

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
**«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ**  
(национальный исследовательский университет)»  
**Ступинский филиал МАИ**

ВЫПУСКАЮЩАЯ КАФЕДРА:  
«ТЕХНОЛОГИЯ И АВТОМАТИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ»

## **Сборник задач**

по разделу  
«Начертательная геометрия»

**Составили: Нестеров П.А.**  
**Пименов С.С.**

**Ступино 2021**

## **Введение**

Сборник задач по Начертательной геометрии представлен в виде тетради, на которой спроецированы геометрические фигуры. По проекциям необходимо представить пространственное расположение геометрических фигур и решить задачу на проекциях. По сравнению с перечерчиванием и последующим решением задач данный метод является более прогрессивным, и количество решаемых задач на практических занятиях и самостоятельных возрастет и, следовательно, развитие пространственного мышления будет проходить быстрее.

### **Методические указания к выполнению задач по курсу «Начертательная геометрия»**

Методические указания выполнены в виде тетради, на которой необходимо выполнять решение задач. Решение задач выполнять в карандаше с записью алгоритма решения. Объем задач соответствует объему материала изучаемого в данном курсе.

Сборник задач представлен в виде тетради с которой студент для себя должен сделать копию и проводить решение задач в ней или перечертить в тетрадь в эскизном варианте (т.е. перечертить в тетрадь с примерным расположением геометрических объектов).

Второй способ хранения информации - электронная версия данных задач, с которой студент может сделать копию и решать задачи на компьютере.

Решение на компьютере необходимо проводить в графическом пакете, причем эти решения можно рассматривать и в пространственной модели. Для контроля правильности выполнения решения задач студент может обратиться в компьютерный класс и проверить решение данной задачи.

## ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И ПРОСТЕЙШИЕ СИМВОЛЫ

$(AB)$  – прямая  $AB$ .

$[AB]$  – отрезок  $AB$ .

$[AB)$  – луч  $AB$ .

$|AB|$  – длина отрезка  $AB$ .

$\{AB\}$  – множество с элементами  $A$  и  $B$ .

$\emptyset$  – пустое множество.

$A \in \Phi$  – точка  $A$  принадлежит фигуре  $\Phi$ .

$\Phi \in \Phi_1$  – фигура  $\Phi$  принадлежит  $\Phi_1$ .

$A \notin \Phi$  – точка  $A$  не принадлежит фигуре  $\Phi$ .

$\Phi_1 \notin \Phi$  –  $\Phi_1$  не является подмножеством  $\Phi$ .

$\Phi_1 = \Phi$  – фигуры  $\Phi_1$  и  $\Phi$  совпадают.

$\Phi_1 \neq \Phi$  – фигуры  $\Phi_1$  и  $\Phi$  не совпадают.

$\Phi_1 \approx \Phi$  – фигуры  $\Phi_1$  и  $\Phi$  конгруэнтны.

$\Phi_1 \cup \Phi_2$  – объединение  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .

$\Phi_1 \cap \Phi_2$  – пересечение  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ .

$\uparrow\uparrow$  – сонаправленные /лучи и векторы/.

$\uparrow\downarrow$  – противоположно направленные.

$\parallel$  – параллельные.

$\nparallel$  – не параллельные.

$\perp$  – перпендикулярные.

$???$  – скрещивающиеся.

$\angle$  – угол.

$\wedge$  – величина угла.

$\Rightarrow$  – следует.

$\Pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций.

$\Pi_2$  – фронтальная плоскость проекций.

$\Pi_3$  – профильная плоскость проекций.

$X; Y; Z$  – оси проекций.

$O$  – начало координат.

Точки /оригиналы/  $A, B, C, \dots, K, M$ .

Проекции точек: горизонтальная –  $A_1, B_1, C_1, \dots, K_1, M_1$ .

фронтальная –  $A_2, B_2, C_2, \dots, K_2, M_2$ .

профильная –  $A_3, B_3, C_3, \dots, K_3, M_3$ .

выполненная аксонометрическим методом или принадлежащая произвольной плоскости проекций –  $A', B', C', \dots, K', M'$ .

Линии /оригиналы/ –  $\ell, k, m$ .

Их проекции  $/\ell_1, k_1, n_1/, / \ell_2, k_2, n_2/, / \ell_3, k_3, n_3/$ .

Проекции  $[AB]$ : горизонтальная –  $[A_1B_1]$ ;

фронтальная –  $[A_2B_2]$ ;

профильная –  $[A_3B_3]$ .

Плоскости обозначаются буквами, символизирующими элементы, которыми задана плоскость, например:  $((AB), (CK)), (A, (BC)), (A, B, C)$ ; строчными буквами –  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Проекции плоскостей соответственно:

$((A_1 B_1), (C_1 K_1)), (A_2, (B_2 C_2)), (A_1, B_1, C_1)$ .

$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3), (\beta_1, \beta_2, \beta_3), (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ .

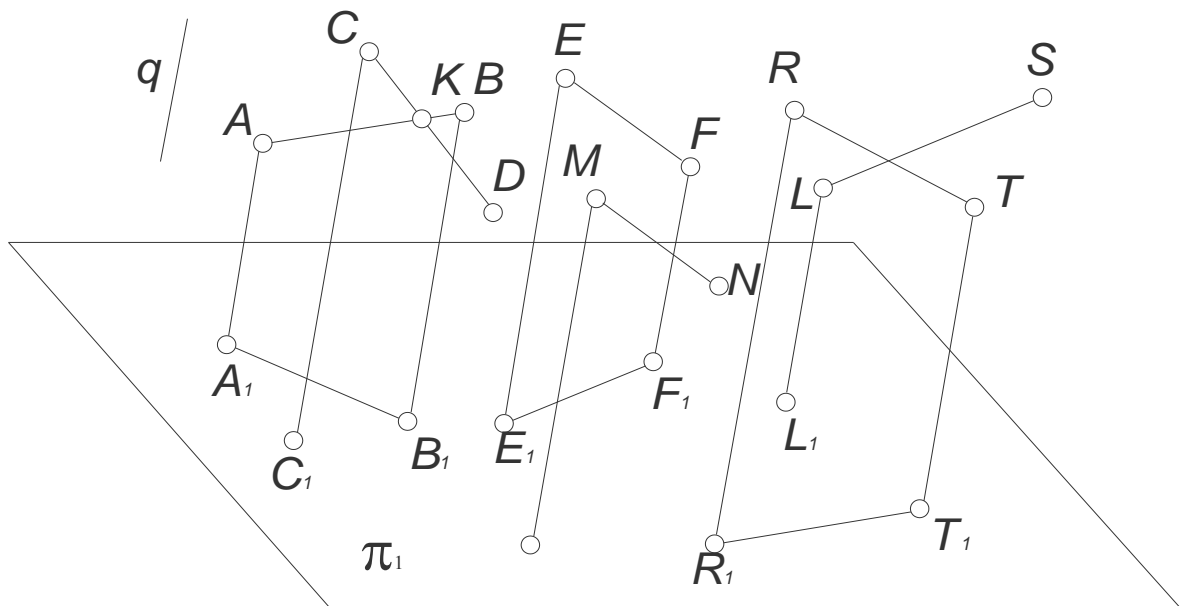
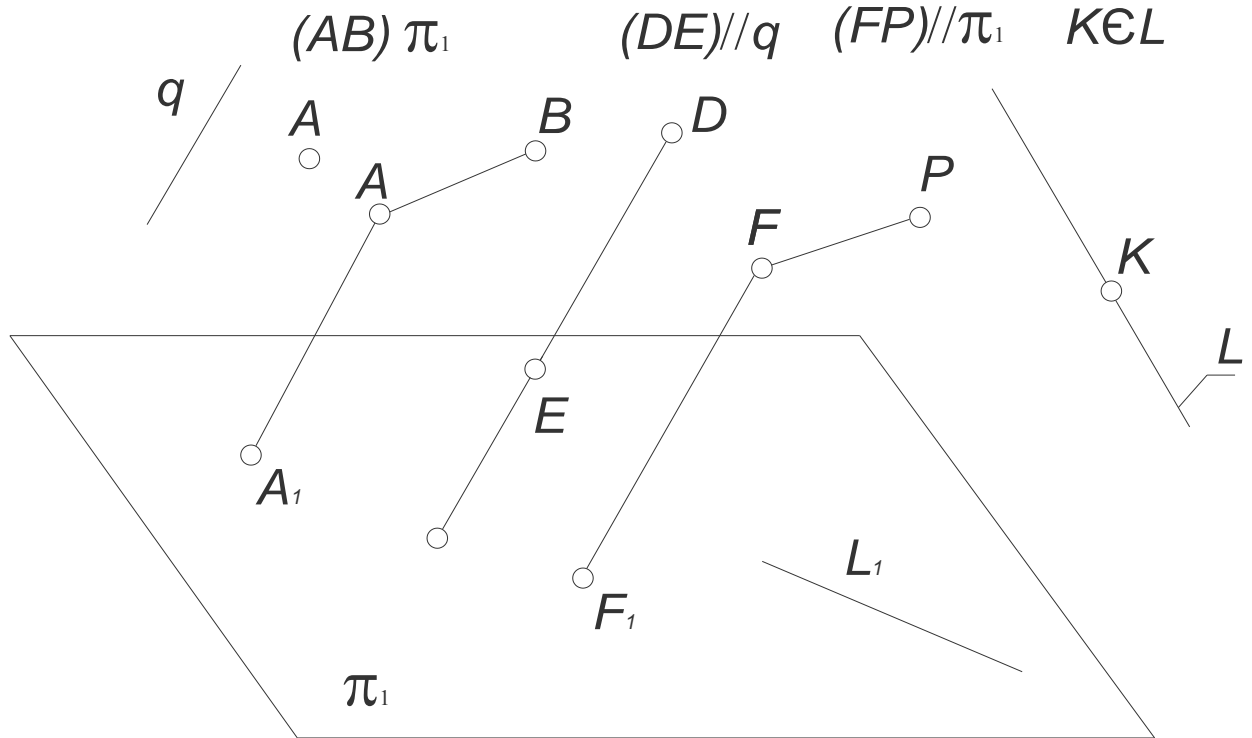
$\alpha(A \cap B); \alpha(\Delta ABC) \dots\dots$

# ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

## Свойства параллельного проектирования

### ЗАДАЧА № 1

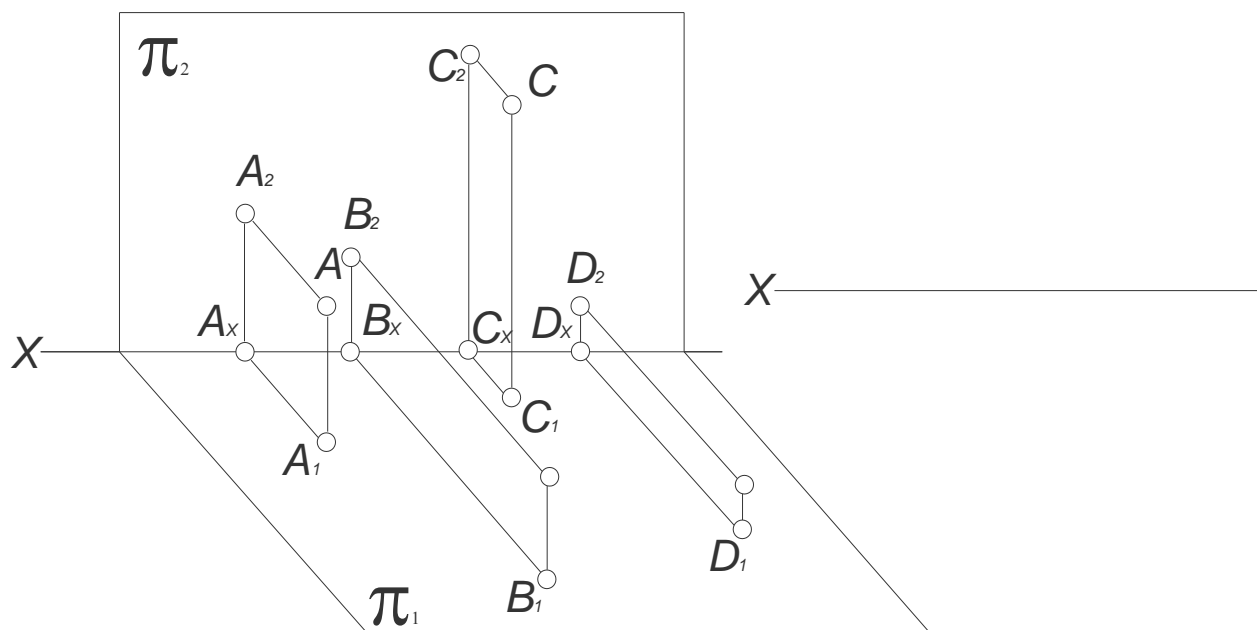
Построить параллельные проекции заданных геометрических образов, приняв  $q$  за направление проектирования.



ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПО МЕТОДУ КОМПЛЕКСА  
ПРОЕКЦИЙ /КП/  
*КП точки*

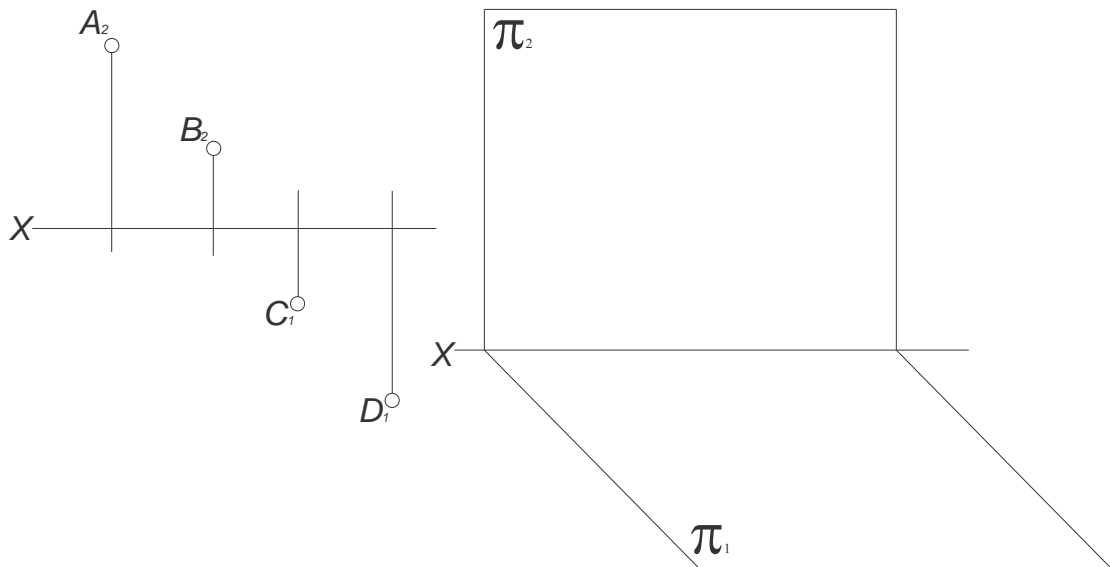
ЗАДАЧА № 2

По заданному наглядному изображению построить КП точек А, В, С и D.



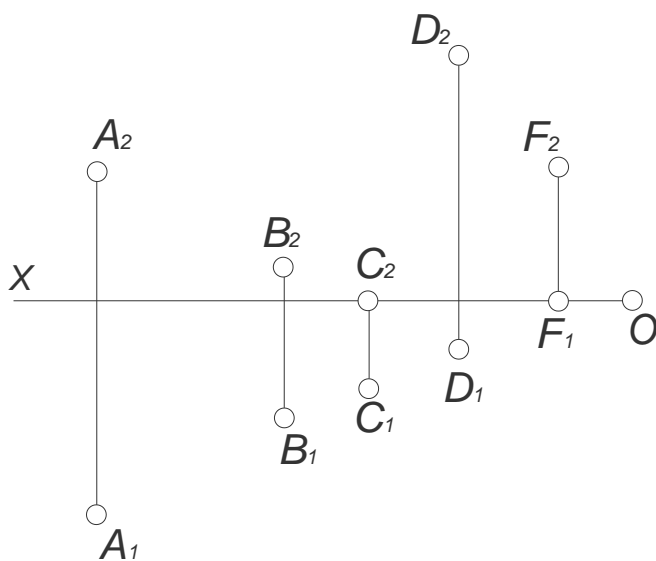
### ЗАДАЧА № 3

Достроить недостающие проекции точек при условии, что глубина точки А равна 20 мм, а точки В – 5мм и что высота точки С равна 50мм, а точки D – 30мм. Построить наглядное изображение заданных точек.

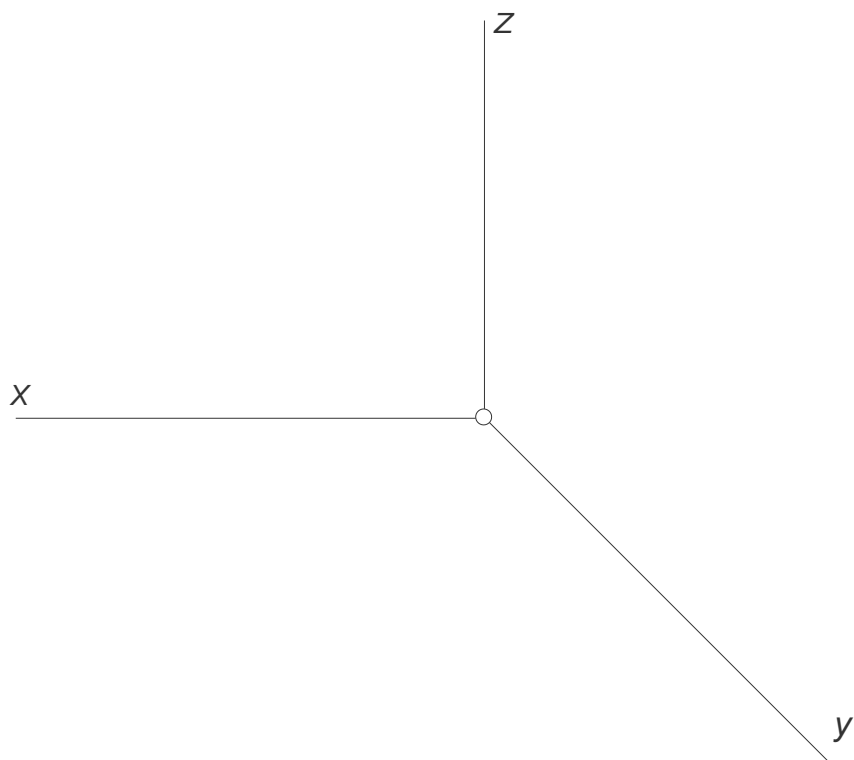


### ЗАДАЧА № 4

По заданному КП определить глубину / у / , высоту / z / и ширину / x / точек. Результаты занести в таблицу. Построить наглядное изображение всех точек.



