Rozwiązywanie układów równań metodami Newtona oraz siecznych.

Bartłomiej Kozera

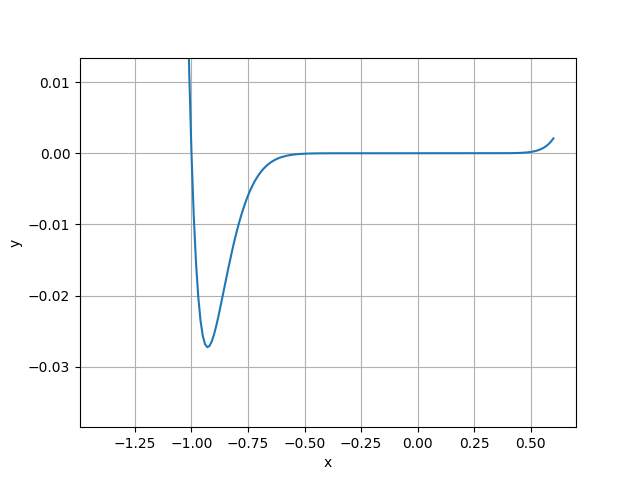
1. Informacje techniczne

Obliczenia zostały wykonane na 64 bitowej wersji systemu Windows 10 Pro, z procesorem Ryzen7 3750H oraz z 16 GB pamięci RAM. Program napisany w języku Python, do rysowania wykresów wykorzystałem moduł pyplot z biblioteki matplotlib. Biblioteka Pandas odpowiada za wypisywanie danych na standardowe wyjście.

# Wstęp do doświadczenia

Badana funkcja opisana jest wzorem:

Wykres 1. Funkcja, której pierwiastki szukamy w przedziale x = [-1,4; 0,6]:



Doświadczenie polega na znalezieniu pierwiastków równania:

Pierwiastki znajdujemy wykorzystując 2 metody. W pierwszej części wykorzystywał będę metodę Newtona, w drugiej metodę siecznych.

W eksperymencie wykorzystywał będę 2 warunki stopu:

gdzie oznacza dokładność.

# Metoda Newtona

Nawiązując do wzoru 2, przyjmijmy oznaczenia

– prosty pierwiastek

– przybliżenie

Niech , wtedy

, (3.)

Przy tej metodzie maksymalna ilość iteracji wynosiła 250.

Tabela 1. Obliczone wartości dla 1 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | -1,0000 | 9 | -1,4 |
| **1** | -1,0000 | 8 | -1,3 |
| **2** | -1,0001 | 6 | -1,2 |
| **3** | -1,0000 | 5 | -1,1 |
| **4** | -1,0000 | 0 | -1,0 |
| **5** | -0,0013 | 78 | -0,9 |
| **6** | -0,0012 | 79 | -0,8 |
| **7** | -0,0012 | 78 | -0,7 |
| **8** | -0,0013 | 76 | -0,6 |
| **9** | -0,0013 | 74 | -0,5 |
| **10** | -0,0012 | 72 | -0,4 |
| **11** | -0,0013 | 68 | -0,3 |
| **12** | -0,0013 | 63 | -0,2 |
| **13** | -0,0012 | 55 | -0,1 |
| **14** | 0,0000 | 0 | 0,0 |
| **15** | 0,0012 | 55 | 0,1 |
| **16** | 0,0012 | 64 | 0,2 |
| **17** | 0,0012 | 69 | 0,3 |
| **18** | 0,0013 | 72 | 0,4 |
| **19** | 0,0013 | 75 | 0,5 |
| **20** | 0,0012 | 78 | 0,6 |

Tabela 2. Obliczone wartości dla 1 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | -1,000000000 | 10 | -1,4 |
| **1** | -1,000000000 | 9 | -1,3 |
| **2** | -1,000000000 | 8 | -1,2 |
| **3** | -1,000000000 | 6 | -1,1 |
| **4** | -1,000000000 | 0 | -1 |
| **5** | -0,000000013 | 222 | -0,9 |
| **6** | -0,000000012 | 223 | -0,8 |
| **7** | -0,000000012 | 222 | -0,7 |
| **8** | -0,000000012 | 220 | -0,6 |
| **9** | -0,000000012 | 218 | -0,5 |
| **10** | -0,000000013 | 215 | -0,4 |
| **11** | -0,000000012 | 212 | -0,3 |
| **12** | -0,000000013 | 207 | -0,2 |
| **13** | -0,000000013 | 198 | -0,1 |
| **14** | 0,000000000 | 0 | 0 |
| **15** | 0,000000012 | 199 | 0,1 |
| **16** | 0,000000013 | 207 | 0,2 |
| **17** | 0,000000012 | 213 | 0,3 |
| **18** | 0,000000013 | 216 | 0,4 |
| **19** | 0,000000013 | 219 | 0,5 |
| **20** | 0,000000013 | 221 | 0,6 |

