2022212661 NICOLÁS NEGRETE.

g) $f(x) \simeq f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1)$

$f(x) \simeq ax^2 + bx + c$

Para c:

$ax_2^2 + bx_2 + c = f(x_0) + f[x_0, x_1](x_2 - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x_2 - x_0)(x_2 - x_1)$

Si $x_2 = 0$

$c = f(x_0) - x_0 f[x_0, x_1] + x_0 x_1 f[x_0, x_1, x_2]$

Para b:

$$a x_0^2 + b x_0 + c = f(x_0) + \cancel{f[x_0,x_1](x_0-x_0)}^{\,0} + \cancel{f[x_0,x_1,x_2](x_0-x_0)(x_0-x_1)}^{\,0}$$

$$x_0(a x_0 + b) = \cancel{f(x_0)} - (\cancel{f(x_0)} - x_0 f[x_0,x_1] + x_0 x_1 f[x_0,x_1,x_2])$$

$$\cancel{x_0}(a x_0 + b) = \cancel{x_0}(f[x_0,x_1] - x_1 f[x_0,x_1,x_2])$$

$$b = f[x_0,x_1] - x_1 f[x_0,x_1,x_2] - a x_0$$

Para x_1:

$$a x_1^2 + b x_1 + c = f(x_0) + f[x_0,x_1](x_1-x_0) + f[x_0,x_1,x_2]\cancel{(x_1-x_0)(x_1-x_1)}$$

$$a x_1^2 + x_1\left(f[x_0,x_1] - x_1 f[x_0,x_1,x_2] - a x_0\right) = \cancel{f(x_0)} + f[x_0,x_1](x_1-x_0) +$$
$$f[x_0,x_1,x_2] - \left(\cancel{f(x_0)} - x_0 f[x_0,x_1] + x_0 x_1 f[x_0,x_1,x_2]\right)$$

$$a x_1^2 - a x_1 x_0 = f[x_0,x_1](x_1-x_0) + x_0 f[x_0,x_1] - x_1 f[x_0,x_1]$$
$$- x_0 x_1 f[x_0,x_1,x_2] + x_1^2 f[x_0,x_1,x_2]$$

$$a x_1\cancel{(x_1-x_0)} = f[x_0,x_1]\cancel{(x_1-x_0)} - \cancel{f[x_0,x_1](x_1-x_0)}$$
$$+ x_1 f[x_0,x_1,x_2]\cancel{(x_1-x_0)}$$

$$a\cancel{x_1} = \cancel{x_1} f[x_0, x_1, x_2] \rightarrow a = f[x_0, x_1, x_2]$$

$$b = f[x_0, x_1] - x_1 f[x_0, x_1, x_2] - x_0 f[x_0, x_1, x_2]$$

$$= f[x_0, x_1] - (x_0 + x_1) f[x_0, x_1, x_2]$$

h) $f(x) \simeq a(x-x_2)^2 + b(x-x_2) + c$

Para c:

$$f(x_2) = a(\overset{0}{\cancel{x_2-x_2}})^2 + b(\overset{0}{\cancel{x_2-x_2}}) + c \rightarrow f(x_2) = c$$

Para b:

$$f(x_1) = a(x_1-x_2)^2 + b(x_1-x_2) + c$$

$$f(x_1) - f(x_2) = (x_1-x_2)\left(a(x_1-x_2)+b\right)$$

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} = a(x_1-x_2) + b \rightarrow -$$

$$-\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_2-x_1} + a(x_2-x_1) = b \rightarrow \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} + a(x_2-x_1) = b$$

$$\rightarrow f[x_1, x_2] + a\,h_2 = b$$

Powered by CamScanner

Para a:

$$f(x_0) = a(x_0 - x_2)^2 + b(x_0 - x_2) + c$$

$$f(x_0) - f(x_2) = a(x_0 - x_2)^2 + b(x_0 - x_2)$$

$$x_0 - x_2 = x_0 - \cancel{x_1} + \cancel{x_1} - x_2 = -(h_1 + h_2)$$

$$f(x_0) - f(x_2) = -h_1 f[x_0, x_1] - h_2 f[x_1, x_2] = f(x_0) - \cancel{f(x_1)} + \cancel{f(x_1)} - f(x_2)$$

$$= -(h_1 f[x_0, x_1] + h_2 f[x_1, x_2])$$

$$-(h_1 f[x_0,x_1] + h_2 f[x_1,x_2]) = a(h_1+h_2)^2 - b(h_1+h_2)$$

$$-h_1 f[x_0,x_1] - h_2 f[x_1,x_2] = (h_1+h_2)\left(a(h_1+h_2) - f[x_1,x_2] - a h_2\right)$$

$$\frac{-h_1 f[x_0,x_1] - h_2 f[x_1,x_2]}{h_1+h_2} + \frac{f[x_1,x_2]}{1} = a h_1 + \cancel{a h_2} - \cancel{a h_2}$$

$$\frac{-h_1 f[x_0,x_1] - \cancel{h_2 f[x_1,x_2]} + h_1 f[x_1,x_2] + \cancel{h_2 f[x_1,x_2]}}{(h_1+h_2)h_1} = a$$

$$\frac{-\cancel{h_1} f[x_0,x_1]}{(h_1+h_2)\cancel{h_1}} + \frac{\cancel{h_1} f[x_1,x_2]}{(h_1+h_2)\cancel{h_1}} \rightarrow \frac{f[x_1,x_2] - f[x_0,x_1]}{h_1+h_2} = a$$

Segun mi resultado y muchas fuentes de la web, h_1+h_2 también es valida como h_2-h_1; ambas salen por igual cantidad en el internet.

i) $x_3 = x_2 + \dfrac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2-4ac}}$; tenemos $a = 2$
$c = 3$
$b = 5 \wedge -5$

Si $b \geq 0$:

$$x_3 = x_2 + \frac{-6}{5 \pm \sqrt{25-24}} \to x_2 + \frac{-6}{5 \pm \sqrt{1}} \longrightarrow + \ \frac{-6}{5+1} = -\frac{6}{6} = -1$$

$$\longrightarrow - \ \frac{-6}{5-1} = -\frac{6}{4} = -1{,}5$$

$$|x_3 - x_2| \to + \ |(\cancel{x_2} - 1) - \cancel{x_2}| = 1$$

$$1 < 1{,}5$$

$$\longrightarrow - \ |(\cancel{x_2} - 1{,}5) - \cancel{x_2}| = 1{,}5$$

$S_i\ b < 0$:

$$x_3 = x_2 + \frac{-6}{-5 \pm \sqrt{1}} \to + \ \frac{-6}{-5+1} = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

$$\to \ominus \ \frac{-6}{-5-1} = \frac{6}{6} = 1$$

$$|x_3 - x_2| \to + \ |(\cancel{x_2} + 1{,}5) - \cancel{x_2}| = 1{,}5$$

$$1 < 1{,}5$$

$$\to \ominus \ |(\cancel{x_2} + 1) - \cancel{x_2}| = 1$$

Con este ejemplo se nota que en la práctica se deben elegir signos iguales a los de b para que la solución sea pequeña y así poder encontrar la raíz en subsequentes iteraciones.