	X	Y	Z
A			
B			
C			
D			
F			



### ЗАДАЧА № 5

Построить наглядное изображение параллелепипеда, вершины которого:

О – в начале координат;

Д - на плоскости  $\Pi_2$ ;

А - / 30, 20, 25 /;

Е - на оси  $y$ ;

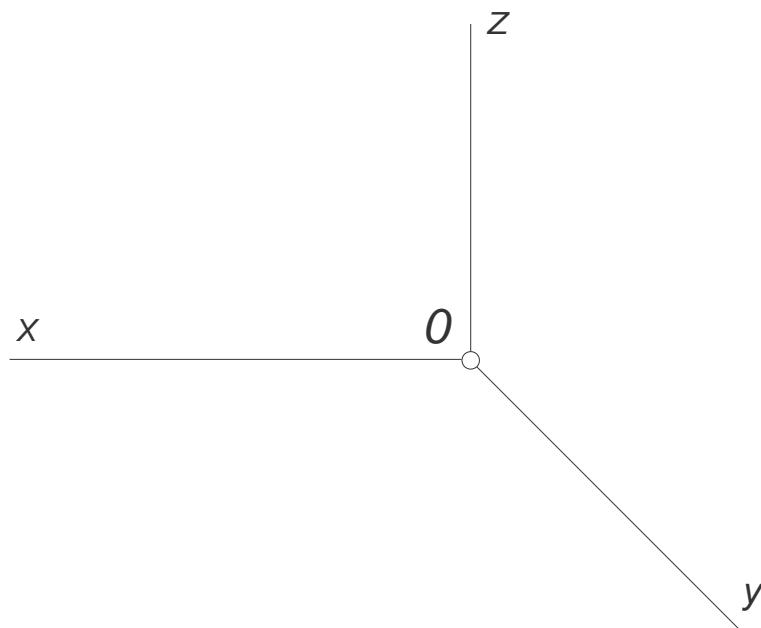
В – на плоскости  $\Pi_1$ ;

F - на плоскости  $\Pi_3$ ;

С – на оси  $x$ ;

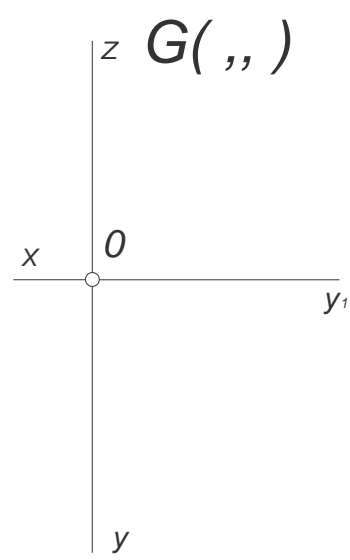
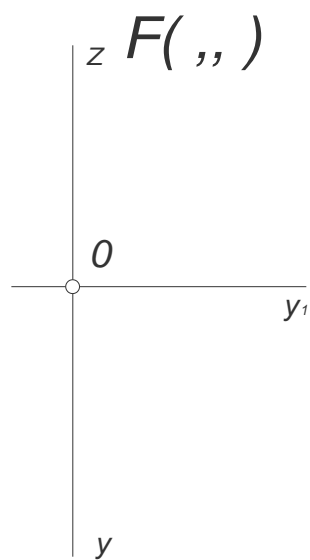
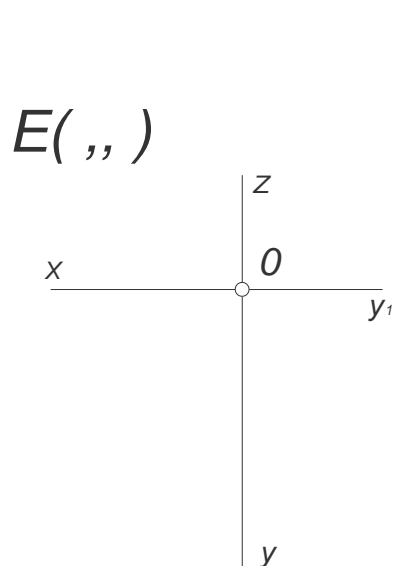
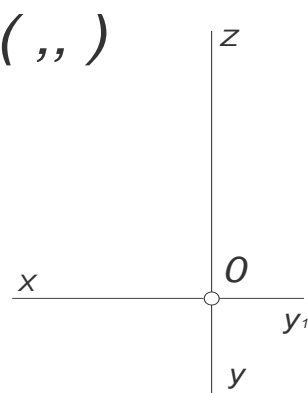
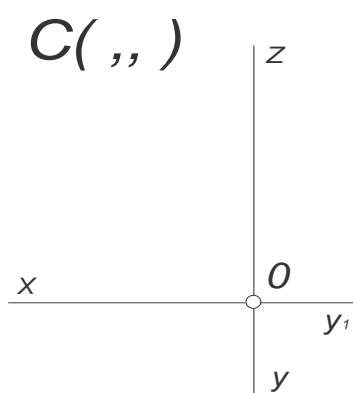
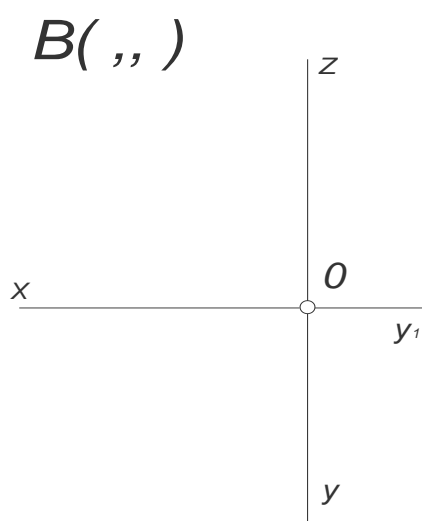
G - на оси  $z$ .

На наглядном изображении показать все проекции вершин.





Записать координаты вершин параллелепипеда и построить для них КП прямой.

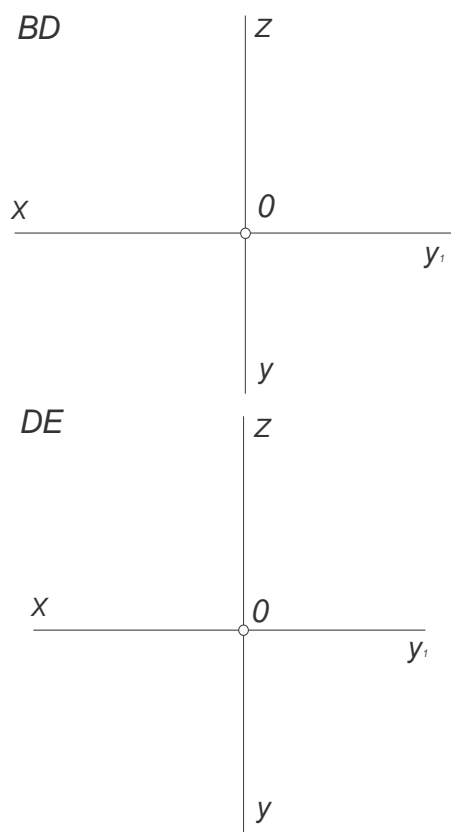
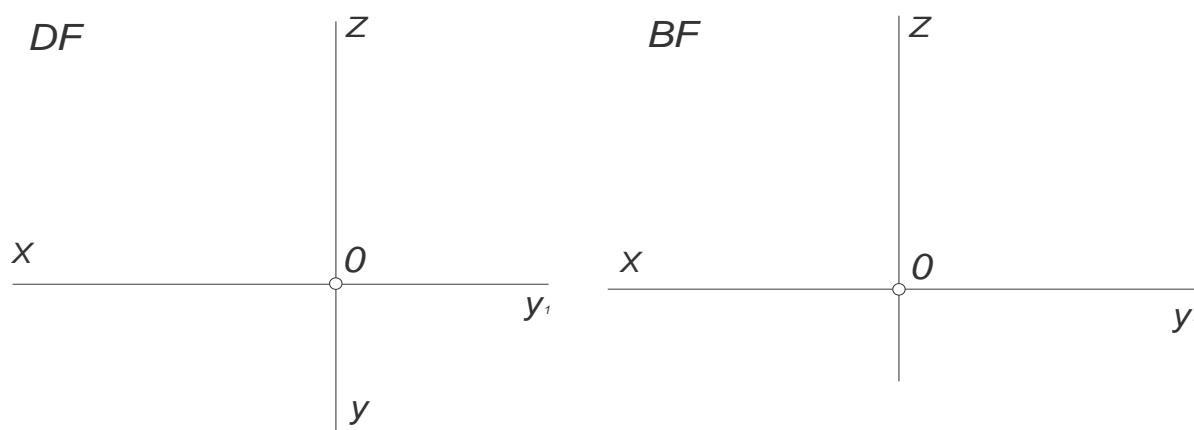


## КП ПРЯМОЙ

### ЗАДАЧА № 6

Построить три проекции прямых DF, BF, BD, AB, DE и GB

/ из задачи №5 /. Указать расположение каждой прямой и её название.

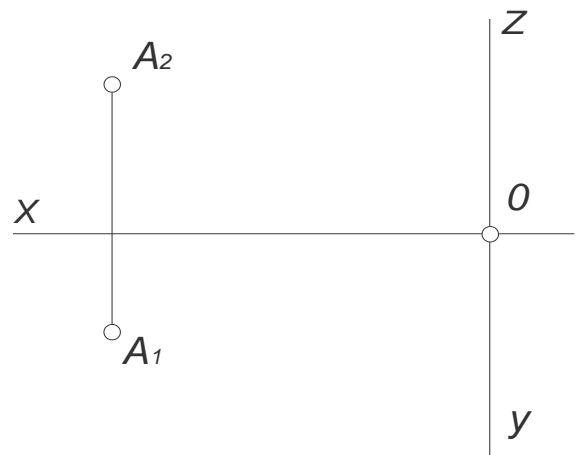
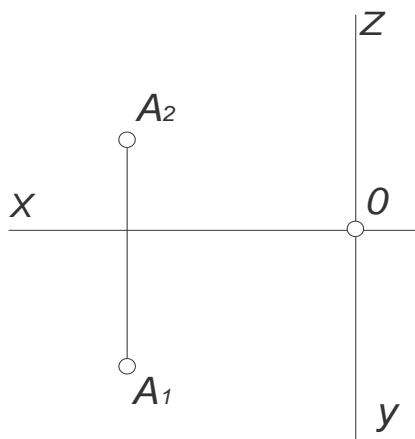


### ЗАДАЧА № 7

Через точку А провести отрезок прямой АВ, если:

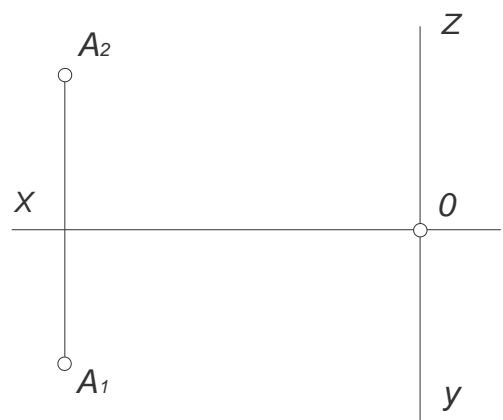
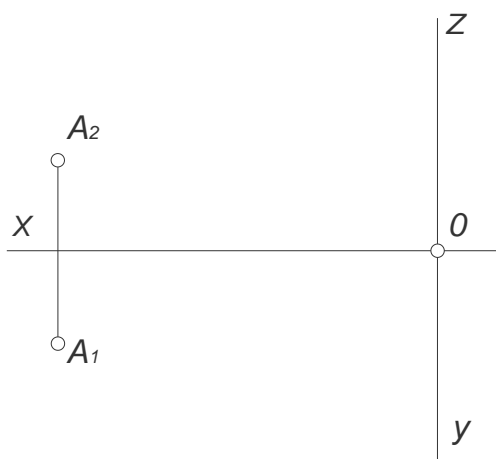
а/ Отрезок АВ упирается в плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  на расстоянии 5 мм от плоскости  $\Pi_2$  ;

б/ Отрезок АВ упирается в плоскости  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  на расстоянии 10 мм от плоскости  $\Pi_1$  ;



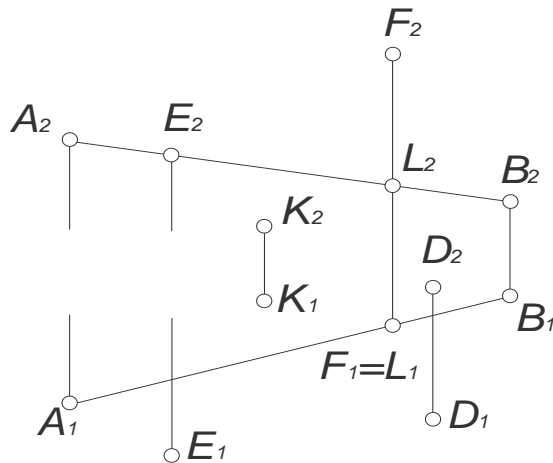
в/ Точка В удалена от всех трёх плоскостей на 15 мм ;

г/ Точка В удалена от плоскостей  $\Pi_2$  и  $\Pi_3$  на такое же расстояние, как и точка А, и на 10 мм от плоскости  $\Pi_1$ .



### ЗАДАЧА № 8

Указать расположение каждой из заданных точек К, L, F, D и E относительно прямой АВ / на прямой, выше, ниже, перед, за /.



<i>K</i>	
<i>L</i>	
<i>F</i>	
<i>D</i>	
<i>E</i>	

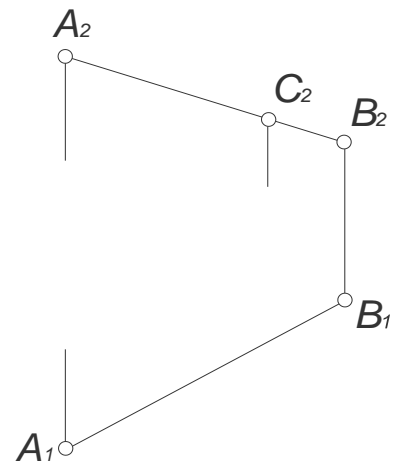
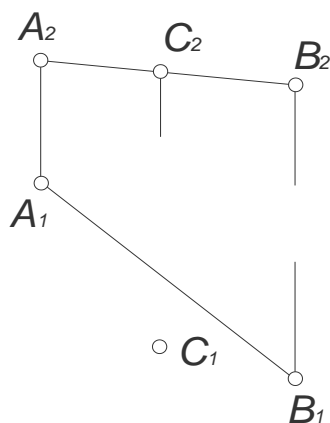
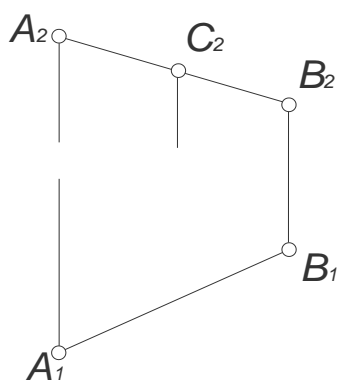
### ЗАДАЧА № 9

Построить недостающую проекцию точки С :

а/ Принадлежащую  
прямой АВ ;

б/ Расположенную  
перед прямой АВ ;

в/ Расположенную  
за прямой АВ.



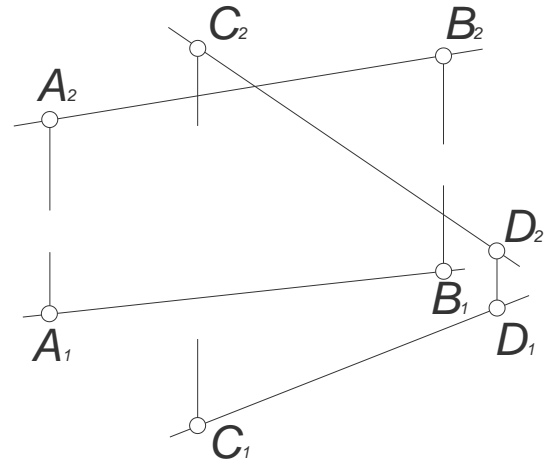
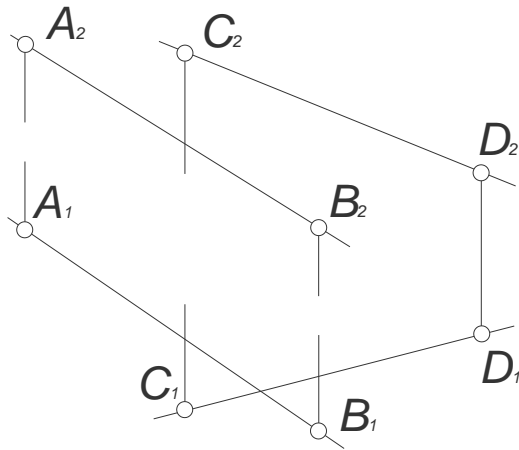


### ЗАДАЧА № 12

На двух прямых АВ и CD найти конкурирующие точки :

а/ горизонтально ;

б/ фронтально.

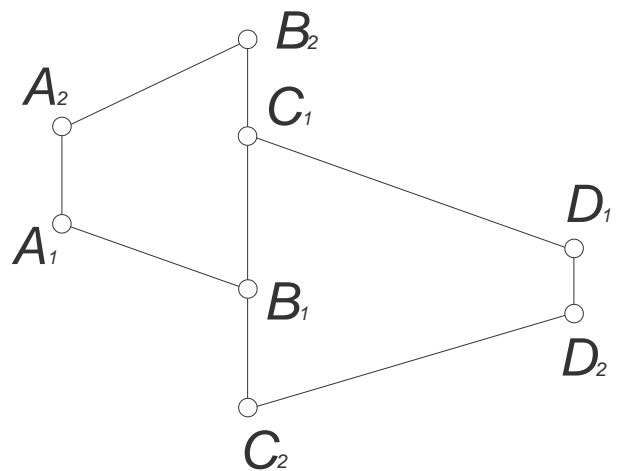
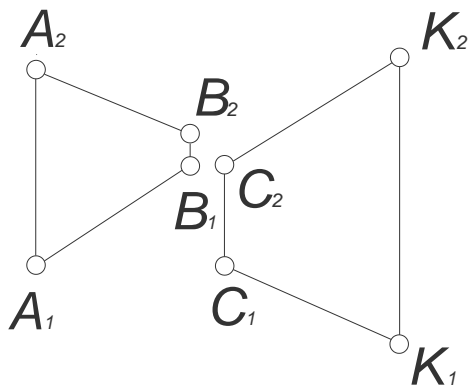


### ЗАДАЧА № 13

Определить взаимное положение прямых АВ и СК :

а/ .....

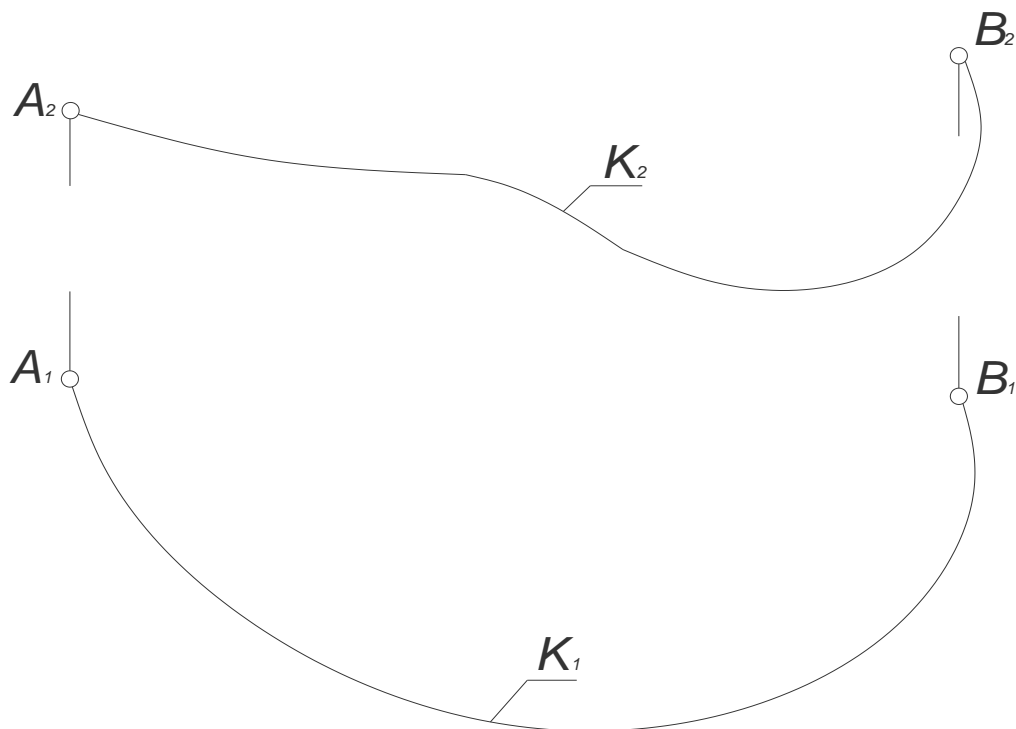
б/ .....