Tabela 3. Obliczone wartości dla 2 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | -1,0000 | 9 | -1,4 |
| **1** | -1,0000 | 8 | -1,3 |
| **2** | -1,0001 | 6 | -1,2 |
| **3** | -1,0000 | 5 | -1,1 |
| **4** | -1,0000 | 0 | -1 |
| **5** | -0,5118 | 4 | -0,9 |
| **6** | -0,4903 | 5 | -0,8 |
| **7** | -0,4839 | 4 | -0,7 |
| **8** | -0,5014 | 2 | -0,6 |
| **9** | -0,5000 | 0 | -0,5 |
| **10** | -0,4000 | 0 | -0,4 |
| **11** | -0,3000 | 0 | -0,3 |
| **12** | -0,2000 | 0 | -0,2 |
| **13** | -0,1000 | 0 | -0,1 |
| **14** | 0,0000 | 0 | 0 |
| **15** | 0,1000 | 0 | 0,1 |
| **16** | 0,2000 | 0 | 0,2 |
| **17** | 0,3000 | 0 | 0,3 |
| **18** | 0,4000 | 0 | 0,4 |
| **19** | 0,4625 | 1 | 0,5 |
| **20** | 0,4751 | 3 | 0,6 |

Tabela 4. Obliczone wartości dla 2 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | -1,000000000 | 10 | -1,4 |
| **1** | -1,000000000 | 9 | -1,3 |
| **2** | -1,000000000 | 8 | -1,2 |
| **3** | -1,000000000 | 6 | -1,1 |
| **4** | -1,000000000 | 0 | -1 |
| **5** | -0,203456135 | 15 | -0,9 |
| **6** | -0,195497248 | 16 | -0,8 |
| **7** | -0,193088808 | 15 | -0,7 |
| **8** | -0,199597026 | 13 | -0,6 |
| **9** | -0,199094389 | 11 | -0,5 |
| **10** | -0,205876766 | 8 | -0,4 |
| **11** | -0,198768817 | 5 | -0,3 |
| **12** | -0,200000000 | 0 | -0,2 |
| **13** | -0,100000000 | 0 | -0,1 |
| **14** | 0,000000000 | 0 | 0 |
| **15** | 0,100000000 | 0 | 0,1 |
| **16** | 0,200000000 | 0 | 0,2 |
| **17** | 0,186987631 | 6 | 0,3 |
| **18** | 0,197156699 | 9 | 0,4 |
| **19** | 0,194968977 | 12 | 0,5 |
| **20** | 0,185122449 | 15 | 0,6 |

# Metoda siecznych

Startujemy z punktów . Do obliczeń wykorzystujemy wzór:

Przy tej metodzie maksymalna ilość iteracji wynosiła 1000

Tabela 5. Obliczone wartości dla 1 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | 0,0017 | 106 | -1,4 |
| **1** | **Nan** | **Nan** | -1,4 |
| **2** | 0,0017 | 106 | -1,3 |
| **3** | -1,0000 | 11 | -1,3 |
| **4** | 0,0017 | 106 | -1,2 |
| **5** | -1,0000 | 9 | -1,2 |
| **6** | 0,0017 | 106 | -1,1 |
| **7** | -1,0000 | 7 | -1,1 |
| **8** | -1,0000 | 1 | -1 |
| **9** | -1,0000 | 0 | -1 |
| **10** | 0,0017 | 103 | -0,9 |
| **11** | -0,0017 | 107 | -0,9 |
| **12** | 0,0017 | 98 | -0,8 |
| **13** | -0,0017 | 108 | -0,8 |
| **14** | 0,0563 | 1 | -0,7 |
| **15** | -0,7001 | 0 | -0,7 |
| **16** | -0,0017 | 96 | -0,6 |
| **17** | -0,6000 | 0 | -0,6 |
| **18** | -0,0017 | 101 | -0,5 |
| **19** | -0,5000 | 0 | -0,5 |
| **20** | -0,0017 | 98 | -0,4 |
| **21** | -0,4000 | 0 | -0,4 |
| **22** | -0,2999 | 1 | -0,3 |
| **23** | -0,3000 | 0 | -0,3 |
| **24** | -0,2000 | 1 | -0,2 |
| **25** | -0,2000 | 0 | -0,2 |
| **26** | -0,1000 | 1 | -0,1 |
| **27** | -0,1000 | 0 | -0,1 |
| **28** | 0,0000 | 1 | 0 |
| **29** | 0,0000 | 0 | 0 |
| **30** | 0,1000 | 1 | 0,1 |
| **31** | 0,1000 | 0 | 0,1 |
| **32** | 0,2000 | 1 | 0,2 |
| **33** | 0,2000 | 0 | 0,2 |
| **34** | 0,2999 | 1 | 0,3 |
| **35** | 0,3000 | 0 | 0,3 |
| **36** | 0,0018 | 99 | 0,4 |
| **37** | 0,4000 | 0 | 0,4 |
| **38** | 0,0017 | 103 | 0,5 |
| **39** | 0,5000 | 0 | 0,5 |
| **40** | 0,0017 | 105 | 0,6 |
| **41** | 0,0017 | 106 | 0,6 |

