

- Đề thi gồm 2 trang.
- Thí sinh được dùng các bảng tra số và máy tính bỏ túi.
- Không sử dụng tài liệu.

Câu 1: Một hộp có n sản phẩm. Với cùng xác suất như nhau, giả sử hộp đó có i chính phẩm; $i = 0, 1, 2, \dots, n$. Lần 1 người ta rút ngẫu nhiên không hoàn lại một sản phẩm từ hộp thì được chính phẩm. Lần 2 rút tiếp ngẫu nhiên từ hộp 1 sản phẩm nữa. Tìm xác suất để sản phẩm rút lần 2 cũng là chính phẩm.

Câu 2: Biết rằng tuổi thọ của một loại thiết bị điện tử là biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất là:

$$f(x) = \begin{cases} 0,5 e^{-kx} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (\text{đơn vị: năm})$$

- Tìm hệ số k , tính $P(-1 < X < 4)$ và hàm phân phối xác suất $F(x)$.
- Giả sử có một thiết bị cùng loại đã dùng được 3 năm, tìm xác suất để thiết bị đó còn dùng được ít nhất 2 năm nữa.
- Một người mua mới 6 thiết bị cùng loại. Tìm xác suất trong 6 thiết bị này sẽ chỉ có đúng 2 thiết bị có tuổi thọ lớn hơn 3 năm.

Câu 3: Thời gian hoàn thành một sản phẩm của một số công nhân được cho bởi bảng phân phối tần số mẫu sau (đơn vị: phút):

Thời gian (x_i)	14 - 16	16 - 18	18 - 20	20 - 22	22 - 24
Số công nhân (n_i)	4	10	14	12	6

Với mức ý nghĩa 5%, có thể coi thời gian hoàn thành một sản phẩm loại này tuân theo quy luật phân phối chuẩn hay không?

Câu 4: Khi khảo sát mối liên hệ giữa lượng phân bón X (kg/ha) và năng suất tương ứng Y (tạ/ha) của một loại cây trồng trong vùng, người ta lấy số liệu mẫu trên 100 thửa ruộng có cùng diện tích. Kết quả được biểu diễn trong bảng sau:

X \ Y	300	340	360	380
32	10	5		
34		10	7	
36		4	20	14
38			10	20

- a) Với độ tin cậy 95%, hãy ước lượng lượng phân bón trung bình đã sử dụng và năng suất trung bình của cây trong vùng.
- b) Có một báo cáo cho rằng 75% diện tích trồng cây trong vùng cho năng suất từ 35 tạ/ha trở lên. Với mức ý nghĩa 1%, hãy nhận xét xem tỉ lệ được nhắc đến trong báo cáo trên có đáng tin không.
- c) Hãy ước lượng hệ số tương quan giữa X,Y; phương trình đường hồi quy tuyến tính Y theo X; và dự kiến năng suất cây trồng nếu sử dụng lượng phân bón là 390 kg/ha.

CHỦ NHIỆM BỘ MÔN

PGS.TS. NGUYỄN ĐÌNH HUY

ĐÁP ÁN

Câu 1: 2 đ

Gọi H_i là biến cố hộp có i chính phẩm, $i = 0, \dots, n$.

$\{H_0, H_1, \dots, H_n\}$ tạo thành nhóm biến cố đầy đủ. $P(H_i) = \frac{1}{n+1}; \quad i = 0, 1, \dots, n$.

Gọi F_1 là biến cố sản phẩm lấy ra ban đầu là chính phẩm.

Gọi F_2 là biến cố sản phẩm lấy ra lần sau là chính phẩm.

Xác suất cần tìm là: $P(F_2 | F_1) = \frac{P(F_1 F_2)}{P(F_1)}$

$$P(F_1) = \sum_{i=0}^n P(H_i) \cdot P(F_1 | H_i) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{n+1} \times \frac{i}{n} = \frac{\sum_{i=0}^n i}{n(n+1)} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n(n+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} P(F_1 F_2) &= \sum_{i=0}^n P(H_i) \cdot P(F_1 F_2 | H_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{n+1} \times \frac{i(i-1)}{n(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^n (i^2 - i)}{n(n-1)(n+1)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n i^2 - \sum_{i=1}^n i}{n(n-1)(n+1)} = \frac{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2}}{n(n-1)(n+1)} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(F_2 | F_1) = \frac{P(F_1 F_2)}{P(F_1)} = \frac{2}{3}$$

Câu 2: 3 đ (1+1+1)

a) $k = 0,5$; $P(-1 < X < 4) = 0,8647$;

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-0,5x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

b) Xác suất cần tìm:

$$P(X \geq 5 | X \geq 3) = \frac{P(X \geq 5)}{P(X \geq 3)} = \frac{1 - P(0 \leq X \leq 5)}{1 - P(0 \leq X \leq 3)} = \frac{1 - 0,9179}{1 - 0,7769} = 0,3679$$

c) $p = P(X > 3) = 0,2231$. Áp dụng công thức Bernoulli với $n = 6$, $p = 0,2231$;

Xác suất cần tìm: $C_6^2 p^2 (1-p)^4 = 0,2720$.

Câu 3: 2 đ $n = 46$ $\bar{x} = 19,2609$ $\hat{s} = 2,3072$

H_0 : mẫu phù hợp phân phối chuẩn...

H_1 : mẫu không phù hợp phân phối chuẩn.

Miền bác bỏ: $W_\alpha = (5,99; +\infty)$.

Trình bày công thức tính π_i , t_{ckd} ...

π_i	$E_i = n \cdot \pi_i$
0.0788	3.6238
0.2136	9.8250
0.3333	15.3312
0.2568	11.8117
0.1176	5.4084

Tiêu chuẩn k_d : $\chi_0^2 = \dots = 0,2255 \notin W_\alpha \Rightarrow$ Chấp nhận H_0 .

Mẫu phù hợp phân phối chuẩn.

(Có thể dùng công thức rút gọn để tính χ_{qs}^2 nhanh hơn).

Câu 4: 3đ (1+1+1)

$$n = 100$$

$$\bar{x} = 357 \quad s_x = 23,8472$$

$$\bar{y} = 35,66 \quad s_y = 2,0510$$

- a) * Khoảng tin cậy cho lượng phân bón trung bình (kg/ha):

$$\bar{x} \pm \frac{z_{\alpha} \times s_x}{\sqrt{n}} = 357 \pm \frac{1,96 \times 23,8472}{\sqrt{100}} = 357 \pm 4,6741$$

$$\Rightarrow (352,3259; 361,6741)$$

- * Khoảng tin cậy cho năng suất trung bình (tạ/ha):

$$\bar{y} \pm \frac{z_{\alpha} \times s_y}{\sqrt{n}} = 35,66 \pm \frac{1,96 \times 2,0510}{\sqrt{100}} = 35,66 \pm 0,4020$$

$$\Rightarrow (35,2580; 36,0620)$$

- b) $H_0: p = 75\%$; $H_1: p \neq 75\%$.

$$z_{\alpha} = 2,58 \quad \text{Mbb } W_{\alpha} = (-\infty; -2,58) \cup (2,58; +\infty)$$

$$\text{Tiêu chuẩn kd: } z_{qs} = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = \frac{0,68 - 0,75}{\sqrt{0,75 \times 0,25}} \sqrt{100} = -1,6166$$

KL: Do $z_{qs} \notin W_{\alpha} \Rightarrow$ Chấp nhận H_0 .

Chưa đủ cơ sở để bác bỏ tỉ lệ nêu trong báo cáo.

- c) Hệ số tương quan $r_{XY} = 0,8050$

Phương trình đường hồi quy tuyến tính: $y = 10,9427 + 0,0692x$

Giá trị ước lượng $y(x = 390) = 37,9448$ (tạ/kg)