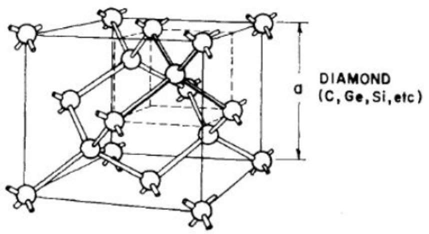
618327-2560

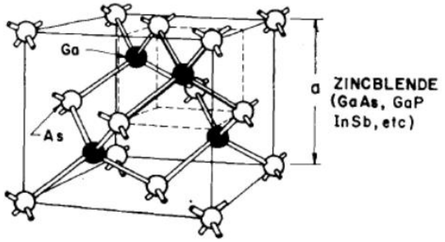
ฟิสิกส์ของวัสดุอิเล็กทรอนิกส์

และอุปกรณ์

นพ.อรทัย วัชรกิจจากร

บทที่ 4





กระบวนการแพร่กระจาย

- กระแสดริฟท์คือการขนส่งของตัวพาเมื่อมีการใช้สนามไฟฟ้า

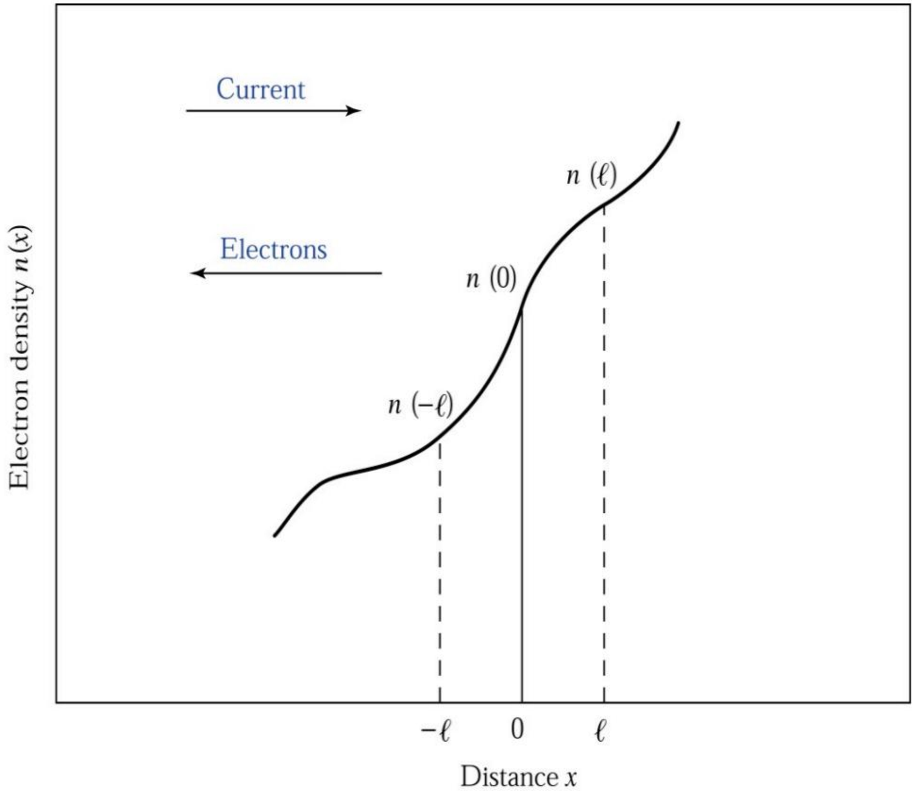
- มีกระแสพาหะสำคัญอีกกระแสหนึ่งเรียกว่า "กระแสการแพร่กระจาย". (อาร์การแพร))

- กระแสการแพร่กระจายนี้เกิดขึ้นเนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงของความเข้มข้นของตัวพาในวัสดุ

- สารพาหะจะเคลื่อนที่จากบริเวณที่มีความเข้มข้นสูงไปยังบริเวณที่มีความเข้มข้นต่ำ

- การเคลื่อนไหวประเภทนี้เรียกว่า "กระบวนการแพร่" (ฟิล์มแพร))

กระบวนการแพร่กระจาย



- ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนจะแปรผันใน ทิศทาง x ภายใต้อุณหภูมิสม่ำเสมอ

  กระจายเรื่องราวนี้

- พลังงานความร้อนเฉลี่ยของอิเล็กตรอนจะไม่เปลี่ยนแปลงตาม x แต่ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน n(x)

