

618327-2560

ฟิสิกส์ของวัสดุอิเล็กทรอนิกส์
และอุปกรณ์

นพ.อรรถัย วัชรกิจจากร

บทที่ 6

ทฤษฎีแบบนิตของของแข็ง

ทฤษฎี **แบบ** นิตช่วยอธิบายคุณสมบัติของวัสดุ

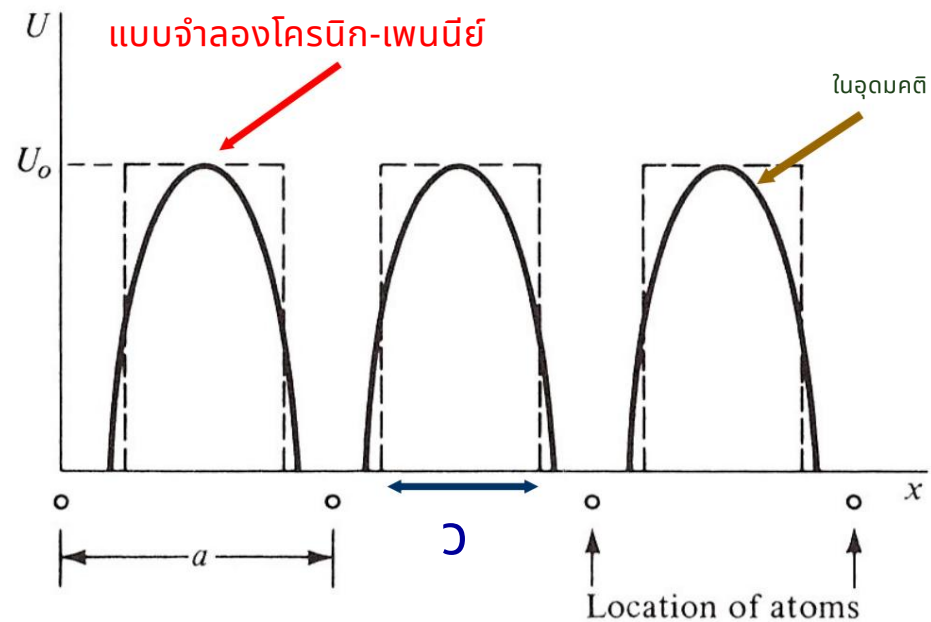
ท มี 3 รุณยอดนินยมสำหรับวงดนตรี

ทฤษฎี:

- โมเดล โครนิก-เพนนิย
- ซิมานโมเดล
- แบบจำลองไฟน์แมน

โมเดลโครนิก-เพนนิย

ทฤษฎีแบนด์ n ใช้ $V \rightarrow 0$ ศักย์ไฟฟ้าเป็นแบบคาบในอวกาศเนื่องมาจากการมีอยู่ของไอออนของโครงตาข่ายที่ไม่เคลื่อนที่



โมเดลโครนิก-เพนนิย

ไอออนตั้งอยู่ที่ $x = 0, a, 2a$ และอื่นๆ บ่อน้ำศักย์ถูกแยกออกจากกันด้วย
 สิ่งกีดขวางที่มีความสูง U_0 และความกว้าง w จาก สมการชเรอดิงเงอร์
 อีกระยะเวลาในมิติเดียว (เฉพาะ x) เราได้

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + U(x) \psi(x) = E \psi(x) \quad (1)$$

