aaSbb \to aaaSbbb \to aaabbb$

Bài tập 7.6:
Cho văn phạm:
$G =< \{a, b\}, \{S, A\}, S, P >$
với $P = \{S \to aAS, S \to a, A \to SbA, A \to SS, A \to ba\}$
Vẽ cây dẫn xuất của dẫn xuất sau:
$S \to aAS \to aSbAS \to aabAS \to aabbaS \to aabbaa$

Bài tập 7.6:

Cho văn phạm:

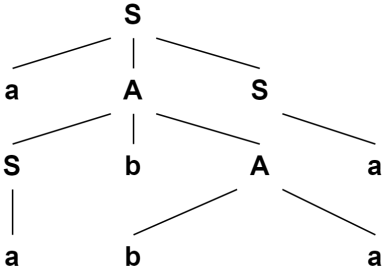
$G =< \{a, b\}, \{S, A\}, S, P >$

với $P = \{S \rightarrow aAS, S \rightarrow a, A \rightarrow SbA, A \rightarrow SS, A \rightarrow ba\}$

Vẽ cây dẫn xuất của dẫn xuất sau:

$S \rightarrow aAS \rightarrow aSbAS \rightarrow aabAS \rightarrow aabbaS \rightarrow aabbaa$

Giải:



1.2. Văn phạm cấu trúc câu:
Ngôn ngữ sinh ra bởi văn phạm

Cho $G =< \Sigma, \Delta, S, P >$ là một văn phạm cấu trúc câu.

- Ngôn ngữ được sinh ra bởi văn phạm G (hay gọi là ngôn ngữ của G), được ký hiệu là $L(G)$, là tập hợp tất cả các xâu chỉ gồm ký hiệu kết thúc được dẫn xuất từ ký hiệu xuất phát S.

$$L(G) = \{w \in \Sigma | S \dot{\Rightarrow} w\}$$

Ví dụ:

$G =< \{a, b\}, \{S, A\}, S, \{S \to aA, S \to b, A \to aa\} >$

$\Longrightarrow L(G) = \{aaa, b\}$

Bài tập 7.7:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aSb, S \to \lambda\} >$
Xác định $L(G)$.

Bài tập 7.8:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aS, S \to bS, S \to \lambda\} >$
Xác định $L(G)$.

Bài tập 7.9:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aS, S \to Sb, S \to \lambda\} >$
Xác định $L(G)$.

Bài tập 7.10:

Tìm văn phạm cấu trúc sinh ra ngôn ngữ:

a. $\{01^n\}$
b. $\{0^n1\}$
c. $\{0^m1^n\}$
d. $\{1^k0^m1^n\}$

1.3. Phân loại văn phạm cấu trúc câu

- Các loại văn phạm cấu trúc câu được phân loại theo các loại quy tắc sinh.
- Phân loại do Chomsky đưa ra:
  - Văn phạm loại 0: không có hạn chế nào đối với các quy tắc sinh.
  - Văn phạm loại 1: chỉ có các dạng sản xuất có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó chiều dài w_2 lớn hơn hoặc bằng chiều dài w_1 hoặc có dạng $w_1 \to \lambda$.
    Ví dụ:

$$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{P\} > \text{,với } P : \begin{cases} S \to ASB \\ A \to aA \\ aA \to aAB \\ AB \to ab \end{cases}$$

1.3. Phân loại văn phạm cấu trúc câu

- Phân loại do Chomsky đưa ra:
  - Văn phạm loại 0: không có hạn chế nào đối với các quy tắc sinh.
  - Văn phạm loại 1: chỉ có các dạng sản xuất có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó chiều dài w_2 lớn hơn hoặc bằng chiều dài w_1 hoặc có dạng $w_1 \to \lambda$.
  - Văn phạm loại 2: chỉ có các quy tắc sinh có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó chiều dài w_1 chỉ là ký hiệu đơn và không phải là ký hiệu kết thúc.

    Ví dụ:

$$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{P\} > \text{,với } P : \begin{cases} S \to ASB \\ A \to aaA \\ B \to bBb \\ A \to a \\ B \to b \end{cases}$$

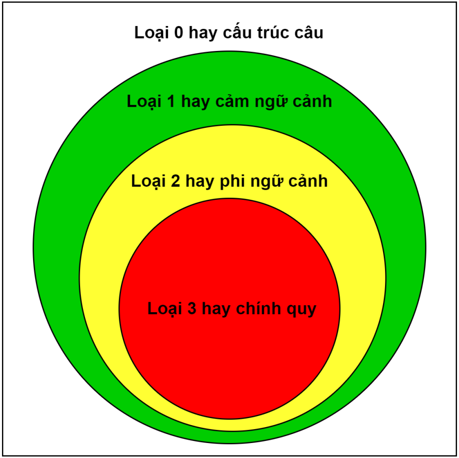
1.3. Phân loại văn phạm cấu trúc câu

- Phân loại do Chomsky đưa ra:
    - Văn phạm loại 0: không có hạn chế nào đối với các quy tắc sinh.
    - Văn phạm loại 1: chỉ có các dạng sản xuất có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó chiều dài w_2 lớn hơn hoặc bằng chiều dài w_1 hoặc có dạng $w_1 \to \lambda$.
    - Văn phạm loại 2: chỉ có các quy tắc sinh có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó chiều dài w_1 chỉ là ký hiệu đơn và không phải là ký hiệu kết thúc.
    - Văn phạm loại 3: chỉ có các quy tắc sinh có dạng $w_1 \to w_2$, trong đó $w_1 = A$ và $w_2 = aB$ hoặc $w_2 = a$ (trong đó A, B là ký hiệu không kết thúc, còn a là ký hiệu kết thúc) hoặc có dạng $w_1 = S$ và $w_2 = \lambda$.

      Ví dụ:

$$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{P\} > \text{,với } P : \begin{cases} S \to aS \\ A \to aA \\ A \to aB \\ B \to b \\ S \to \lambda \end{cases}$$

1.3. Phân loại văn phạm cấu trúc câu



Bài tập 7.10:
$G =< \{a, b\}, \{S\}, S, \{S \to aSb, S \to \lambda\} >$
là văn phạm loại mấy?

