

Analys Problem 1

Robin Boregrim

October 2, 2017

Innehållsförteckning

1	Uppgiften	2
2	Lösning	2
2.1	Observationer	2
2.2	Uträkningar	2
2.3	Svar	4

1 Uppgiften

Beräkna gränsvärdet av

$$x_n = \frac{\sqrt{1+2n}-3}{\sqrt{n}-2}$$

när n går mot oändligheten.

2 Lösning

2.1 Observationer

Om vi observerar gränsvärdet för x_n

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{1+2n}-3}{\sqrt{n}-2} \right) \quad (1)$$

ser vi att den är ett gränsvärde av typen " $\frac{\infty}{\infty}$ " eftersom

$$\sqrt{1+2n}-3 \rightarrow \infty$$

och

$$\sqrt{n}-2 \rightarrow \infty.$$

Detta betyder att vi inte bara kan räkna ut gränsvärdet direkt eftersom " $\frac{\infty}{\infty}$ " kan bli vad som helst. Vi måste därför skriva om (1) så man kan räkna ut gränsvärdet.

2.2 Uträkningar

Vi börjar med att dela täljaren i (1) men nämnaren så långt som det går, då får vi:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1}{n}+2} + \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n}+2}-3}{\sqrt{n}-2} \right).$$

Vi vet att när $n \rightarrow \infty$ så

$$\frac{1}{n} \rightarrow 0 \quad (2)$$

och

$$\sqrt{n} \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Av (2) följer att när $n \rightarrow \infty$

$$\sqrt{\frac{1}{n} + 2} \rightarrow \sqrt{0 + 2} = \sqrt{2}$$

och av (2) och (3) följer att när $n \rightarrow \infty$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + 2} - 3}{\sqrt{n} - 2} \rightarrow \frac{2\sqrt{2} - 3}{\infty} = 0.$$

Detta betyder att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1}{n} + 2} + \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} + 2} - 3}{\sqrt{n} - 2} \right) = \sqrt{2} + 0 = \sqrt{2}.$$

2.3 Svar

Gränsvärdet av

$$x_n = \frac{\sqrt{1 + 2n} - 3}{\sqrt{n} - 2}$$

när $n \rightarrow \infty$ är

$$\sqrt{2}.$$