โมเดลโครนิก-เพนนิย

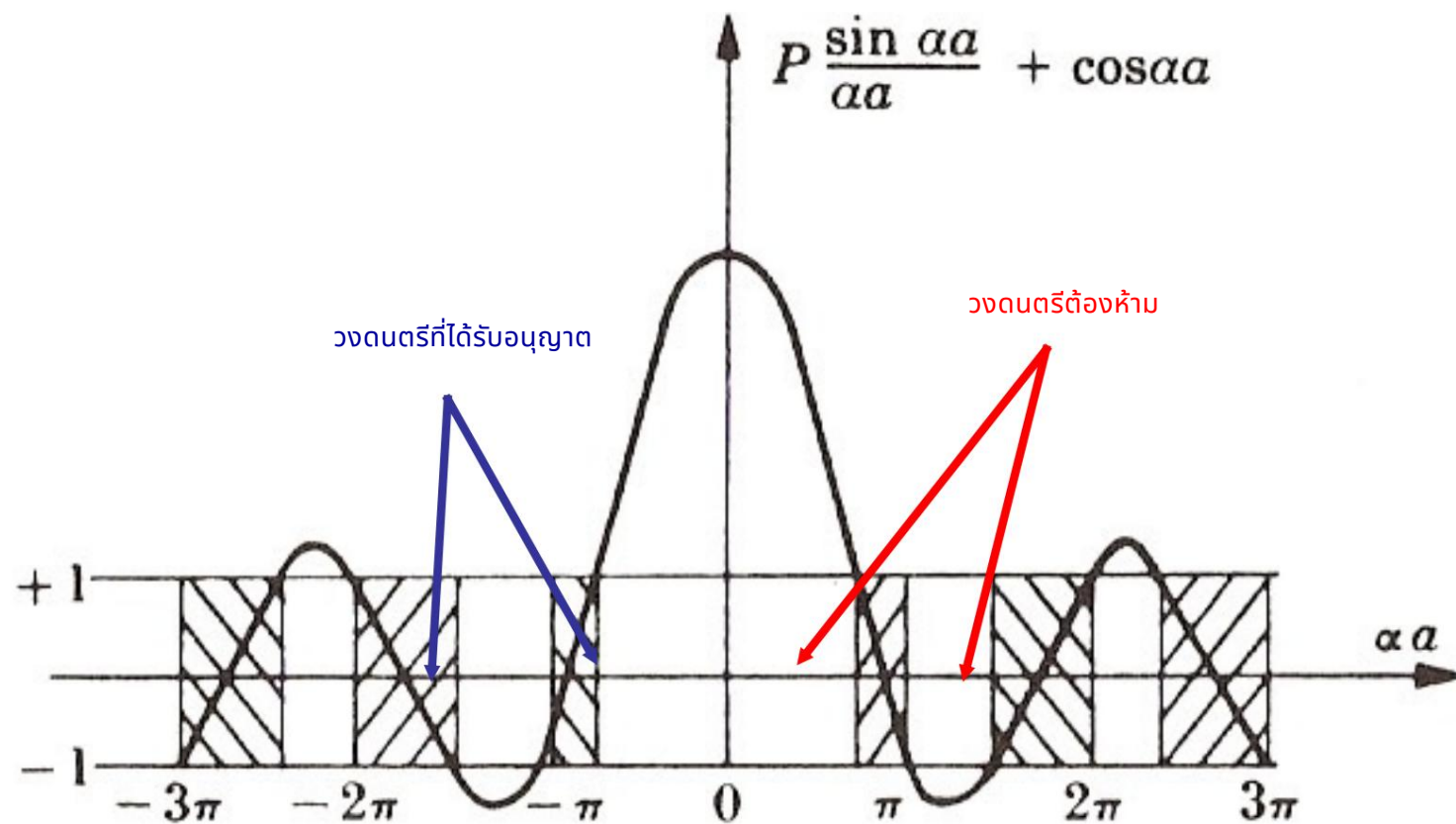
n เพื่อให้สมการนี้มีคำตอบ จะต้องเป็นไปตามข้อ
กำหนดต่อไปนี้

$$\text{แล้ว คอส()} - \frac{\vec{w} \cdot \vec{w}}{2} - \cos(\theta) \quad (2)$$

$$\vec{w} = \frac{\text{แมวี } \omega}{2} \quad (3)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arccos \left(\frac{\vec{w} \cdot \vec{w}}{\|\vec{w}\|^2} \right) \quad (4)$$

โมเดลโครนิก-เพนนิย์



โมเดลโครนิก-เพนนิย

n เราวางด้านขวามือของ (2) เป็นฟังก์ชันของ a และเนื่องจากด้านซ้ายมือของสมการเดียวกันจะอยู่ระหว่าง -1 ถึง $+1$ เสมอ จึงมีคำตอบสำหรับบริเวณแรกเท่านั้น และไม่มีคำตอบภายนอกบริเวณแรก

n ภูมิภาคเหล่านี้เรียกว่า “อนุญาตและแถบพลังงานต้องห้าม” เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่าง และ E .

