Отчёт по лабораторной работе 5

Модель хищник-жертва

Калинина Кристина Сергеевна

Содержание

List of Tables

List of Figures

Цель работы

Изучить модель хищник жертва и применить знания в написании программного кода для заданной системы дифференциальных уравнений.

Теоретическое введение

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)

2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает

3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными

4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается

5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

В этой модели ((fig. 0.1)) x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, c - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены -bxy и dxy в правой части уравнения)

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

Figure 0.1: Система уравнений для модели хищник-жертва

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние - A (fig. 0.2), всякое же другое начальное состояние (B) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние B.

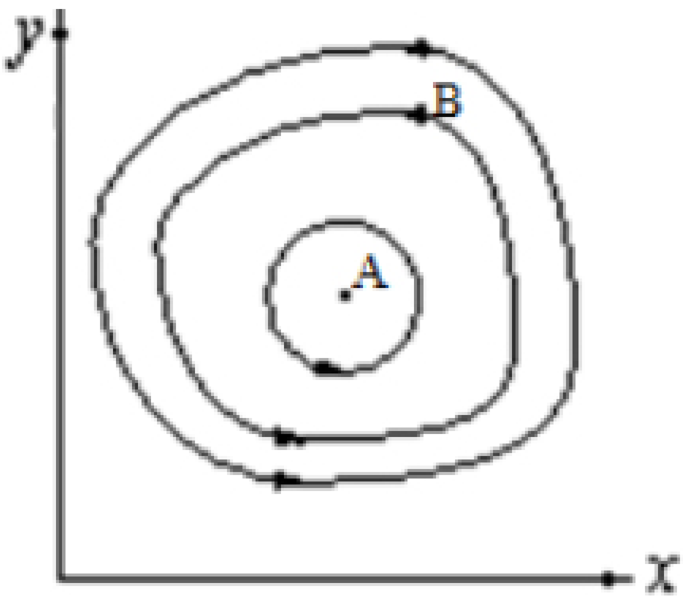

Figure 0.2: Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры

Задание

Вариант 40

Для модели «хищник-жертва»(fig. 0.1):

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -0.83x(t) + 0.043x(t)y(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = 0.84y(t) - 0.024x(t)y(t) \end{cases}$$

Figure 0.1: Система дифференциальных уравнений

Выполнение лабораторной работы

1. Разобрав теорию я приступила к написанию кода на языке Julia.
2. Стационарную точку я нашла вручную:

$x_c = 0{,}84 / 0{,}024 = 35$; $y_c = 0{,}83 / 0{,}043 = 19{,}3$.

3. Я подключила необходимые библиотеки, ввела начальные условия, написала функцию для решения системы дифференциальных уравнений, нашла её решение и вывела графики на экран. Таким образом я получила рабочий программный код для решения поставленной задачи (fig. 0.1).


```
using DifferentialEquations
using Plots

u0 = [10, 20]
t = (0, 10)

function model(du, u, p, t)
    du[1] = -0.83u[1] + 0.043 * u[1] * u[2]
    du[2] = 0.84u[2] - 0.024 * u[1] * u[2]
end

tmp = solve(ODEProblem(model, u0, t), saveat = 0.1)
tmpX(u) = u[1]
tmpY(u) = u[2]

p1 = plot(tmp)
p2 = plot(tmpX.(tmp.u), tmpY.(tmp.u))

plot(p1, p2)
```

Figure 0.1: Финальный код

4. Я получила графики зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x0 = 10$, $y0 = 20$(fig. 0.2).

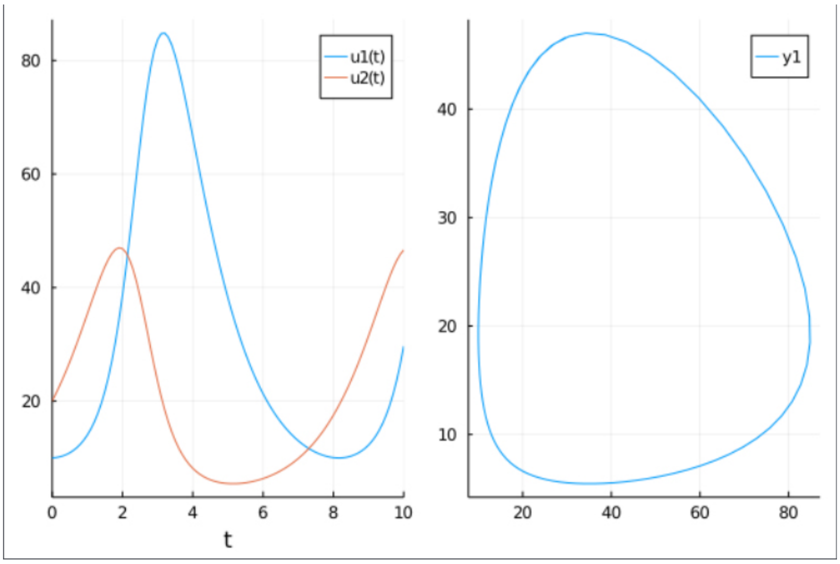

Figure 0.2: Итоговые графики

Выводы

Таким образом я успешно построила модель хищник-жертва, используя язык Julia.