| NAME | PAGES | SPEAKER/CLASS | DATE - TIME |
|---|---|---|---|
| Nicole Méndez | Electiva | Electiva | 27/09/2024 |

**Title:** Transformada de Fourier

| Keyword | Topic: Transformada de Fourier en $L^1$ |
|---|---|
| • Funciones<br>• Periódica<br>• compleja | |

Para representar funciones definidas en toda la recta y no periódicas, se sustituye por la transformada de Fourier.

Formalmente se puede deducir una expresión de la transformada de Fourier a partir de la serie. Supongamos que f es una función periódica de periodo 2l, entonces su serie de Fourier en forma compleja se escribe.

$$\sum_{n=\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l} f(t)e^{-\pi i n t/l}dt\right)e^{\pi n x/l}$$

Llamando $\xi_n = n/2l$, y

$$h(\xi) = \int_{1}^{1} f(t)e^{-2\pi \xi t}dt$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(\xi_n - \xi_n - 1)h(\xi_n)e^{2\pi i \xi x}d\xi$$

Que tiene el aspecto de una suma de Riemann. En el limite tendríamos la igualdad formal

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-2\pi i \xi t}dt\right]e^{2\pi \xi x}d\xi;$$

**Questions**

**Summary:** La transformada se deriva de las series en forma compleja, permitiendo expresar una función periódica mediante integrales. En el limite, se establece una conexión formal entre la función y su transformada.

| NAME | PAGES | SPEAKER/CLASS | DATE - TIME |
|---|---|---|---|
| Nicole Méndez | 3-3 | Electiva | 27/09/2024 |

**Title:** Transformada de Fourier

| Keyword | Topic: Transformada de Fourier en $L^2$ |
|---|---|
| • Igualdad<br>• Función<br>• Producto | |

Ya podemos notar que no podemos limitarnos al espacio $L^2$ de funciones reales porque la transformada de Fourier de una función real puede no ser real, así que las funciones pueden tomar valores complejos y el producto escalar y la norma en $L^2$ son

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,\overline{g(x)}\,dx \quad y \quad \|f\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2\,dx.$$

Igualdad de Plancherel en $L^1 \cap L^2$

Sea $f$ una función en $L^1 \cap L^2$ (es decir, $f$ y $f^2$ son integrables). Entonces, $\hat{f}$ está en $L^2$ y satisface

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\xi)|^2\,d\xi.$$

Esta igualdad de normas en $L^2$ se llama igualdad de plancherel y es la correspondiente a la del corolario para series de Fourier.

Demostración: La función $|f(x-y)\,g(y)|$ es integrable porque se mayora puntualmente por $|f(x-y)|^2 + |g(y)|^2$, de modo que la convolución está bien definida.

**Questions**

**Summary:** Es una herramienta poderosa que permite el análisis y la manipulación de funciones en términos de sus componentes de frecuencia, manteniendo propiedades matemáticas esenciales que la hacen muy útil en aplicaciones prácticas.

| NAME | PAGES | SPEAKER/CLASS | DATE - TIME |
| --- | --- | --- | --- |
| Nicole Méndez | 3 - 3 | Micro Electiva | 27/09/2024 |

**Title:** Transformada de Fourier

| Keyword | Topic: Datos sobre la transformada |
| --- | --- |
| • Duración<br>• utiliza<br>• Periódica | Transformada de Fourier para funciones de tiempo limitado: Se puede aplicar a funciones que son de duración finita y produce una representación en el dominio de la frecuencia. Este enfoque se utiliza en señales que se consideran no periódicas.<br><br>Transformada de Fourier de señales periódicas: Produce una serie de Fourier, donde la función se descompone en una suma infinita de senos y cosenos (o exponentes complejos). Esta herramienta clave en el análisis de señales de comunicaciones.<br><br>Transformada de Fourier de funciones distribuidas: Se puede extender a funciones más generales utilizando la teoría de distribuciones (distribuciones generalizadas). Esto incluye la aplicación a funciones que no son necesariamente continuas o integrables, como las funciones delta de Dirac. |
| Questions | |

**Summary:** En conclusión esta representa señales no periódicas y se convierte en una serie de Fourier para funciones periódicas. También se extiende a funciones distribuidas, como la delta de Dirac.