Отчёт по лабораторной работе 3

Модель боевых действий

Калинина Кристина Сергеевна

Содержание

Цель работы

Проверить, как работает модель в разных ситуациях, построить графики x(t) и y(t).

Теоретическое введение

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотрим два случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом (fig. 1)

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Figure 1: Система дифференциальных уравнений для первого случая

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены -a(t)x(t) и -h(t)y(t) , члены -b(t)y(t) и -c(t)x(t) отражают потери на поле боя. Коэффициенты b(t) и c(t) указывают на эффективность боевых действий со стороны y и x соответственно, a(t), h(t) - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции R(t), Q(t) учитывают возможность подхода подкрепления к войскам X и У в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает следующий вид (fig. 2)

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Figure 2: Система дифференциальных уравнений для второго случая

В этой системе все величины имею тот же смысл, что и в первой системе.

Задание

Вариант 40

Между страной X и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t). В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 30 030 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 59 010 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем P(t) и Q(t) непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии У для двух случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками (fig. 3)

$$\frac{dx}{dt} = -0,46x(t) - 0,58y(t) + \left|\sin(2t) + 1\right|$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,69x(t) - 0,23y(t) + \left|\cos(t) + 1\right|$$

Figure 3: Система дифференциальных уравнений для первого случая

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов (fig. 4)

$$\frac{dx}{dt} = -0,37x(t) - 0,71y(t) + \left|\sin(2t) + 1\right|$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,77x(t)y(t) - 0,2y(t) + \left|\cos(t) + 2\right|$$

Figure 4: Система дифференциальных уравнений для второго случая

Выполнение лабораторной работы

1. Разобрав теорию я приступила к написанию кода на языке Julia. Я подключила необходимые библиотеки. Ввела начальные условия (fig. 5).

```
using Plots
using DifferentialEquations

v0 = [30030, 59010]
t = (0, 2)
```

Figure 5: Библиотеки, начальные данные

2. Дальше я переписала представленные системы уравнений (fig. 6, 7).

```
function model_1(du, u, p, t)
    du[1] = -0.46 * u[1] - 0.58 * u[2] + abs(sin(2 * t) + 1)
    du[2] = -0.69 * u[1] - 0.23 * u[2] + abs(cos(t) + 1)
end

tmp1 = solve(ODEProblem(model_1, v0, t))
p1 = plot(tmp1)
```

Figure 6: Система уравнений для первого случая

```
function model_2(du, u, p, t)
    du[1] = -0.37 * u[1] - 0.71 * u[2] + abs(sin(2 * t) + 1)
    du[2] = -0.77 * u[1] * u[2] - 0.2 * u[2] + abs(cos(t) + 2)
end

tmp2 = solve(ODEProblem(model_2, v0, t), saveat = 0.1)
p2 = plot(tmp2)
```

Figure 7: Система уравнений для второго случая

3. Финальный код для решения данной задачи (fig. 8)

```
using Plots
using DifferentialEquations

v0 = [30030, 59010]
t = (0, 2)

function model_1(du, u, p, t)
    du[1] = -0.46 * u[1] - 0.58 * u[2] + abs(sin(2 * t) + 1)
    du[2] = -0.69 * u[1] - 0.23 * u[2] + abs(cos(t) + 1)
end

tmp1 = solve(ODEProblem(model_1, v0, t))
p1 = plot(tmp1)


function model_2(du, u, p, t)
    du[1] = -0.37 * u[1] - 0.71 * u[2] + abs(sin(2 * t) + 1)
    du[2] = -0.77 * u[1] * u[2] - 0.2 * u[2] + abs(cos(t) + 2)
end

tmp2 = solve(ODEProblem(model_2, v0, t), saveat = 0.1)
p2 = plot(tmp2)

plot(p1, p2)
```

Figure 8: Финальный код

4. Я получила графики для двух случаев. Синяя линия для армии X, красная линия для армии Y. Вижу, что в первом случае победа за армией Y, а во втором за армией X (fig. 9)

```julia
using Plots
using DifferentialEquations

v0 = [30030, 59010]
t = (0, 2)
```

Figure 9: Графики изменения численности войск армии X и армии У

Выводы

Таким образом я решила системы дифференциальных уравнений и построила графики изменения численности войск армии X и армии У для двух случаев, используя язык Julia.