1 Calcul de réserve

Notation

${}_tL$: Perte prospective de l'assuré au temps t ;

- Le symbole représente la perte pour un assuré d'âge x à partir du temps t et peut donc être réécrit comme :
  ${}_tL = \{{}_tL|T_x > t\}$

${}_tV$: Réserve de l'assureur au temps t ;

- Le symbole représente la réserve pour un contrat d'assurance d'un assuré d'âge x à partir du temps t et peut donc être réécrit comme :
  ${}_tV = \mathrm{E}[\{{}_tL|T_x \geq t\}]$

$VP_{@t}$: La valeur présente au temps t ;

$VPA_{@t}$: La valeur présente actuarielle au temps t ;
$VPA_{@t} = \mathrm{E}[VP_{@t}]$

Termes

endowment : Mixte ;

Calcul de réserves

Perte prospective : la perte prospective, ${}_tL$, actualise les transactions qui vont arriver dans le futur :
${}_tL = VP_{@t}(\text{prestations à payer}) - VP_{@t}(\text{primes à reçevoir}) + VP_{@t}(\text{frais à payer})$
S'il y a des frais pour les contrats, il suffit de l'ajouter à la perte.

Relation : $\{T_x - t|T_x > t\} \stackrel{d}{=} T_{x+t}$ où $\stackrel{d}{=}$ veut dire égale en distribution.

Réserve : La réserve, ${}_tV$, est l'espérance du montant que l'assureur devra payer dans le futur—alias, l'espérance de la perte. Il y a donc plusieurs façons de calculer ces réserves mais on utilise surtout la méthode prospective.
Selon la méthode **prospective**,

$$\begin{aligned} {}_tV &= \mathrm{E}[{}_tL] \\ &= VPA_{@t}(\text{prestations à payer}) - VPA_{@t}(\text{primes à reçevoir}) \\ &\quad + VPA_{@t}(\text{frais à payer}) \end{aligned}$$

Remarque : Pour des primes **nivelées** établies selon le principe d'équivalence du portefeuille, on pose ${}_0V = 0$. Donc :
$VPA_{@t}(\text{primes à reçevoir}) = VPA_{@t}(\text{prestations à payer}) + VPA_{@t}(\text{frais à payer})$

Relation récursive pour les réserves (discrètes)

$$({}_kV + P)(1+i) = q_{x+k}b_{x+k} + p_{x+k}\,{}_{x+k}V$$

On ajout la prime P à la réserve ${}_kV$ au temps k et accumule pour un an. Ceci est équivalent à soit décéder à l'âge $x+k$ et payer la prestation en cas de décès b_{x+k} ou survive et ajouter à la réserve ${}_{x+k}V$ au temps $x+k$.
Formule générale[1] :

$${}_{h+1}V = \frac{({}_hV + G_h - e_h)(1+i) - (b_{h+1} - E_{h+1})q_{x+h}}{p_{x+h}}$$

où G_h est la prime à recevoir à $t = h$, e_h les frais relié à la collecte de la prime et E_h les frais reliés aux paiement de la prestation.

Formules alternatives pour Contrat d'assurance-vie entière (si π^{PE})

$${}_hV = MA_{x+h} - \pi\ddot{a}_{x+h} = M\left(1 - \frac{\ddot{a}_{x+h}}{\ddot{a}_x}\right) = M\left(\frac{A_{x+h} - A_x}{1 - A_x}\right)$$

Remarque : ces formules fonctionnent aussi dans le cas d'un contrat d'assurance-vie entière continu.

Approximation classique pour les réserves à durées fractionnaires

$${}_{h+s}V = ({}_hV + G_h - e_h)(1-s) + ({}_{h+1}V)(s)$$

Profit de l'assureur

Profit de l'assureur en changeant les 3 composantes

$$\begin{aligned} {}_{k+1}V^A - {}_{k+1}V^E &= N_k({}_kV + G - e'_k)(1+i') - (b_{k+1} + E'_{k+1} - {}_{k+1}V)N_kq'_{x+k} \\ &\quad - [N_k({}_kV + G = e_k)(1+i) - (b_{k+1} + E_{k+1} - {}_{k+1}V)N_kq_{x+k}] \end{aligned}$$

Profit de l'assureur en changeant une seule composante :

Intérêt (i)	$N_k({}_kV + G - e_k)(i' - i)$
Frais e_k ou E_k	$N_k(e_k - e'_k)(1+i) + (E_{k+1} - E'_{k+1})N_kq_{k+1}$
Mortalité q_{x+k}	$(b_{k+1} + E_{k+1} - {}_{k+1}V)(N_kq_{x+k} - N_kq'_{x+k})$

1. Si les frais ne sont pas applicables pour le problème, simplement poser $G_h = E_h = 0$.

Quote-Part de l'actif (*Asset shares*)

Alors que la réserve ${}_tV$ nous dit le montant que l'assureur doit avoir de côté, la quote-part de l'actif nous indique plutôt le montant réel que l'assureur a de côté pour le contrat donné.

$$AS_{K+1} = \frac{(AS_k + G_k - e'_k)(1+i') - (b_{k+1} + E'_{k+1})q'_{x+k}}{p'_{x+k}}$$

Équation de Thiele

Cette équation permet d'obtenir le *taux instantanné d'accroissement* de ${}_tV$.

$$\frac{\partial}{\partial t}({}_tV) = \delta_t {}_tV + G_t - e_t - (b_t + E_t) - {}_tV\mu_{[x]+t}$$

on peut approximer ${}_tV$ avec la <u>Méthode d'Euler</u> :

$${}_tV = \frac{{}_{t+h}V - h(G_t - e_t - (b_t + E_t)\mu_{[x]+t})}{1 + h\delta_t + h\mu_{[x]+t}}$$

Modification de contrat

Valeur de rachat (*Cash value at surrender*)