## КП КРИВЫХ ЛИНИЙ

### ЗАДАЧА № 14

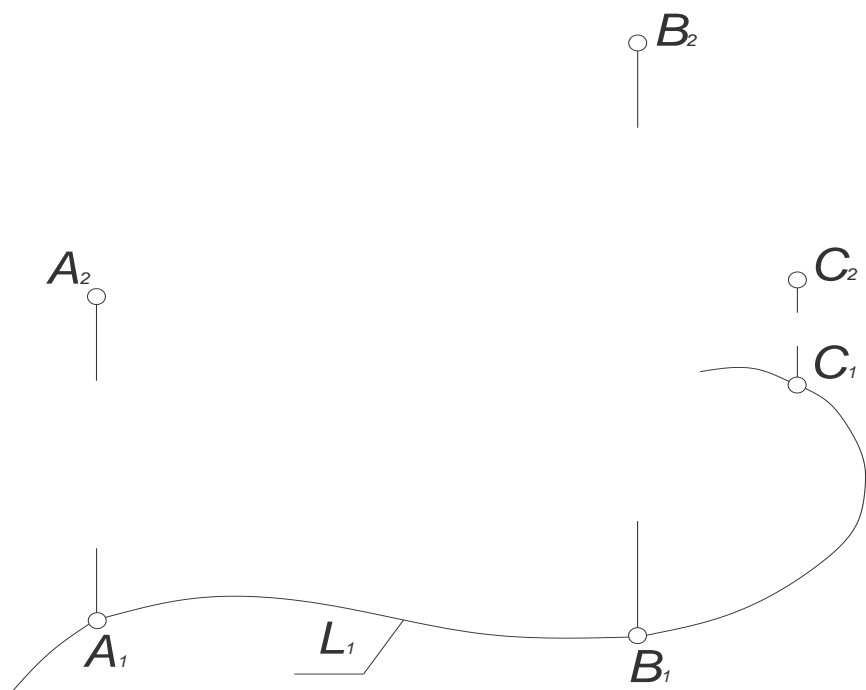
Определить по заданному КП линии, плоская эта линия или пространственная.



### ЗАДАЧА № 15

Плоская кривая  $\ell$  задана горизонтальной проекцией и точками А, В и С. Построить её фронтальную проекцию.

.



## ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

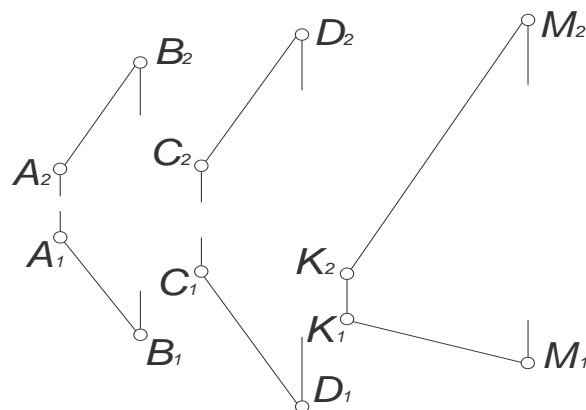
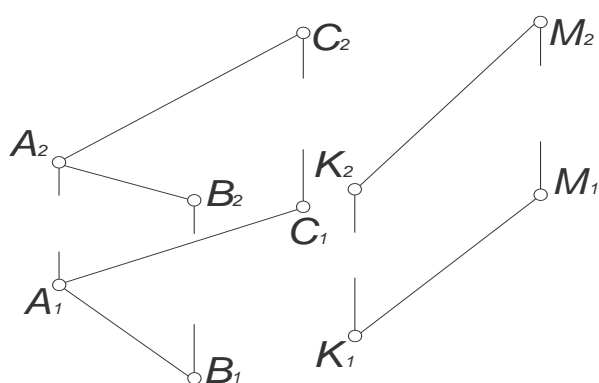
### ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

#### ЗАДАЧА № 16

Установить, параллельна ли прямая КМ плоскости АВС :

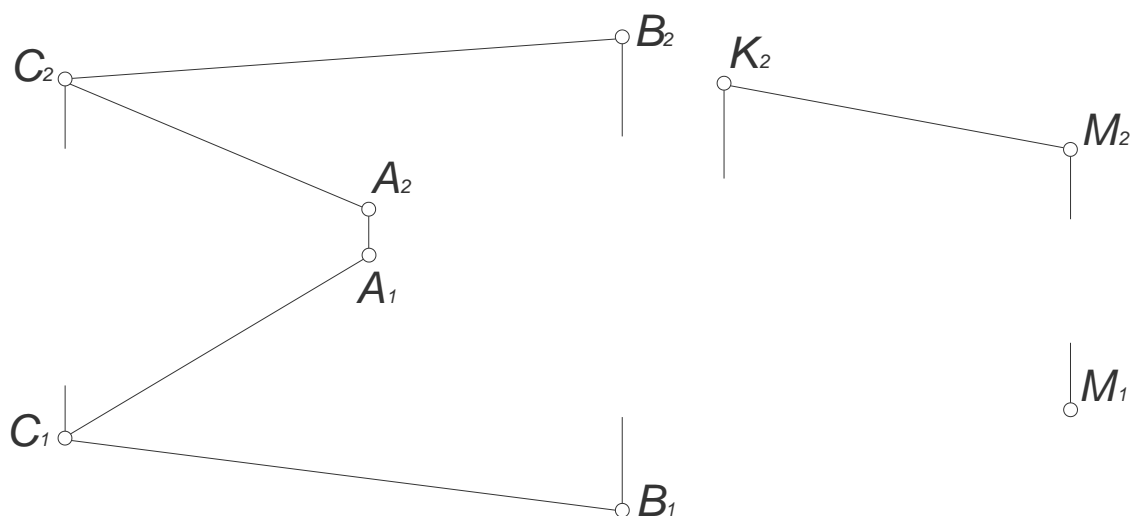
а/

б/



#### ЗАДАЧА № 17

Найти недостающую проекцию прямой КМ, если известно, что прямая параллельна плоскости АВС.



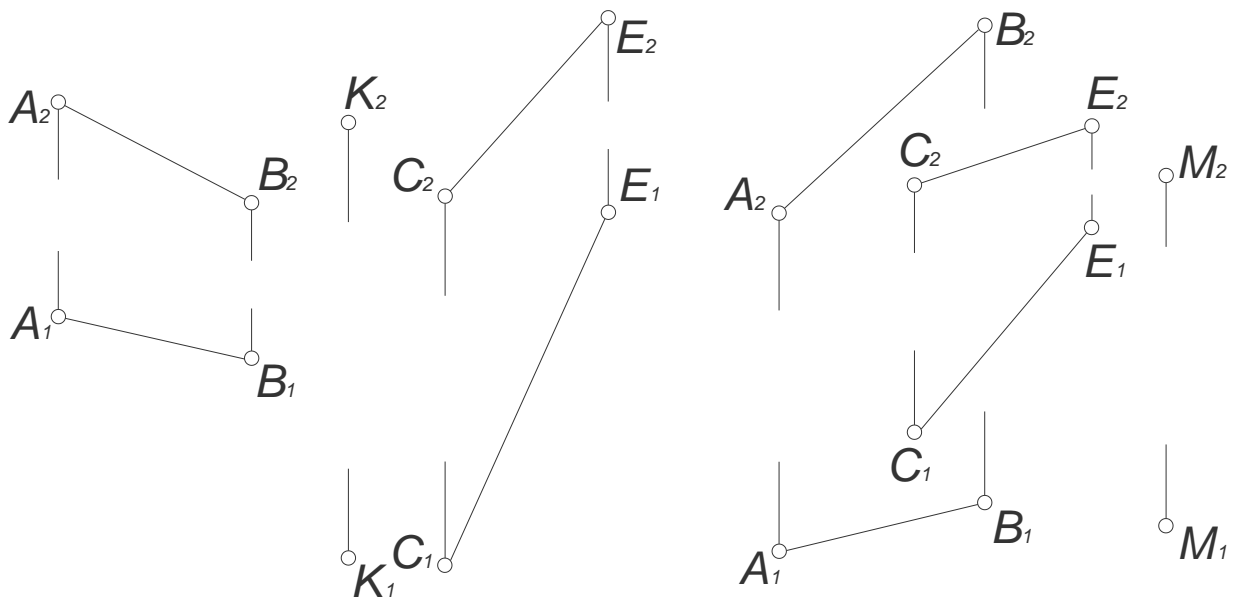


### ЗАДАЧА № 18

Через точку К и М провести плоскость, параллельную прямой АВ и СЕ :

а/

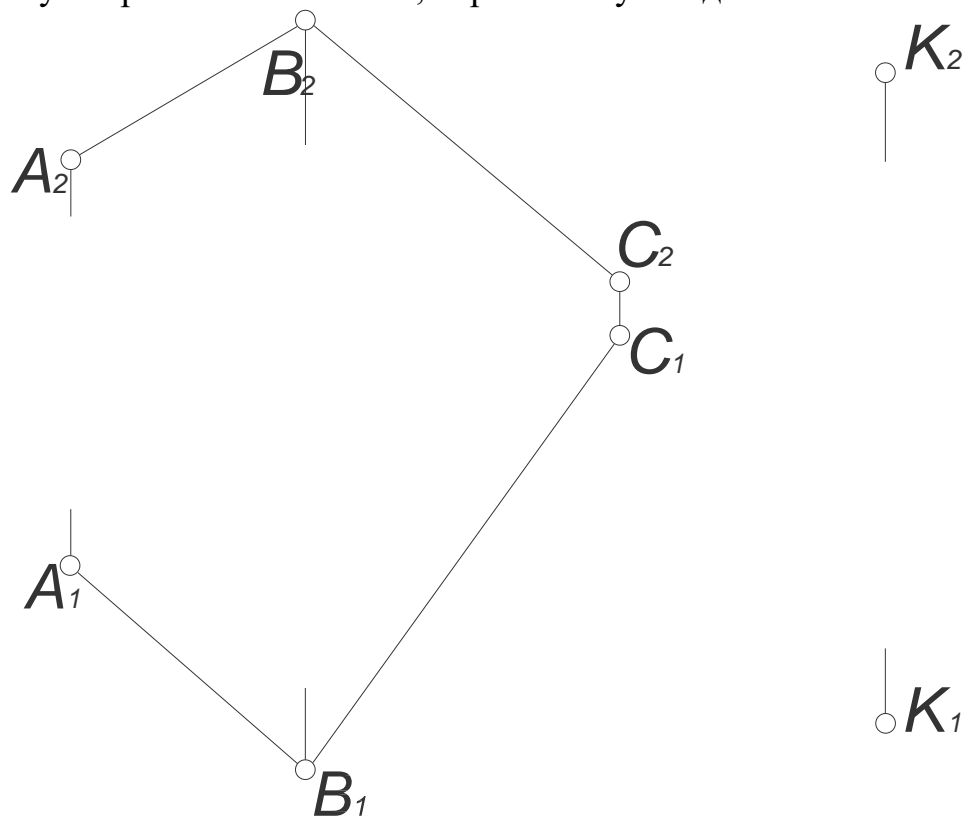
б/



### ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

### ЗАДАЧА № 19

Через точку К провести плоскость, параллельную заданной .

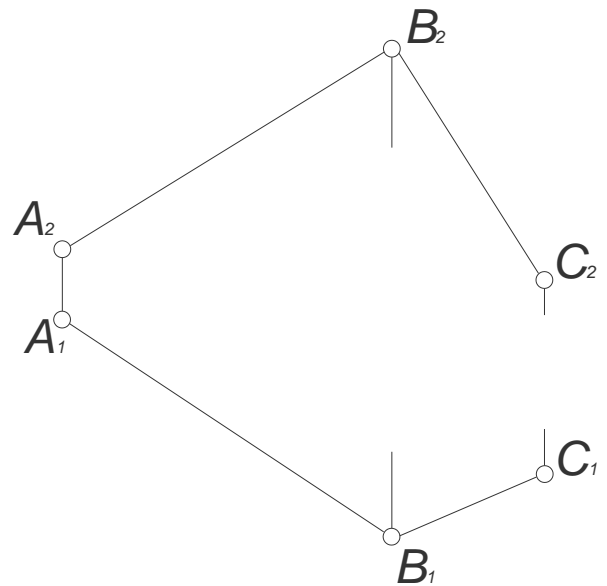
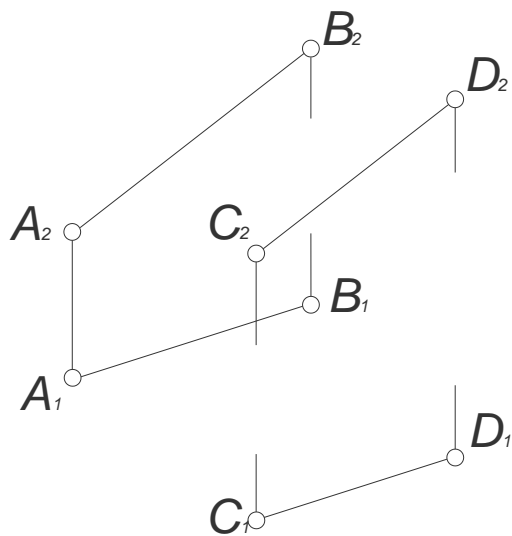


### ЗАДАЧА № 20

В заданной плоскости построить линии уровня :

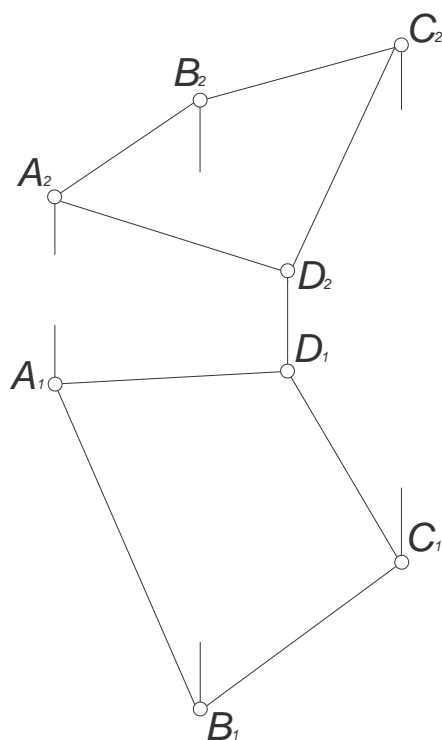
а/

б/



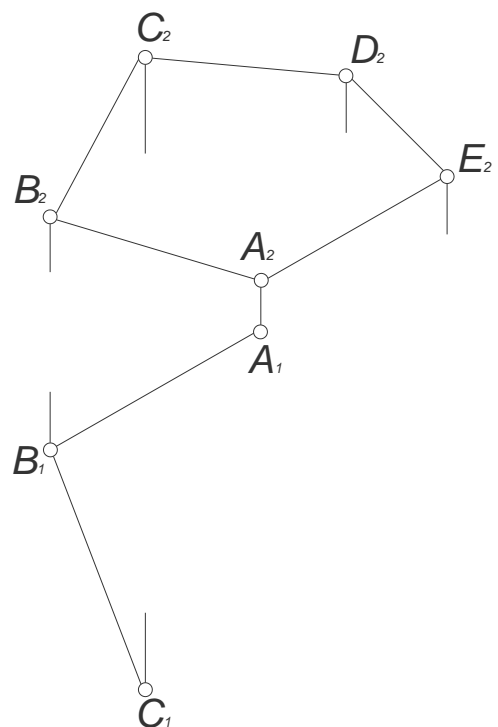
### ЗАДАЧА № 21

Установить, является ли изображённая фигура плоской.



### ЗАДАЧА № 22

Построить недостающую проекцию плоского многоугольника.

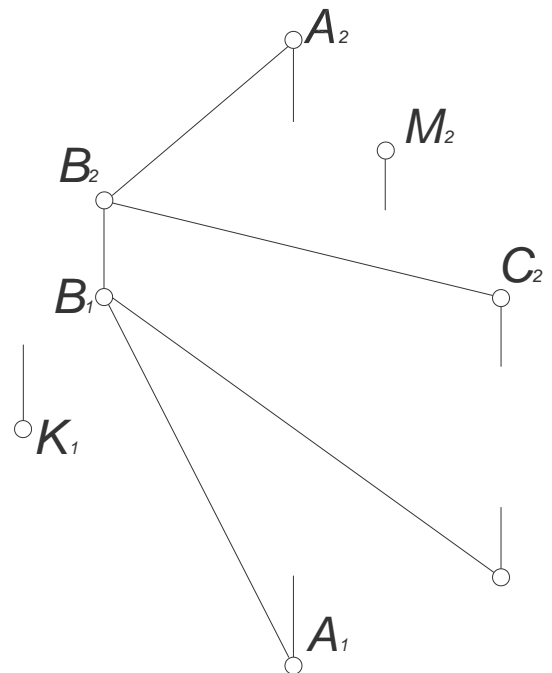
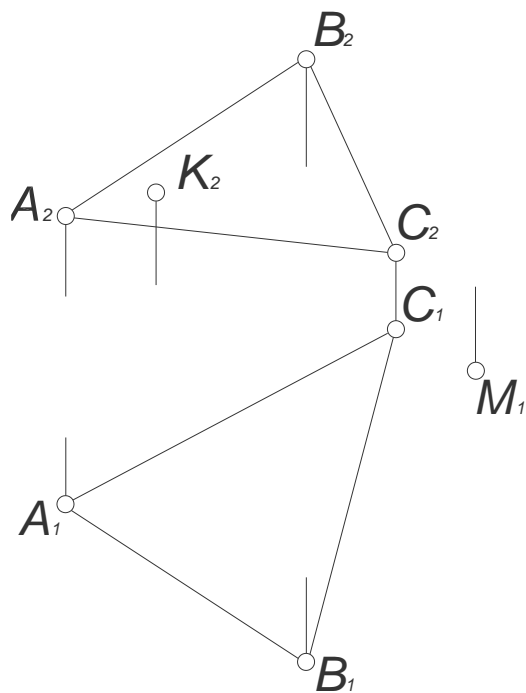


### ЗАДАЧА № 23

Построить проекции прямой КМ, лежащей в плоскости АВС, для которой заданы разноимённые проекции её концов :

а/

б/

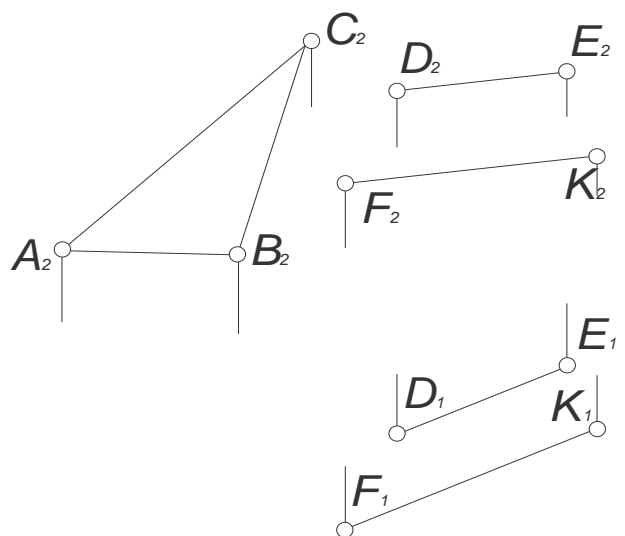
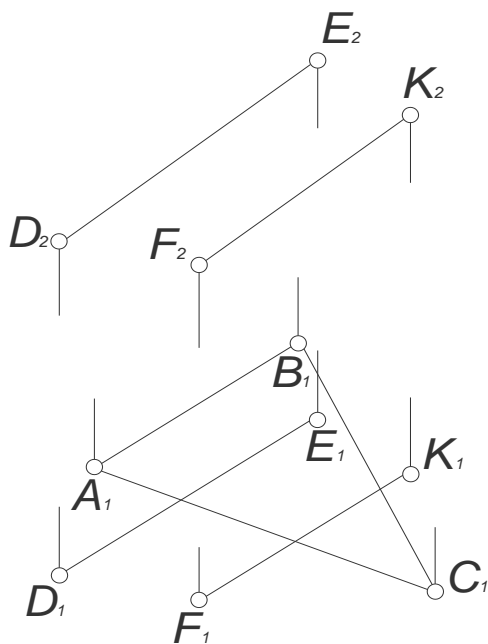


### ЗАДАЧА № 24

Построить недостающую проекцию треугольника АВС, лежащего в плоскости, заданной параллельными прямыми :

