Contributeurs

ACT-1003 Compléments de mathématiques

aut., cre. Félix Cournoyer

src. Ilie Radu Mitric

1 Rappels

Caractéristiques de fonctions

Il existe trois caractéristiques pour une fonction donnée : la surjectivité, l'injectivité et la bijectivité.

Lorsque tous les y d'une fonction, c'est-à-dire chaque élément de son image, sont tous reliés à au moins un x, la fonction est dite surjective. Par exemple, la fonction x^2 n'est pas surjective car y=-1 n'a pas de x dans les réels. Si on limite toutefois l'image aux réels positifs, la fonction devient surjective, car chaque y des réels positifs ont au moins un x correspondant.

Lorsque tous les y d'une fonction ne sont reliés qu'à un seul x, la fonction est dite injective. En reprenant x^2, on peut démontrer qu'elle n'est pas injective : $x^2 = (-x)^2$. Toutefois, 2x est injective car il n'existe pas deux x pouvant donner le même y.

La fonction est bijective lorsqu'elle est à la fois bijective et injective, ce qui veut dire que chaque y de la fonction ne possède qu'un seul x. En reprenant 2x, on peut démontrer sa bijectivité : chaque y possède un x dans les réels. La fonction étant aussi injective, elle devient alors bijective.

Racines réelles

On peut identifier les racines réelles à l'aide d'un calcul simple. Si on a la fonction $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$, on doit utiliser la fonction suivante :

$$\pm \frac{Facteurspositifsdea_0}{Facteurspositifsdea_k}$$

Le numérateur serait 24 et le dénominateur serait 1 (car $24x^0$ et $1x^3$). Les racines de la fonction sont donc $\in \{\pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm6; \pm8; \pm12; \pm24\}$. Il faut ensuite essayer les chiffres de l'ensemble de la fonction. Par exemple, en ayant x=2, la fonction donne 0. En divisant la fonction par (x-2), il reste $x^2 - x - 12$. On peut encore essayer avec les racines du départ et on verrait qu'en ayant x=-3, la fonction donne 0, ou on peut déjà voir qu'il reste (x+3)(x-4).