

# Algebra Problem 3

Robin Boregrim

October 8, 2017

## Innehållsförteckning

<b>1</b>	<b>Uppgiften</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Lösning</b>	<b>2</b>
2.1	Beräkningar . . . . .	2
2.2	Analys . . . . .	3
2.3	Svar . . . . .	3

# 1 Uppgiften

Undersök vilka  $x$  som uppfyller olikheten

$$\frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq x.$$

## 2 Lösning

### 2.1 Beräkningar

Det första vi kan observera är att  $\frac{x^2-1}{x-4}$  inte är definerat för  $x = 4$  efter som  $\frac{x^2-1}{x-4}$  bildar en division med noll då  $x = 4$ ,  $x = 4$  är därför inte en lösning. Därefter kan vi multiplicera båda led med  $x - 4$  och dela in ekvationen i två fall beroende på om  $x - 4$  är positivt eller negativt, dvs om  $x$  är större eller mindre än 4. Vi förenklar även fallen.

Fall A ( $x > 4$ ):

$$(x - 4) \frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq (x - 4)x$$
$$x^2 - 1 \geq x^2 - 4x$$

[subtrahera  $x^2$  från båda led]

$$-1 \geq -4x$$

[multiplicera båda led med  $-\frac{1}{4}$ ]

$$\frac{1}{4} \leq x.$$

Fall B ( $x < 4$ ):

$$(x - 4) \frac{x^2 - 1}{x - 4} \leq (x - 4)x$$
$$x^2 - 1 \leq x^2 - 4x$$

[subtrahera  $x^2$  från båda led]

$$-1 \leq -4x$$

[multiplicera båda led med  $-\frac{1}{4}$ ]

$$\frac{1}{4} \geq x.$$

## 2.2 Analys

Fall A säger; då om  $x$  är större än 4 måste  $x$  även vara större eller lika med  $\frac{1}{4}$ , vilket är sant för alla  $x > 4$ .

Fall B säger; då om  $x$  är mindre än 4 måste  $x$  även vara mindre eller lika med  $\frac{1}{4}$ , vilket är sant för alla  $x \leq \frac{1}{4}$ .

Fall A och B kombinerade ger då:

$$x > 4 \vee x \leq \frac{1}{4}.$$

## 2.3 Svar

Olikheten

$$\frac{x^2 - 1}{x - 4} \geq x$$

uppfylls av alla  $x$  som är större en fyra eller mindre eller lika med  $\frac{1}{4}$ , dvs

$$x > 4 \vee x \leq \frac{1}{4}.$$