เอ

โมเดลโครนิก-เพนนิย

จากสมการ (2) เราได้

n หาก P เพิ่มขึ้น แบนด์ที่อนุญาตจะแคบลง และแบนด์ที่ห้ามจะกว้างขึ้น

n หาก P ลดลง แบนด์ที่อนุญาตจะกว้างขึ้น และแบนด์ที่ห้ามจะแคบลง

n ถ้า $P = 0$ ดังนั้น $\cos(a) = \cos(ka)$

$$E^2 - E_c^2 = \frac{2V^2}{\hbar^2} \quad \text{หรือ}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (\text{เช่นกรณีของอิเล็กตรอนอิสระ } V = 0)$$

โมเดลโครนิก-เพนนิย

n ถ้า $P \neq 0$ แล้ว $\sin(ka) = 0$

เอหนึ่ง - พี

$$E^2 - \frac{E^2}{E_0^2} = \frac{2V_0^2}{E_0^2}$$

2 2

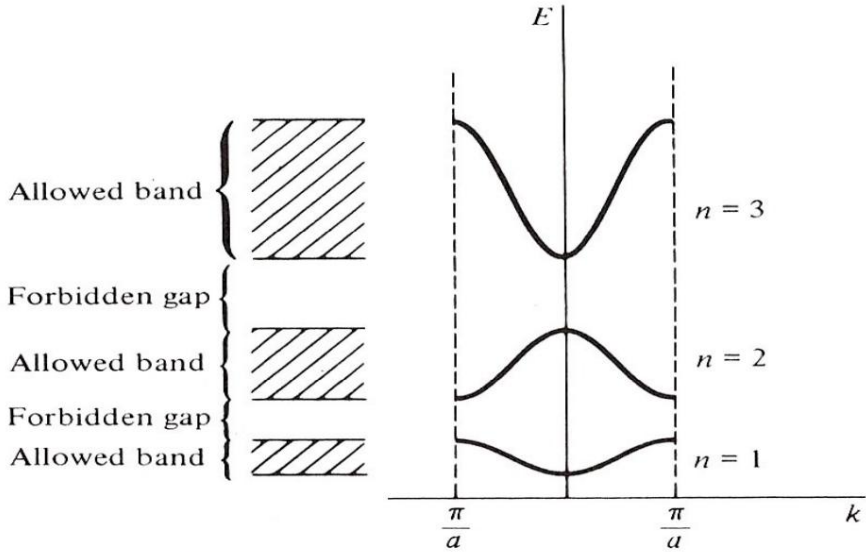
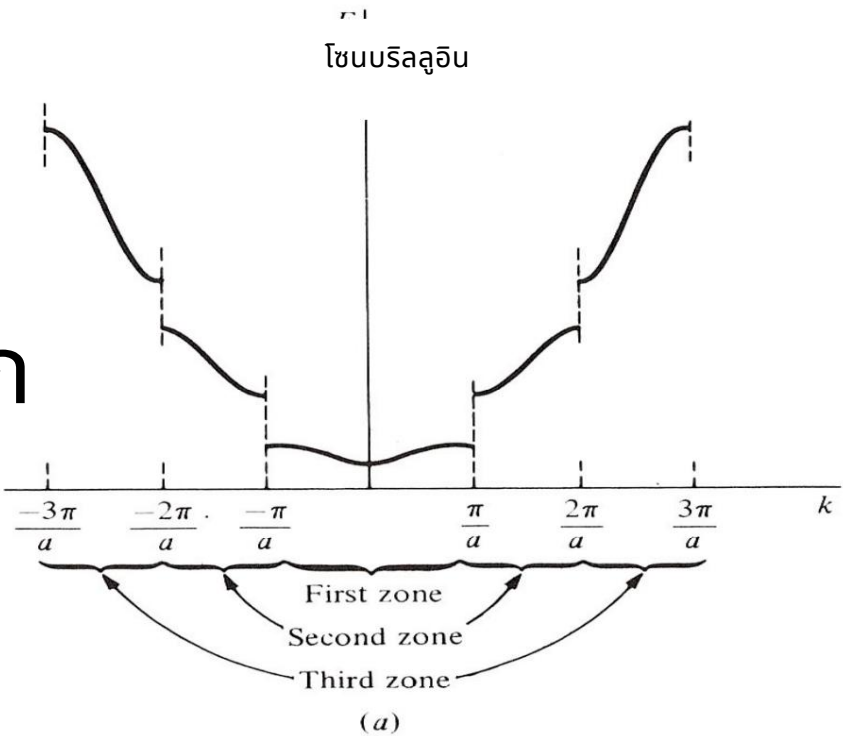
$$E = \frac{E_0^2}{8m^2} \quad (\text{กรณีที่มีศักย์ไฟฟ้าอนันต์บ่อน้ำ } V = \text{มีความกว้าง})$$