а/

б/

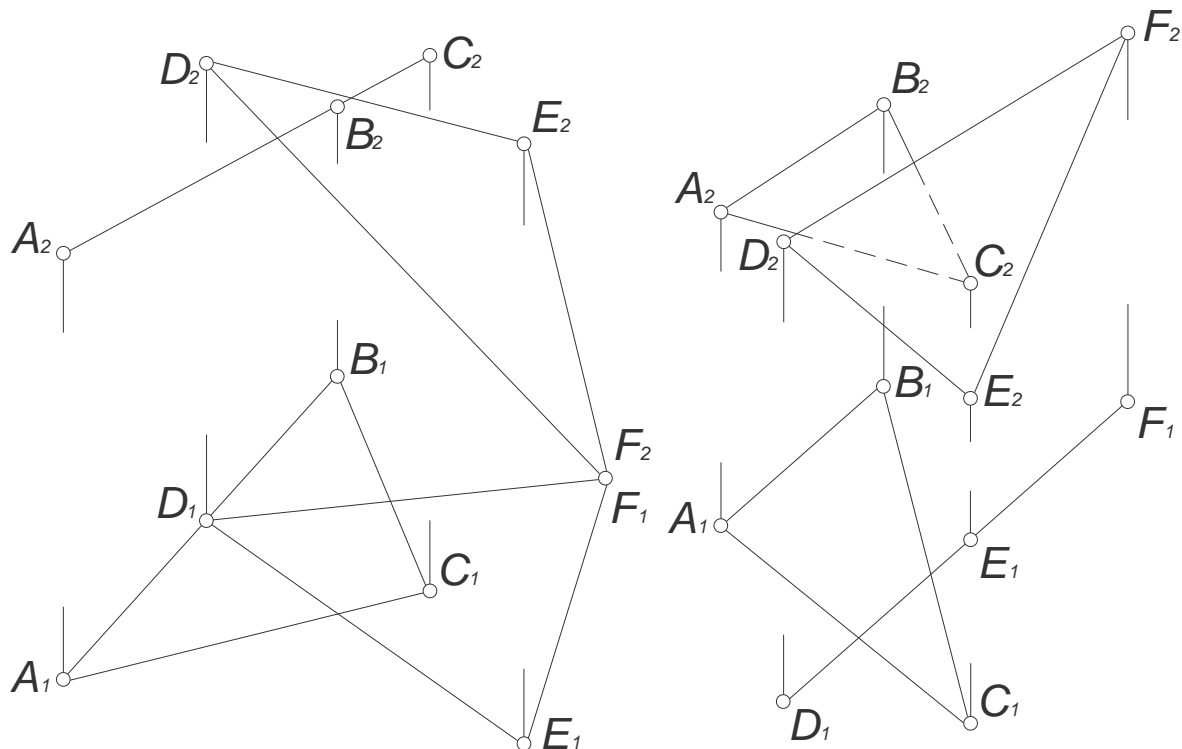


### ЗАДАЧА № 25

Построить проекции линии пересечения и определить видимость плоскостей:

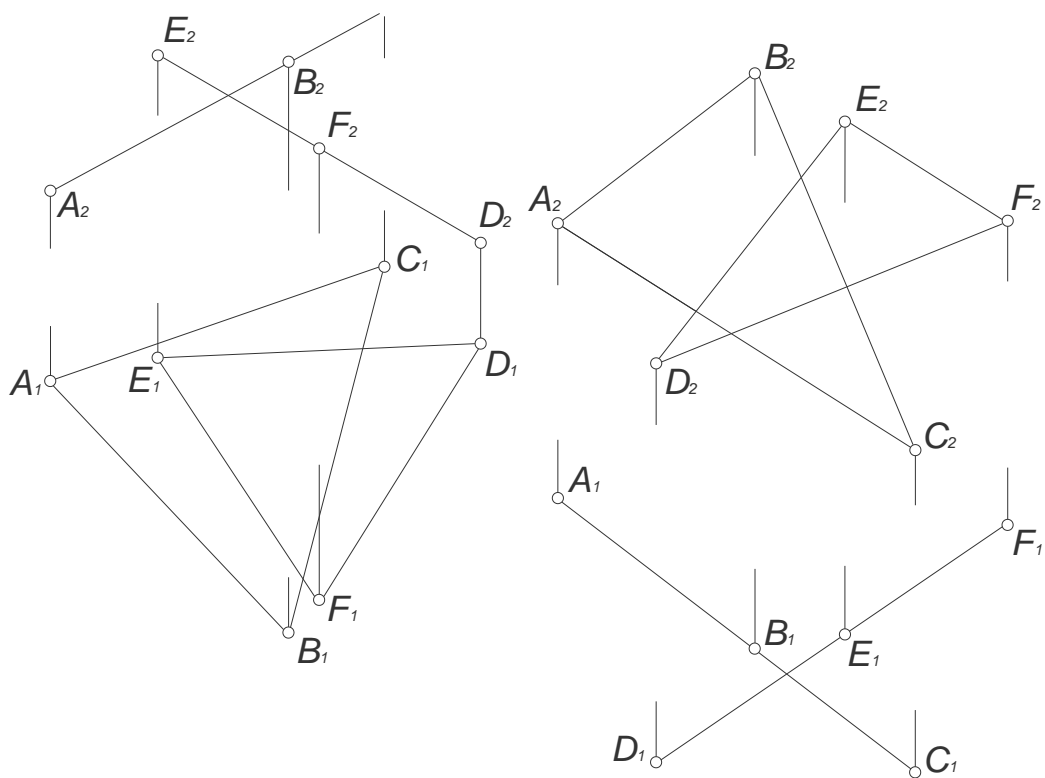
а/

б/

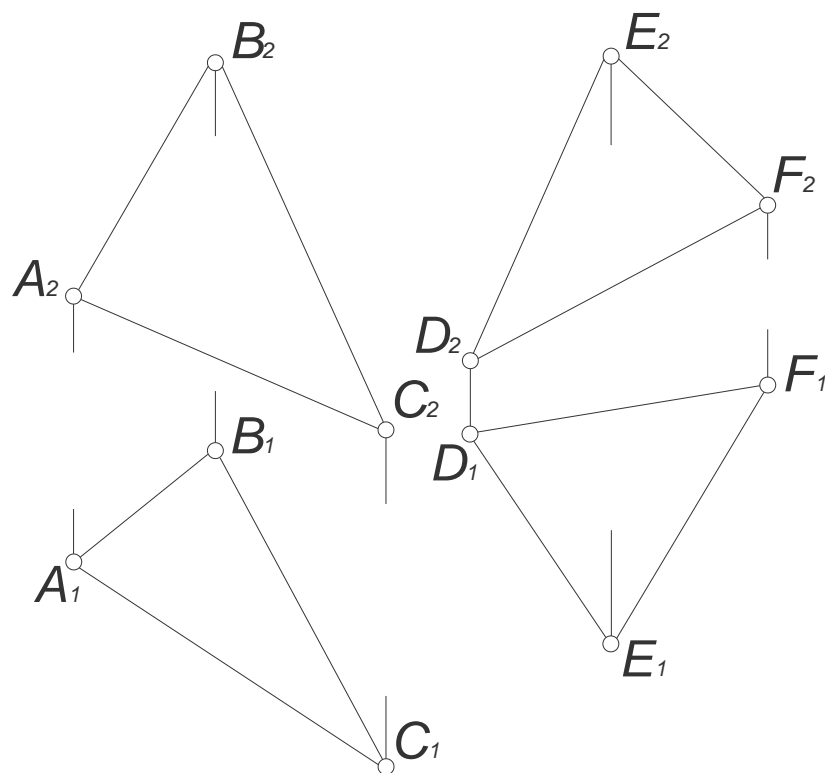


в/

г/

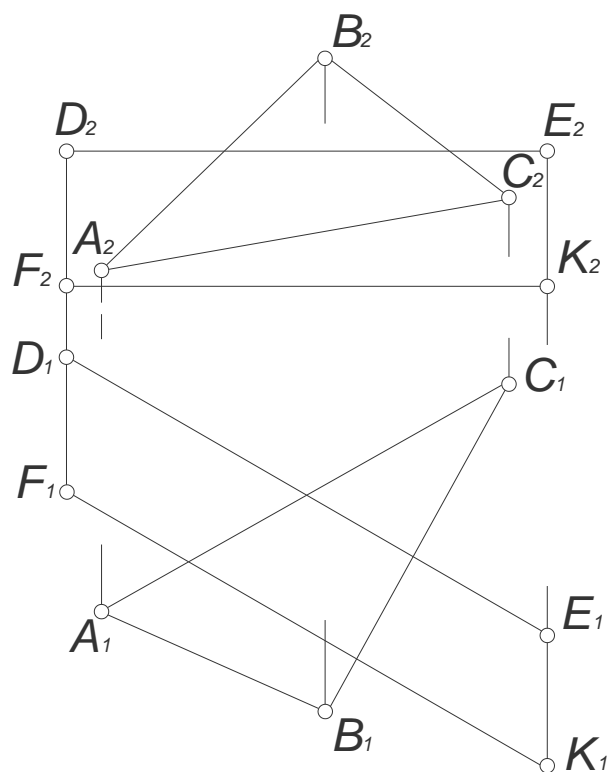


д/



Записать алгоритм решения задачи .

е)

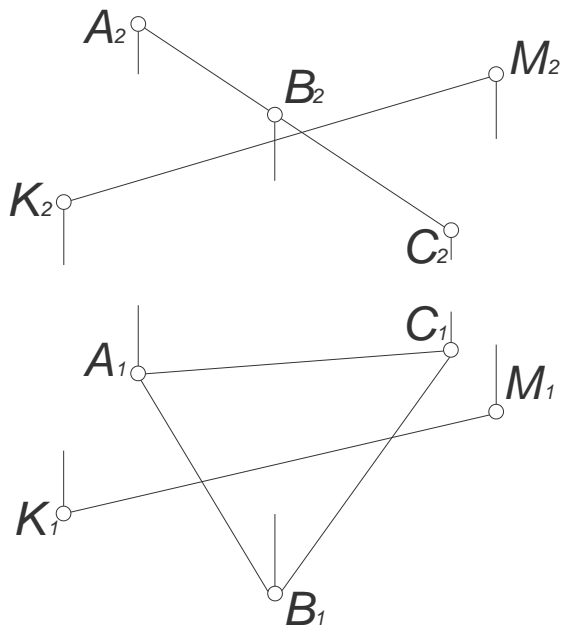


Записать алгоритм решения задачи .

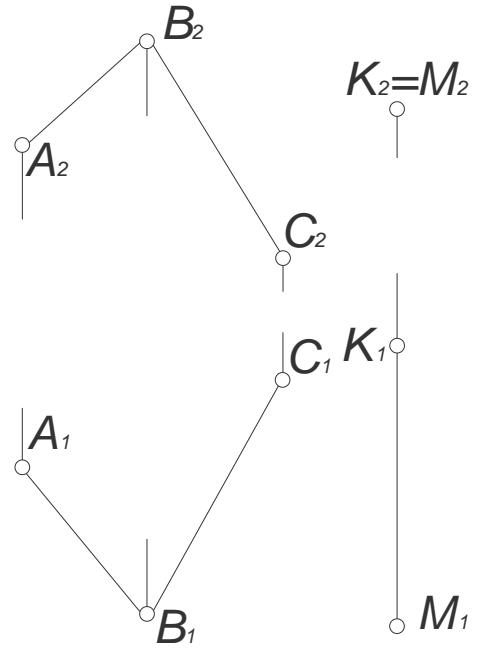
### ЗАДАЧА № 26

Построить точку встречи прямой КМ с плоскостью АВС :

а)

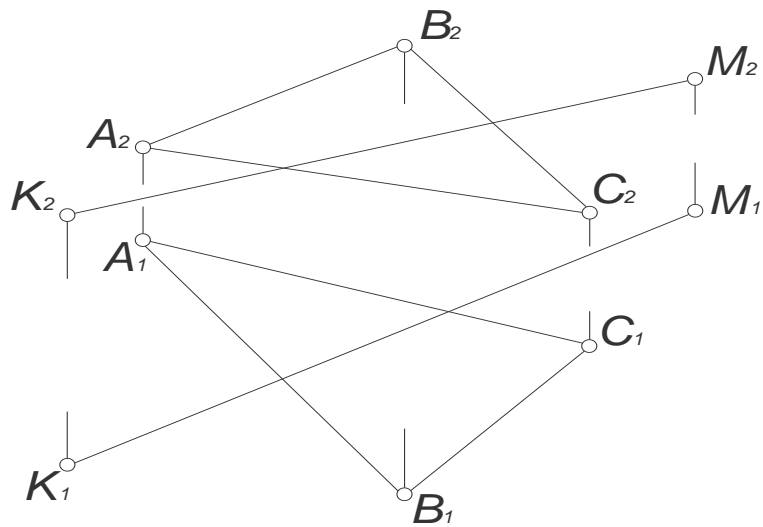


б)



в)

г)



д)

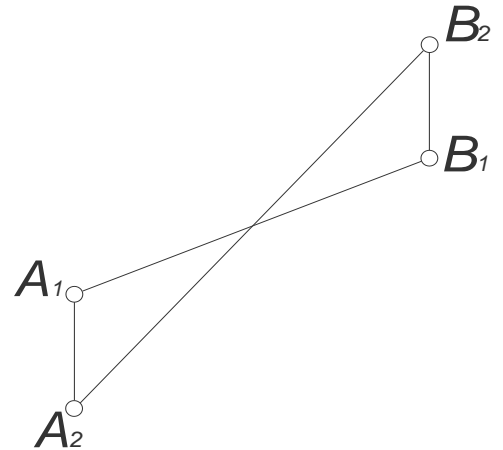
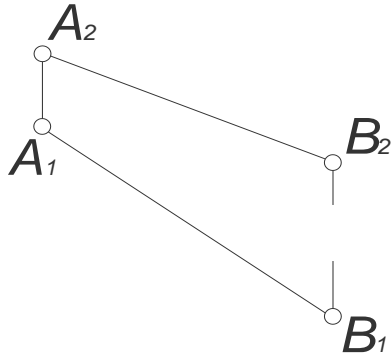
## МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ НА КП

### ЗАДАЧА № 27

Найти натуральную длину отрезка прямой АВ и углы его наклона к плоскостям проекций  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  / методом треугольника /.

а/

б/

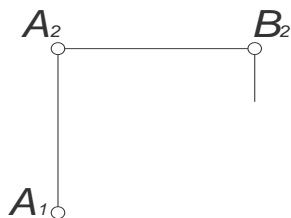


### ЗАДАЧА № 28

Построить недостающую проекцию прямой АВ, длина которой равна 40 мм. Определить углы её наклона к плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  .

а/

б/



$\alpha =$  \_\_\_\_\_  
 $\beta =$  \_\_\_\_\_

$\alpha =$  \_\_\_\_\_  
 $\beta =$  \_\_\_\_\_

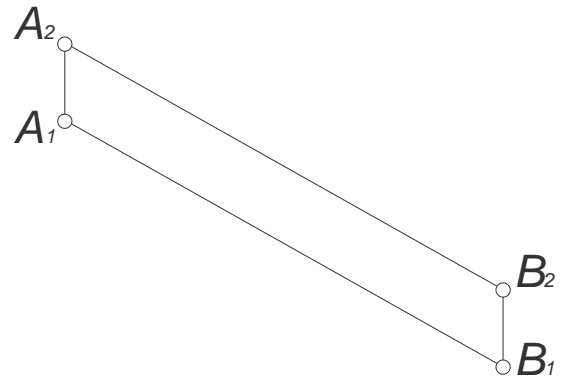
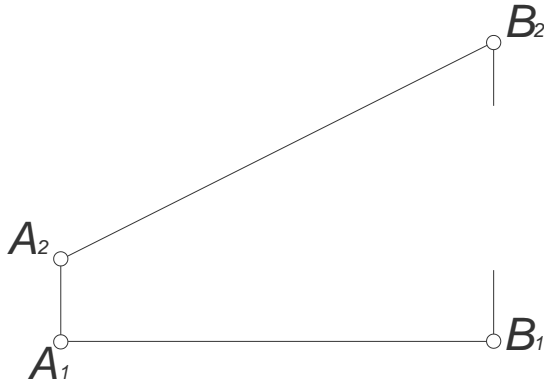


### ЗАДАЧА № 29

На отрезке прямой АВ отложить от точки А отрезок АС, равный 20мм :

а/

б/

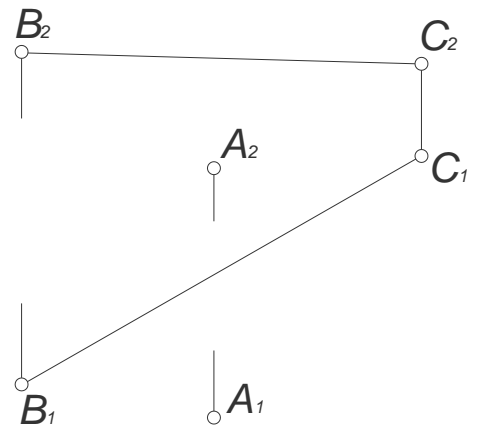
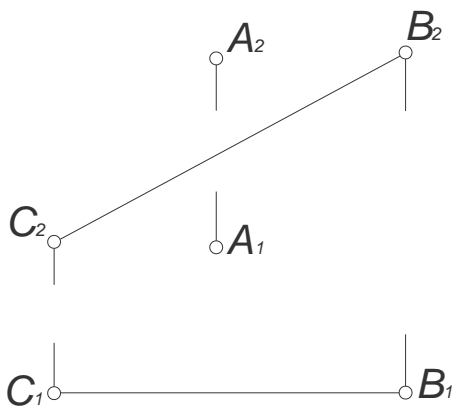


### ЗАДАЧА № 30

Найти натуральную длину расстояния от точки А до прямой ВС :

а/

б/

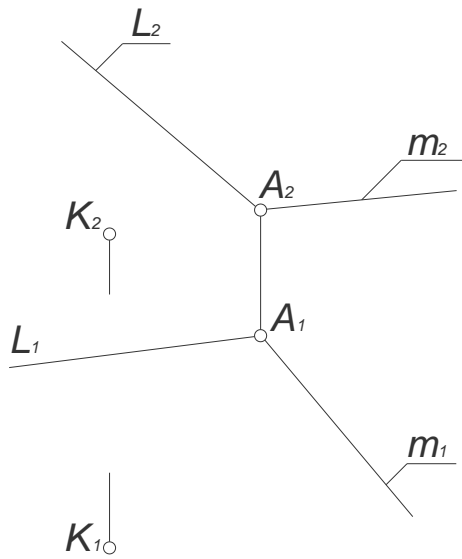




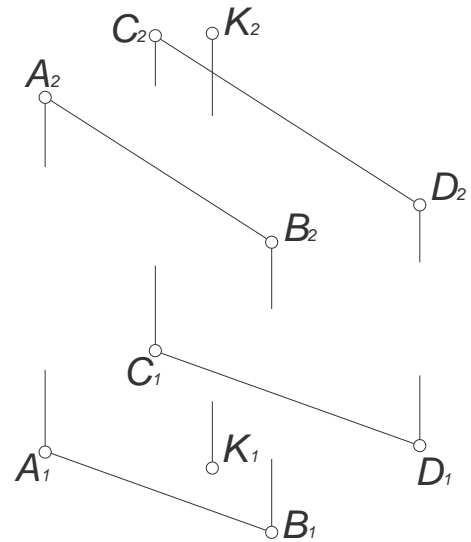
### ЗАДАЧА № 31

Из точки К опустить перпендикуляр на плоскость :

а)

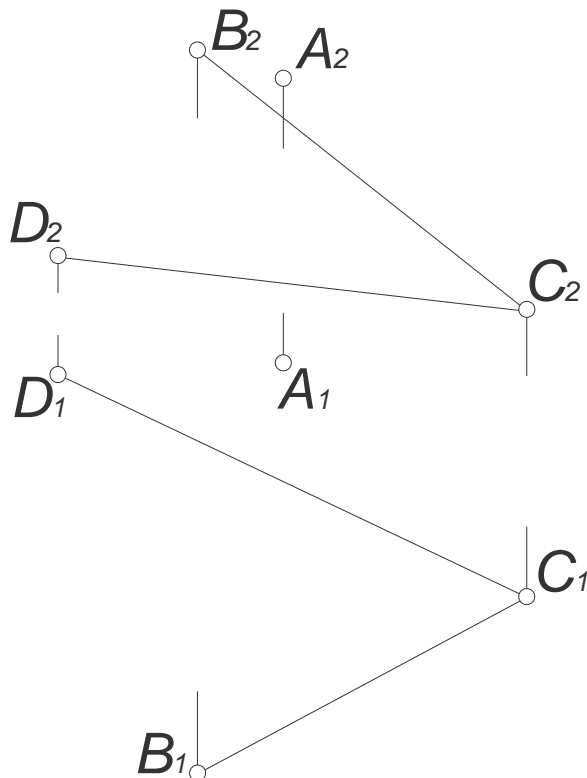


б)



### ЗАДАЧА № 32

Определить расстояние / проекции и истинную величину / от точки А до заданной плоскости / без преобразования чертежа /. Записать план решения задачи .




