

Algebra Problem 3

Robin Boregrim

October 2, 2017

Innehållsförteckning

1	Uppgiften	2
2	Lösning	2
2.1	Beräkningar	2
2.2	Analys	3
2.3	Svar	3

1 Uppgiften

Undersök vilka x som uppfyller olikheten

$$\frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq x.$$

2 Lösning

2.1 Beräkningar

Det första vi kan observera är att $\frac{x^2-1}{x-4}$ inte är definerat för $x = 4$ efter som det bildar en division med noll, $x = 4$ är därför inte en lösning.

Där efter kan vi multiplicera båda led med $x - 4$ och dela in ekvationen i två fall beroende på om $x - 4$ är posetivt eller negativt, dvs om x är större eller mindre än 4. Vi förenklar även fallen.

Fall A ($x > 4$):

$$(x - 4) \frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq (x - 4)x$$
$$x^2 - 1 \geq x^2 - 4x$$

[subtrahera x^2 från båda led]

$$-1 \geq -4x$$

[multiplicera båda led med $-\frac{1}{4}$]

$$\frac{1}{4} \leq x.$$

Fall B ($x < 4$):

$$(x - 4) \frac{x^2 - 1}{x - 4} \leq (x - 4)x$$
$$x^2 - 1 \leq x^2 - 4x$$

[subtrahera x^2 från båda led]

$$-1 \leq -4x$$

[multiplicera båda led med $-\frac{1}{4}$]

$$\frac{1}{4} \geq x.$$

2.2 Analys

Fall A säger; då om x är större än 4 måste det även vara större eller lika med $\frac{1}{4}$, vilket är sant för alla $x > 4$.

Fall B säger; då om x är mindre än 4 måste det även vara mindre eller lika med $\frac{1}{4}$, vilket är sant för alla $x \leq \frac{1}{4}$.

Fall A och B kombinerade ger då:

$$4 < x \leq \frac{1}{4}.$$

2.3 Svar

Olikheten

$$\frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq x$$

uppfylls av alla x som är större en fyra eller mindre eller lika med $\frac{1}{4}$, dvs

$$4 < x \leq \frac{1}{4}.$$