  เพราะเหตุใดเพราะความร=อนของอิเล็กตรอนจะ

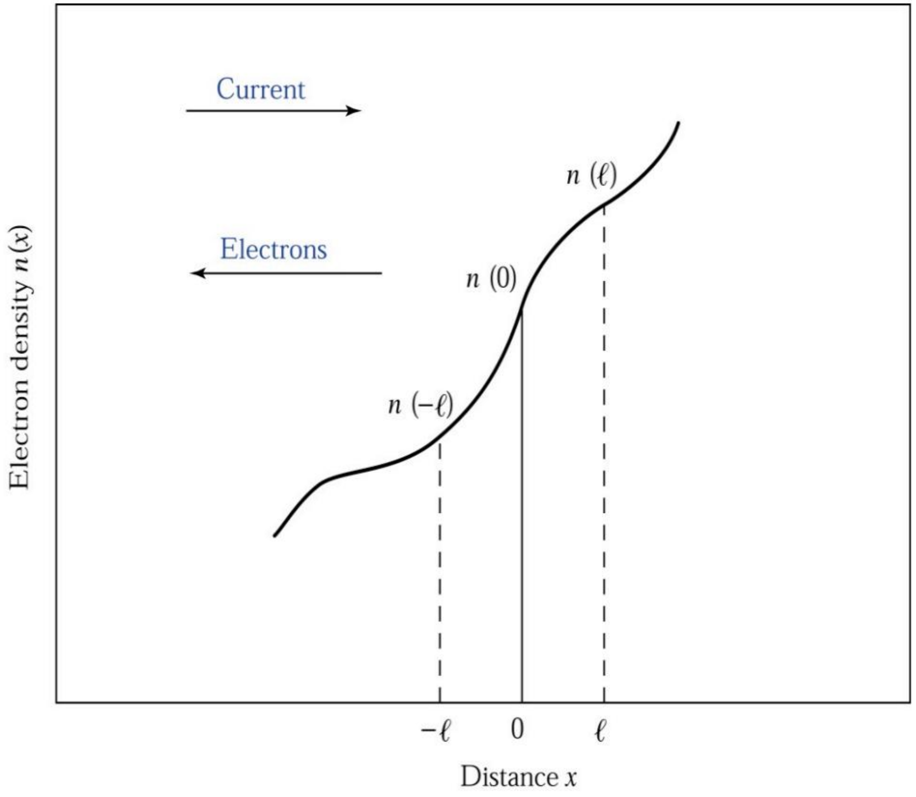
  เปอานอิสระกับ x

- อิเล็กตรอนมี ความเร็วความร้อนเฉลี่ย vth และมี เส้นทางอิสระเฉลี่ย l

- การควบคุมการคำนวณส่วนที่เหลือ=องกำหนดอัตราการไหลของอากาศสุทธิของออตตจอหนึ่งหนJuนeเวลาตตJอหนึ่งหนึ่พื้นที่

  ก=ามที่ x=0 โดยที่ l จากรูปคือ หมายถึง เส้นทางอิสระ ของอิเล็กตรอน

กระบวนการแพร่กระจาย



- อิเล็กตรอนที่ x = -l มีโอกาสเคลื่อนที่ไปทาง ซ้ายหรือขวาเท่ากัน
- ค่า เฉลี่ยของการไหล ของอิเล็กตรอน

ต่อหน่วยพื้นที่ F1 ของอิเล็กตรอน ระนาบตัดผ่าน x = 0 จาก ด้านซ้ายแสดงเป็น
อัตราของโปรตีน F1 ใน
ทิศทาง +x ที่ x = 0 (จากทางซ9ายมือ)คือ

เอฟ - 0.5 (ข้อมูล)ไม่มี / ที ซี - 0.5อี(น)แอลวี ไทย (1.1)

กระบวนการแพร่กระจาย

- ค่าเฉลี่ยของการไหลของอิเล็กตรอนต่อหน่วยพื้นที่ F2 ของ อิเล็กตรอนที่ x = l แผนตัดที่ x = 0 จากทางขวาคือ

เช@นเดียวกันอัตราของเฮลิคอปเตอร์โลหะ F2 ที่ x = l (จากทางขวามือ) คือ

เอฟ 2 = 0.5 เอ็น (แอล) วี ไทย (1.2)

- จากนั้นอัตราสุทธิของการไหลของอิเล็กตรอนจากซ้ายไปขวาคือ ให้โดย
- อัตราความเหมาะสมของฮาร์ดแวร์เขียนได9เปGu

เอฟ = เอฟ 1 - เอฟ 2 = 0.5 วี ไทย [เอ็น (- แอล) - เอ็น (แอล)]

ú ê 0.5 ê ไทย ì é ù é dn í (0) vn l / เอ็กซ์ d u (0) + อุ ดน อุ / ล þ dx

เอฟ = - วี แอล ไทย ดีเอ็น / ดีเอ็กซ์ (1.3)

กระบวนการแพร่กระจาย

- ดังนั้นอัตราสุทธิ F สามารถเขียนได้เป็น

เอฟดี น ดีเอ็น / ดีเอ็กซ์ (2)

โดยที่ Dn = vth.l = ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ (diffusivity)

(สัมประสิทธิ์การแพรJอิเล็กตรอน; cm2 /

วินาที) • ความหนาแน่นกระแสที่เกิดจากการแพร่ของอิเล็กตรอนคือ

ให้โดย

เจ คิวเอฟ คิวดี น ดีเอ็น / ดีเอ็กซ์ (3)

คือ เกรเดียนต^ความเจ็บปวดแนจน์อิเล็กตรอน

ตัวอย่างที่ 1

- สารกึ่งตัวนำชนิด n ที่ T = 300 K ความเข้มข้นของอิเล็กตรอนจะแปรผันเป็นเส้นตรง ตั้งแต่ 1 x 1018 ถึง 7 x 1017 cm-3 ในระยะทาง 0.1 ซม. คำนวณความหนาแน่นกระแสการแพร่กระจายถ้าค่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายของอิเล็กตรอน Dn เท่ากับ 22.5 cm2/s

ความสัมพันธ์ของไอน์สไตน์

- จากการอนุรักษ์พลังงานสำหรับกรณีมิติเดียว

1 1

มว.กที. 2 2 (4)