---

---

---

---

---

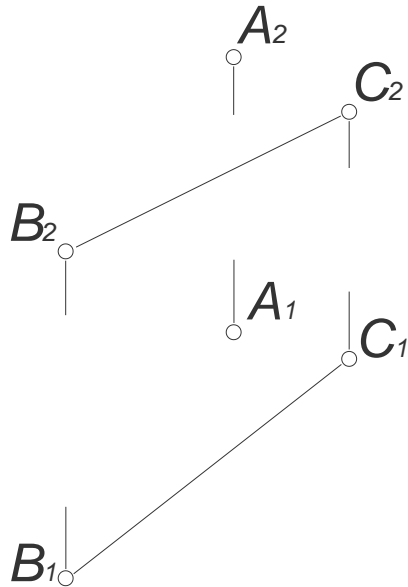
---

---

---

### ЗАДАЧА № 33

Определить расстояние / проекции и истинную величину / от точки А до прямой / без преобразования чертежа /. Записать план решения задачи .



---

---

---

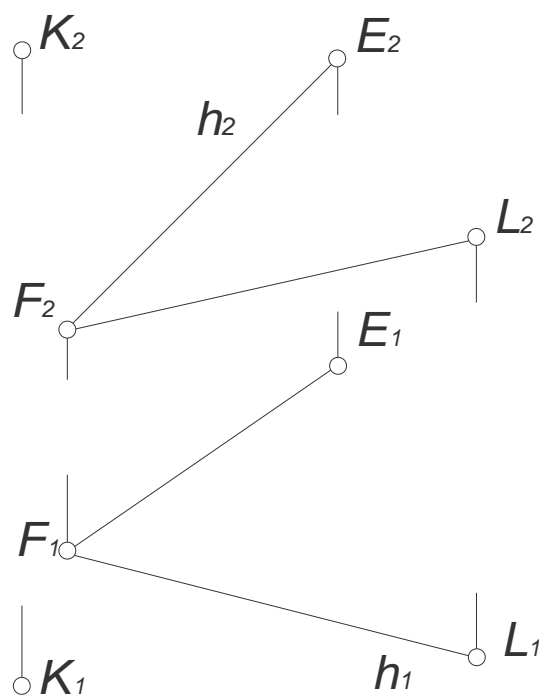
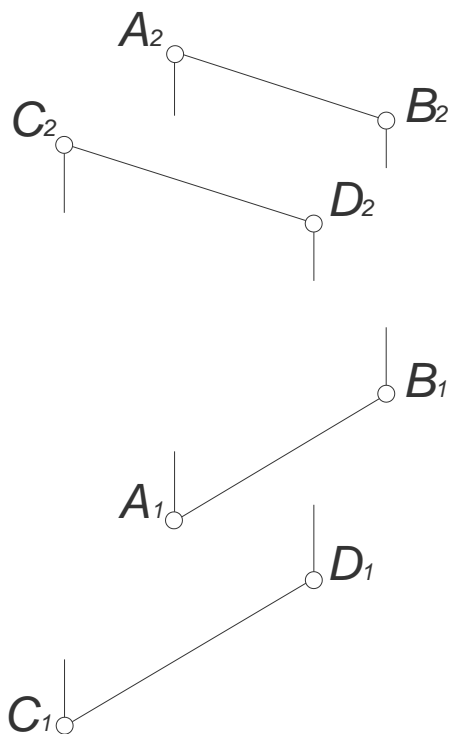
---

---

---

### ЗАДАЧА № 34

Через точку К провести плоскость, перпендикулярную к двум заданным плоскостям .



## **ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КП**

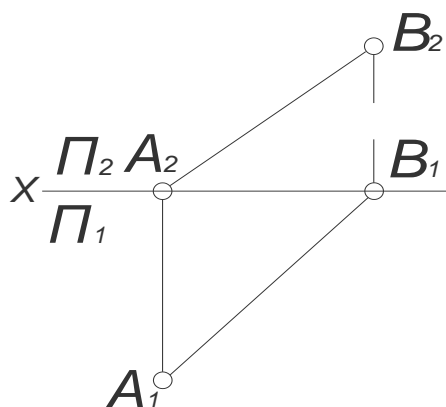
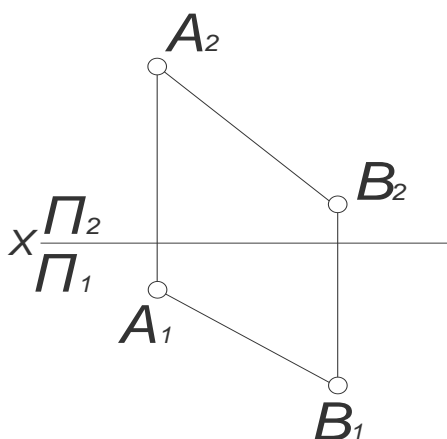
### **ЗАМЕНА ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ**

#### **ЗАДАЧА № 35**

Заменить плоскость проекции так, чтобы прямая АВ в новой системе плоскостей была :

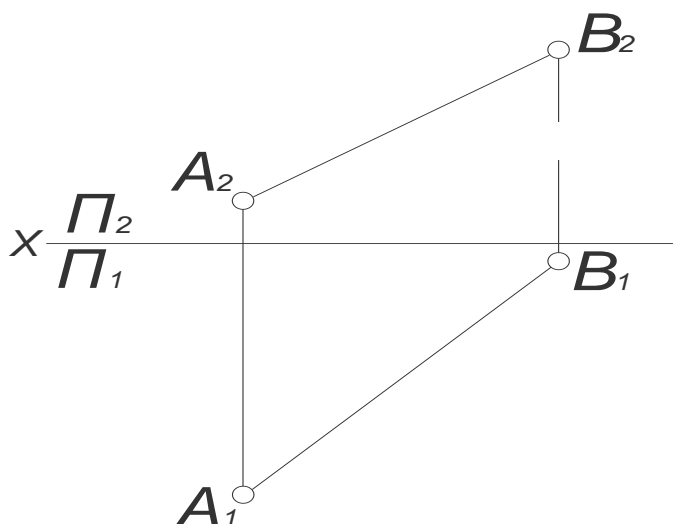
а/ параллельна  
плоскости  $\Pi_1$  ;

б/ параллельна  
плоскости  $\Pi_2$  .



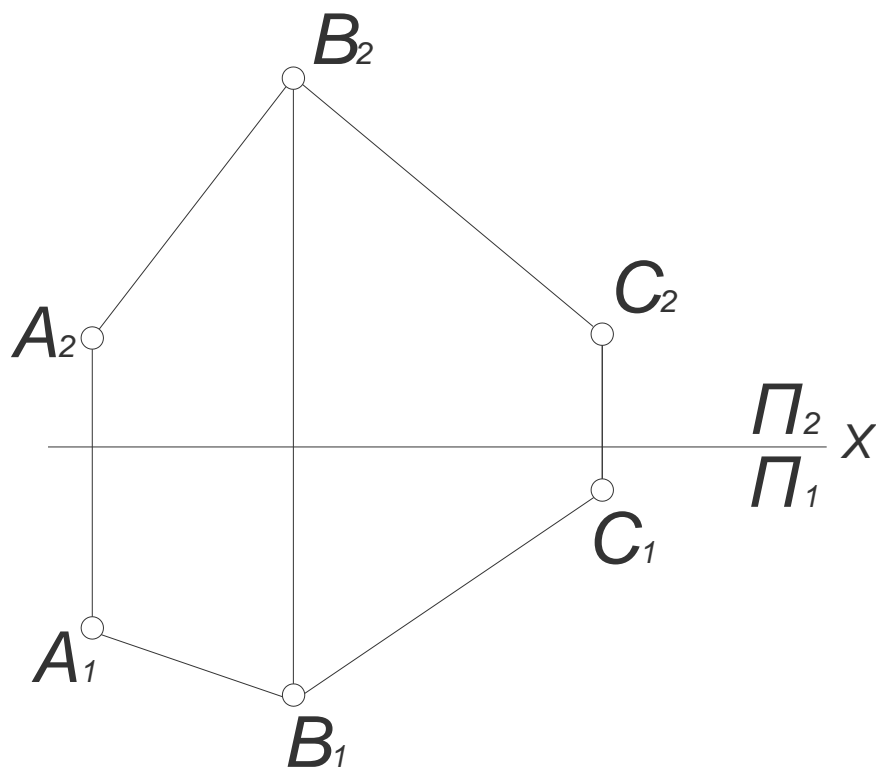
#### **ЗАДАЧА № 36**

Заменить заданную систему плоскостей проекций новой, в которой прямая АВ станет горизонтально – проецирующей.



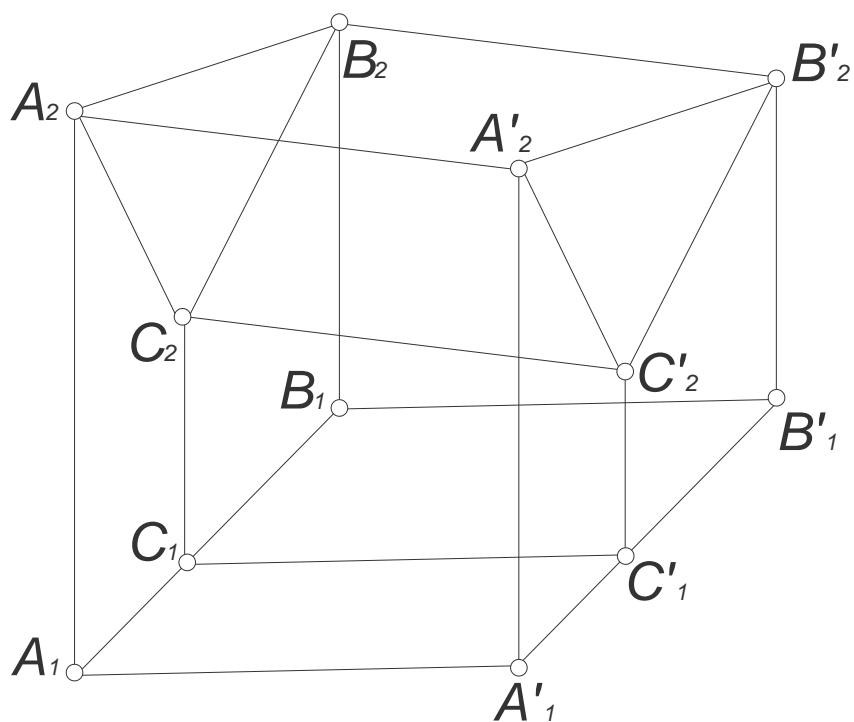
### ЗАДАЧА № 37

Заменить плоскость проекций так, чтобы плоскость ABC стала горизонтально – проецирующей.



### ЗАДАЧА № 38

Используя метод замены плоскостей проекций, расположить призму так, чтобы плоскость основания стала фронтальной.

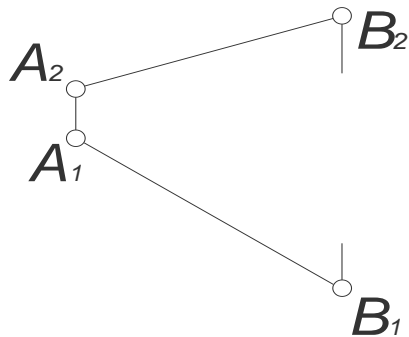


## ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ОСИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ К ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ.

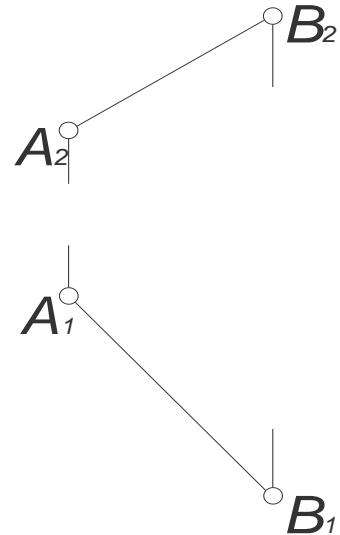
### ЗАДАЧА № 39

Вращением вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, повернуть прямую АВ в положение :

а/ перпендикулярное  
плоскости  $\Pi_1$  ;

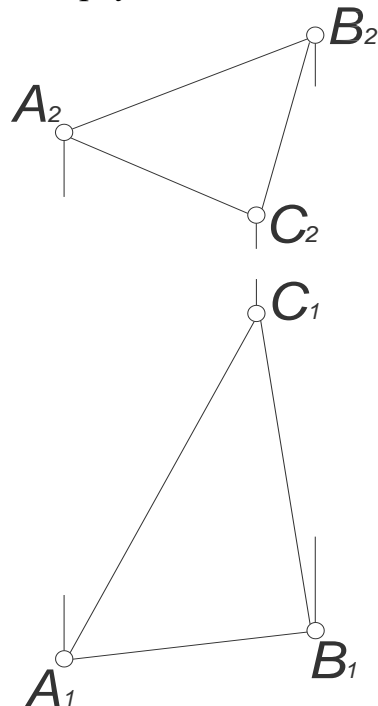


б/ перпендикулярное  
плоскости  $\Pi_2$  .



### ЗАДАЧА № 40

Построить проекции высоты треугольника ABC с основанием АВ.

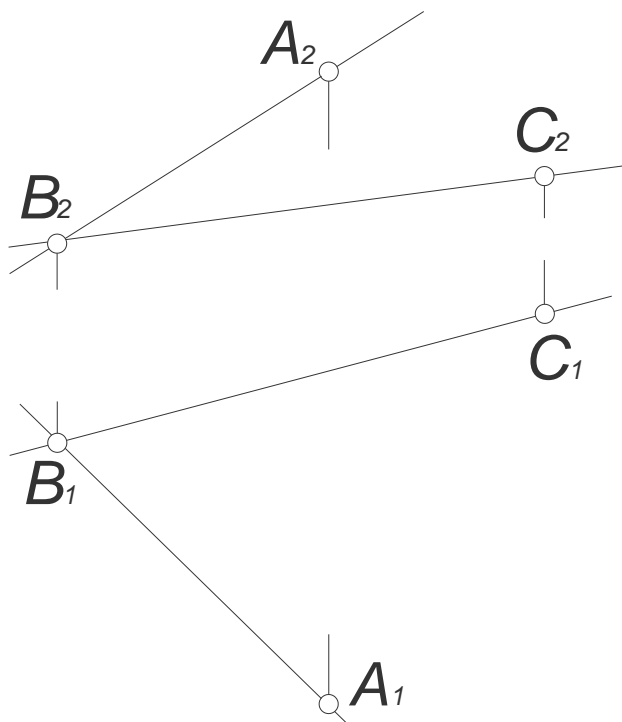


## ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

### ЗАДАЧА № 41

Выполняя плоскопараллельное перемещение плоскости, преобразовать чертёж так, чтобы плоскость стала :

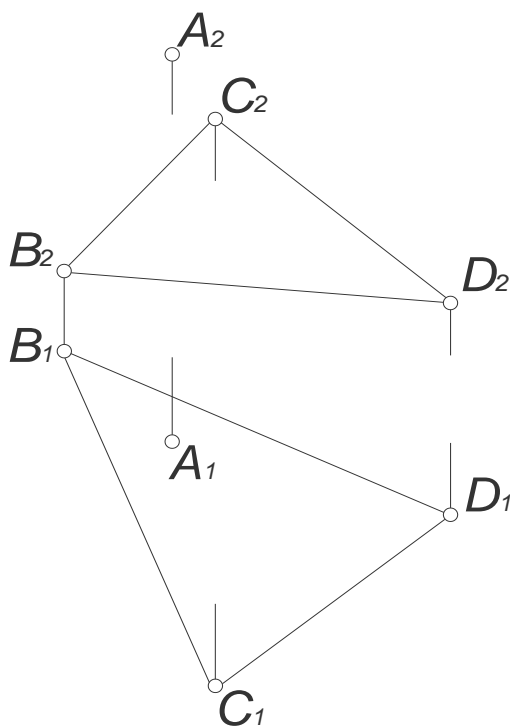
а/ горизонтальной ;



## ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КП К РЕШЕНИЮ МЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

### ЗАДАЧА № 42

Определить расстояние от точки до плоскости  
заменой плоскостей проекций

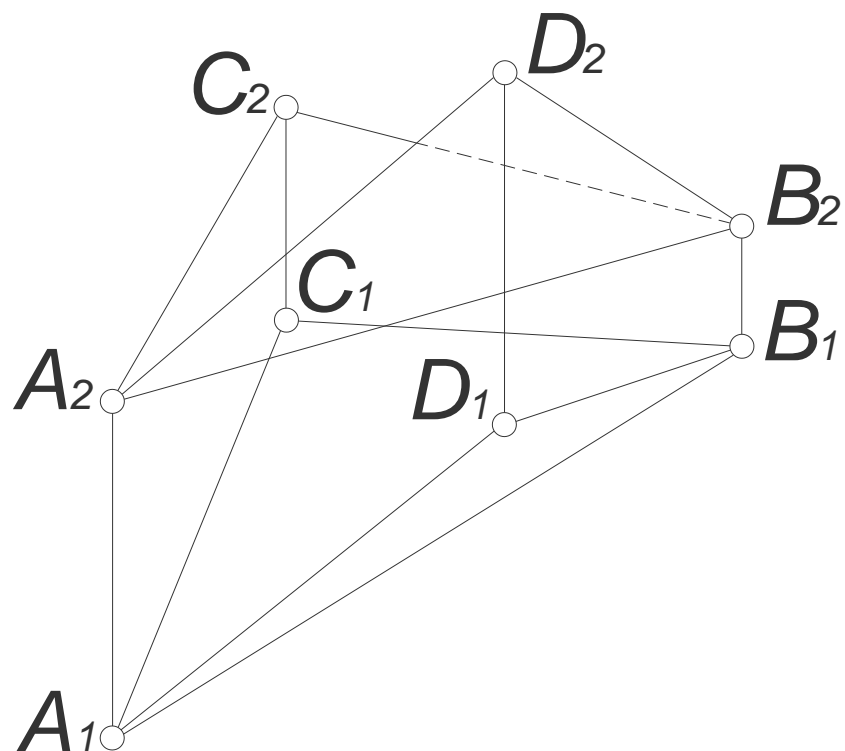




### ЗАДАЧА № 43

Определить величину двугранного угла :

а/ переменной плоскостей проекций ;

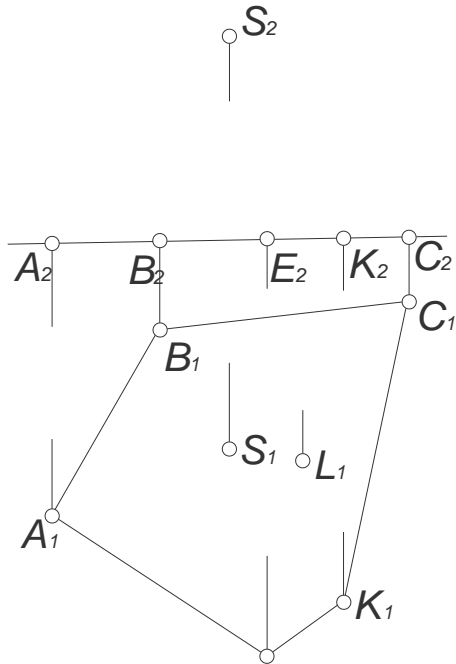


# **КП ПОВЕРХНОСТЕЙ** **КП МНОГОГРАННИКОВ**

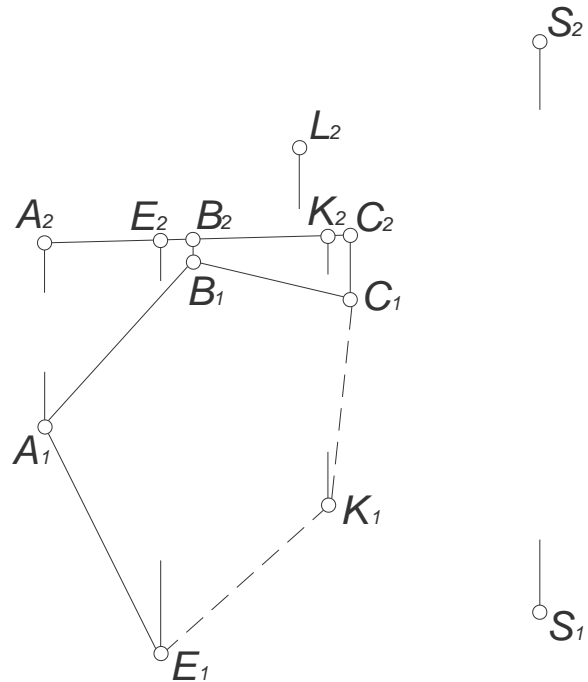
## **ЗАДАЧА № 44**

Построить очертания проекции пирамиды с вершиной  $S$  и основанием  $АВСКЕ$ . Определить видимость рёбер и построить недостающую проекцию точки  $1$ , принадлежащей пирамиде :