Tabela 6. Obliczone wartości dla 1 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | 1,66E-08 | 314 | -1,4 |
| **1** | **Nan** | **Nan** | -1,4 |
| **2** | 1,66E-08 | 314 | -1,3 |
| **3** | -1 | 13 | -1,3 |
| **4** | 1,67E-08 | 314 | -1,2 |
| **5** | -1 | 12 | -1,2 |
| **6** | 1,68E-08 | 314 | -1,1 |
| **7** | -1 | 9 | -1,1 |
| **8** | -1 | 1 | -1 |
| **9** | -1 | 0 | -1 |
| **10** | 1,75E-08 | 310 | -0,9 |
| **11** | -1,7E-08 | 315 | -0,9 |
| **12** | 1,7E-08 | 306 | -0,8 |
| **13** | -1,7E-08 | 315 | -0,8 |
| **14** | 0,056282 | 1 | -0,7 |
| **15** | -1,7E-08 | 314 | -0,7 |
| **16** | -1,7E-08 | 304 | -0,6 |
| **17** | -1,7E-08 | 311 | -0,6 |
| **18** | -1,7E-08 | 308 | -0,5 |
| **19** | -1,7E-08 | 309 | -0,5 |
| **20** | -1,7E-08 | 306 | -0,4 |
| **21** | -1,7E-08 | 305 | -0,4 |
| **22** | -1,7E-08 | 301 | -0,3 |
| **23** | -1,7E-08 | 300 | -0,3 |
| **24** | -1,7E-08 | 294 | -0,2 |
| **25** | -0,2 | 0 | -0,2 |
| **26** | -0,1 | 1 | -0,1 |
| **27** | -0,1 | 0 | -0,1 |
| **28** | 1,33E-15 | 1 | 0 |
| **29** | 1,33E-15 | 0 | 0 |
| **30** | 0,1 | 1 | 0,1 |
| **31** | 0,1 | 0 | 0,1 |
| **32** | 1,74E-08 | 294 | 0,2 |
| **33** | 0,2 | 0 | 0,2 |
| **34** | 1,68E-08 | 302 | 0,3 |
| **35** | 1,68E-08 | 301 | 0,3 |
| **36** | 1,7E-08 | 307 | 0,4 |
| **37** | 1,71E-08 | 306 | 0,4 |
| **38** | 1,67E-08 | 311 | 0,5 |
| **39** | 1,72E-08 | 310 | 0,5 |
| **40** | 1,66E-08 | 313 | 0,6 |
| **41** | 1,66E-08 | 314 | 0,6 |