2

ไทย

เราสามารถเขียนได้ ดี วีตอล

น ไทย

- วีวี ธ ธ ค ที -

μ ม. โอ้

2 อีอี

(æ วี ไทย

= คิว ÷ เอิ่ม

çèæ ถลต. ม. โอ้

μ อีอี

÷ซ

öæ ± คิว çè øè ÷ เอิ่ม

ธี

ความสัมพันธ์ของไอน์สไตน์

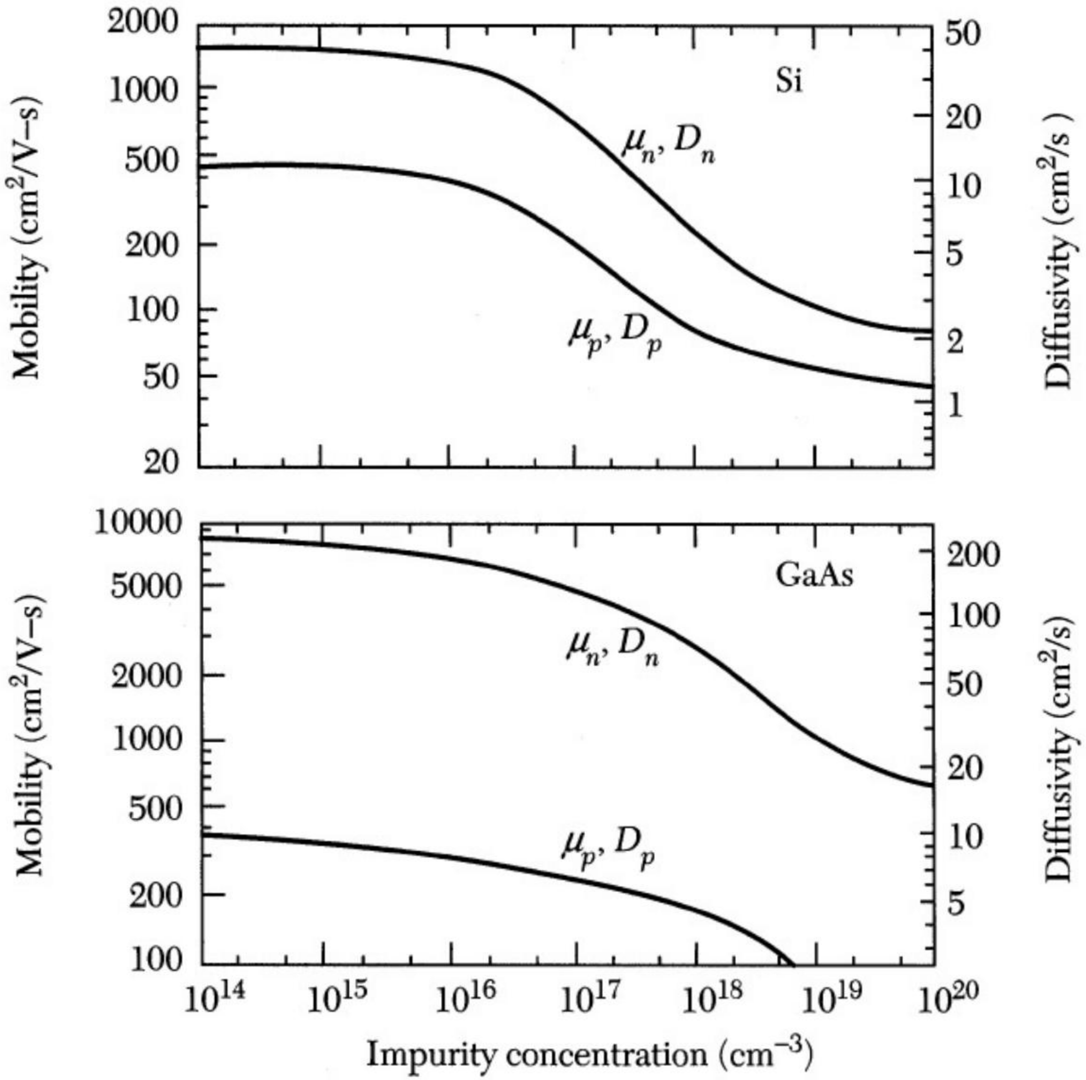
- ดังนั้น,

$$\text{ดี}_{u} = ç \div \frac{\text{เฮ่อโเออ}}{\text{คิว}} è ø \ \mu_{\text{อี}} \qquad (5)$$

- สิ่งนี้เรียกว่า "ความสัมพันธ์แบบไอน์สไตน์" (ความสัมพันธ^ของไอสไตน์^) เนื่องจากเกี่ยวข้องกับค่าคงที่ทั้งสองที่อธิบายการขนส่งแบบแพร่และการดริฟท์ของตัวพา การ แพร่กระจาย และการเคลื่อนที่ ตามลำดับ (สัมประสิทธิ์การแพร@และคล@องตัว)

- ความสัมพันธ์ของไอน์สไตน์นี้สามารถใช้กับหลุมได้เช่นกัน

การแพร่กระจาย



Mobilities and diffusivities in Si and GaAs at 300 K as a function of impurity concentration.

