

Отчёт по лабораторной работе 2

Задача о погоне

Калинина Кристина Сергеевна

Содержание

Цель работы	1
Задание	1
Выполнение лабораторной работы	1
Выводы	5

Цель работы

Решить представленную задачу с помощью уравнения и построить траекторию движения.

Задание

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

В моей задаче береговая охрана на катере преследовала лодку браконьеров. Чтобы катер траектория катера пересеклась с траекторией лодки, нужно чтобы и катер, и лодка всё время были на одном расстоянии от полюса θ . Поэтому катер береговой охраны в начале своего пути должен двигаться прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. А уже после этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Также введу 2 необходимых в рамках этой задачи понятия:

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса.

1. В самом начале я разобрала представленный в работе материал и построила уравнения для нахождения расстояния, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса. В зависимости от начального положения катера относительно полюса я получила 2 уравнения (fig. 1).

$$\begin{aligned} 4. \quad \frac{x_1}{r} &= \frac{15.5 - x_1}{3.5r} & \frac{x_2}{r} &= \frac{15.5 + x_2}{3.5r} \\ (3.5x_1 + x_1) &= 15.5 & (3.5x_2 - x_2) &= 15.5 \\ x_1 &= \frac{15.5}{4.5} & x_2 &= \frac{15.5}{2.5} \end{aligned}$$

Figure 1: Уравнения для нахождения расстояния

2. Затем, я вывела уравнение тангенциальной скорости двумя способами, объединив их я получила зависимость радиальной скорости от угла (θ) и радиуса (r) (fig. 2).

$$\begin{aligned} 5. \quad v_r &= \frac{dr}{dt} = v & v_\theta &= r \frac{d\theta}{dt} \\ v_r &= \sqrt{(3.5v)^2 - v^2} = \sqrt{11.25} v \end{aligned}$$

Figure 2: Зависимость радиальной скорости от угла и радиуса

3. Последним шагом я решила систему из двух дифференциальных уравнений и получила уравнение траектории движения катера в полярных координатах (fig. 3).

$$6. \frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{11,25}} \Rightarrow d\theta = \frac{\sqrt{11,25}}{r} dr$$

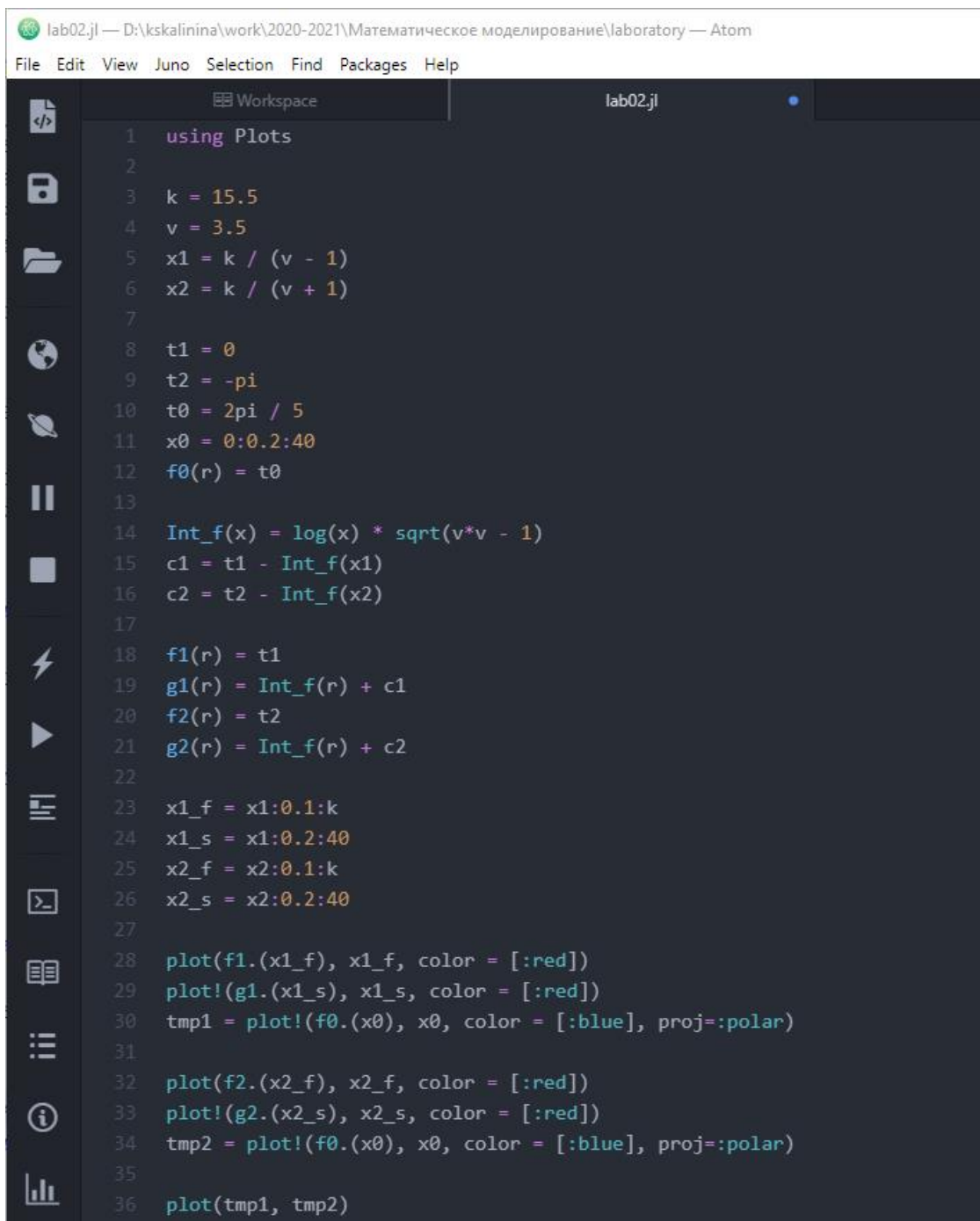
$$\Rightarrow \theta = \int \frac{\sqrt{11,25}}{r} dr$$

$$\theta = \sqrt{11,25} \ln r + C$$

$$1) \quad \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Figure 3: Уравнение траектории движения катера в полярных координатах

4. Далее с помощью языка julia я написала код к этой задаче, чтобы построить траекторию движения катера и лодки в двух случаях (fig. 4 , 5).