Bài tập 7.11:
$G =< \{0, 1, 2\}, \{S, A, B\}, S, P >$, với:

$$P : \begin{cases} S \to 0SAB \\ BA \to AB \\ 0A \to 01 \\ 1A \to 11 \\ 1B \to 12 \\ 2B \to 22 \\ S \to \lambda \end{cases}$$

là văn phạm loại gì?
Văn phạm trên sinh ra ngôn ngữ nào?

Bài tập 7.12:

Trong hai văn phạm chính quy sau, văn phạm nào sinh ra ngôn ngữ $\{0^m1^n\}$:

$G =< \{0,1\}, \{S, A\}, S, P >$

a. $P = \{S \to 0S, S \to 1A, A \to 1A, A \to 1, S \to \lambda\}$
b. $P = \{S \to 0S, S \to 1A, S \to 1, A \to 1A, A \to 1, S \to \lambda\}$

Bài tập 7.13:

Tìm văn phạm chính quy sinh ra ngôn ngữ $\{0^m1^n\}$ mà chỉ dùng một ký hiệu phụ là ký hiệu xuất phát S.

Bài tập 7.14:

Tìm ngôn ngữ được sinh ra bởi văn phạm
$G = < \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P >$, với:

a. $P = \{S \to AB, A \to ab, B \to bb\}$
b. $P = \{S \to AB, S \to aA, A \to a, B \to ba\}$
c. $P = \{S \to AB, S \to AA, A \to aB, A \to ab, B \to b\}$
d. $P = \{S \to AA, S \to B, A \to aaA, A \to aa, B \to bB, B \to b\}$
e. $P = \{S \to AB, A \to aAb, B \to bBa, A \to \lambda, B \to \lambda\}$

Bài tập 7.15:

Tìm văn phạm cấu trúc câu cho từng ngôn ngữ sau:

a. Tập tất cả các xâu nhị phân chứa một số chẵn các số 0 và không chứa số 1 nào.
b. Tập tất cả các xâu nhị phân tạo bởi một số 1 và tiếp sau là số lẻ các số 0.
c. Tập tất cả các xâu nhị phân chứa một số chẵn các số 0 và một số chẵn các số 1.
d. Tập tất cả các xâu nhị phân chứa 10 hoặc nhiều hơn các số 0 và không chứa số 1 nào.
e. Tập tất cả các xấu chứa số các số 0 nhiều hơn số các số 1.
f. Tập tất cả các xâu chứa số các số 0 và số 1 bằng nhau.
g. Tập tất cả các xâu chứa số các số 0 và số các số 1 không bằng nhau.

Bài tập 7.16:

Phân loại văn phạm:

$G =< \{a, b\}, \{S, A, B\}, S, P >$, với:

a. $P = \{S \to aAB, A \to Bb, B \to \lambda\}$
b. $P = \{S \to aA, A \to a, A \to b\}$
c. $P = \{S \to ABa, AB \to a\}$
d. $P = \{S \to ABA, A \to aB, B \to ab\}$
e. $P = \{S \to aA, aA \to B, B \to aA, A \to b\}$
f. $P = \{S \to bA, A \to B, B \to a\}$
g. $P = \{S \to bA, A \to b, S \to \lambda\}$
h. $P = \{S \to AB, B \to aAb, aAb \to b\}$
i. $P = \{S \to aA, A \to bB, B \to b, B \to \lambda\}$
j. $P = \{S \to A, A \to B, B \to \lambda\}$

Bài tập 7.17:
Phân loại văn phạm:
$G =< \{a, b, c\}, \{S\}, S, P >$, với:
$P = \{S \to abS, S \to bcS, S \to bbS, S \to a, S \to cb\}$
Dựng các cây dẫn xuất cho:

a. $bcbba$
b. $bbbcbba$
c. $bcabbbbbcb$

2. Các máy hữu hạn trạng thái

- Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra
- Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra
- Sự chấp nhận của ngôn ngữ

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Hoạt động của máy bán hàng

Một máy bán hàng hoạt động theo nguyên tắc sau:

- Máy chỉ nhận các đồng 5 xu, 10 xu, 25 xu.
- Nếu tổng số tiền đưa vào vượt quá 30 xu thì máy sẽ trả lại số tiền thừa (số tiền không vượt quá 30 xu).
- Giá 1 cốc nước cam bằng giá một cốc nước táo là 30 xu. Khi máy đã nhận đủ 30 xu, người mua ấn nút màu cam thì nhận được cốc nước cam, ấn vào nút màu đỏ thì nhận được cốc nước táo.

  Ví dụ:

  Đưa vào đồng 25 xu, đồng 10 xu, máy sẽ trả lại 5 xu. Sau đó ấn nút đỏ, máy sẽ đưa ra cốc nước táo.

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Thiết kế máy

- Các khả năng của đầu vào là: 5 xu, 10 xu, 25 xu, nút màu cam (O), nút màu đỏ (R).
- Các khả năng của đầu ra là: không có gì (n), 5 xu, 10 xu, 15 xu, 20 xu, 25 xu, cốc nước cam (OJ), cốc nước táo (AJ).
- Các trạng thái có thể của máy: có 7 trạng thái khác nhau $s_i (i = 0, 1, \ldots, 6)$, trạng thái s_i nghĩa là máy đã nhận được $(5 \times i)$ xu.

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Thiết kế máy

	Next state					Output				
State	Input					Input				
	5	10	25	O	R	5	10	25	O	R
s_0	s_1	s_2	s_5	s_0	s_0	n	n	n	n	n
s_1	s_2	s_3	s_6	s_1	s_1	n	n	n	n	n
s_2	s_3	s_4	s_6	s_2	s_2	n	n	5	n	n
s_3	s_4	s_5	s_6	s_3	s_3	n	n	10	n	n
s_4	s_5	s_6	s_6	s_4	s_4	n	n	15	n	n
s_5	s_6	s_6	s_6	s_5	s_5	n	5	20	n	n
s_6	s_6	s_6	s_6	s_0	s_0	5	10	25	OJ	AJ