ตัวอย่างที่ 2

- พาหะกลุ่มน้อย (โฮล) จะถูกฉีดเข้าไปในตัวอย่างเซมิคอนดักเตอร์ชนิด n ที่เป็นเนื้อเดียวกันที่จุดหนึ่ง สนามไฟฟ้า 50 V/cm จะถูกนำไปใช้ทั่วตัวอย่าง และสนามไฟฟ้าจะเคลื่อนย้ายพาหะกลุ่มน้อยเหล่านี้เป็นระยะทาง 1 ซม. ใน 100 μs หาความเร็วดริฟท์และการแพร่กระจายของพาหะกลุ่มน้อย T = 300 K

กระบวนการแพร่กระจาย

- สรุปได้ว่า เมื่อมีการนำสนามไฟฟ้ามาใช้
  นอกจากการไล่ระดับความเข้มข้นแล้ว กระแสดริฟท์ทั้งสอง
  และกระแสการแพร่กระจายจะไหล

- ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ารวมที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนสามารถ
  เขียนเป็น

จ เอ็น บ อี ดุ ม - - ~~แล้ว ดีน~~ ใช่ (6)

(e จู จู

ë ดีเอ็กซ์

โดยที่ n = ความหนาแน่นของอิเล็กตรอน

กระบวนการแพร่กระจาย

ความหนาแน่นกระแสการนำรวมจะกำหนดโดย

เจ เจ เจ = +
ทั้งหมด อี ชม. (7)

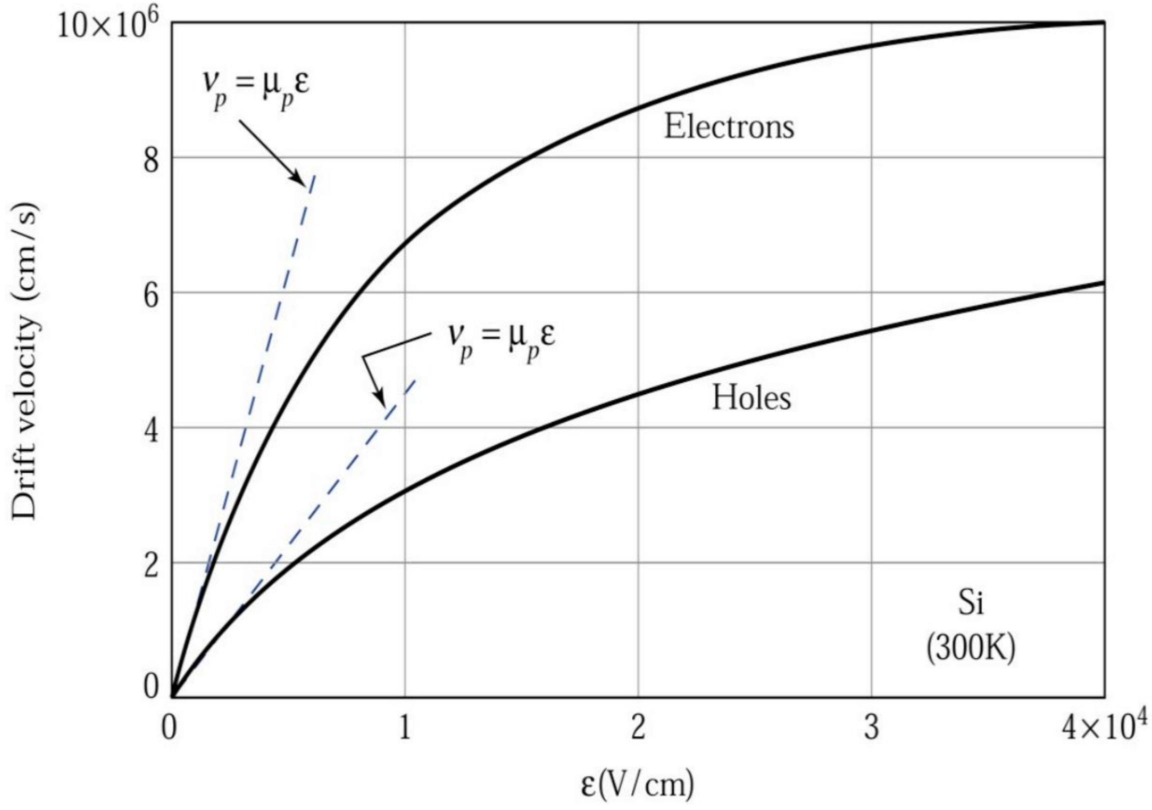
โดยที่ Jh คือกระแสของรู

พี
เจ ฮี ฮึ คิว μ พี อี คิว ดี —— (8)
ดีเอ็กซ์

โดยที่ p คือความหนาแน่นของรู

กระบวนการแพร่กระจาย

- ที่สนามไฟฟ้ามีค่าสูงมาก ความเร็วดริฟท์จะอิ่มตัวในจุดที่เข้าใกล้ความเร็วความร้อน



อิเล็กตรอนเป็นคลื่น

- แอล เดอ บรอยล์ กล่าวว่า อิเล็กตรอนที่มีโมเมนตัม p แสดงคุณสมบัติคล้ายคลื่นซึ่งมีลักษณะเฉพาะคือความยาวคลื่น λ

a - ฮะ

พี เอ็มวี

(9)

ที่ไหน

h = ค่าคงที่ของพลังค์ = 6.62 x 10-34 Js

m = มวลอิเล็กตรอน

v = ความเร็วของอิเล็กตรอน

สมการของชเรอดิงเงอร์

- พลังงานจลน์ + พลังงานศักย์ = พลังงานทั้งหมด
- สมการของชเรอดิงเงอร์อธิบายสมการคลื่นใน 3 มิติเขียนเป็น

2

2

!

