Algebra Problem 5

Robin Boregrim

November 13, 2017

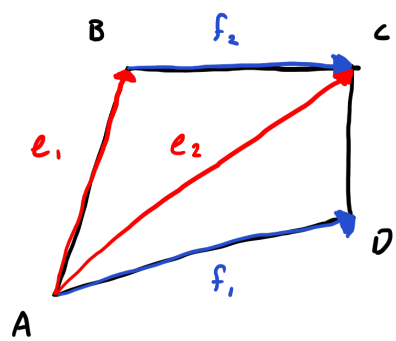
Innehållsförteckning

1 Uppgiften

Låt A, B, C och D utgöra hörnen på en fyrhörning i planet. Vektorerna $e_1 = \overline{AB}$ och $e_2 = \overline{AC}$ utgör en bas för planet och vektorerna $f_1 = \overline{AD}$ och $f_2 = \overline{BC}$ utgör en annan bas. Antag att fyrhörningen är sådan att $\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC}$. Uttryck vektorerna e_1 och e_2 i vektorerna f_1 och f_2.

2 Lösning

För att lättare kunna se samband så börjar vi med att göra en skiss av problemet.



Vi vet:

$$\begin{cases} e_1 = \overline{AB} \\ e_2 = \overline{AC} \\ f_1 = \overline{AD} \\ f_2 = \overline{BC} \\ \overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC} \end{cases}$$

Vi kan skriva om

$$\overline{AD} = \frac{2}{3}\overline{AB} + \frac{3}{4}\overline{AC} \Rightarrow$$

till

$$f_1 = \frac{2}{3}e_1 + \frac{3}{4}e_2 \tag{1}$$

Och ifrån skissen kan vi läsa av att

$$e_1 = e_2 - f_2 \tag{2}$$

Vi stoppar in uttrycket för e_1 från (2) i (1) och förenklar.

$$f_1 = \frac{2}{3}(e_2 - f_2) + \frac{3}{4}e_2$$

$$f_1 = \frac{2}{3}e_2 + \frac{3}{4}e_2 - \frac{2}{3}f_2$$

$$f_1 = \frac{8+9}{12}e_2 - \frac{2}{3}f_2$$

$$\frac{17}{12}e_2 = f_1 + \frac{2}{3}f_2$$

$$e_2 = \frac{12}{17}(f_1 + \frac{2}{3}f_2)$$

$$e_2 = \frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2 \tag{3}$$

Vi stoppar sedan in värdet på e_2 från(3) i (2).

$$e_1 = (\frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2) - f_2$$

$$e_1 = \frac{12}{17}f_1 - \frac{9}{17}f_2$$

Och då har vi uttryckt vektorerna e_1 och e_2 med vektorerna f_1 och f_2.

2.1 Svar

Vi kan skriva e_1 och e_2 som:

$$e_1 = \frac{12}{17}f_1 - \frac{9}{17}f_2$$

$$e_2 = \frac{12}{17}f_1 + \frac{8}{17}f_2.$$