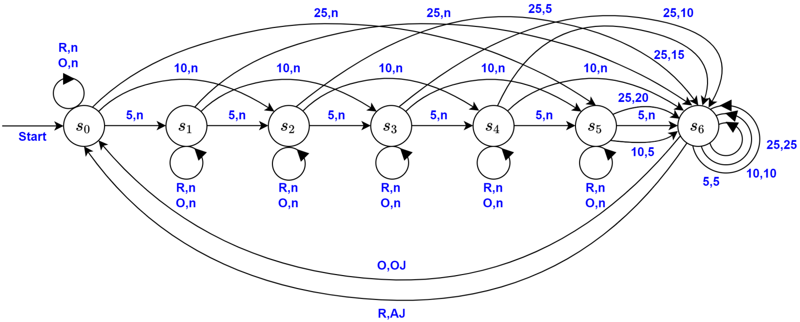
2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Bảng chuyển trạng thái

Một máy hữu hạn trạng thái $M = (S, I, O, f, g, s_0)$, trong đó:

- $s_0 \in S$ và S là tập hữu hạn các trạng thái
- I là bộ chữ cái hữu hạn đầu vào và O là bộ chữ cái hữu hạn đầu ra
- f là hàm chuyển trạng thái $f(s, i) = s'$ với $s, s' \in S, i \in I$ và g là hàm đầu ra $g(s, i) = o$ với $s \in S, i \in I, o \in O$.

	Next state					Output				
	Input					Input				
State	5	10	25	O	R	5	10	25	O	R
s_0	s_1	s_2	s_5	s_0	s_0	n	n	n	n	n
s_1	s_2	s_3	s_6	s_1	s_1	n	n	n	n	n
s_2	s_3	s_4	s_6	s_2	s_2	n	n	5	n	n
s_3	s_4	s_5	s_6	s_3	s_3	n	n	10	n	n
s_4	s_5	s_6	s_6	s_4	s_4	n	n	15	n	n
s_5	s_6	s_6	s_6	s_5	s_5	n	5	20	n	n
s_6	s_6	s_6	s_6	s_0	s_0	5	10	25	OJ	AJ

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Đồ thị biểu diễn máy hữu hạn trạng thái

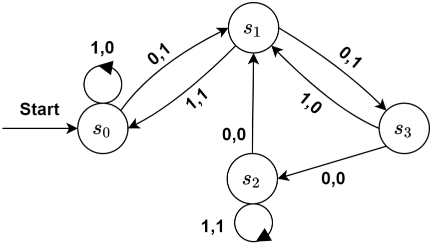


Bài tập 7.18:
Biểu diễn máy hữu hạn trạng thái sau bằng đồ thị:

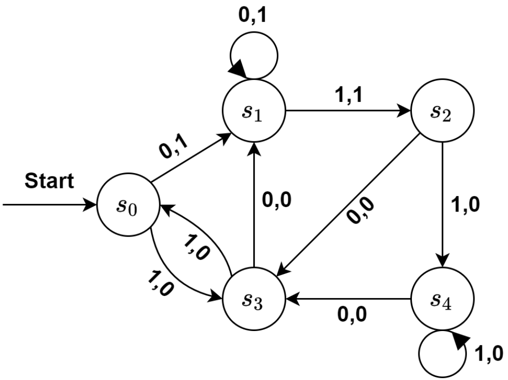
	f		g	
State	Input		Input	
	0	1	0	1
s_0	s_1	s_0	1	0
s_1	s_3	s_0	1	1
s_2	s_1	s_2	0	1
s_3	s_2	s_1	0	0

Bài tập 7.18:
Biểu diễn máy hữu hạn trạng thái sau bằng đồ thị:

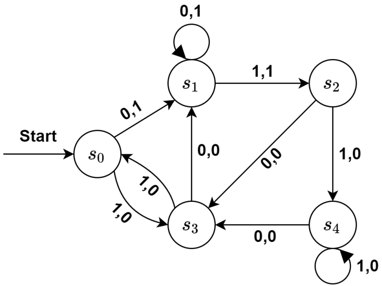
	f		g	
State	Input		Input	
	0	1	0	1
s_0	s_1	s_0	1	0
s_1	s_3	s_0	1	1
s_2	s_1	s_2	0	1
s_3	s_2	s_1	0	0



Bài tập 7.19:
Mô tả máy hữu hạn trạng thái bằng bảng chuyển trạng thái được biểu diễn bởi đồ thị sau:



Bài tập 7.19:
Mô tả máy hữu hạn trạng thái bằng bảng chuyển trạng thái được biểu diễn bởi đồ thị sau:



	f		g	
State	Input		Input	
	0	1	0	1
s_0	s_1	s_3	1	0
s_1	s_1	s_2	1	1
s_2	s_3	s_4	0	0
s_3	s_1	s_0	0	0
s_4	s_3	s_4	0	0

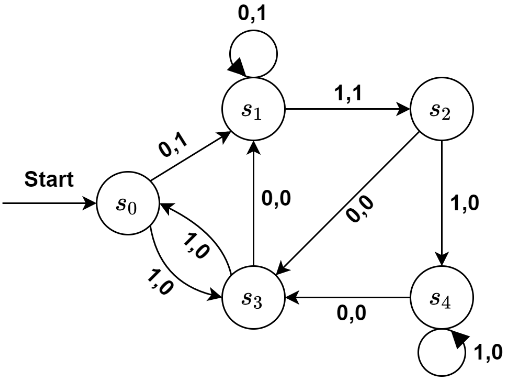
2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

- Một xâu đầu vào đưa trạng thái xuất phát qua một dãy các trạng thái được xác định bởi hàm chuyển. Lần lượt từ trái sang phải, mỗi ký hiệu đầu vào đưa máy từ trạng thái này sang trạng thái khác.
- Mỗi lần chuyển trạng thái tạo ra một đầu ra, do đó với một xâu đầu vào sẽ tạo ra một xâu đầu ra.
- Cụ thể, với xâu đầu vào $x = x_1x_2...x_k$ máy sẽ chuyển lần lượt qua các trạng thái $s_1, s_2, ..., s_k$, trong đó $s_i = f(s_{i-1}, x_i)$ và tạo ra xâu đầu ra $y = y_1y_2 \dots y_k$, trong đó $y_i = g(s_{i-1}, x_i)$.