The image shows a screenshot of the Atom IDE interface. The top menu bar includes 'File', 'Edit', 'View', 'Juno', 'Selection', 'Find', 'Packages', and 'Help'. The title bar indicates the file 'lab02.jl' is open at the path 'D:\kshalinina\work\2020-2021\Математическое моделирование\laboratory'. The left sidebar contains icons for file explorer, search, and other IDE features. The main editor area displays the following Julia code:

```
1 using Plots
2
3 k = 15.5
4 v = 3.5
5 x1 = k / (v - 1)
6 x2 = k / (v + 1)
7
8 t1 = 0
9 t2 = -pi
10 t0 = 2pi / 5
11 x0 = 0:0.2:40
12 f0(r) = t0
13
14 Int_f(x) = log(x) * sqrt(v*v - 1)
15 c1 = t1 - Int_f(x1)
16 c2 = t2 - Int_f(x2)
17
18 f1(r) = t1
19 g1(r) = Int_f(r) + c1
20 f2(r) = t2
21 g2(r) = Int_f(r) + c2
22
23 x1_f = x1:0.1:k
24 x1_s = x1:0.2:40
25 x2_f = x2:0.1:k
26 x2_s = x2:0.2:40
27
28 plot(f1.(x1_f), x1_f, color = [:red])
29 plot!(g1.(x1_s), x1_s, color = [:red])
30 tmp1 = plot!(f0.(x0), x0, color = [:blue], proj=:polar)
31
32 plot(f2.(x2_f), x2_f, color = [:red])
33 plot!(g2.(x2_s), x2_s, color = [:red])
34 tmp2 = plot!(f0.(x0), x0, color = [:blue], proj=:polar)
35
36 plot(tmp1, tmp2)
```

Figure 4: Код на языке julia

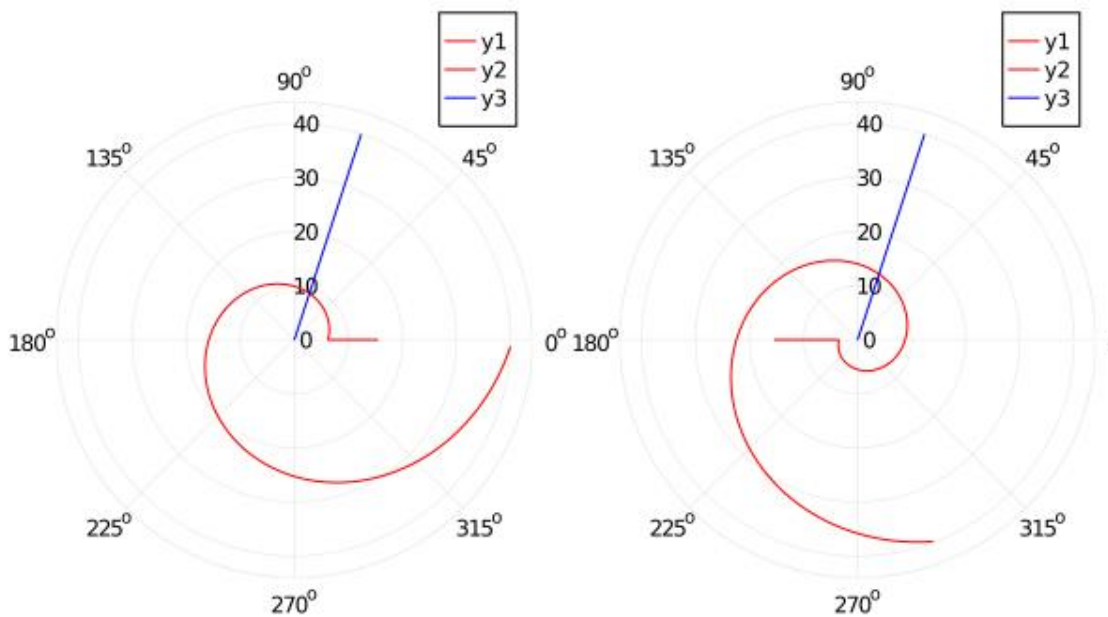


Figure 5: Траекторию движения катера и лодки в двух случаях

5. Дописав необходимый кусочек кода я вычислила точку пересечения для каждого случая: point_r - расстояние от начала координат и point_t - угол theta (fig. 6 , 7).

```

38 point_r1 = exp((t0 - c1) / sqrt(11.25))
39 point_t1 = t0
40 point_r2 = exp((t0 - c2) / sqrt(11.25))
41 point_t2 = t0

```

Figure 6: Код на языке julia

```

n point_r1      9.017851183555576
n point_r2     12.782299686643647
n point_t1      1.2566370614359172
n point_t2      1.2566370614359172

```

Figure 7: Точка пересечения (расстояние и угол) для обоих случаев

Выводы

Таким образом я решила поставленную задачу и построила траекторию движения катера, используя язык julia.