Отчёт по лабораторной работе 4

Модель гармонического осциллятора

Калинина Кристина Сергеевна

Содержание

Цель работы

Построить модель гармонического осциллятора.

Теоретическое введение

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Задание

Вариант 40

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 7.5x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + 2x' + 5.5x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + 2.4x' + 5x = 5.2\sin(2t)$

На интервале t(0; 42), шаг 0.05 с начальными условиями: x0 = 1.2 , y0 = 1

Выполнение лабораторной работы

1. Разобрав теорию я приступила к написанию кода на языке Julia. Я подключила необходимые библиотеки. Ввела начальные условия (fig. 1).

```julia
using DifferentialEquations
using Plots

u0 = [1.2, 1]
t = (0.0, 42.0)
dt = 0.05
```

Figure 1: Библиотеки, начальные данные

2. Дальше я написала 3 функции для колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, для колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы и для колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы(fig. 2, 3, 4).

```julia
function model_1(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -7.5 * u[1]
end
```

Figure 2: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

```julia
function model_2(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2 * du[1] - 5.5 * u[1]
end
```

Figure 3: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
function model_3(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2.4 * du[1] - 5 * u[1] + 5.2 * sin(2 * t)
end
```

Figure 4: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

3. Затем я задала переменные для решений и вывела всё на графики (fig. 5)

```
tmp1 = solve(ODEProblem(model_1, u0, t), saveat = dt)
tmp2 = solve(ODEProblem(model_2, u0, t), saveat = dt)
tmp3 = solve(ODEProblem(model_3, u0, t), saveat = dt)

tmpX(u) = u[1]
tmpY(u) = u[2]

p1 = plot(tmpX.(tmp1.u), tmpY.(tmp1.u))
p2 = plot(tmpX.(tmp2.u), tmpY.(tmp2.u))
p3 = plot(tmpX.(tmp3.u), tmpY.(tmp3.u))

plot(p1, p2, p3)
```

Figure 5: Решения уравнений и вывод на графики

3. Финальный код для решения данной задачи (fig. 6)

```julia
using DifferentialEquations
using Plots

u0 = [1.2, 1]
t = (0.0, 42.0)
dt = 0.05

function model_1(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -7.5 * u[1]
end
function model_2(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2 * du[1] - 5.5 * u[1]
end
function model_3(du, u, p, t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -2.4 * du[1] - 5 * u[1] + 5.2 * sin(2 * t)
end

tmp1 = solve(ODEProblem(model_1, u0, t), saveat = dt)
tmp2 = solve(ODEProblem(model_2, u0, t), saveat = dt)
tmp3 = solve(ODEProblem(model_3, u0, t), saveat = dt)

tmpX(u) = u[1]
tmpY(u) = u[2]

p1 = plot(tmpX.(tmp1.u), tmpY.(tmp1.u))
p2 = plot(tmpX.(tmp2.u), tmpY.(tmp2.u))
p3 = plot(tmpX.(tmp3.u), tmpY.(tmp3.u))

plot(p1, p2, p3)
```

Figure 6: Финальный код

4. Я получила графики для трёх описаных случаев случаев(fig. 7).

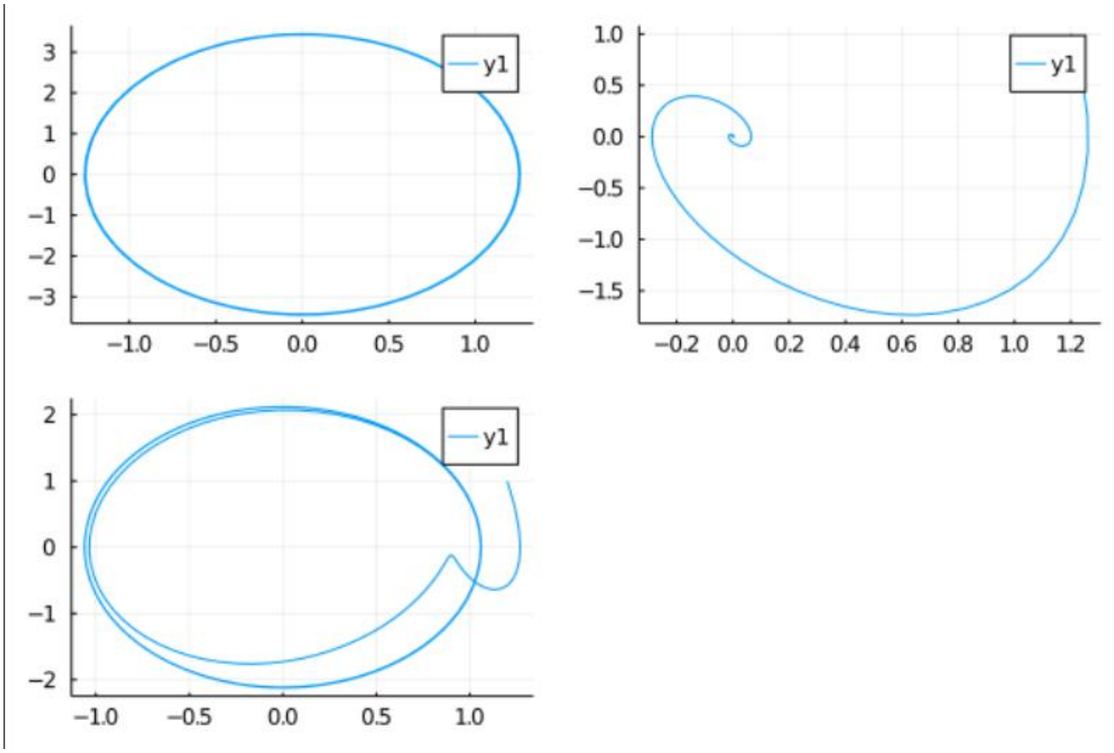

Figure 7: Итоговые графики

Выводы

Таким образом я успешно построила модель гармонического осциллятора, используя язык Julia.

Контрольные вопросы

1. Запишите простейшую модель гармонических колебаний

Простейшая модель гармонических колебаний выглядит следующим образом (fig. 8):

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Figure 8: Модель гармонических колебаний

2. Дайте определение осциллятора

Осциллятор - система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени.

4. Запишите алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка

У нас есть дифференциальное уравнение второго порядка, делаем для него замену, и переписываем нашу систему уравнений, учитывая эту замену.

5. Что такое фазовый портрет и фазовая траектория?

Фазовый портрет представляет собой геометрическое представление траекторий динамической системы в фазовой плоскости .

Фазовая траектория - кривая в фазовом пространстве, составленная из точек, представляющих состояние динамической системы в последоват. моменты времени в течение всего времени эволюции.