- Ñ 2 ปปป rt วี t ไอ ! (10)

ม. อาร์ที

ที

ที่ไหน = h / 2 พี

$Ñ^2$ = ตัวดำเนินการลาปลาเซียนในพิกัดฉาก

-

222

222

y = ฟังก์ชันคลื่น เอ็กซ์วายแซด

V = เทอมศักย์

สมการของชเรอดิงเงอร์

ในการแก้สมการ เราถือว่า

ย (ร,ต) = ย (ร).(ต)ฉ (11)

และแทนที่มันลงในสมการของชเรอดิงเงอร์ เราได้

- -2 / 2ม. ฉ()ที Ñ 2ย ( ) ( ) ( ) () ร ว รฉ ยฟ - -ย ฉัน ดีที ร ดีที ฉ() / (12)

หารทั้งสองข้างด้วย ย (r).(ฉ) เรามี

- -2 / 2นายย Ñ 2ย -ร / ย - วีอาร์ ไอ - 1 / ฉ ต ดีที ฉ () / ด ด (13)

สมการของชเรอดิงเงอร์

- ทั้งสองจะเท่ากันได้ก็ต่อเมื่อแยกจากกันมีค่าคงที่ E เท่ากับ

 กรณีขึ้นอยู่กับระยะเวลา:

dt (ไม่ อ นั่น - เอฟ ต =

dt

(14)

 ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง: (ขึ้นอยู่กับเวลา)

2

- Ñ 2 2 ย ร ว ร ร เ อซี ร ()

ม.

(15)

สมการของชเรอดิงเงอร์

พิจารณาส่วนที่ขึ้นอยู่กับเวลา เราสามารถแก้สมการได้ดังนี้

ใช่แล้ว เช่น จ

ฉ อธิบายโดย ( ) ç ÷ - è ø ! ที ย

ฉัน ย

โดยที่ E = h u = หว /2พี = ฮะว

ดังนั้น ;

ฉ ( ) ขยาย = เวลา (-) เว้น (16)

สมการของชเรอดิงเงอร์

- เพื่อให้ขึ้นอยู่กับตำแหน่ง เพื่อให้เข้าใจง่าย ให้ถือว่า อิเล็กตรอนสามารถเคลื่อนที่ได้ เพียงมิติเดียวเท่านั้น (ทิศทาง x)

- 2 2 ดีเอ็กซ์ ย ( ) / 2ม. ด. 2 วีเอ็กซ์ ย อีเอ็กซ์ ย (17)

2 ม. ย () 2 dx 2 2 ดีเอ็กซ์ อี วีเอ็กซ์ () () ย 0 (18)

ที่ไหน | ย ( ) เอ็กซ์ |^2 คือความน่าจะเป็นที่จะพบอิเล็กตรอน

สมการของชเรอดิงเงอร์

- ตอนนี้ลองพิจารณา 4 กรณีที่แตกต่างกันสำหรับ V(x)

กรณี ที่ 1: อิเล็กตรอนเป็นอนุภาคอิสระ (V = 0)

สมการ (18) จะกลายเป็น

ม.2ย ( ) 0 2 dx – อฮูต –

ดีเอ็กซ์ 2 – 2

(19)

วิธีแก้ทั่วไปของสมการนี้คือ

ย ( )เอ้ บี + – + อิ๊กซ์ - อิ๊กเอ็กซ์

(20)

สมการของชเรอดิงเงอร์

• จากสม ย (r,t) = (r)ย(t) คำตอบทั่วไปของ อ การของชเรอดิงเงอร์ในกรณีนี้คือ

+ อิ๊ก ซ์ - อิ๊กเอ็กซ์ - - มัน

ย (,) (เอ็กซ์ที เอ บี อี - (21)

โดยที่ A และ B คือแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าและถอยหลัง คลื่นแพร่กระจายและ k เกี่ยวข้องกับ E โดย

$$อี - \frac{- 2\ 2\ เค}{2ม.} - \frac{1\ 2}{2} เอ็มวี \quad (22)$$

สมการของชเรอดิงเงอร์

$$\text{อี} - \frac{-2\,2\,\text{เค}}{2\ \text{เมตร}} - \frac{1}{2}\ \text{เอ็มวี}^{2}$$

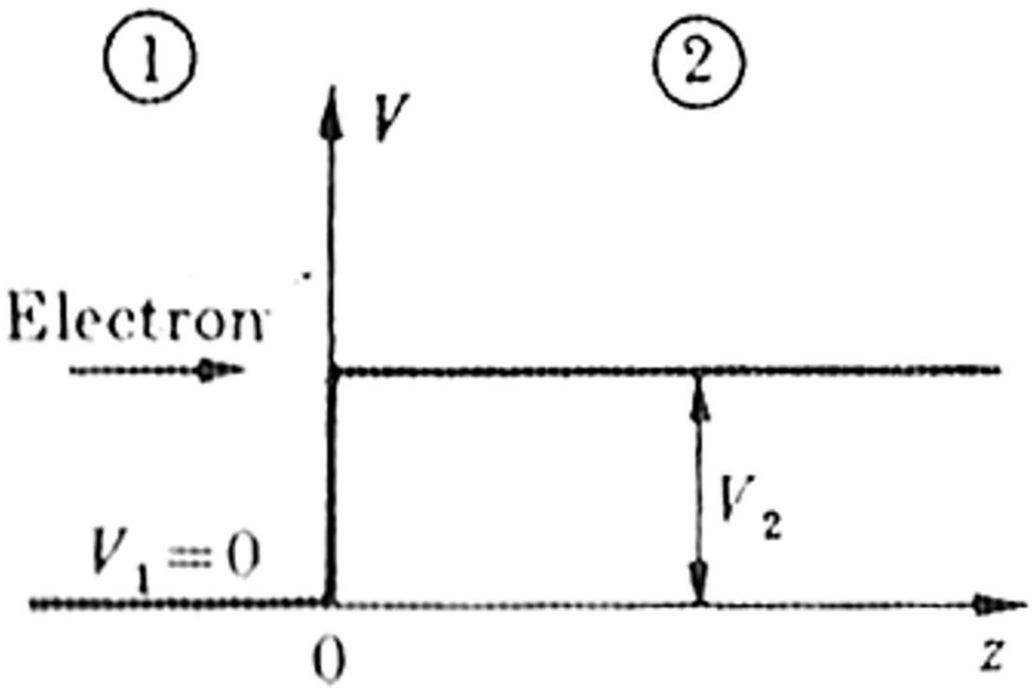
$$\frac{-2\,2\,\text{เคพี}}{2\ \text{ฆม.}}\ \frac{1}{}\ \frac{2}{}$$

$$\text{พีเค} = ! \qquad (23)$$

สมการนี้เรียกว่า “ความสัมพันธ์ของเดอบรอยล์”