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

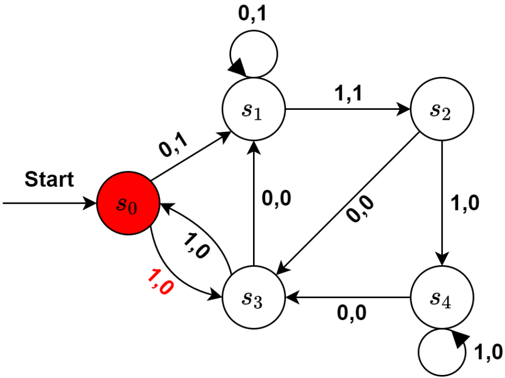
Ví dụ:

Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

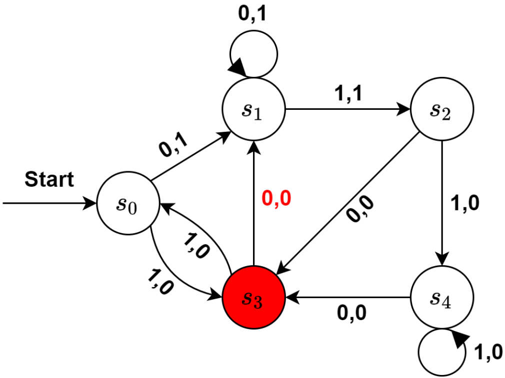
Ví dụ:
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

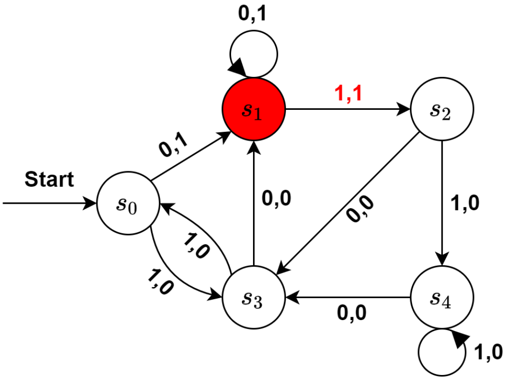
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

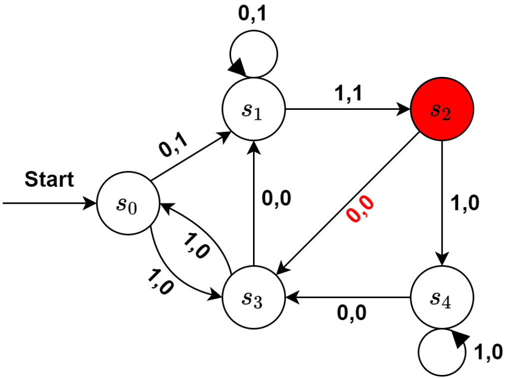
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

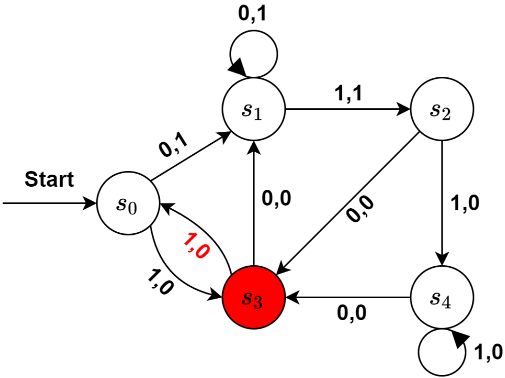
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

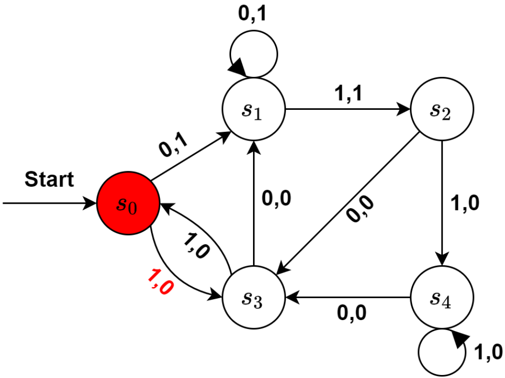
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

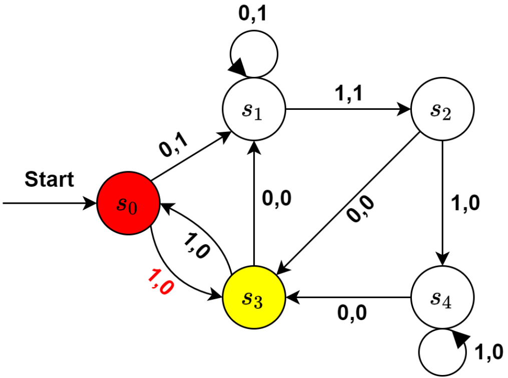
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

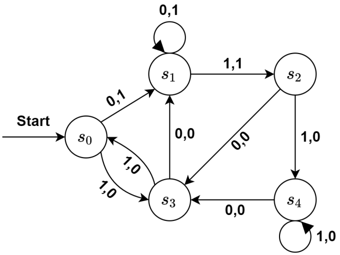
Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Xâu đầu vào và xâu đầu ra

Ví dụ:

Tìm xâu đầu ra của xâu 101011 qua máy sau:

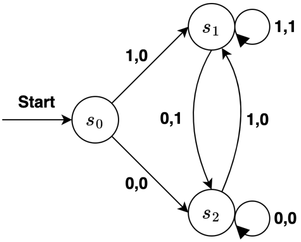


Input	1	0	1	0	1	1	-
State	s_0	s_3	s_1	s_2	s_3	s_0	s_3
Output	0	0	1	0	0	0	-

2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Ứng dụng

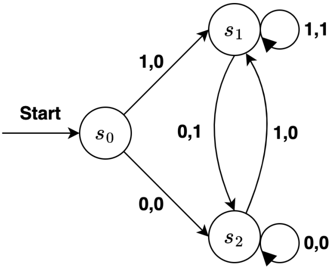
Bài tập 7.20:
Tìm xâu đầu ra của các xâu sau đây khi đưa chúng qua *máy đơn trễ*:

a. 10101111
b. 00110101
c. 11100010
d. 01010101



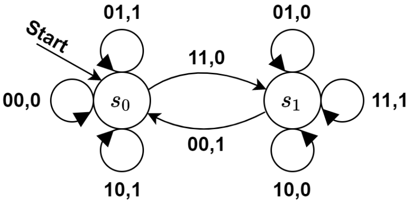
2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Ứng dụng

Một phần tử quan trọng trong nhiều dụng cụ điện tử (mạch rót nước tự động, mạch trễ loa, mạch rửa tay,...) là *máy đơn trễ*. Máy này tạo nên đầu ra chính là xâu đầu vào nhưng bị trễ một lượng thời gian cho trước. Nghĩa là nếu xâu đầu vào là một xâu nhị phân $x_1x_2...x_k$ thì nó sẽ được làm trễ đi một đơn vị thời gian và trở thành xâu $0x_1x_2...x_{k-1}$.