а)

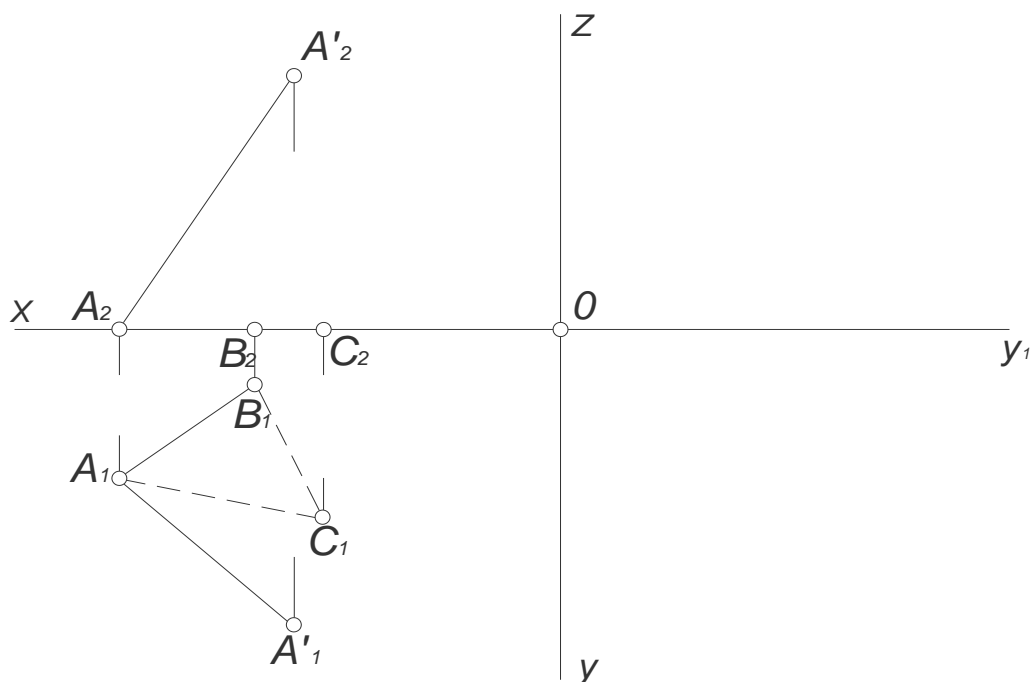


б)



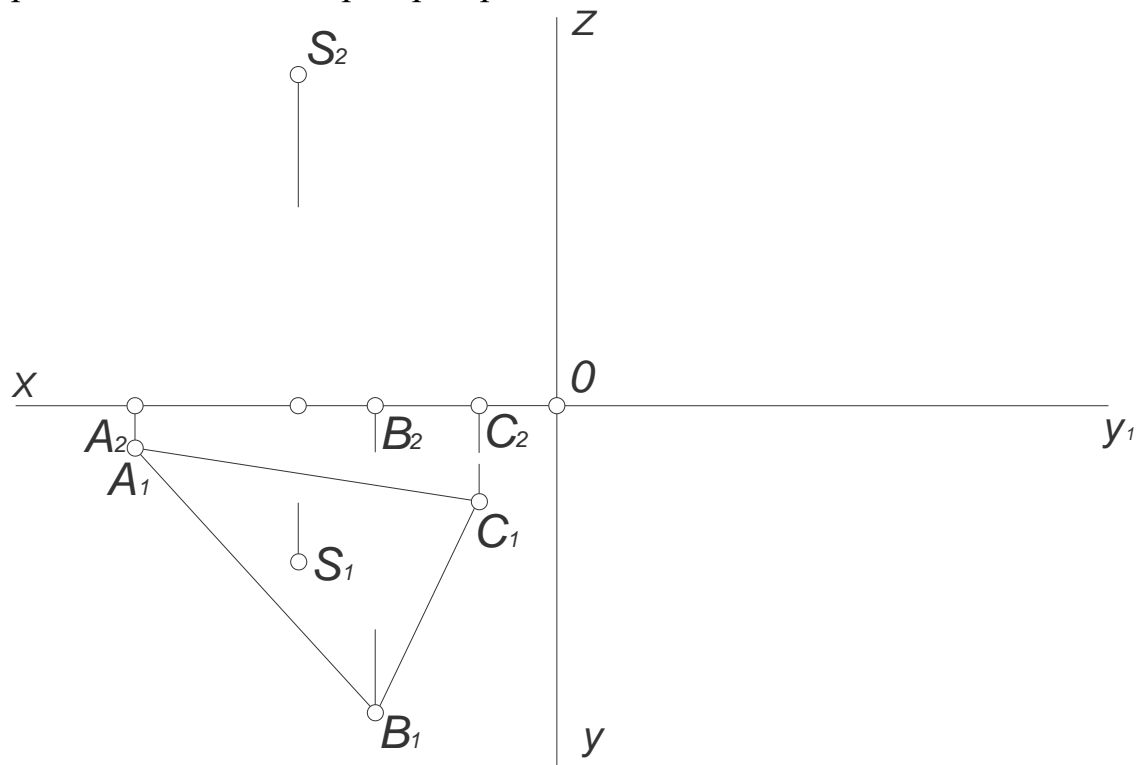
## **ЗАДАЧА № 45**

Построить три проекции наклонной призмы по заданным основанию  $АВС$  и ребру  $АА'$ . Определить видимость рёбер призмы.



### ЗАДАЧА № 46

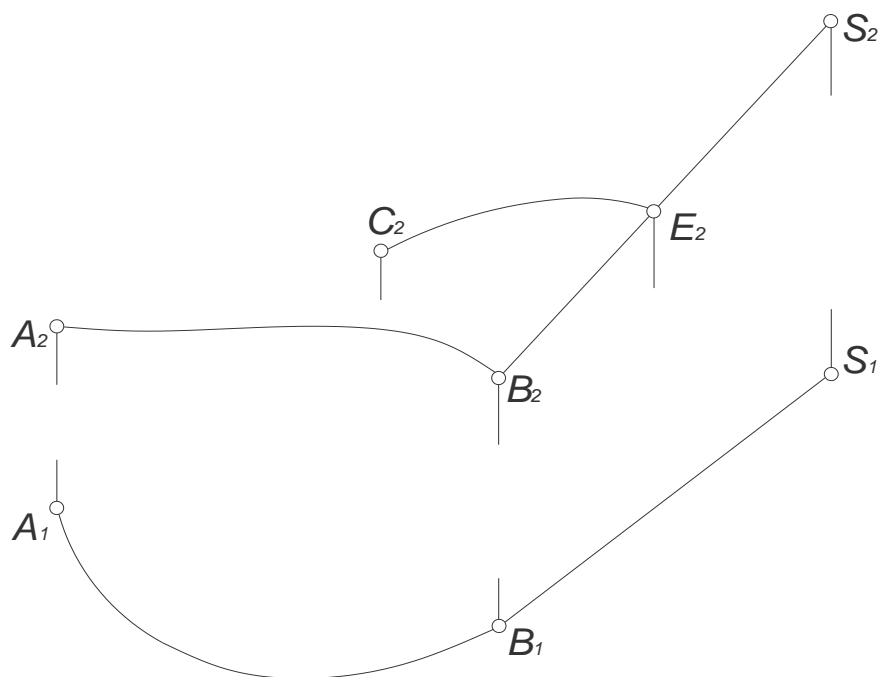
Построить три проекции пирамиды по заданному основанию ABC и вершине S. Определить видимость рёбер пирамиды.



## КП КРИВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

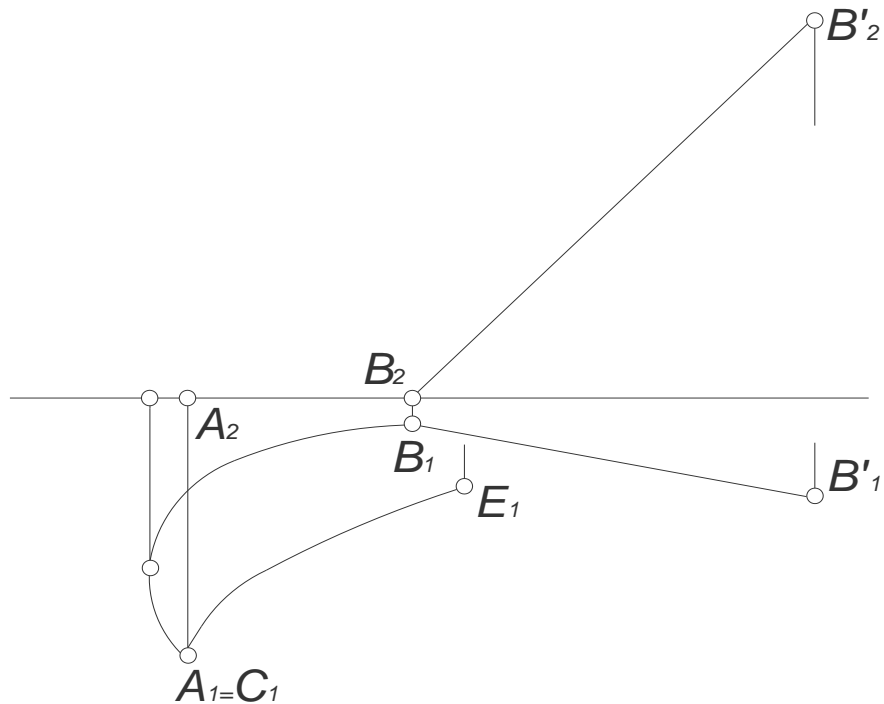
### ЗАДАЧА № 47

Построить очертания проекций конической поверхности на  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и вторую проекцию кривой  $CE$ , принадлежащей этой поверхности.



### ЗАДАЧА № 48

Построить очертания проекций цилиндрической поверхности на  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и вторую проекцию кривой  $CE$ , принадлежащей этой поверхности.



### ЗАДАЧА № 49

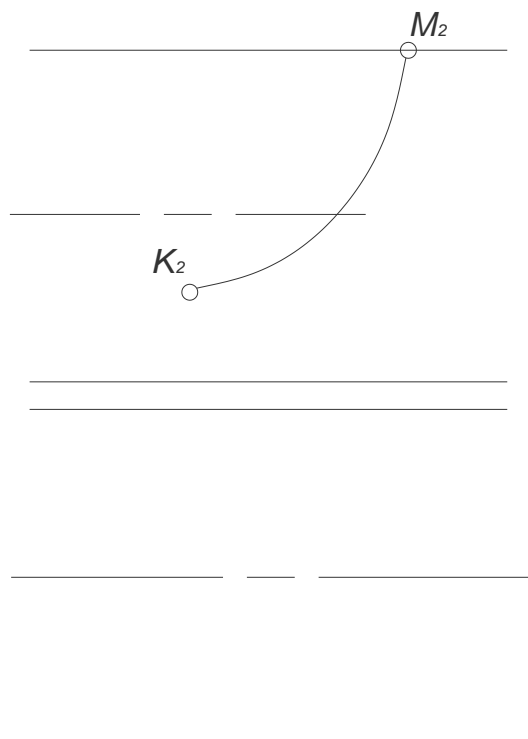
Построить проекции винтовой линии / радиус цилиндра – носителя  $R=15$  и высота подъёма  $H=40$ .

## КП ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

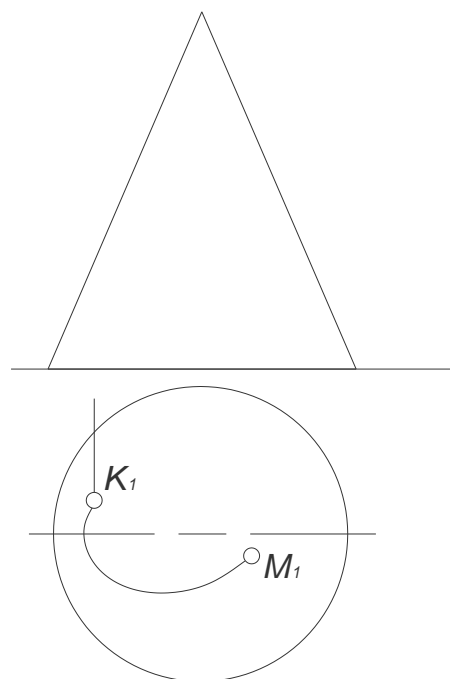
### ЗАДАЧА № 50

Построить недостающие проекции кривой КМ, принадлежащей :

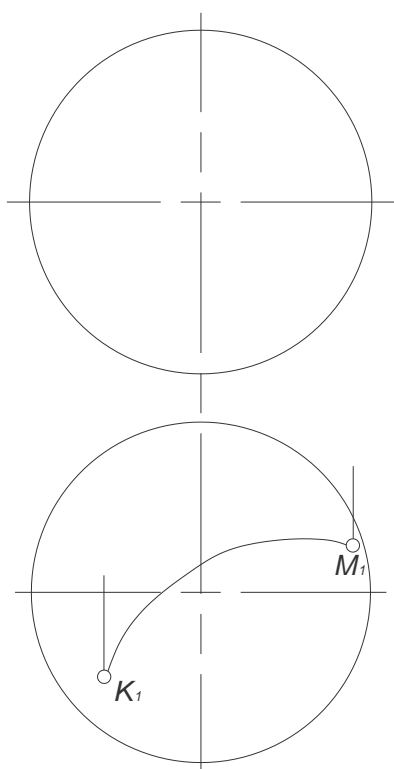
а/ цилиндру вращения ;



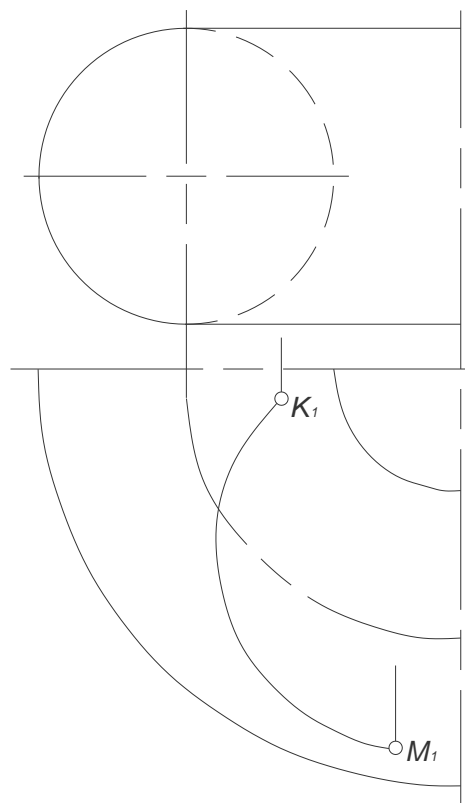
б/ конусу вращения ;



в/ сфере ;



г/ кольцу.

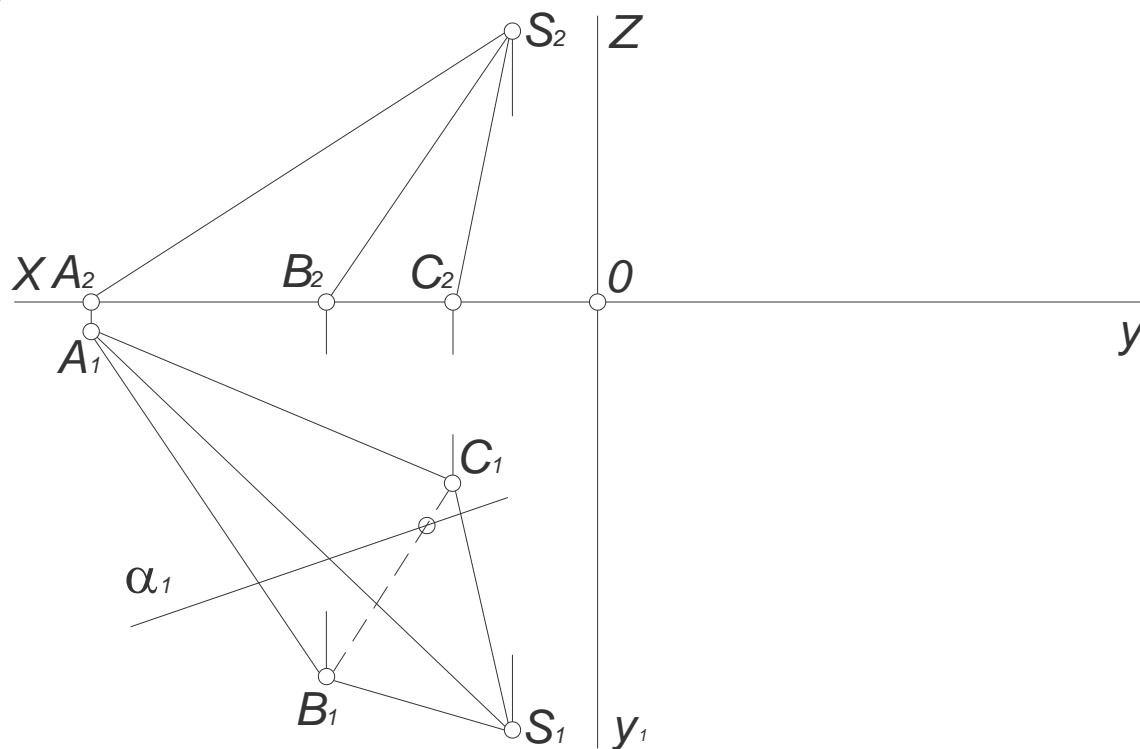


# ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ И ПОВЕРХНОСТИ. СЕЧЕНИЯ.

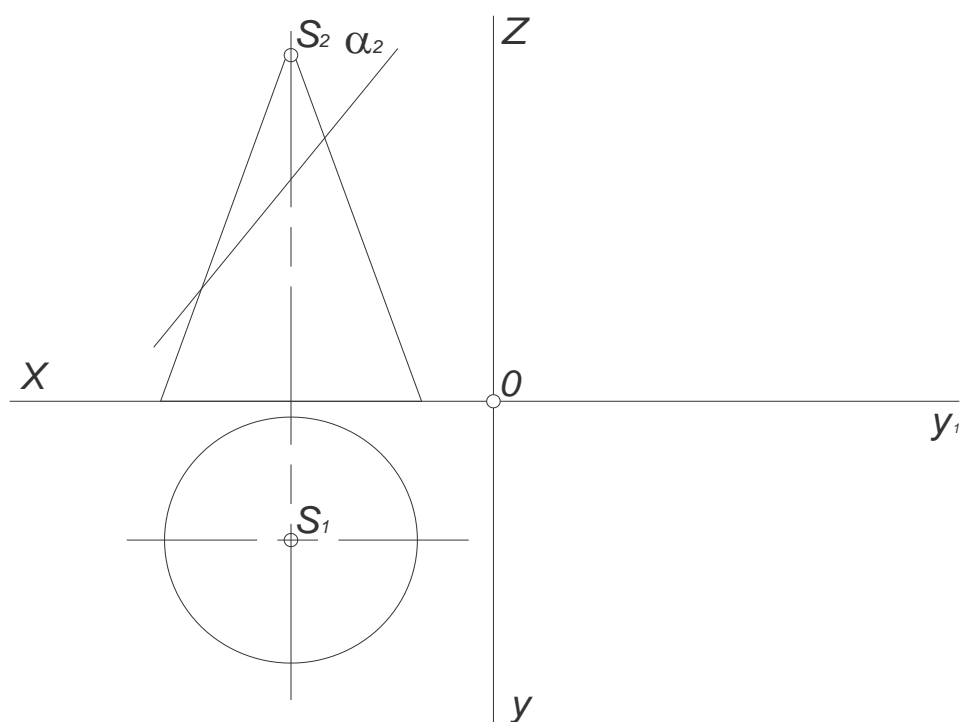
## ЗАДАЧА № 51

Построить три проекции сечения и определить видимость :