สมการของชเรอดิงเงอร์

- กรณี ที่ 2 : อุปสรรคศักย์ขั้นบันได (1 มิติ)



สมการของชเรอดิงเงอร์

สำหรับ ภูมิภาค 1 โซลูชันนี้เป็นที่รู้จักแล้ว

ย 1(x) เออี + ฉัน1x + เป็น - ฉันเอ็กซ์1 (24.1)

$$k_1^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad (24.2)$$

สำหรับ ภูมิภาค 2 สมการ (18) จะกลายเป็น

ม.2ย () 2 dx - 2 - อี วีเอ็กซ์() ()ย 0

2

อกซ์ม ย 2 ( ) 2 ด็ - 2 - อีวีเอ็กซ์ ย 2 () 0

2

ดีเอ็กซ์

สมการของชเรอดิงเงอร์

- วิธีแก้ปัญหาทั่วไป:

ฉันเอ็กซ์ 2 ฉันเอ็กซ์ 2

ย 2 ( )เซ็ด - + (25.1)

2 2( ) ม.อี.วี 2 (25.2)

เค 2 2

- เนื่องจากไม่มีคลื่นตกกระทบจาก ภูมิภาค 2 D จึงต้องเป็นศูนย์

สมการของชเรอดิงเงอร์

• โดยการใช้เงื่อนไขขอบเขต การแก้ปัญหา จะต้องต่อเนื่อง ที่ x = 0 ด้วย

ย 1(0) - ย 2(0)

งย 1ข (0) - ย 2) (0

ดีเอ็กซ์ ดีเอ็กซ์

• จาก (24) และ (25) เราได้

เอบีซี

1 2

(ฉัน AB ฉัน-C

กรุงเทพฯ

1 2

อาก เค (26.1)

1 2

ซี เอ 2

1

อาก เค (26.2)

1 2

สมการของชเรอดิงเงอร์

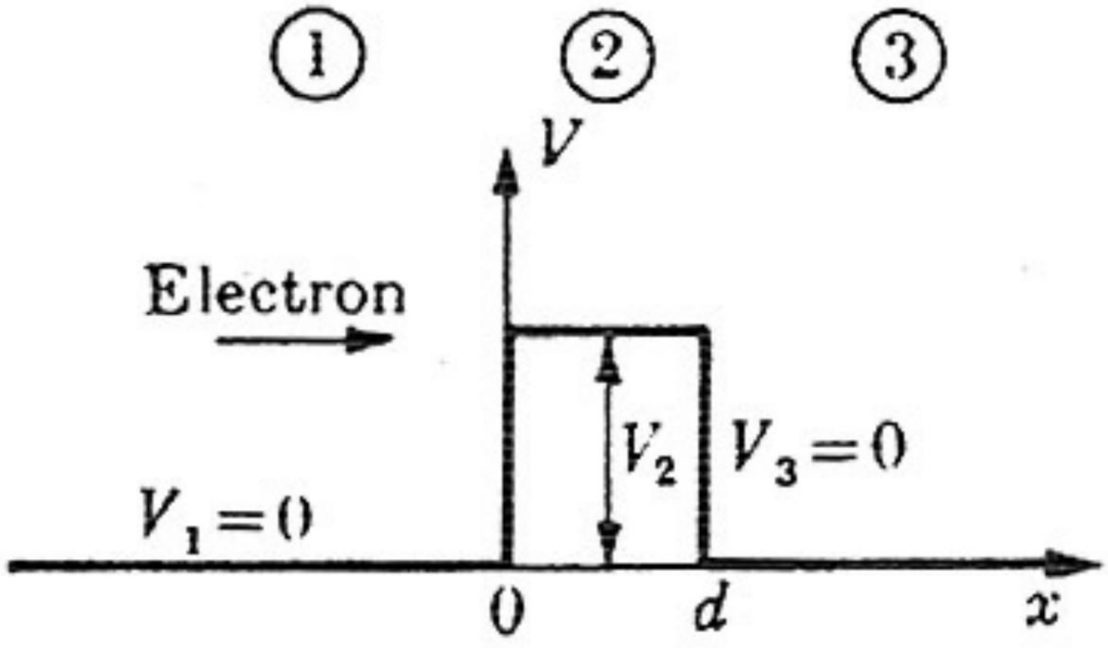
ตอนนี้ลองพิจารณา 2 กรณี:

1. E > V2: ในกรณีนี้ k2 เป็น จริง k2 และ k1 ต่างกันที่นำ B/A เชิงจำกัด ซึ่งหมายความว่าอิเล็กตรอนสามารถมองเห็นได้ทั้งใน บริเวณ 1 และ 2 อิเล็กตรอนเคลื่อนผ่านสิ่งกีดขวางและสารละลายจะแกว่ง ไป มาในอวกาศในบริเวณทั้งสอง

