

西南交通大学 2024—2025 学年第(1)学期半期考试试卷

课程代码 MATH001912 课程名称 复变函数与积分变换 考试时间 90 分钟

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总成绩 |
|----|---|---|---|---|-----|
| 得分 |   |   |   |   |     |

阅卷教师签字: \_\_\_\_\_

一、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 若  $x_1 = x_2$  或  $y_1 = y_2$ , 则复数  $z_1 = x_1 + iy_1$  和复数  $z_2 = x_2 + iy_2$  相等. ( )
2.  $\sin^2 z + \cos^2 z$  是有界函数. ( )
3.  $\operatorname{sh} z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$  和  $\operatorname{ch} z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$  周期都是  $2\pi$ . ( )
4.  $|1+2i| < |3+4i|$  ( )
5. 在复平面内解析函数的积分与路径无关, 只与曲线起点和终点有关. ( )

二、选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

6. 若  $f(z)$  在复平面内解析,  $F(z)$  是它的一个原函数, 则 ( )  
 A.  $f'(z) = F(z)$     B.  $f(z) = \int F(z) dz$     C.  $F'(z) = f(z)$     D.  $F'(z) = f(z) + c$
7. 设  $C$  是从起点 1 到终点  $-1$  的下半单位圆周, 则  $\int_C |z|^2 dz =$  ( )  
 A.  $-2$     B.  $2$     C.  $\pi i$     D.  $0$
8. 以下不是实数的是 ( )  
 A.  $i^i$     B.  $\cos(2i)$     C.  $e^{-\pi i}$     D.  $\sin(i)$
9. 函数  $w = \frac{1}{z-1}$  把单位圆周  $|z|=1$  变成 ( )  
 A. 直线    B. 单位圆周    C. 椭圆    D. 双曲线
10. 复数  $\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{3}$  的辐角主值是 ( )  
 A.  $\frac{\pi}{6}$     B.  $-\frac{\pi}{3}$     C.  $\frac{\pi}{4}$     D.  $-\frac{\pi}{4}$

11. 下列说法正确的是

- A. 若  $f(z)$  在  $z_0$  解析, 则  $f(z)$  在  $z_0$  连续;
- B. 若复变函数  $f(z)$  在  $z_0$  可导, 则  $f(z)$  在  $z_0$  有任意阶导数;
- C. 任何复数的辐角主值范围是  $(-\pi, \pi]$ ;
- D.  $\ln z$  在  $z \neq 0$  是可导的.

三、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

- 12.  $(1+i)^{2024} + (1-i)^{2024} =$  \_\_\_\_\_.
- 13.  $(z-1)\bar{z}$  的可导点是 \_\_\_\_\_.
- 14.  $(\pi i)^{ei} =$  \_\_\_\_\_.
- 15.  $\oint_{|z|=1} \frac{z^{2023} + z^{11} + 2}{(z-2)^{2024}} dz =$  \_\_\_\_\_.

四、解答题 (16 题 10 分, 17 题 12 分, 18 题 12 分, 19 题 16 分, 共 50 分)

- 16. 计算积分  $I = \int_C (x^2 + iy) dz$ , 积分路径  $C$  是沿着曲线  $y = x^4$  从原点到  $1+i$ .
- 17. 设  $u = ye^x \cos y + xe^x \sin y - 2xy$ , 求解析函数  $f(z) = u + iv$  并满足  $f(0) = i$ .
- 18. 设  $a, b$  是实数,  $f(z) = x + ax^2 + 3y^2 + i(y + 2bxy)$  在全平面解析, 求  $a, b$  和导数  $f'(z)$ .
- 19. 若  $f(z) = \oint_{|\xi|=2} \frac{e^\xi}{\xi(\xi-z)^2} d\xi$ , 求  $f(0), f(1)$  和  $f'(2+2i)$ .