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Ứng dụng

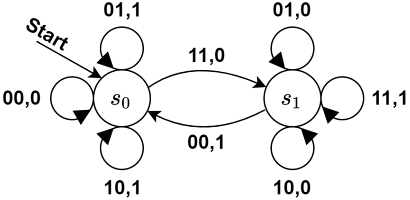
Tạo một máy hữu hạn trạng thái để cộng hai số nguyên ở dạng nhị phân.



Giả sử ta cần cộng $(x_n \ldots x_1 x_0)_2$ và $(y_n \ldots y_1 y_0)_2$. Khi đó, phép cộng từng bit x_i với $y_i, i = 0, \ldots, n$ sẽ được đại diện bởi input $x_i y_i$ được đưa vào mỗi trạng thái. Giả sử x_n, y_n đều bằng 0.

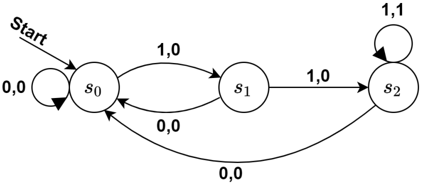
2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Ứng dụng

Bài tập 7.21:
Vẽ bảng thể hiện quá trình chuyển trạng thái của máy và kết quả máy đưa ra khi cộng hai số $(110011)_2$ và $(101010)_2$.



2.1. Máy hữu hạn trạng thái có đầu ra: Ứng dụng

Một bộ đoán nhận ngôn ngữ tạo một đầu ra là 1 nếu và chỉ nếu xâu đầu vào được đọc tới lúc một tính chất đã được chỉ rõ. Hình dưới đây mô tả một máy đoán nhận ngôn ngữ. Máy này cho đầu ra là 1 nếu và chỉ nếu xâu đầu vào được đọc tới lúc kết thúc bởi 111.



2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

- Thay vì xây dựng máy hữu hạn trạng thái có đầu ra để đoán nhận ngôn ngữ, ta có thể xây dựng máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra nhưng có những trạng thái kết thúc.
- Một xâu được chấp nhận nếu và chỉ nếu nó đưa trạng thái xuất phát tới một trong các trạng thái kết thúc.

2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra: Cách biểu diễn các xâu

- Phép ghép của A, B được ký hiệu AB là tập tất cả các xâu có dạng xy trong đó $x \in A, y \in B$.
  Ví dụ:
  $A = \{0, 11\}, B = \{1, 10, 110\}$ thì
  $AB = \{01, 010, 0110, 111, 1110, 11110\}$
  $BA = ?$
- $A^n = A^{n-1}A$ và $A^0 = \lambda$
  Ví dụ:
  $A = \{1, 00\}, A^2 = \{11, 100, 001, 0000\}$
  $A^3 = \{111, 1100, 1001, 10000, 0011, 00100, 00001, 000000\}$

2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra: Cách biểu diễn các xâu

- Ký hiệu A^* là bao đóng Kleene - tập gồm các xâu được tạo bởi cách ghép một số tùy ý các xâu thuộc A.
  $A^* = A^0 \cup A^1 \cup \ldots \cup A^n \cup \ldots \cup A^\infty$
  Ví dụ:
  $A = \{0\}$ thì $A^* = \{0^n\}$ với $n \geq 0$
  $B = \{00\}$ thì $B^* = \{0^{2n}\}$ với $n \geq 0$
  $C = \{0, 1\}$ thì C^* là tập tất cả các xâu nhị phân

Bài tập 7.22:

Xác định xem xâu 11101 có nằm trong các tập sau hay không?

a. $\{0,1\}^*$
b. $\{1\}^*\{0\}^*\{1\}^*$
c. $\{11\}\{1\}^*\{01\}$
d. $\{11\}^*\{10\}^*$
e. $\{111\}^*\{0\}^*\{1\}$
f. $\{111,000\}\{00,01\}$

2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

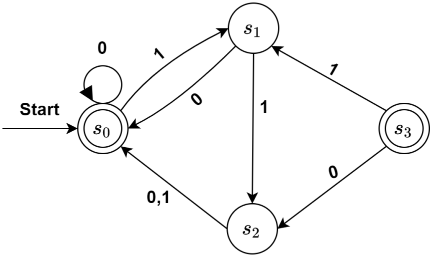
- **Định nghĩa:**
  Otomat hữu hạn $M = (S, I, f, s_0, F)$, S tập hữu hạn các trạng thái, I bộ chữ cái đầu vào, f là hàm chuyển, s_0 là trạng thái xuất phát, tập trạng thái kết thúc F là tập con của S.
  Ví dụ:
  Dựng giản đồ trạng thái của otomat hữu hạn $M = (S, I, f, s_0, F)$ với $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$, $I = \{0, 1\}$, $F = \{s_0, s_3\}$ và hàm chuyển f được cho trong bảng dưới đây:

State	f	
	Input	
	0	1
s_0	s_0	s_1
s_1	s_0	s_2
s_2	s_0	s_0
s_3	s_2	s_1

2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

Ví dụ:
Dựng giản đồ trạng thái của otomat hữu hạn $M = (S, I, f, s_0, F)$ với $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$, $I = \{0, 1\}$, $F = \{s_0, s_3\}$ và hàm chuyển f được cho trong bảng dưới đây:

State	f	
	Input	
	0	1
s_0	s_0	s_1
s_1	s_0	s_2
s_2	s_0	s_0
s_3	s_2	s_1

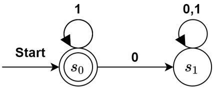


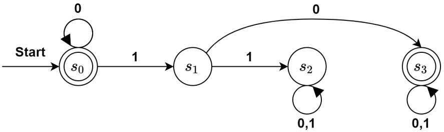
2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

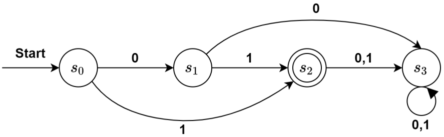
- Giả sử $x = x_1x_2...x_k$ là xâu trong I^*, khi đó $f(s_0, x)$ là trạng thái nhận được bằng cách dùng tuần tự các ký hiệu trong x.
- Xâu x được gọi là chấp nhận được bởi máy $M = (S, I, f, s_0, F)$ nếu $f(s_0, x)$ là trạng thái kết thúc (thuộc F).
- Ngôn ngữ được chấp nhận được bởi máy M được ký hiệu $L(M)$ là tập tất cả các xâu được chấp nhận bởi M.
- Hai otomat được gọi là tương đương nếu cùng chấp nhận một ngôn ngữ.