2. E < V2: ในกรณีนี้ k2 เป็น ค่าจินตภาพ คำตอบแสดงให้เห็นว่าอิเล็กตรอนสลายตัวแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลใน บริเวณ 2 อิเล็กตรอนอาจทะลุผ่านสิ่งกีดขวางศักย์ไฟฟ้าได้

สมการของชเรอดิงเงอร์

- กรณี ที่ 3: กำแพงศักย์ไฟฟ้าความกว้างจำกัด (1 มิติ)



สมการของชเรอดิงเงอร์

- เราสนใจกรณีของ E < V2 ในกรณีนี้ โซลูชันสำหรับ ภูมิภาค 1 และ ภูมิภาค 2 จะเหมือนกัน

  กรณีที่แล้ว ตอนนี้เราหันมาสนใจ ภูมิภาค ที่ 3 กัน บ้าง

  ที่ เขต 3

ย $_3$ (x) เฟ = ฉัน$_3$x (27.1)

$$k_3^2 = \frac{2mE}{-^2} \qquad (27.2)$$

สมการของชเรอดิงเงอร์

- พิจารณาการส่งผ่าน T คืออัตราส่วนของพลังงานใน คลื่นที่ส่งผ่านใน บริเวณ 3 เป็นพลังงานในคลื่นตกกระทบ ใน เขตพื้นที่ 1.

$$\text{ที} - \frac{\text{พลังงานในคลื่นที่ส่งผ่านในบริเวณ 3}}{\text{พลังงานในคลื่นตกกระทบบริเวณที่ 1}}$$

$$\text{ที} - \frac{|\text{เอฟ}|^2}{|\text{เอ}|^2} \text{ ฉันเอ็กซ์พอต ฉัน d} \sqrt{\frac{2\text{เอ็มวี อี}_2 \text{ อุ) ï - ý}}{- 2}} \quad (28)$$

ฉัน ฉัน ฉัน ï

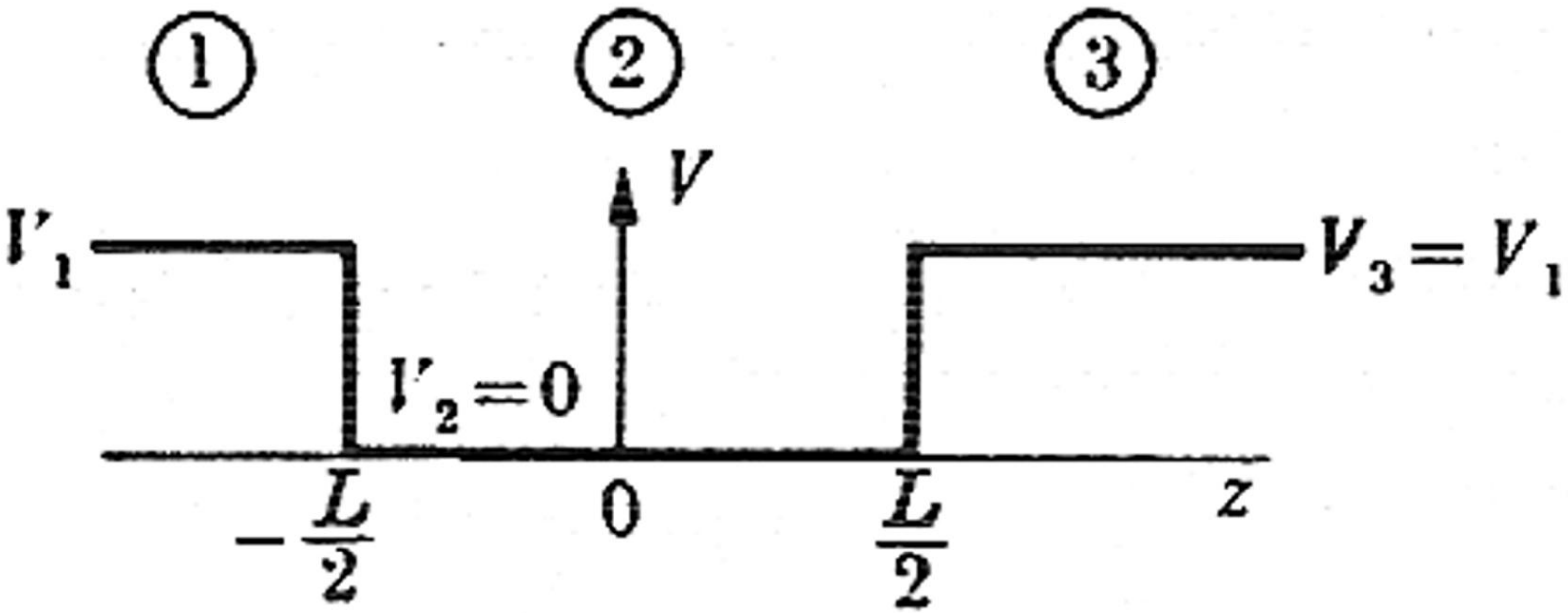
- สิ่งนี้เรียกว่า “ความน่าจะเป็นในการสร้างอุโมงค์”

สมการของชเรอดิงเงอร์

- k3 เป็นจริง ดังนั้น $|\text{ย}_3|^2$ ไม่ เป็น ศูนย์.
- ดังนั้น จึงมีความน่าจะเป็นที่อิเล็กตรอนจะข้ามสิ่งกีดขวางและไปปรากฏที่อีกด้านหนึ่ง
- เนื่องจากอนุภาคไม่เคลื่อนที่ข้ามสิ่งกีดขวางเนื่องจาก E < V2 กลไกที่อนุภาคสามารถเคลื่อนที่ผ่านสิ่งกีดขวางได้จึงเรียกว่า "การขุดอุโมงค์"