Tabela 7. Obliczone wartości dla 2 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | 0,4753 | 4 | -1,4 |
| **1** | **Nan** | **Nan** | -1,4 |
| **2** | 0,4755 | 4 | -1,3 |
| **3** | -1,0000 | 10 | -1,3 |
| **4** | 0,4761 | 4 | -1,2 |
| **5** | -1,0001 | 8 | -1,2 |
| **6** | 0,4547 | 5 | -1,1 |
| **7** | -1,0000 | 6 | -1,1 |
| **8** | -1,0000 | 0 | -1 |
| **9** | -1,0000 | 0 | -1 |
| **10** | 0,4461 | 2 | -0,9 |
| **11** | -0,5031 | 6 | -0,9 |
| **12** | 0,3764 | 0 | -0,8 |
| **13** | -0,5178 | 6 | -0,8 |
| **14** | 0,0563 | 0 | -0,7 |
| **15** | -0,4970 | 5 | -0,7 |
| **16** | -0,3600 | 0 | -0,6 |
| **17** | -0,5202 | 2 | -0,6 |
| **18** | -0,4688 | 0 | -0,5 |
| **19** | -0,5000 | 0 | -0,5 |
| **20** | -0,3981 | 0 | -0,4 |
| **21** | -0,4000 | 0 | -0,4 |
| **22** | -0,3000 | 0 | -0,3 |
| **23** | -0,3000 | 0 | -0,3 |
| **24** | -0,2000 | 0 | -0,2 |
| **25** | -0,2000 | 0 | -0,2 |
| **26** | -0,1000 | 0 | -0,1 |
| **27** | -0,1000 | 0 | -0,1 |
| **28** | 0,0000 | 0 | 0 |
| **29** | 0,0000 | 0 | 0 |
| **30** | 0,1000 | 0 | 0,1 |
| **31** | 0,1000 | 0 | 0,1 |
| **32** | 0,2000 | 0 | 0,2 |
| **33** | 0,2000 | 0 | 0,2 |
| **34** | 0,3000 | 0 | 0,3 |
| **35** | 0,3000 | 0 | 0,3 |
| **36** | 0,3991 | 0 | 0,4 |
| **37** | 0,4000 | 0 | 0,4 |
| **38** | 0,4498 | 2 | 0,5 |
| **39** | 0,4625 | 1 | 0,5 |
| **40** | 0,4753 | 3 | 0,6 |
| **41** | 0,4753 | 4 | 0,6 |

Tabela 8. Obliczone wartości dla 2 warunku stopu oraz

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Wartość x** | **Liczba iteracji** | **Punkt** |
| **0** | 0,198935161 | 20 | -1,4 |
| **1** | **Nan** | **Nan** | -1,4 |
| **2** | 0,198998837 | 20 | -1,3 |
| **3** | -1,000000000 | 12 | -1,3 |
| **4** | 0,199273187 | 20 | -1,2 |
| **5** | -1,000000000 | 11 | -1,2 |
| **6** | 0,190294452 | 21 | -1,1 |
| **7** | -1,000000000 | 8 | -1,1 |
| **8** | -1,000000000 | 0 | -1 |
| **9** | -1,000000000 | 0 | -1 |
| **10** | 0,198008171 | 17 | -0,9 |
| **11** | -0,198722465 | 22 | -0,9 |
| **12** | 0,192058796 | 13 | -0,8 |
| **13** | -0,204138998 | 22 | -0,8 |
| **14** | 0,056281624 | 0 | -0,7 |
| **15** | -0,196550308 | 21 | -0,7 |
| **16** | -0,198980420 | 11 | -0,6 |
| **17** | -0,204487669 | 18 | -0,6 |
| **18** | -0,200720024 | 15 | -0,5 |
| **19** | -0,205298537 | 15 | -0,5 |
| **20** | -0,195448682 | 13 | -0,4 |
| **21** | -0,196895738 | 12 | -0,4 |
| **22** | -0,197424523 | 8 | -0,3 |
| **23** | -0,197474895 | 7 | -0,3 |
| **24** | -0,199999749 | 0 | -0,2 |
| **25** | -0,200000000 | 0 | -0,2 |
| **26** | -0,100000000 | 0 | -0,1 |
| **27** | -0,100000000 | 0 | -0,1 |
| **28** | 0,000000000 | 0 | 0 |
| **29** | 0,000000000 | 0 | 0 |
| **30** | 0,100000000 | 0 | 0,1 |
| **31** | 0,100000000 | 0 | 0,1 |
| **32** | 0,199999812 | 0 | 0,2 |
| **33** | 0,200000000 | 0 | 0,2 |
| **34** | 0,190345244 | 9 | 0,3 |
| **35** | 0,190375998 | 8 | 0,3 |
| **36** | 0,192767585 | 14 | 0,4 |
| **37** | 0,193476501 | 13 | 0,4 |
| **38** | 0,199636863 | 17 | 0,5 |
| **39** | 0,194798554 | 17 | 0,5 |
| **40** | 0,198924202 | 19 | 0,6 |
| **41** | 0,198935161 | 20 | 0,6 |

# Wnioski

Możemy zauważyć, że metoda Newtona jest dokładniejsza oraz potrzebuje mniej iteracji do obliczenia wyniku. Natomiast do jej wykonania potrzebna jest pochodna, która nie jest wykorzystywana przy metodzie siecznych.