Bài tập 7.23:

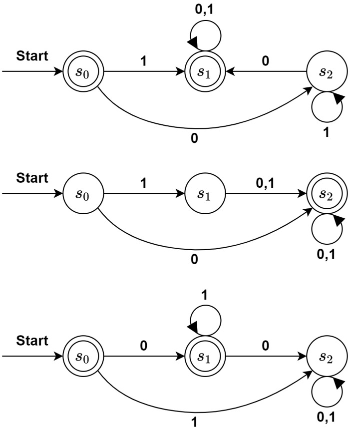
Xác định ngôn ngữ được chấp nhận bởi các otomat sau:







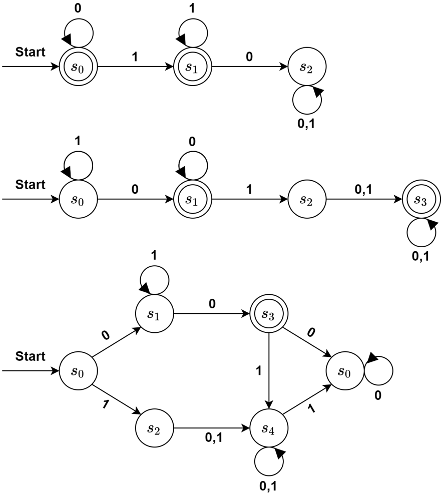
Bài tập 7.24:
Xác định ngôn ngữ được chấp nhận bởi các otomat sau:



2.2. Máy hữu hạn trạng thái không có đầu ra

Bài tập 7.25:

Xác định ngôn ngữ được chấp nhận bởi các otomat sau:



Bài tập 7.26:

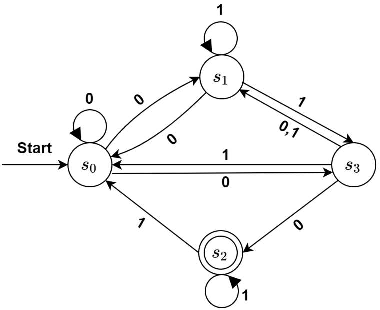
a. Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập $0^*11(10)^*$.
b. Hãy xây dựng văn phạm $G =< \Sigma, \Delta, S, P >$ sinh ra tập trên.

2.3. Otomat hữu hạn không tất định

- Các otomat xét đến thời điểm này là otomat tất định vì mỗi trạng thái và một giá trị đầu vào có một trạng thái tiếp theo duy nhất.
- Các otomat xét tiếp sau đây là otomat không tất định vì mỗi trạng thái và một giá trị đầu vào có nhiều trạng thái tiếp theo khả dĩ.

- **Định nghĩa:**
  Otomat hữu hạn không tất định $M = (S, I, f, s_0, F)$, S tập hữu hạn các trạng thái, I bộ chữ cái đầu vào, f là hàm chuyển với mỗi trạng thái ứng với mỗi đầu vào là tập trạng thái đầu ra, s_0 là trạng thái xuất phát, tập trạng thái kết thúc F là tập con của S.

State	f	
	Input	
	0	1
s_0	s_0, s_1	s_3
s_1	s_0	s_1, s_3
s_2		s_0, s_2
s_3	s_0, s_1, s_2	s_1



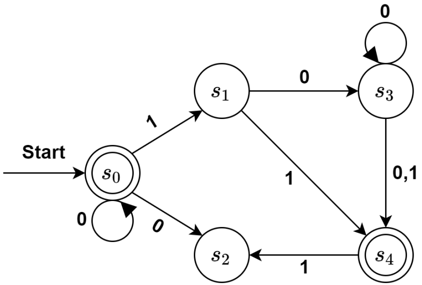
- Giả sử $x = x_1x_2...x_k$ là xâu trong I^*, khi đó $S_1 = f(s_0, x)$, $S_2 = \cup_{s\in S_1} f(s, x_2), \ldots, S_k = \cup_{s\in S_{k-1}} f(s, x_k)$.
- Xâu x được gọi là chấp nhận được bởi máy hữu hạn không tất định $M = (S, I, f, s_0, F)$ nếu S_k chứa trạng thái kết thúc (thuộc F).
- Ngôn ngữ được chấp nhận được bởi máy M được ký hiệu $L(M)$ là tập tất cả các xâu được chấp nhận bởi M.

Định lý

Nếu ngôn ngữ L được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tất định M_0 thì L cũng được chấp nhận bởi một otomat tất định M_1.

Bài tập 7.27:

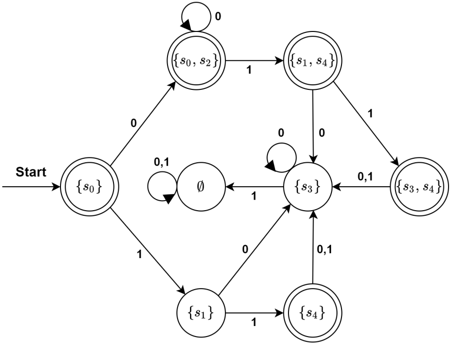
- (a) Tìm ngôn ngữ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tất định sau:



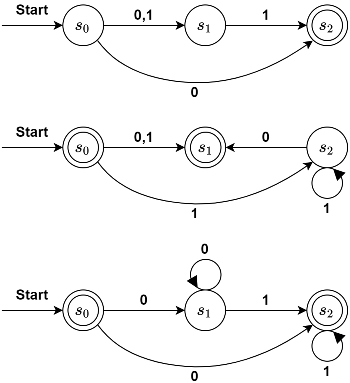
- (b) Hãy dựng otomat hữu hạn tất định chấp nhận ngôn ngữ vừa tìm được.