สมการของชเรอดิงเงอร์

- กรณี ที่ 4 : บ่อน้ำศักยภาพจำกัด (1 มิติ)



สมการของชเรอดิงเงอร์

พิจารณา 2 กรณี

1. E > V1: วิธีแก้ปัญหาในทุกภูมิภาคคล้ายคลึงกับกรณีที่ผ่านมา นั่นคือ อนุภาคเคลื่อนที่แบบแกว่งไปแกว่งมาในทุกที่

2. E < V1: ภูมิภาค 1 (x < -L/2, V = V1) คำตอบจะต้องสลายตัวแบบเลขชี้กำลัง

ย 1(x) เออี = ฉัน$_1$x (29.1)

เค1 2 - 2( ) ม.วี.อี 2 - (29.2)

สมการของชเรอดิงเงอร์

- ภูมิภาค 2 (V = 0) กรณีอนุภาคอิสระ

ย ( )kx ( ) บาป ( )x cos B kx C

2 22

(30.1)

k = 2mE

2

2 2

(30.2)

- ภูมิภาค 3 (x >L/2 , V3 = V1) สารละลายกำลังสลายตัวอีกครั้ง

ย 3 ( )x เด = ฉันเอ็กซ์

(31.1)

เค3 2 2( ) ม.วี.อี 2 เค1 2

(31.2)

สมการของชเรอดิงเงอร์

การใช้เงื่อนไขขอบเขต:

ที่ x = -L/2

ย 1 เอ็กซ์ ย 2 เอ็กซ์

เอ็กซ์ ย 1 ( ) เอ็กซ์ ย 2

ดีเอ็กซ์ ดีเอ็กซ์

ที่ x = L/2

ย 2 เอ็กซ์ ย 3 เอ็กซ์

เอ็กซ์ ย 2 ( ) เอ็กซ์ ย 3

ดีเอ็กซ์ ดีเอ็กซ์

สมการของชเรอดิงเงอร์

สามารถแก้ได้เฉพาะที่ x = L/2 เท่านั้น เนื่องจากมีสมมาตร

$$\text{ซี โคเอส}\left(\frac{\text{เค}_1\text{ เอล}}{2}\right) - \text{เดอ}^{-\frac{\text{ฉันมูอล}_3}{2}}$$

$$-\ \text{ซีเค}_2\ \text{บาป}\left(\frac{\text{เค}_2\text{ เอล}}{2}\right) - \text{ดีเค}_3\ \text{อี}^{-\frac{\text{ฉันมูอล}_3}{2}} \qquad (32)$$

โดยการแก้สมการ (32) จะนำไปสู่

$$\text{เค}_2\ \text{สีแทน}\left(\frac{\text{เค}_2\text{ เอล}}{2}\right)\ \text{เค} =_3 \qquad (33)$$

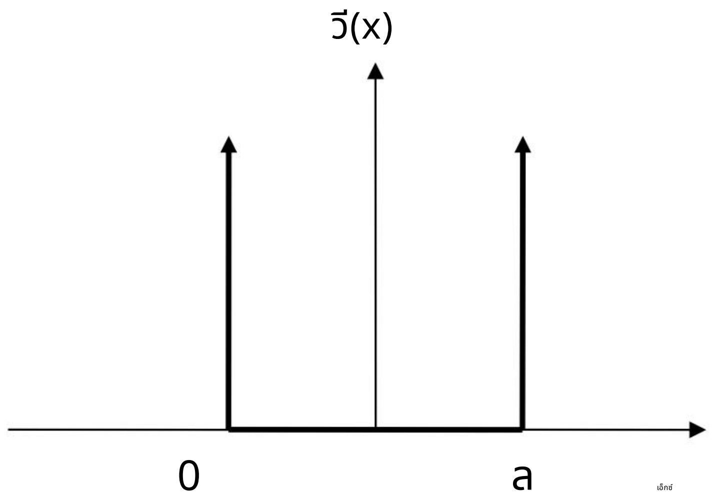
สมการของชเรอดิงเงอร์

- แทนค่า (33) ลงใน (30.2) และ (31.2) เราจะได้

√อี แทน ใช่แล้ว √(มล.อี โอ้ / 2- 2) ÷ =√วีอี÷ 1 ø ใช่แล้ว (34)

สมการของชเรอดิงเงอร์

- ถ้าเราพิจารณาในกรณีของ V à ¥ หรือ ศักยภาพอนันต์ก็ดี



สมการของชเรอดิงเงอร์

- เป็นไปไม่ได้ที่อนุภาคจะสามารถทะลุผ่านได้ อุปสรรคที่ไม่มีที่สิ้นสุด ซึ่งจะทำให้ y(x) = 0 ที่ x = 0 และ x = L โดยใช้เงื่อนไขขอบเขต ก่อนอื่นเราจะมี B = 0 และ

กิโลลิตร n = พี 2 ; โดยที่ n = จำนวนเต็ม

$$\text{เค}_2 - \frac{\text{นพี}}{\text{ล}} \qquad (35)$$

- เราสามารถแก้หาพลังงาน E ได้

$$\text{อี}_{\text{น}} - \frac{\overset{2\ 2}{\text{เอ็นเอช}}}{8\ \text{มล.}^2} \qquad (36)$$