

## CONTRIBUTEURS

**ACT-1002** Analyse probabiliste des risques actuariels

**aut., cre.** Alec James van Rassel

**src.** Hélène Cossette

## Domaine et définition

**Random Process :** Famille de variable aléatoires  $\{X_t : t \in T\}$  qui associe un espace d'états  $\Omega$  à un ensemble  $S$ .

$\Omega$  : L'espace d'états  $\Omega$  est composé des événements possible de la variable aléatoire  $X$ .

Par exemple, lorsqu'on lance une pièce de monnaie  $\Omega = \{\text{Face}, \text{Pile}\}$ .

$S$  : L'ensemble  $S$  est l'ensemble des probabilités des événements dans  $\Omega$ .

Par exemple, lorsqu'on lance une pièce de monnaie  $S = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ .

**iid :** Les variables aléatoire  $X_t$  doivent être indépendantes et identiquement distribuées. Ceci est dénoté par *i.i.d.*.

**indépendant :** Si  $X_t$  est une variable aléatoire *iid* alors, pour 2 variables aléatoire  $X_i$  et  $X_j$ , où  $i, j \in T$ , le résultat de  $X_i$  n'a aucun impact sur le résultat de  $X_j$  pour tout  $t \in T$ .

**identiquement distribué :** L'ensemble  $S$  est l'ensemble des probabilités des événements dans  $\Omega$ .

**Probabilité de  $X_t$  :** La probabilité d'un événement  $X_t$  est dénoté  $\Pr(X_t)$ . Ces probabilités forment l'ensemble  $S$ .

**Propriété :**  $\sum_{i=-\infty}^{\infty} \Pr(X_i) = 1$

**Types de variables aléatoire :** Il y a 2 types de variables aléatoire, les distributions *discrètes* et *continues*.

**Discrète :** Si l'ensemble  $S$  est dénombrable, c'est-à-dire que  $S = \{s\}$ , alors la variable aléatoire  $X$  est dite **discrète**.

**Continue :** Si l'ensemble  $S$  n'est pas dénombrable alors la variable aléatoire  $X$  est dite **continue**.

## Probabilité conditionnelle

**Conditionnel :** La probabilité que  $A$  arrive sachant que  $B$  est arrivé est :

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)}$$

où la probabilité que  $B$  arrive est non-nulle,  $\Pr(B) > 0$ .

**Indépendant :** Les événements  $A$  et  $B$  sont indépendants si :

$$\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B)$$

Avec la première définition de la probabilité conditionnelle, on peut trouver ces résultats :

**relation probabilité conditionnelle :** La probabilité que l'événement  $E_2$  ai lieu sachant que l'événement  $E_1$  à déjà eu lieu est équivalent à la probabilité que l'événement  $E_1$  ai lieu sachant que  $E_2$  à déjà eu lieu multiplié par la probabilité que l'événement  $E_2$  ai lieu peu importe  $E_1$ .  
Le tout est encore pondéré par la probabilité que l'événement  $E_1$  ai lieu peu importe si  $E_2$  y a.

$$\begin{aligned} \Pr(E_2|E_1) &= \frac{\Pr(E_2 \cap E_1)}{\Pr(E_1)} \\ &= \frac{\Pr(E_1|E_2) \Pr(E_2)}{\Pr(E_1)} \end{aligned}$$

**Loi des probabilités totale :** Les probabilités liées à la variable aléatoire  $E$  lorsqu'elles sont conditionnelles à la variable aléatoire discrète  $F$  est dénoté comme suit :

$$\Pr(E) = \sum_{i=1}^n \Pr(E|F_i) \Pr(F_i)$$

**Formule de Bayes :** On combine les deux résultats précédent :

$$\Pr(F_i|E) = \frac{\Pr(E|F_i)}{\sum_{i=1}^n \Pr(E|F_i) \Pr(F_i)}$$