เอ

n ที่ขอบเขตของแบนด์ที่อนุญาต $\cos(ka) = \pm 1$ นั้นหมายความว่า $k = np/a$
สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$



แผนภาพเอก



โซนบริลลูอินที่ลดลง

จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

n จำนวนอิเล็กตรอนทั้งหมดต่อหน่วยปริมาตรในช่วง dE (ระหว่าง E และ $E + dE$) กำหนดไว้

$$n(E) = \frac{1}{V} \frac{dN}{dE} \quad (5)$$

โดยที่ $N(E)$ = ความหนาแน่นของสถานะ (จำนวนระดับพลังงานต่อช่วงพลังงานต่อหน่วยปริมาตร)

$F(E)$ = ฟังก์ชันการแจกแจงที่ระบุความคาดหวังของการครอบครองของรัฐหรือเรียกว่า “**ความน่าจะเป็นของการครอบครอง**”

จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

n ความหนาแน่นของสถานะต่อหน่วยปริมาตรในสามมิติสามารถแสดงเป็น

$$N(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

n ความน่าจะเป็นของการครอบครองจะกำหนดโดย
แฟร์มี-ดิแรค-การกระจายตัว เป็น

$$f_{\text{อี}} = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{kT}} + 1}$$

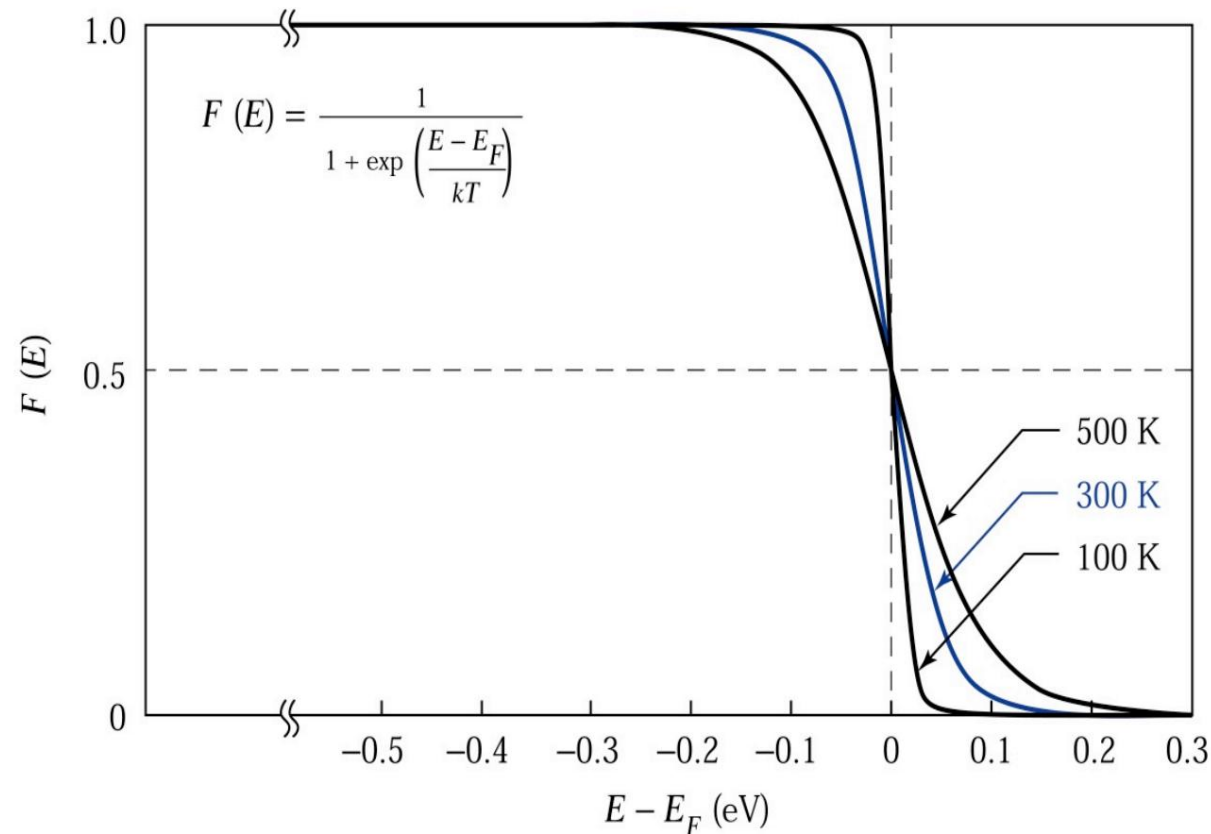
โดยที่ E_F = ระดับพลังงานแฟร์มี (พลังงานที่ $F(E) = 0.5$)

k = ค่าคงที่ของโบลต์ซมันน์

T = อุณหภูมิสัมบูรณ์ (K)



จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร



a. สำหรับ $T = 0$ K:

ถ้า $E > E_F$, $F(E) = 0$ à $F(E) = 1/(e^{\infty} + 1) = 0$ ถ้า $E < E_F$,

$F(E) = 1$ à $F(E) = 1/(e^{-\infty} + 1) = 1$ a. สำหรับ $T > 0$ K, $F(E_F)$

= 0.5

จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

n จากสมการ (5)

$$n = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{e^{-\beta(E - E_F)}}{1 + e^{-\beta(E - E_F)}} dE$$

n สำหรับ $T = 0$ และ $E < E_F$

$$n = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_0^{E_F} dE = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_F$$

จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

n สำหรับ $T = 0$ และ $E < E_F$

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E_F^{3/2}$$

n สำหรับ $T > 0$

$$n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \left[\frac{E_F^{3/2}}{3} + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_F} \right)^2 E_F^{3/2} + \dots \right]$$

ระดับแฟร์มีของวัสดุต่างๆ

คลี	4.72 โวลต์
นา	3.12 โวลต์
เค	2.14 โวลต์
ลูทัว	7.04 โวลต์
อาบ	5.51 โวลต์
อัล	11.70 โวลต์

ลักษณะของ $F(E)$

1. $F(E)$ ที่ $E = E_F$ เท่ากับ 0.5

2. สำหรับ $(E - E_F) > 3kT$

() อี เอฟ อี - - อี อี กิโล

นี่คือสิ่งที่เรียกว่า “การแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์”

