

Algebra Problem 5

Robin Boregrim

November 5, 2017

Innehållsförteckning

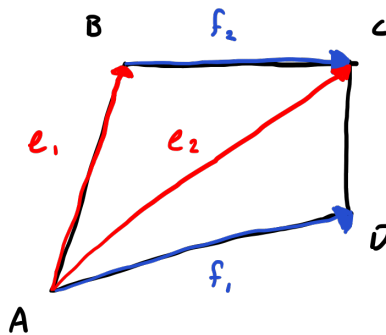
1	Uppgiften	2
2	Lösning	2
2.1	Svar	3

1 Uppgiften

Låt A , B , C och D utgöra hörnen på en fyrhörning i planet. Vektorerna $e_1 = \overline{AB}$ och $e_2 = \overline{AC}$ utgör en bas för planet och vektorerna $f_1 = \overline{AD}$ och $f_2 = \overline{BC}$ utgör en annan bas. Antag att fyrhörningen är sådan att $\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC}$. Uttryck vektorerna e_1 och e_2 i vektorerna f_1 och f_2 .

2 Lösning

För att lättare kunna se samband så börjar vi med att göra en skiss av problemet.



Vi vet:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_1 = \overline{AB} \\ e_2 = \overline{AC} \\ f_1 = \overline{AD} \\ f_2 = \overline{BC} \\ \overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC} \end{array} \right.$$

Vi kan skriva om

$$\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC} \Rightarrow$$

till

$$f_1 = \frac{2}{3}e_1 + \frac{3}{4}e_2 \quad (1)$$

Och ifrån skissen kan vi läsa av att

$$e_1 = e_2 - f_2 \quad (2)$$

Vi stoppar in värdet på e_1 från (2) i (1) och förenklar.

$$\begin{aligned}f_1 &= \frac{2}{3}(e_2 - f_2) + \frac{3}{4}e_2 \\f_1 &= \frac{2}{3}e_2 + \frac{3}{4}e_2 - \frac{2}{3}f_2 \\f_1 &= \frac{8+9}{12}e_2 - \frac{2}{3}f_2 \\ \frac{17}{12}e_2 &= f_1 + \frac{2}{3}f_2 \\e_2 &= \frac{12}{17}(f_1 + \frac{2}{3}f_2) \\e_2 &= \frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2\end{aligned}\tag{3}$$

Vi stoppar sedan in värdet på e_2 från (3) i (2).

$$\begin{aligned}e_1 &= (\frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2) - f_2 \\e_1 &= \frac{12}{17}f_1 - \frac{8}{17}f_2\end{aligned}$$

Och då har vi uttryckt vektorerna e_1 och e_2 med vektorerna f_1 och f_2 .

2.1 Svar

Vi kan skriva e_1 och e_2 som:

$$\begin{aligned}e_1 &= \frac{12}{17}f_1 - \frac{8}{17}f_2 \\e_2 &= \frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2\end{aligned}$$