

Análise Combinatória - Uma breve introdução 2

Nicholas Farrel

Problema 1. Quantos números com cinco algarismos possuem todos os seus algarismos com a mesma paridade (todos pares ou todos ímpares)?

Problema 2. Considere $P(n)$ o produto dos algarismos do número n . Por exemplo:

$$\begin{aligned}P(32) &= 3 \times 2 = 6 \\P(475) &= 4 \times 7 \times 5 = 140\end{aligned}$$

A quantidade de números naturais menores que 1.000 cujo produto de seus algarismos é 12 é igual a:

Problema 3. Qual a soma de todos os naturais de três algarismos que podemos formar utilizando os algarismos 1, 4 e 8 sem repeti-los?

Problema 4. João tem um livro de 375 páginas. Janaína, para se vingar de uma das travessuras de João, apagou a numeração das páginas múltiplas de 7. Quantos algarismos foram usados para escrever os números das páginas não apagadas?

Problema 5. Uma aula de dança tem N meninos e N meninas. De quantas maneiras podemos arrumá-los em pares para uma dança (arrumar todos os alunos em pares)?

Problema 6. Cada um de dois colecionadores tem 20 selos e 10 cartões postais. Dizemos que uma troca é justa se um selo é trocado por um selo e um cartão postal é trocado por um cartão postal. Quantas trocas justas distintas são possíveis de serem feitas?

Problema 7. Quantas "palavras" podem ser escritas usando-se exatamente cinco letras A, não mais do que três letras B e nenhuma outra letra?

Problema 8. Uma mãe tem duas maçãs, três peras e quatro laranjas. Durante nove dias ela dá uma fruta para seu filho no café da manhã. De quantas maneiras isto pode ser feito?

Problema 9. Um dormitório tem três quartos: um para um único aluno, um para dois alunos e um para quatro alunos. De quantas maneiras podemos colocar sete estudantes neste dormitório?

Problema 10. De quantas maneiras podemos dividir 14 pessoas em 7 pares?

Problema 11. Quantos números com seis algarismos têm pelo menos um algarismo par?

Problema 12. Jogamos um dado três vezes. Entre todos os resultados possíveis, em quantos aparece pelo menos um seis?

Problema 13. Quantos números de 10 algarismos possuem pelo menos dois algarismos iguais?

Problema 14. Quantas diagonais tem um polígono convexo de n lados?

Problema 15. De quantas maneiras podemos colocar um bispo preto e um branco em um tabuleiro de xadrez de forma que eles não possam se atacar mutuamente? (Um bispo pode andar quantas casas quiser na diagonal)

Problema 16. De quantas maneiras podemos colocar duas rainhas de cores diferentes em um tabuleiro de xadrez, de forma que elas não possam se atacar mutuamente? (Uma rainha pode andar quantas casas quiser para qualquer direção)

Problema 17. De quantas maneiras podemos posicionar oito torres idênticas em um tabuleiro de xadrez de modo que não possam se atacar entre si?

Problema 18. De quantas maneiras podemos organizar 13 pessoas em uma mesa redonda?

Problema 19. Um "colar" consiste em um fio circular com diversas contas presas nele. É permitido girar o colar, e virá-lo de cabeça para baixo. Quantos colares diferentes podem ser formados utilizando 15 contas distintas?

Problema 20. Quantos números com 9 algarismos possuem a soma dos seus algarismos par?