ลักษณะของ $F(E)$

3. สำหรับ $(E - E_F) < 3kT$

() $1e$ เอฟอี - - อี เคที

4. $F(E)$ สามารถแบ่งได้เป็น 3 ภูมิภาคดังนี้
 $T > 0$ เป็น

q $E = 0$ ถึง $(E = E_F - 2.2kT)$: $F(E)$ ใกล้เคียงกับ 1

q $(E = E_F - 2.2kT)$ ถึง $(E = E_F + 2.2kT)$: $F(E)$ เปลี่ยนแปลงจากเกือบ 1 เป็นเกือบ 0

q $(E = E_F + 2.2kT)$ ถึง $E = \infty$: $F(E)$ ใกล้เคียงกับศูนย์

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

n ความหนาแน่นของตัวพาประจุอิสระหรือจำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตร

$$n = \frac{N_D}{4}$$

$$N_D = \frac{2 \text{ เมตร}^3}{2} \times 10^{18} \text{ อิเล็กตรอน/เมตร}^3$$

n สำหรับอิเล็กตรอน: $E_{1/2} = (E - E_C)_{1/2}$ และ

n สำหรับหลุม: $E_{1/2} = (E_V - E)_{1/2}$ และ

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

n ที่อุณหภูมิห้อง $kT = 0.0259$ eV และ $(E - E_F) \gg kT$ ดังนั้นฟังก์ชันแฟร์มีจึงสามารถลดลงเหลือการแจกแจงแบบแมกซ์เวลล์-โบลต์ซมันน์ได้

$$() \text{ อี เอฟ อี } - - \text{ อี อี กิโลที }$$

$$\frac{\text{อี เอฟ อี}}{\text{อี อี กิโลที}}$$

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

$$n = \int_0^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-(E-E_F)/kT} \cdot (E-E_C)^{1/2} dE$$

$$\text{Let } \frac{E-E_C}{kT} = x_C,$$

$$\text{then } \frac{dx_C}{dE} = \frac{1}{kT} \text{ or } dE = kT dx_C$$

$$\text{so } e^{-(E-E_F)/kT} = e^{-(kTx_C+E_C-E_F)/kT} = e^{-x_C} \cdot e^{-(E_C-E_F)/kT}$$

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

Then

$$\begin{aligned}
 n &= \int_0^{\infty} 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-x_C} \cdot e^{-(E_C - E_F)/kT} \cdot (kTx_C)^{1/2} kT dx_C \\
 &= 4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (kT)^{3/2} e^{-(E_C - E_F)/kT} \int_0^{\infty} x_C^{1/2} e^{-x_C} dx_C
 \end{aligned}$$

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

ดังนั้นความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบการนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิห้องสามารถแสดงได้ดังนี้

$$n = \frac{C_{CF}}{2} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \approx \frac{N}{2} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (6)$$

ที่ไหน C_{CF} เป็นค่าคงที่ที่มีประสิทธิภาพ

ความหนาแน่นของสถานะในแถบการนำไฟฟ้า

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

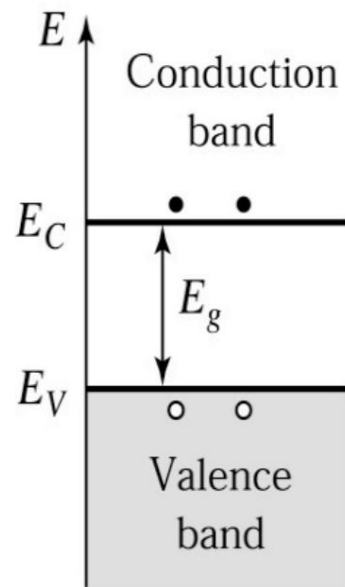
n ในทำนองเดียวกัน เราสามารถหาความหนาแน่นของรูป p ในแถบวาเลนซ์ได้ดังนี้

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_v}{kT}\right) \quad (7)$$

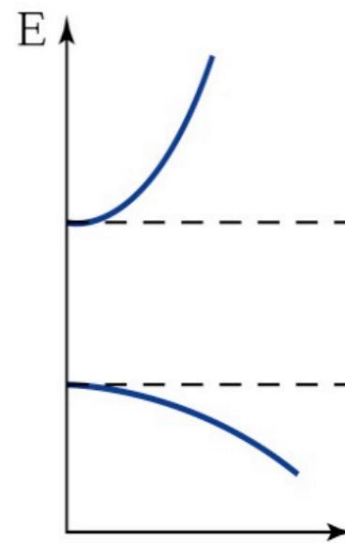
$$\text{ที่ไหน} \quad n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \quad \text{มีประสิทธิภาพ}$$

