Отчёт по лабораторной работе 6

Задача об эпидемии

Калинина Кристина Сергеевна

Содержание

List of Tables

List of Figures

Цель работы

Изучить модель эпидемии и применить знания в написании программного кода для двух случаев.

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону(fig. 0.1):

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \le \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Figure 0.1: Скорость изменения S(t)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е. (fig. 0.2):

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \leq \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Figure 0.2: Скорость изменения I(t)

А скорость изменения выздоравливающих особей, при этом приобретающие иммунитет к болезни (fig. 0.3):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Figure 0.3: Скорость изменения R(t)

Постоянные пропорциональности a,b - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни R(0)=0, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей I(0) и S(0) соответственно.

Задание

Вариант 40

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=12 900) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=190, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=59. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) <= I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Выполнение лабораторной работы

1. Разобрав теорию я приступила к написанию кода на языке Julia.

2. Я подключила необходимые библиотеки, ввела начальные условия, написала две функции для решения системы дифференциальных уравнений (когда число заболевших меньше критического значения и когда число заболевших больше критического значения), нашла решения этих функций и вывела графики на экран. Таким образом я получила рабочий программный код для решения поставленной задачи (fig. 0.1).

lab06.jl

```
using DifferentialEquations
using Plots

a = 0.01
b = 0.02

N =12900
I = 190
R = 59
S = N - I - R

u0 = [S, I, R]
t = (0.0, 200.0)

function model_1(du, u, p, t)
    du[1] = 0
    du[2] = - b * u[2]
    du[3] = b * u[2]
end

function model_2(du, u, p, t)
    du[1] = - a * u[1]
    du[2] = a * u[1] - b * u[2]
    du[3] = b * u[2]
end

tmp1 = solve(ODEProblem(model_1, u0, t))
tmp2 = solve(ODEProblem(model_2, u0, t))

p1 = plot(tmp1)
p2 = plot(tmp2)

plot(p1, p2)
```

Figure 0.1: Финальный код

3. Я получила графики изменения числа особей в каждой из трех групп для двух случаев(fig. 0.2).

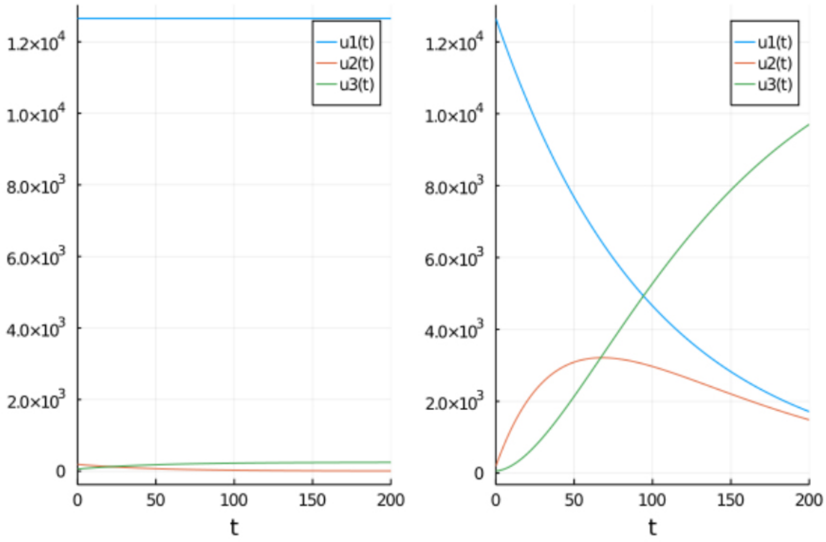

Figure 0.2: Итоговые графики

Выводы

Таким образом я успешно построила модель эпидемии, используя язык Julia.