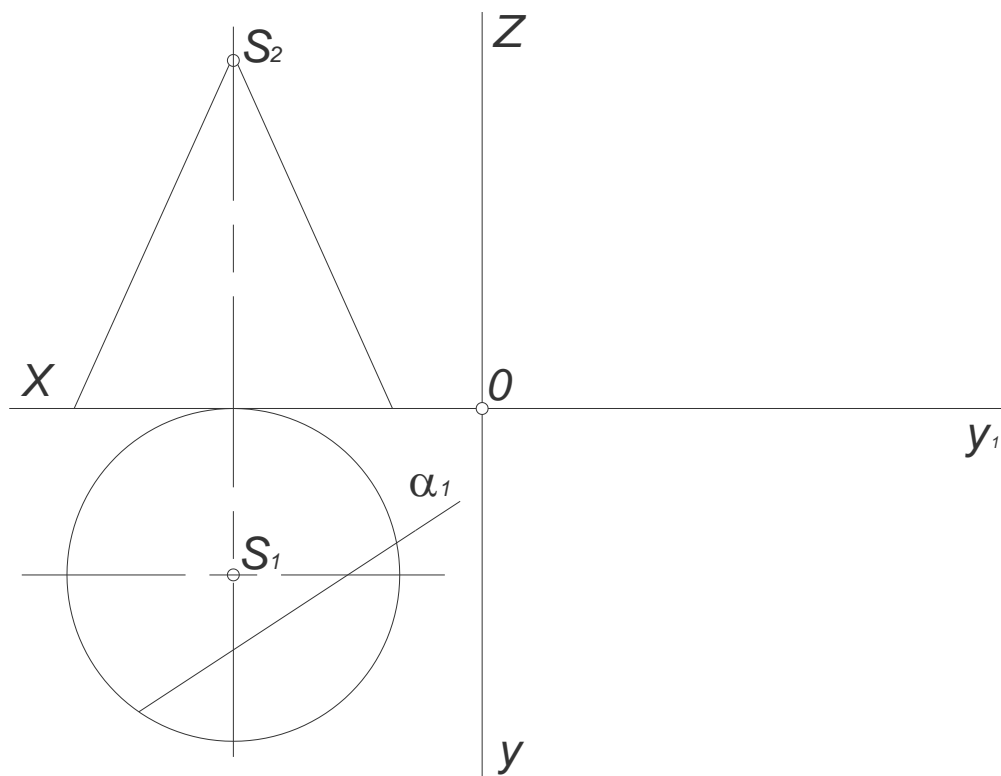
а)



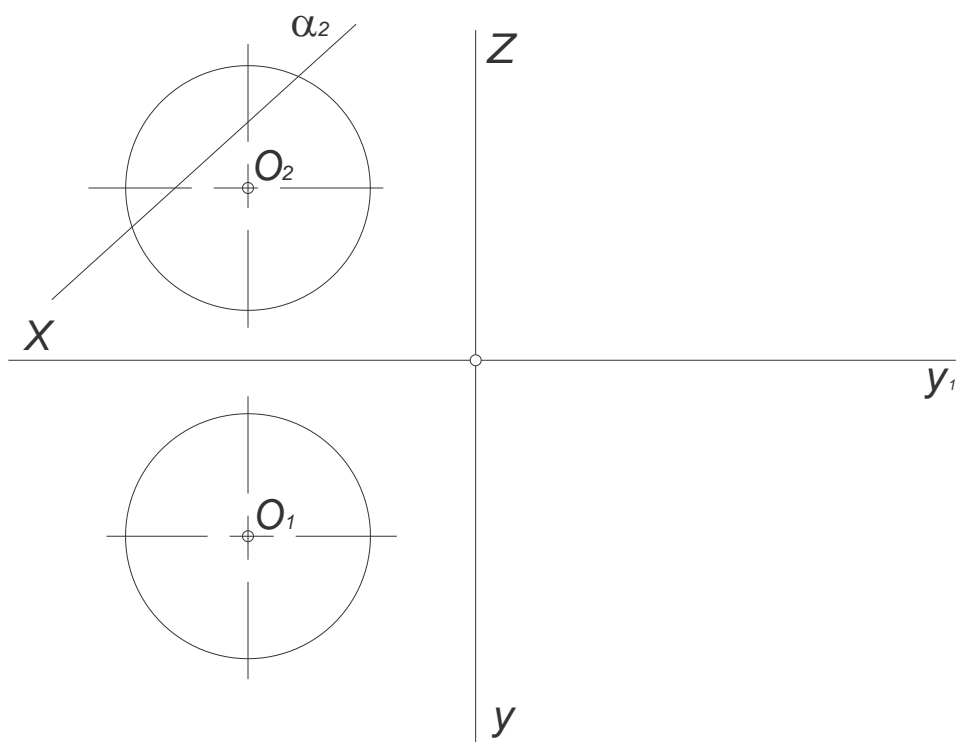
б)



B)



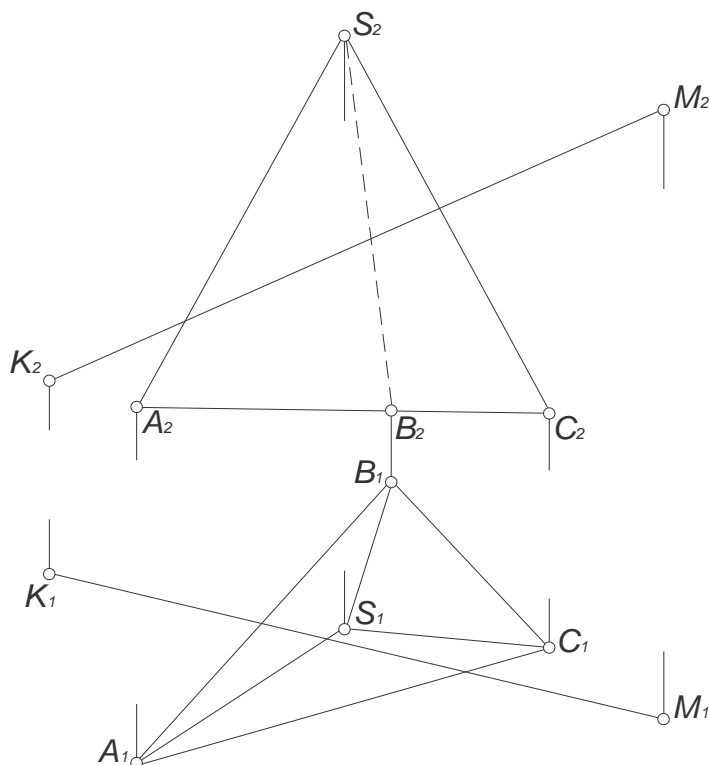
Г)



## ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПОВЕРХНОСТИ

### ЗАДАЧА № 52

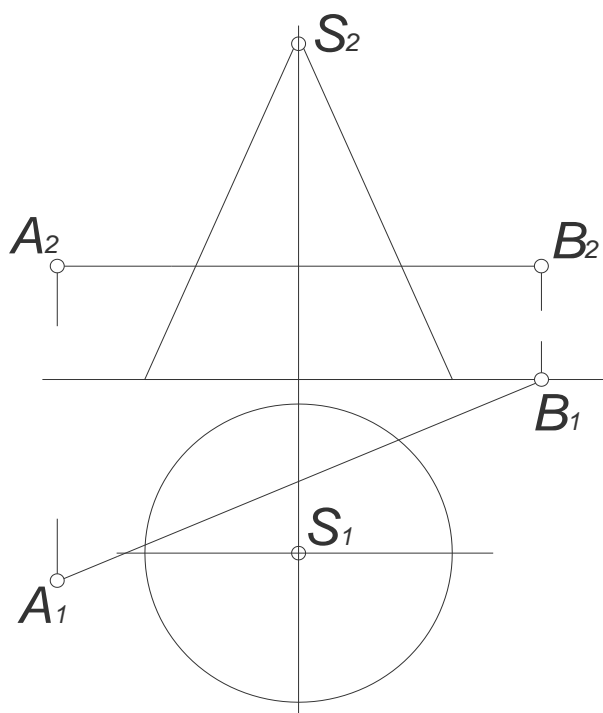
Найти точки встречи прямой  $KM$  с поверхностью фигуры. Указать видимость участков прямой.



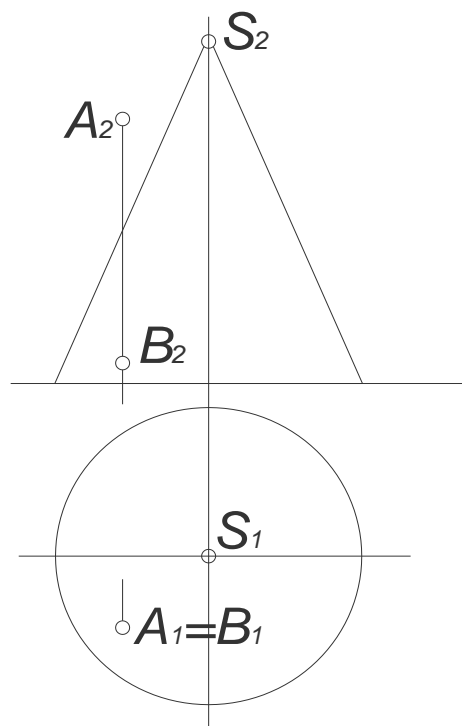
### ЗАДАЧА № 53

Найти точки встречи прямой  $AB$  с поверхностью конуса. Указать видимые участки прямой :

а)

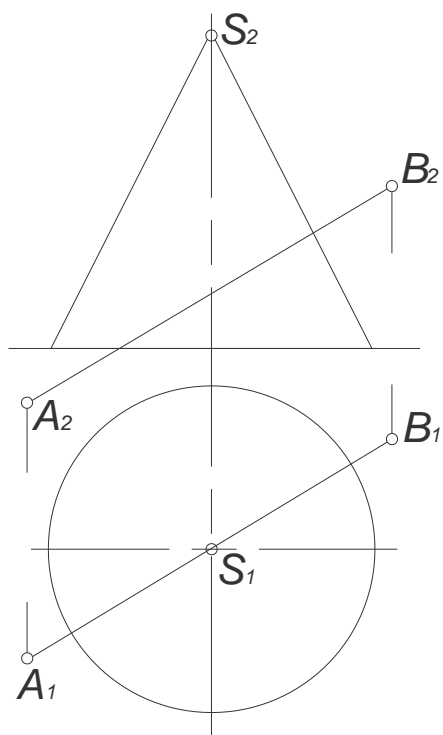


б)

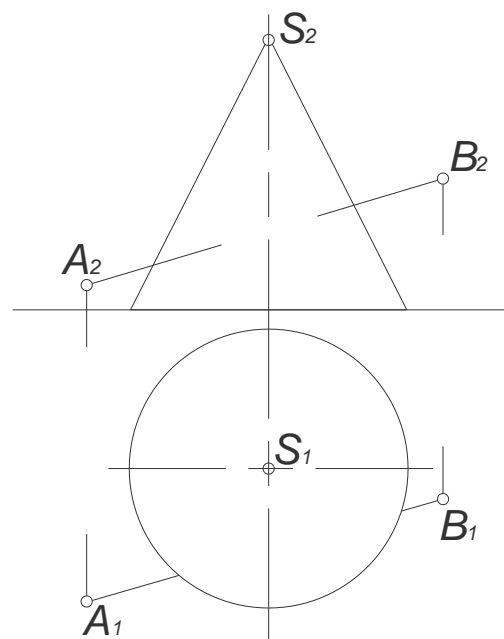




В)



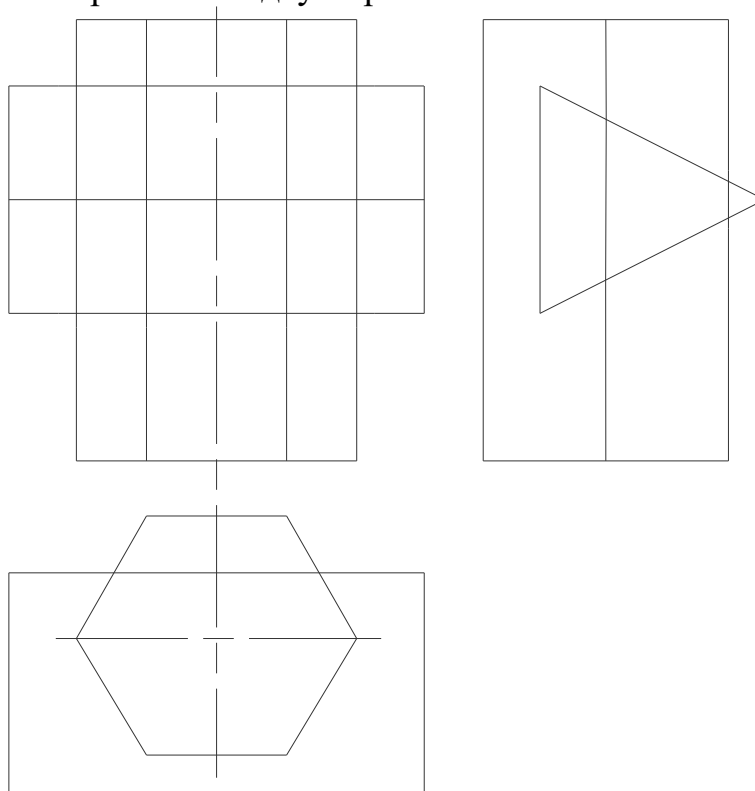
Г)



## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

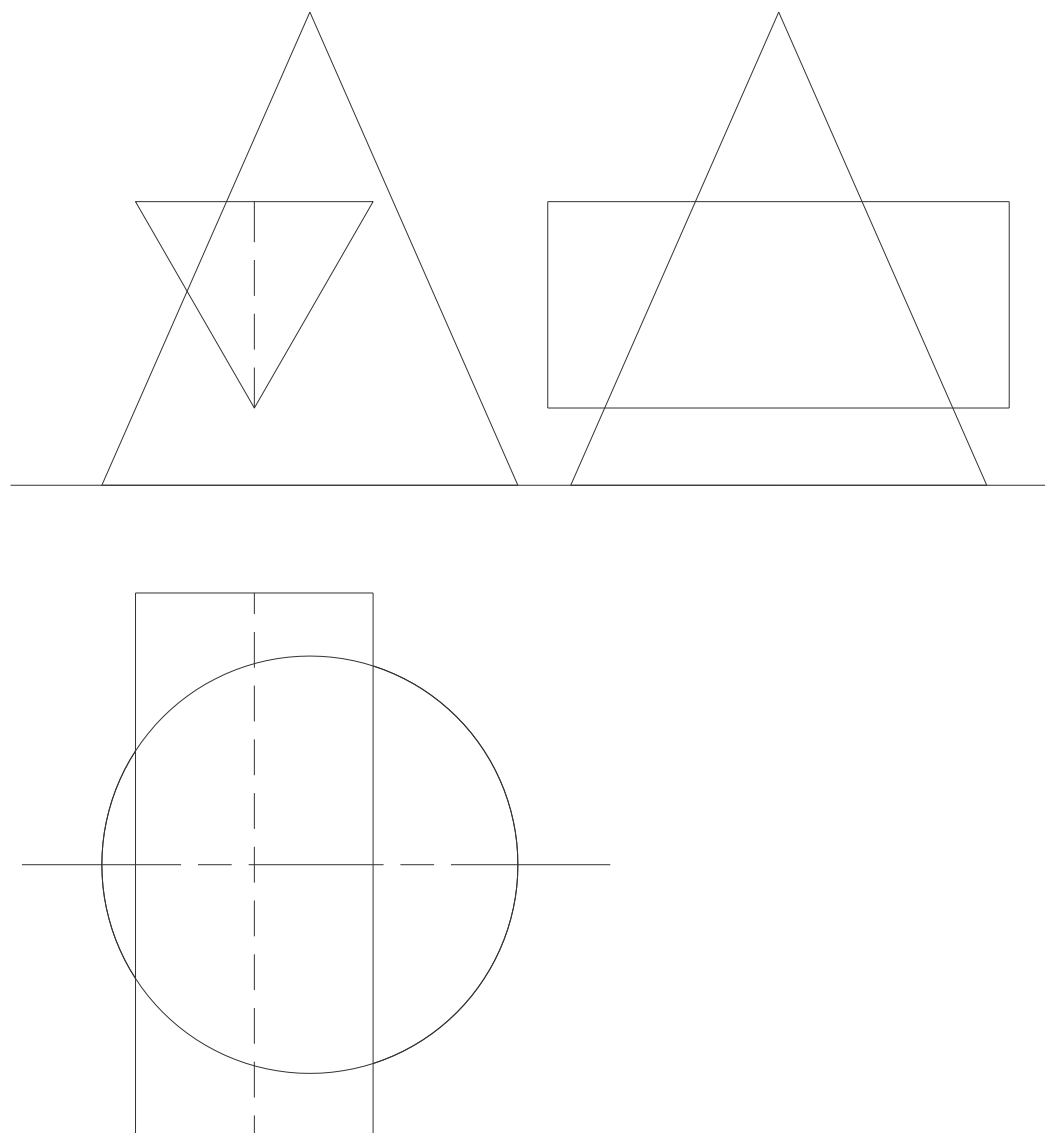
### ЗАДАЧА № 54

Построить линию пересечения двух призм .



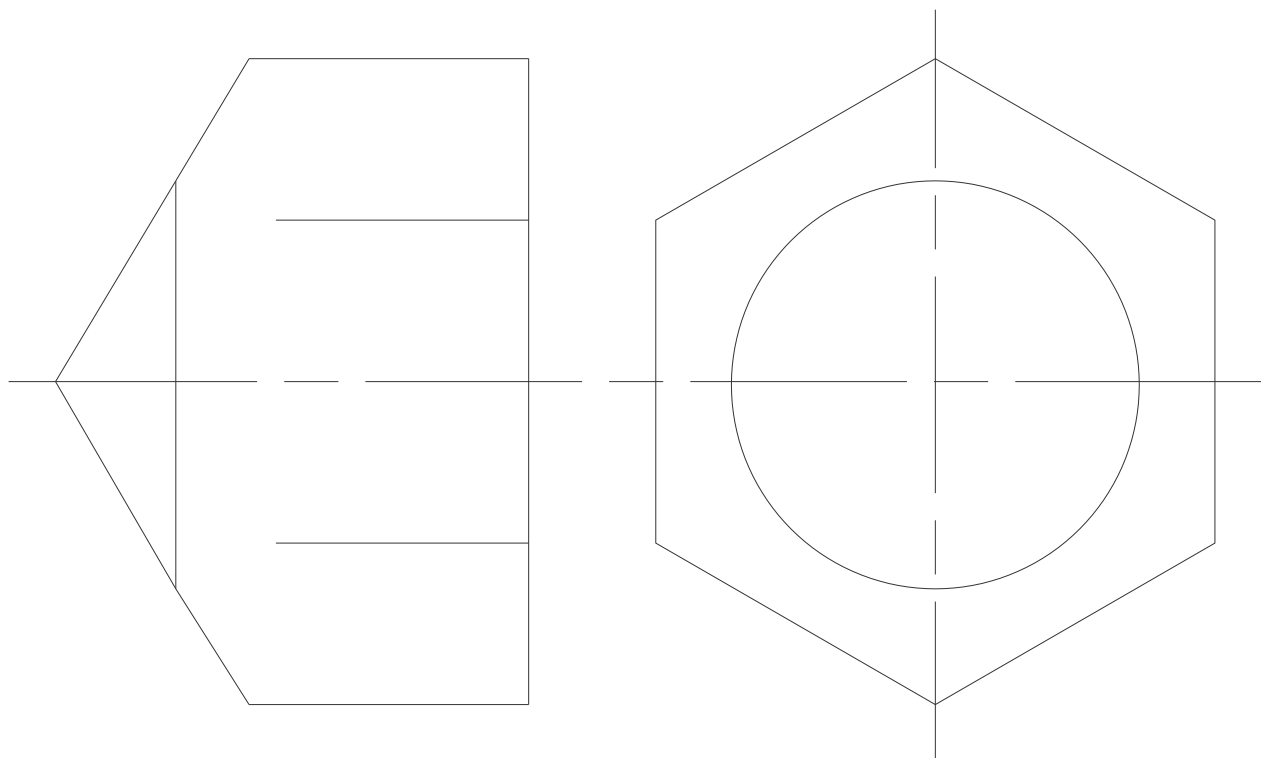
### ЗАДАЧА № 55

Построить линию пересечения конуса и треугольной призмы.