ความหนาแน่นของสถานะในแถบวาเลนซ์

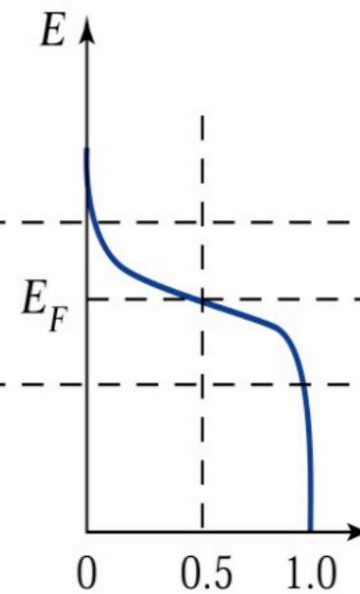
ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง



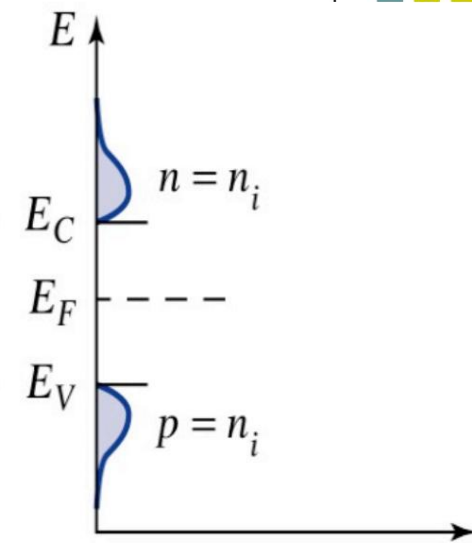
(a)



(b)



(c)



(d)

(ก) แผนผังแบนด์

(ข) ความหนาแน่นของรั้ว

(ค) ฟังก์ชันการแจกแจงแบบแฟร์มี

(ด) ความเข้มข้นของตัวพา

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

สำหรับ สารกึ่งตัวนำชนิดแท้ จำนวนอิเล็กตรอนต่อหน่วยปริมาตรในแถบการนำไฟฟ้าจะเท่ากับจำนวนของโฮลต่อปริมาตรหน่วยในแถบวาเลนซ์

$$n_i = n_p = n_v \quad (8)$$

$$n_i = n_p = n_v = \sqrt{n_i n_p} = \sqrt{n_i n_p}$$

โดยที่ n_i = ความหนาแน่นของตัวพาที่แท้จริง

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

n จาก (8);

$$n = \frac{N_A \exp(-E_F/kT) \int_0^\infty \exp(-E/kT) g(E) dE}{\int_0^\infty \exp(-E/kT) g(E) dE} \quad (8)$$

where N_A is the acceptor concentration, E_F is the Fermi level, k is the Boltzmann constant, T is the temperature, E is the energy, and $g(E)$ is the density of states.