Bài tập 7.28:

Tìm otomat hữu hạn tất định tương đương với otomat hữu hạn không tất định sau:



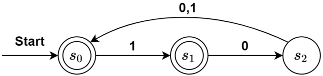
Bài tập 7.29:
Tìm ngôn ngữ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tất định sau:

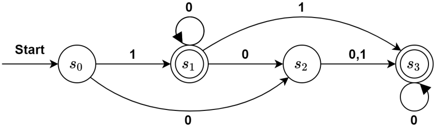


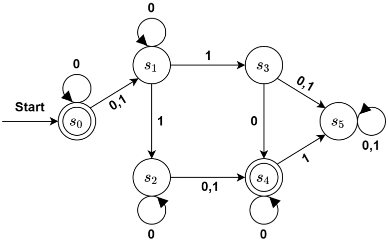
2.3. Otomat hữu hạn không tất định

Bài tập 7.30:

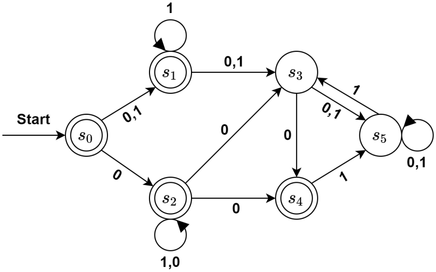
Tìm ngôn ngữ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn không tất định sau:







Bài tập 7.31:
Tìm otomat hữu hạn tất định tương đương với otomat hữu hạn không tất định sau:



2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

- Otomat hữu hạn có thể đoán nhận được ngôn ngữ.
- Otomat có thể đoán nhận tập chính quy.
  - Biểu thức chính quy trên tập I:
    - $\emptyset$ là một biểu thức chính quy.
    - λ là một biểu thức chính quy.
    - x là một biểu thức chính quy với mọi $x \in I$.
    - $(AB), (A \cup B), A^*$ là các biểu thức chính quy $\forall A, B$ là biểu thức chính quy.
  - Mỗi biểu thức chính quy biểu diễn một tập được đặc tả bởi các quy tắc sau:
    - $\emptyset$ biểu diễn tập rỗng.
    - λ biểu diễn tập $\{\lambda\}$, tập chỉ chứa xâu rỗng.
    - x biểu diễn tập $\{x\}$, tập chỉ chứa xâu có một ký hiệu x.
    - (AB) biểu diễn tập được ghép bởi A, B.
    - A^* biểu diễn bao đóng Kleene của tập được biểu diễn bởi A.

Ví dụ:

- 10^*: Một số 1 được theo sau bởi một số bất kỳ số 0 (kể cả không có số 0 nào)
- $(10)^*$: Một số bất kỳ các cặp 10 (kể cả xâu rỗng)
- $0 \cup 01$: Xâu 0 hoặc xâu 01
- $0(0 \cup 1)^*$: Xâu bất kỳ bắt đầu bằng 0
- $(0^*1)^*$: Xâu bất kỳ không kết thúc bằng 0

2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Định lý Kleene

Một tập là biểu thức chính quy nếu và chỉ nếu nó được chấp nhận bởi một otomat hữu hạn.

Mọi tập chính quy đều được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu:

- $\emptyset$ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn.
- λ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn.
- x được chấp nhận bởi otomat hữu hạn với mọi $x \in I$.
- (AB) được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu A, B được chấp nhận.
- $A \cup B$ được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu A, B được chấp nhận.
- A^* được chấp nhận bởi otomat hữu hạn nếu A được chấp nhận.

Bài tập 7.32:

Mô tả bằng lời các xâu trong tập chính quy sau:

a. 1^*0
b. 1^*00^*
c. $111 \cup 001$
d. $(1 \cup 00)^*$
e. $(00^*1)^*$
f. $(0 \cup 1)(0 \cup 1)^*00$

Bài tập 7.33:
Xâu 1011 thuộc tập chính quy nào dưới đây:

a. 10^*1^*
b. $0^*(10 \cup 11)^*$
c. $1(01)^*1^*$
d. $1^*01(0 \cup 1)$
e. $10^*(11)^*$
f. $1(00)^*(11)^*$
g. $(10)^*1011$
h. $(1 \cup 00)(01 \cup 0)1^*$

2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Ví dụ:
Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.

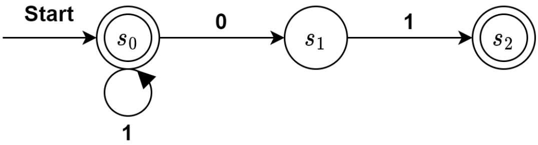
2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Ví dụ:

Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.

Giải:

Nhận xét về otomat sau:



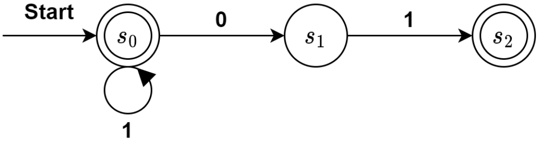
Ví dụ:

Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.

Giải:

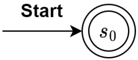
Nhận xét về otomat sau:

Đoán nhận tập chính quy $1^*01 \cup 1^*$.

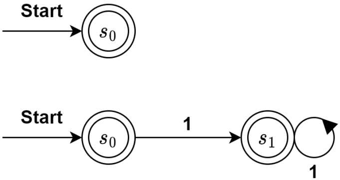


2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Ví dụ:
Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.
Giải:
λ



Ví dụ:
Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.
Giải:
1^*



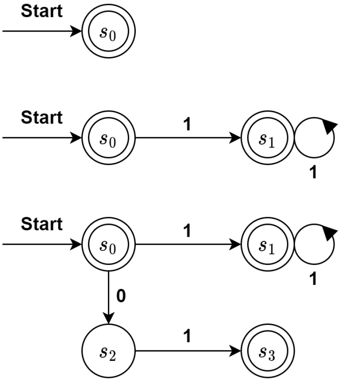
2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

Ví dụ:

Dựng otomat hữu hạn đoán nhận tập chính quy $1^* \cup 01$.