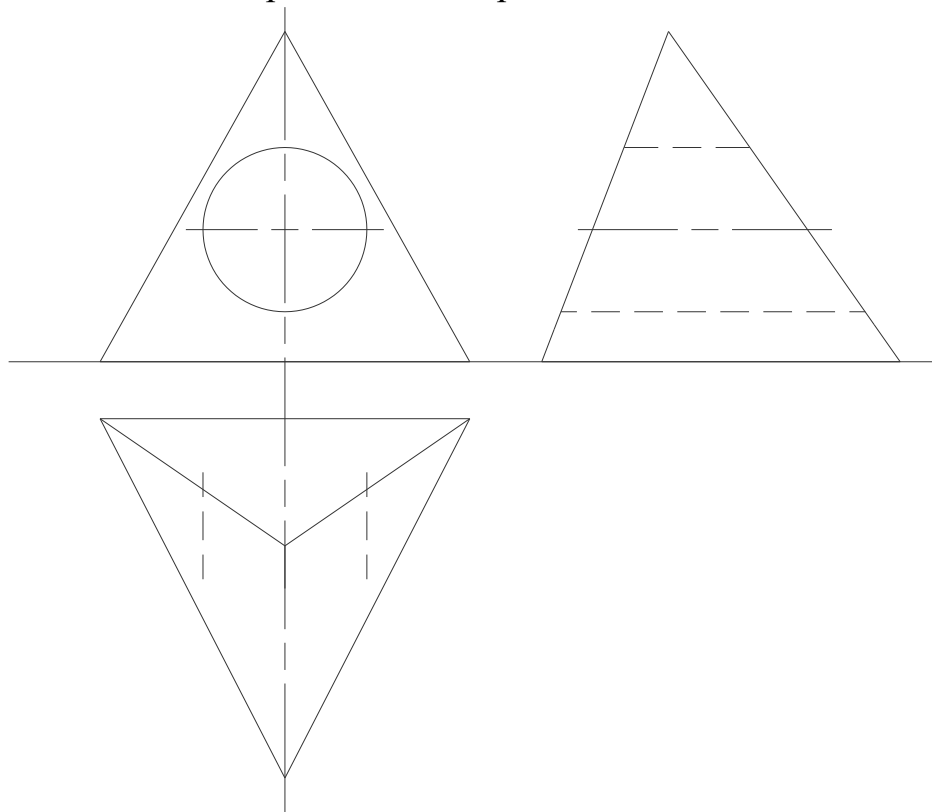
### ЗАДАЧА № 56

Построить третью проекцию и линию пересечения шестигранной призмы и конической поверхности .



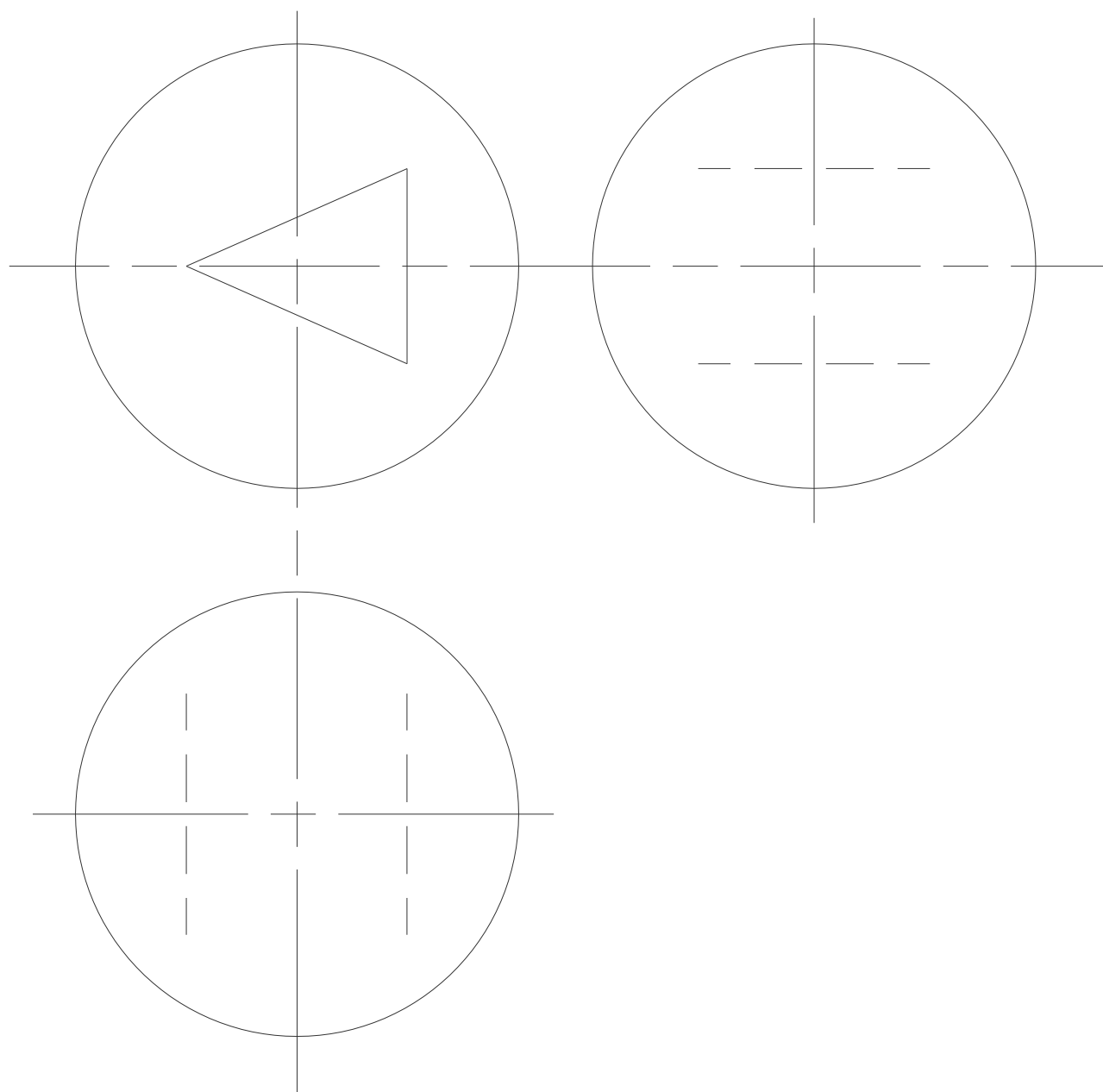
### ЗАДАЧА № 57

Построить недостающие проекции линии пересечения пирамиды со сквозным цилиндрическим отверстием.



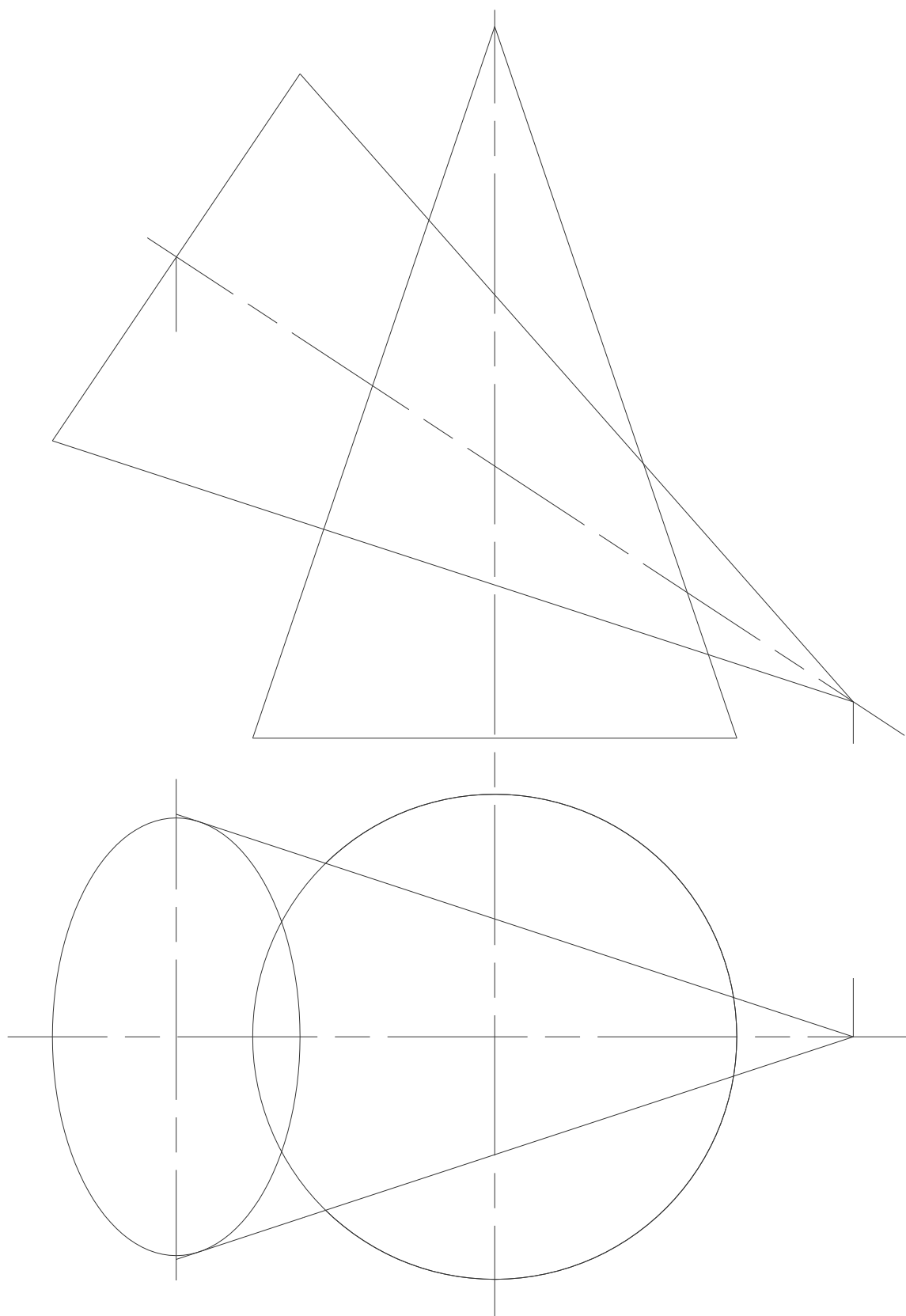
### ЗАДАЧА № 58

Построить недостающие проекции линии пересечения шара с призматическим отверстием.



### ЗАДАЧА № 59

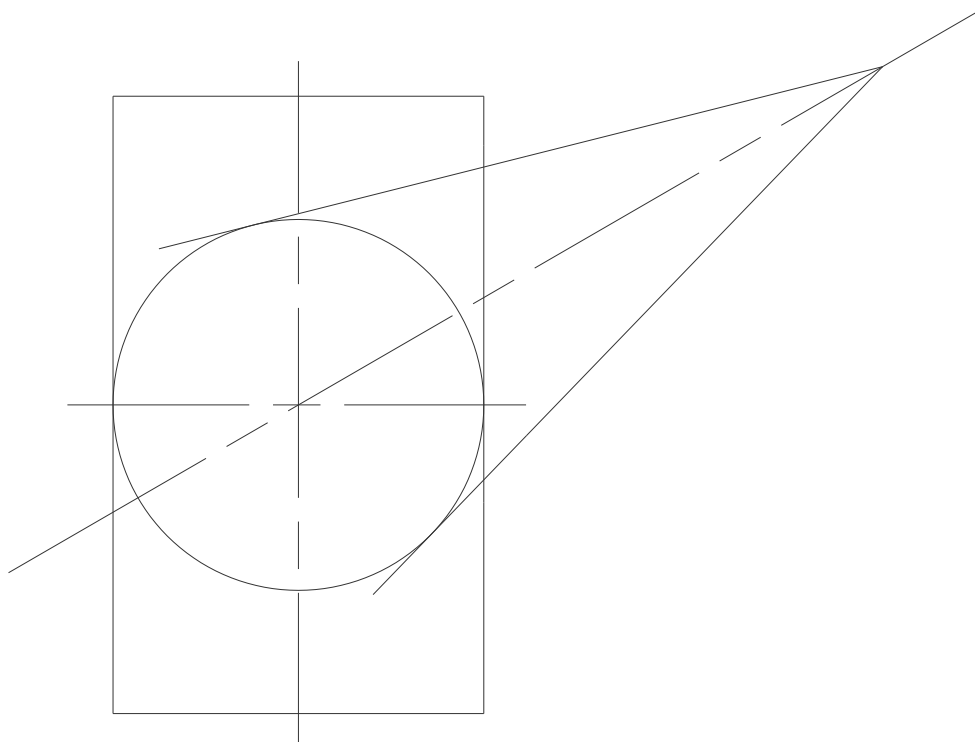
При помощи шаровых сечений построить линию пересечения двух конусов .



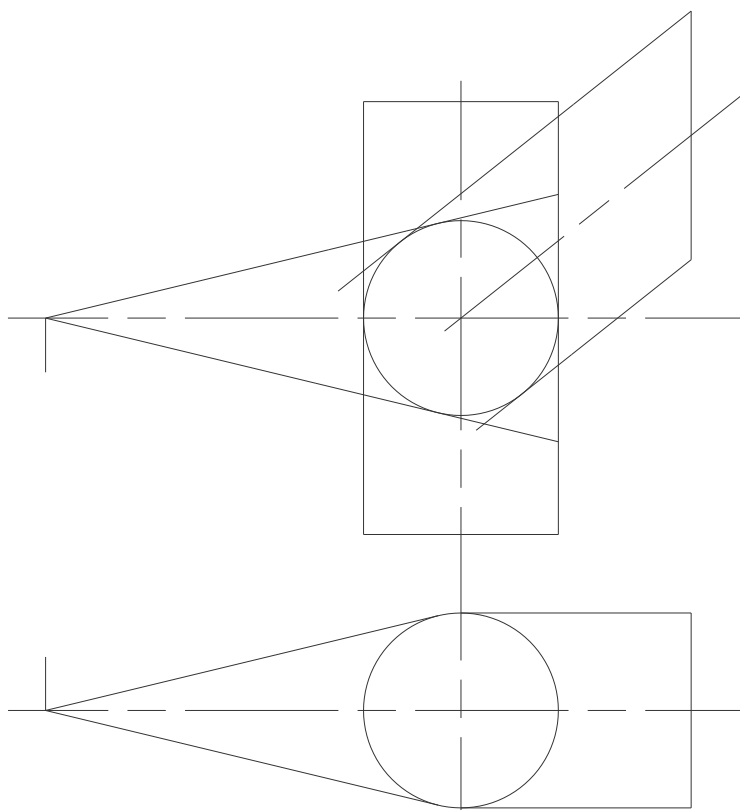
### ЗАДАЧА № 60

Построить линию пересечения двух поверхностей второго порядка, описанных вокруг одной сферы :

а/



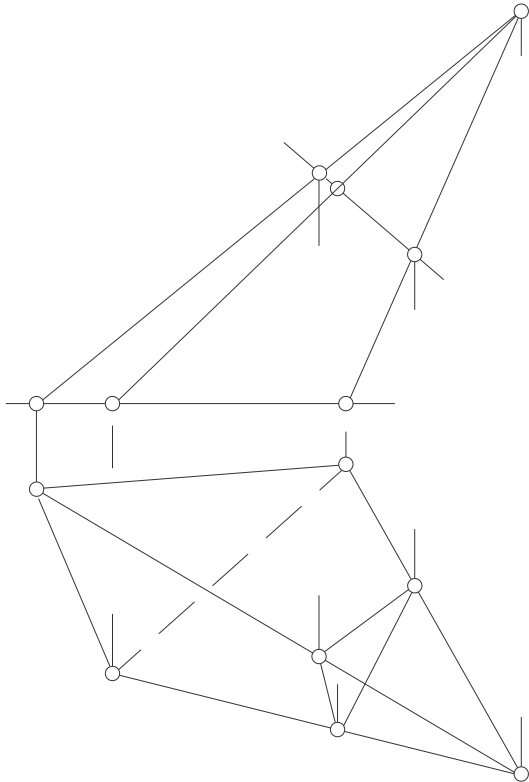
б/



## ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЁРТОК

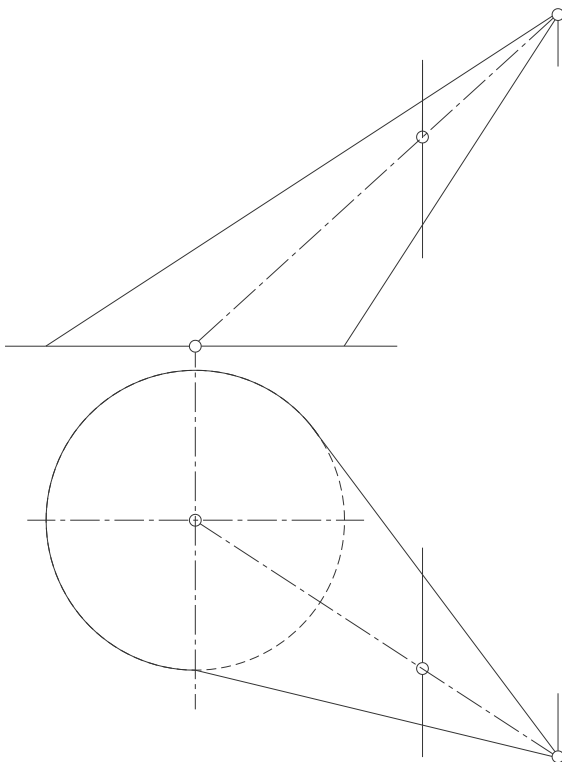
### ЗАДАЧА № 61

Построить полную развёртку усечённой пирамиды .



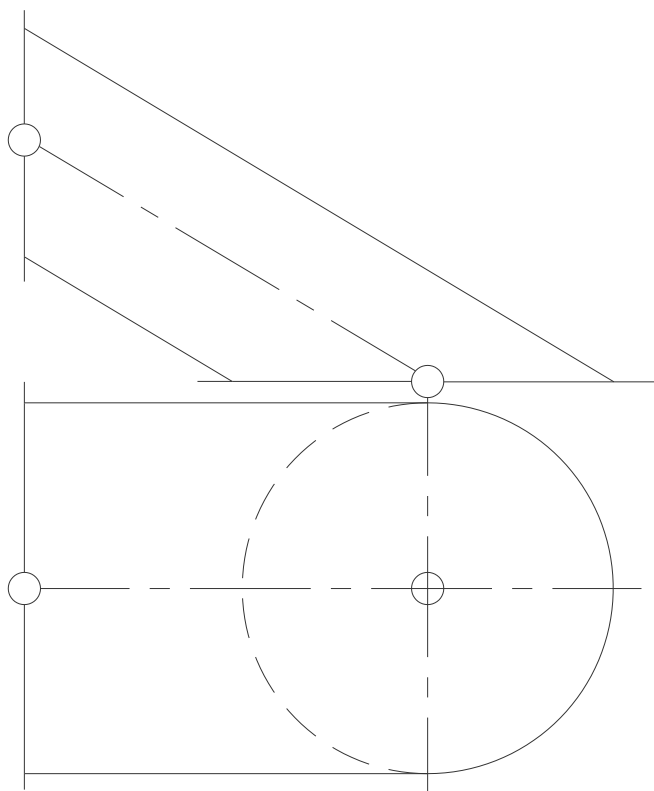
### ЗАДАЧА № 62

Построить полную развёртку усечённого конуса .



### ЗАДАЧА № 63

Построить боковую развёртку усечённого цилиндра методом раскатки.

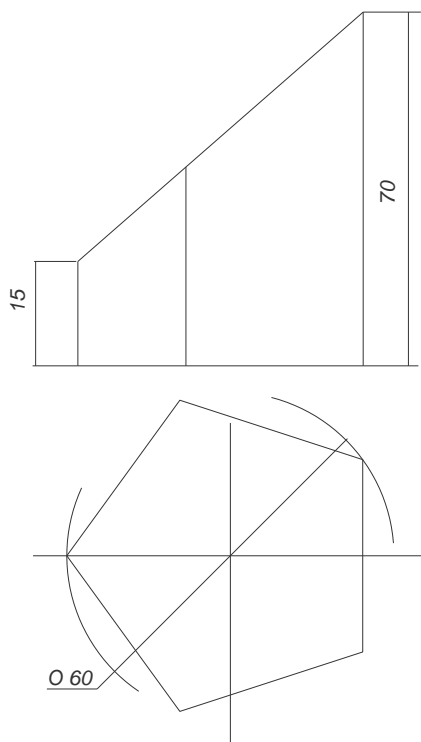




## АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

### ЗАДАЧА № 64

Построить в косоугольной диметрии пятиугольную усечённую призму.



## **Литература**

1. Левицкий В.С. Машиностроительное черчение и автоматизация выполнения чертежей М. «Высшая школа», 2001.
2. Богданов В.Н. и др. Справочное руководство по черчению. М., Машиностроение, 1998.
3. «Начертательная геометрия» Фролов С.А., Москва, «Машиностроение», 2006г
4. Лагерь А.И., Мота А.Н. Основы начертательной геометрии. М., "Высшая школа", 2005 г.