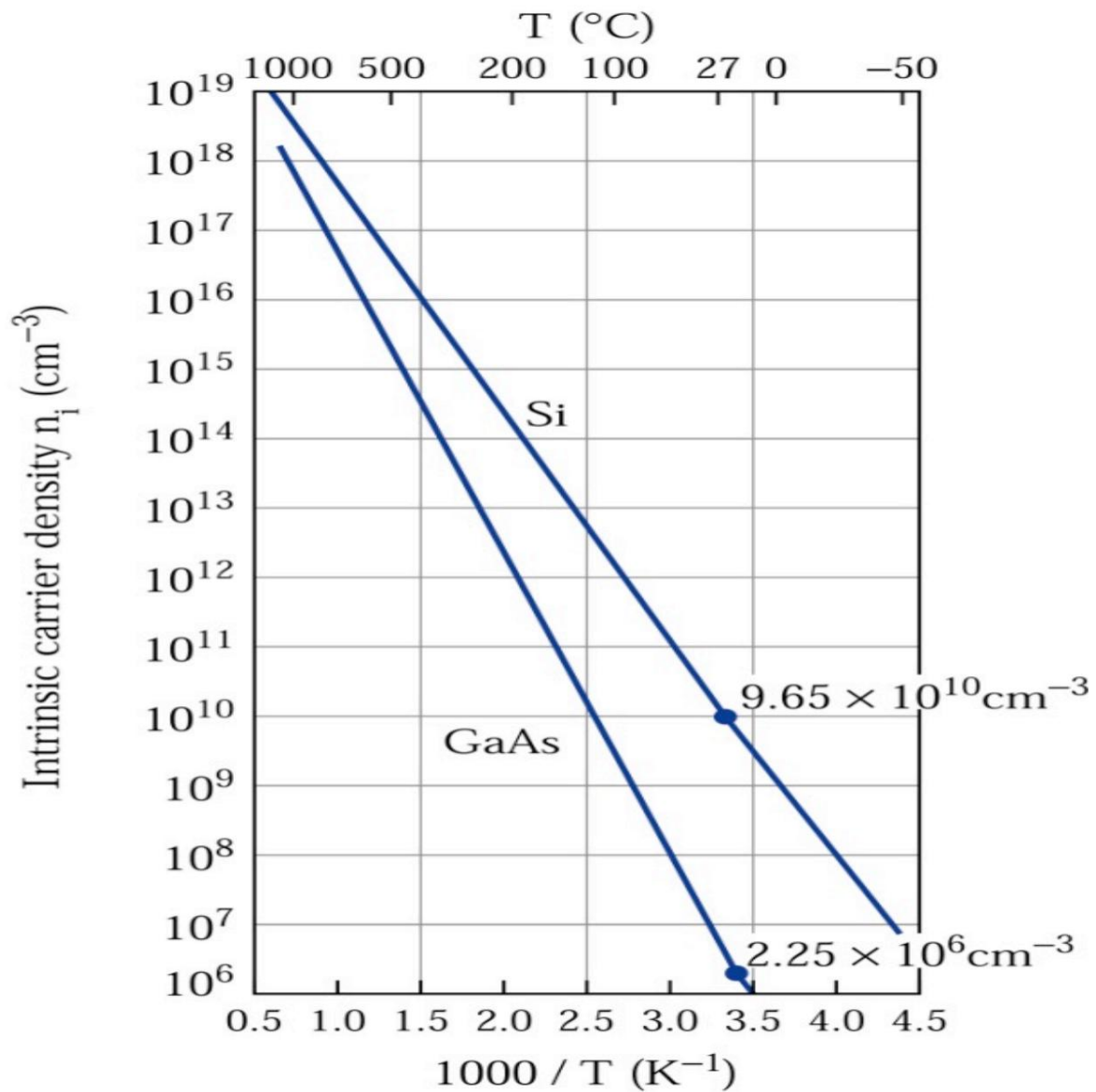
ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง

n ระดับแฟร์มีของสารกึ่งตัวนำแท้สามารถหาได้โดยสมมูล $(6) = (7)$ เป็น

$$n = \frac{N_c}{2} \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right) \quad (6)$$

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_F - E_c}{kT}\right) \quad (7)$$

ความเข้มข้นของตัวพาที่แท้จริง



ตัวอย่างที่ 1

ก คำนวณความหนาแน่นที่มีประสิทธิภาพของรัฐ NC และ NV สำหรับ GaAs ที่อุณหภูมิห้อง หาก GaAs มี $0.067 \text{ มม.} \cdot 0$ และ $0.65 \text{ ม.} \cdot 0$

ตัวอย่างที่ 2

n จากตัวอย่างก่อนหน้านี้ คำนวณค่าภายใน
ความหนาแน่นของพาหะ n_i สำหรับ GaAs ที่อุณหภูมิห้องโดยที่ช่องว่าง
พลังงานของ GaAs อยู่ที่ 1.43 eV