Giải:

$1^* \cup 01$



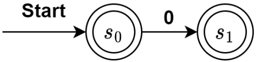
Bài tập 7.34:
Tìm otomat hữu hạn đoán nhận:

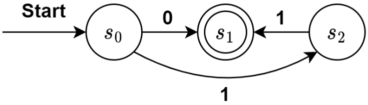
a. $\{\lambda, 0\}$
b. $\{0, 11\}$
c. $\{0, 11, 000\}$
d. 0^*1^*
e. $(0 \cup 11)^*$
f. $01^* \cup 00^*1$

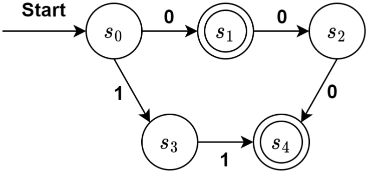
2.4. Sự chấp nhận của ngôn ngữ

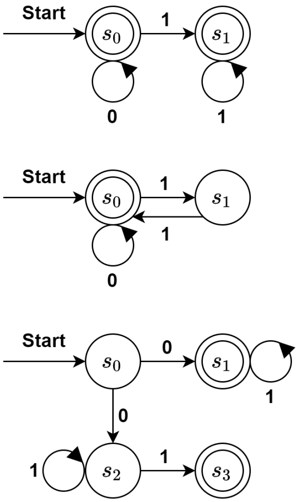
Giải:

a. $\{\lambda, 0\}$
b. $\{0, 11\}$
c. $\{0, 11, 000\}$
d. 0^*1^*
e. $(0 \cup 11)^*$
f. $01^* \cup 00^*1$





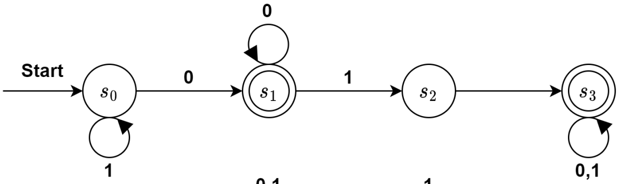


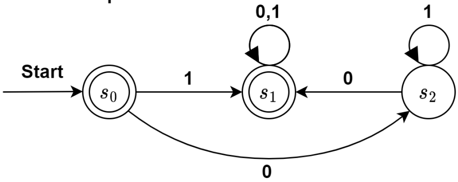


Giải:

- a) $\{\lambda, 0\}$
- b) $\{0, 11\}$
- c) $\{0, 11, 000\}$
- d) 0^*1^*
- e) $(0 \cup 11)^*$
- f) $01^* \cup 00^*1$

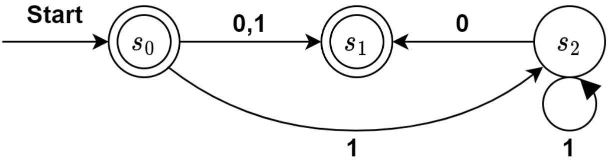
Bài tập 7.35:
Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi các otomat hữu hạn sau:

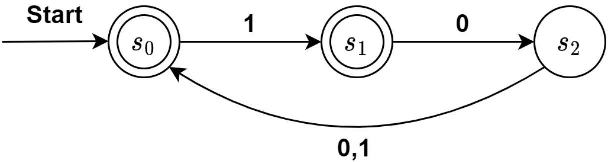




Ôn tập

Bài tập 7.36:
Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi các otomat hữu hạn không tất định sau:



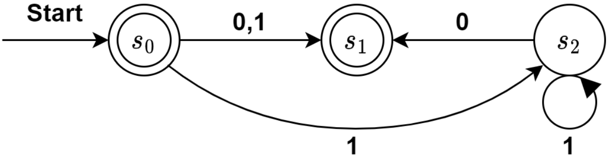


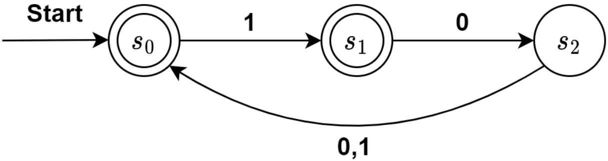
Bài tập 7.37:

Tìm otomat hữu hạn tất định chấp nhận các tập sau:

a. $\{0\}$
b. $\{1, 00\}$
c. $\{1^n | n = 2, 3, 4, ...\}$

Bài tập 7.38:
Tìm otomat hữu hạn tất định tương đương với các otomat hữu hạn không tất định sau:





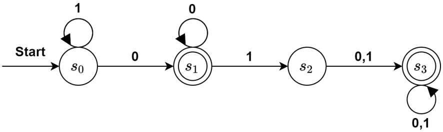
Bài tập 7.39:
Dựng otomat hữu hạn tất định đoán nhận ngôn ngữ được sinh ra bởi văn phạm $G =< \{0,1\}, \{S, A, B\}, S, P >$, trong đó:

a. $P = \{S \rightarrow 0A, S \rightarrow 1B, A \rightarrow 0, B \rightarrow 0\}$
b. $P = \{S \rightarrow 1A, S \rightarrow 0, S \rightarrow \lambda, A \rightarrow 0B, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 1\}$
c. $P = \{S \rightarrow 1B, S \rightarrow 0, A \rightarrow 1A, A \rightarrow 0B, A \rightarrow 1, A \rightarrow 0, B \rightarrow 1\}$

Bài tập 7.40:

a. Dựng otomat hữu hạn không tất định đoán nhận ngôn ngữ được sinh ra bởi văn phạm $G = < \{0, 1\}, \{S, A, B\}, S, P >$, trong đó $P = \{S \to 1A, S \to 0, S \to \lambda, A \to 0B, B \to 1B, B \to 1\}$.

b. Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi otomat sau:



Bài tập 7.41:

- (a) Dựng otomat hữu hạn không tất định đoán nhận ngôn ngữ được sinh ra bởi văn phạm $G = <\{0,1\}, \{S, A, B\}, S, P>$, trong đó $P = \{S \to 1B, S \to 0, A \to 1A, A \to 0B, A \to 1, A \to 0, B \to 1\}$.
- (b) Hãy tìm ngôn ngữ được đoán nhận bởi otomat sau: