VD: Khai triển chuỗi Taylor của hàm số $f(x) = e^x$ tại $x = 2$.

Giải.

Theo đề bài ta có $x_0 = 2$. Chuỗi Taylor của f(x) tại $x_0 = 2$ có dạng:

$$f(x) = f(2) + \frac{f'(2)}{1!}(x-2) + \frac{f''(2)}{2!}(x-2)^2 + ... + \frac{f^{(n)}(2)}{n!}(x-2)^n + R_n(x),$$

Do $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \Rightarrow f''(x) = e^x \Rightarrow .... \Rightarrow f^{(n)}(x) = e^x$

Suy ra $f(2) = e^2, f'(2) = e^2, f''(2) = e^2, ..., f^{(n)}(2) = e^2$.

Vậy chuỗi Taylor của f(x) tại $x_0 = 2$ là:

$$f(x) = e^2 + \frac{e^2}{1!}(x-2) + \frac{e^2}{2!}(x-2)^2 + ... + \frac{e^2}{n!}(x-2)^n + R_n(x).$$

VD: Khai triển chuỗi Maclaurin của hàm số $f(x) = e^x$.

Giải.

Chuỗi Maclaurin của f(x) có dạng:

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + ... + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x).$$

Do $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \Rightarrow f''(x) = e^x \Rightarrow .... \Rightarrow f^{(n)}(x) = e^x$

Suy ra $f(0) = e^0 = 1, f'(2) = e^0 = 1, f''(2) = e^0 = 1, ..., f^{(n)}(2) = e^0 = 1$.

Vậy chuỗi Maclaurin của f(x) là:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + ... + \frac{1}{n!}x^n + R_n(x).$$