

Methods of optimization

Roman Nichiporuk

Lab number 2

1 Task

$$(4(17 + 14) \bmod 40) + 1 = 5$$

$$(4(17 + 14) \bmod 60) + 1 = 5$$

Из целевых функций и ограничений, приведенных ниже, сформируйте задачи выпуклого программирования и решите их:

Целевая функция: $f = x_2^2 + x_1 - 4x_2$.

Ограничения:

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \end{cases}$$

$$F(x, \lambda) = x_2^2 + x_1 - 4x_2 + \lambda_1(-2x_1 + x_2 - 2) + \lambda_2(x_1 + x_2 - 2)$$

$$1.1) \frac{df}{dx_1} = 1 - 2\lambda_1 + \lambda_2 \geq 0$$

$$1.2) \frac{df}{dx_2} = 2x_2 - 4 + \lambda_1 + \lambda_2 \geq 0$$

$$2.1) \frac{df}{dx_1} = x_1 - 2\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_1 = 0$$

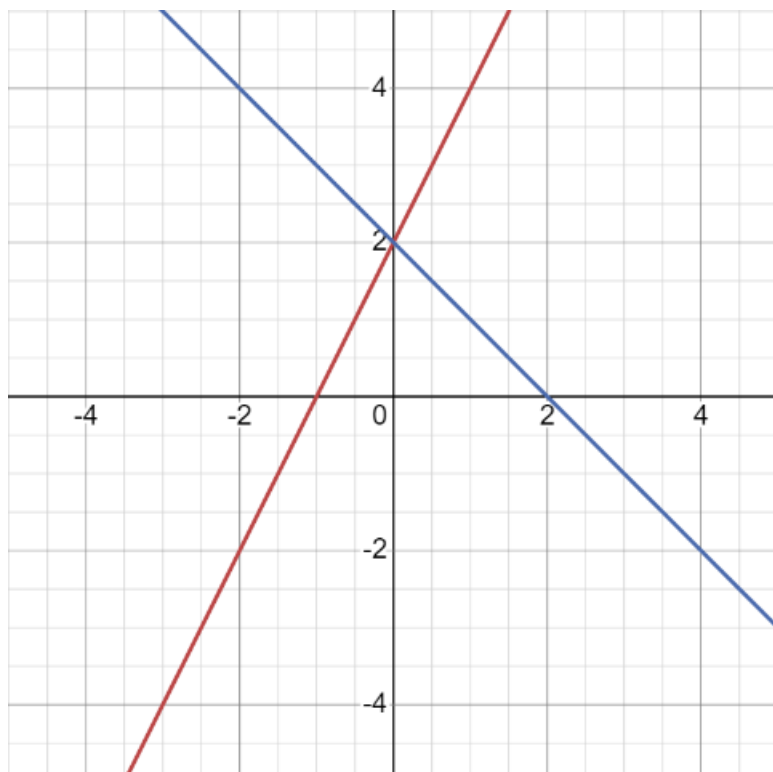
$$2.2) \frac{df}{dx_2} = 2x_2^2 - 4x_2 + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_2 = 0$$

$$3.1) -2x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$

$$3.2) x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$

$$4.1) (-2x_1 + x_2 - 2)\lambda_1 = 0$$

$$4.2) (x_1 + x_2 - 2)\lambda_2 = 0$$



Интересная точка: $(0, 2)$.

Подставим эту точку в (2.2) и получим:

$$2 * 2^2 - 4 * 2 + 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0$$

$$2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 0$$

$$\lambda_1 = -\lambda_2$$

Подставим $\alpha = \lambda_2$ тогда имеем:

$$1.1^*) \frac{df}{dx_1} = 1 + 3\alpha \geq 0$$

$$1.2^*) \frac{df}{dx_2} = 2x_2 - 4 \geq 0$$

$$2.1^*) \frac{df}{dx_1} = x_1 - \alpha x_1 = 0$$

$$2.2^*) \frac{df}{dx_2} = 2x_2^2 - 4x_2 = 0$$

$$3.1^*) -2x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$

$$3.2^*) x_1 + x_2 - 2 \leq 0$$

$$4.1^*) -(-2x_1 + x_2 - 2)\alpha = 0$$

$$4.2^*) (x_1 + x_2 - 2)\alpha = 0$$

Исходя из того что все $\lambda \geq 0$, α может быть равна только нулю

(так как $\lambda_1 = -\lambda_2$, значит $\alpha = 0$).

После того как во все условия мы подставим $\alpha = 0$, нетрудно заметить, что все условия выполняются.

ОТВЕТ: $(0, 2, 0, 0)$