Лабораторные задачи по теме : *Рекурсия простые циклы*

(Реализация А-, КМВ- и И-циклов)

Напишите рекурсивные алгоритмы решения следующих задач, особое внимание обращая на спецификации ввода исходных данных и вывода результатов вычислений.

Таблица 1: Таблица заданий к лабораторной работе

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
1	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $$S = \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{2^k}}{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\ldots+\frac{1}{3^k}}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
2	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $$S = 1+\frac{2}{6}+\frac{3}{120}+\frac{4}{5040}+\ldots=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n-1)!}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
3	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $$x^2 - \sin 5x = 0,$$ используя метод Ньютона: $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$ где $$f(x) = x^2 - \sin 5x,$$ $$f^{'}(x) = 2\cdot x - 5\cdot\cos 5x,$$ $$f^{''}(x) = 2 + 25\cdot\sin 5x,$$ $$x_0 = \begin{cases} a, & f(a)\cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b)\cdot f''(b) > 0, \end{cases}$$ Корень уравнения находится на отрезке $[-1.5, -0.9]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по близости соседних приближений.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*

Таблица 1 (продолжение)

<table>
<tr><th>№ п/п</th><th>Условие задачи</th><th>Спецификации</th></tr>
<tr><td>4</td><td>Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы:
$$S = \frac{1}{2+1} + \frac{1}{2^2+1} + \frac{1}{2^3+1} + \ldots + \frac{1}{2^k+1}$$</td><td>Ввод (файл Inlet.in):
k (количество слагаемых)
Вывод (файл Outlet.out):
Значение суммы</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε:
$$S = 1 - \frac{2}{1} + \frac{3}{2} - \frac{4}{6} + \frac{5}{24} - \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n!}$$</td><td>Ввод (файл Inlet.in):
ε (точность просчетов)
Вывод (файл Outlet.out):
Значение суммы</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения:
$$\sqrt{x} + 1 = 5 \cdot \cos x,$$
используя метод хорд:
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n) \cdot (x_n - c)}{f(x_n) - f(c)},$$
где
$$f(x) = \sqrt{x} + 1 - 5 \cdot \cos x,$$
$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5 \sin x,$$
$$f''(x) = \frac{-1}{4\sqrt{x^3}} + 5 \cos x,$$
$$x_0 = \begin{cases} b, & f(a) \cdot f''(a) > 0, \\ a, & f(b) \cdot f''(b) > 0, \end{cases}$$
$$c = \begin{cases} a, & f(a) \cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b) \cdot f''(b) > 0, \end{cases}$$
Корень уравнения находится на отрезке $[0.5, 2]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по малости невязки.</td><td>Ввод (файл Inlet.in):
a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов)
Вывод (файл Outlet.out):
Значение решения</td></tr>
</table>

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
7	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $S = 2 \cdot \Big(\frac{1}{2^3 - 8 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1} + \frac{1}{4^3 - 8 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2} + \frac{1}{6^3 - 8 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3} + \ldots + \frac{1}{2k^3 - 8 \cdot k^2 + 2 \cdot k}\Big)$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
8	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $S = \frac{1}{1+25} + \frac{1}{4+125} + \frac{1}{16+625} + \frac{1}{64+3125} + \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{4^n + 5^{n+2}}$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
9	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $1.8x^4 - \sin 10x = 0,$ используя модифицированный метод Ньютона: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)},$ где $f(x) = 1.8x^4 - \sin 10x,$ $f^{'}(x) = 7.2x^3 - 10\cos 10x,$ $f^{''}(x) = 21.6x^2 + 100\sin 10x,$ $x_0 = \begin{cases} a, & f(a) \cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b) \cdot f''(b) > 0, \end{cases}$ Корень уравнения находится на отрезке $[0.2, 0.4]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по близости соседних приближений.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*

Таблица 1 (продолжение)

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
10	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $$S = \frac{1}{2}\underbrace{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}}_{k \text{ корней}}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
11	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $$S = 1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
12	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $$-x + \operatorname{tg} x = 0,$$ используя метод дихотомии: 1. Найти $f(a)$ 2. Найти $f(c)$, *где c – серединная точка отрезка* $[a, b]$ 3. <u>**Если**</u> $f(a)$ и $f(c)$ – разных знаков, <u>**то**</u> принять $b = c$ <u>**иначе**</u> принять $a = c$ Невязка считается для точки c Близость соседних приближений определяется длиной отрезка $[a, b]$. Корень уравнения находится на отрезке $[4.4, 4.6]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по малости невязки.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*

Таблица 1 (продолжение)

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
13	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $$S = \sqrt{3 + \sqrt{6 + \ldots + \sqrt{3(k-1) + \sqrt{3k}}}}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
14	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $$S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \ldots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
15	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $$-1 - x + 2x^3 + x^4 = 0,$$ используя метод Ньютона: $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)},$$ где $f(x) = -1 - x + 2x^3 + x^4,$ $f^{'}(x) = -1 + 6x^2 + 4x^3,$ $f^{''}(x) = 12x + 12x^2,$ $x_0 = \begin{cases} a, & f(a) \cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b) \cdot f''(b) > 0, \end{cases}$ Корень уравнения находится на отрезке $[-2, -1.5]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по малости невязки.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*

Таблица 1 (продолжение)

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
16	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $$S = \sum_{n=1}^{k} \frac{\cos 1 + \cos 2 + \ldots + \cos n}{\sin 1 + \sin 2 + \ldots + \sin n}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
17	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $$S = \frac{1}{1\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 9} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\cdot(2n+1)}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
18	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $$-0.2 - x + x^5 = 0,$$ используя метод хорд: $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)(x_n - c)}{f(x_n) - f(c)},$$ где $f(x) = -0.2 - x + x^5,$ $f'(x) = -1 + 5x^4,$ $f''(x) = 20x^3,$ $$x_0 = \begin{cases} b, & f(a)\cdot f''(a) > 0, \\ a, & f(b)\cdot f''(b) > 0, \end{cases}$$ $$c = \begin{cases} a, & f(a)\cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b)\cdot f''(b) > 0, \end{cases}$$ Корень уравнения находится на отрезке $[-1.3, -0.8]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по близости соседних приближений.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*

Таблица 1 (продолжение)

№ п/п	***Условие задачи***	***Спецификации***
19	Напишите рекурсивный алгоритм нахождения суммы: $$S = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{k}\sqrt{\frac{1}{k}}}}}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: k (количество слагаемых) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
20	Напишите рекурсивный алгоритм вычисления суммы, закончив просчеты, как только абсолютная величина слагаемого станет меньше величины переменной ε: $$S = \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{11 \cdot 13} + \frac{1}{15 \cdot 17} + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(4n-1) \cdot (4n+1)}$$	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: ε (точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение суммы*
21	Напишите рекурсивный алгоритм решения уравнения: $-8 + 5 \cdot x - 8 \cdot \ln x = 0,$ используя модифицированный метод Ньютона: $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_0)},$ где $f(x) = -8 + 5 \cdot x - 8 \cdot \ln x,$ $f'(x) = 5 - 8/x,$ $f''(x) = 8/x^2,$ $x_0 = \begin{cases} a, & f(a) \cdot f''(a) > 0, \\ b, & f(b) \cdot f''(b) > 0, \end{cases}$ Корень уравнения находится на отрезке $[0.4, 0.6]$. Контроль за окончанием просчетов проводить по малости невязки.	***Ввод*** *(файл Inlet.in)*: a b ε (концы отрезка, содержащего корень и точность просчетов) ***Вывод*** *(файл Outlet.out)*: *Значение решения*