華中科技大學
Huazhong University of Science and Technology

电气工程建模与仿真

数学优化问题建模与求解

电气与电子工程学院
艾 小 猛 （电 力 系）
Email: xiaomengai@hust.edu.cn

应用 1

例1 某工厂在计划期内要安排生产Ⅰ、Ⅱ两种产品, 已知生产单位产品所需的设备台时及A、B 两种原材料的消耗, 如表1-1 所示。

表 1-1

	Ⅰ	Ⅱ	
设　备	1	2	8 台时
原材料 *A*	4	0	16 kg
原材料 *B*	0	4	12 kg

该工厂每生产单位产品Ⅰ可获利2 元, 每生产单位产品Ⅱ可获利3 元, 问应如何安排计划使该工厂获利最多?

目标函数　$\max \quad z = 2x_1 + 3x_2$

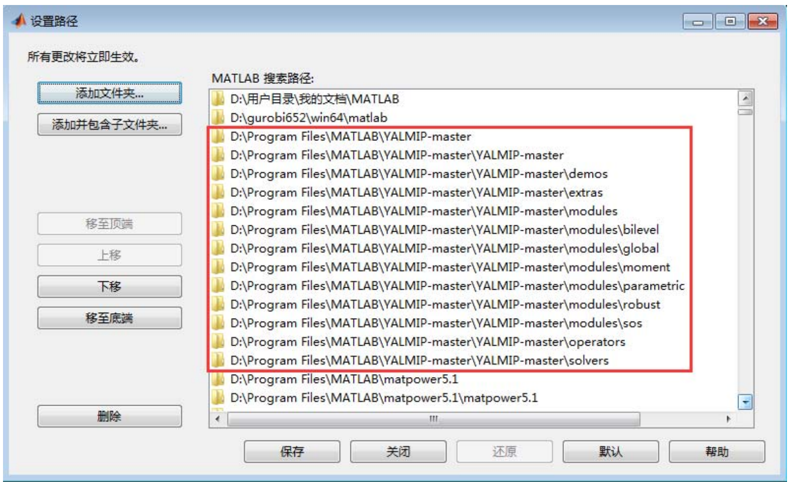
满足约束条件:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ 4x_1 \leqslant 16 \\ 4x_2 \leqslant 12 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

应用 2

例2　某工厂拥有，A 、B 、C 三种类型的设备，生产甲、乙、丙、丁四种产品。每件产品在生产中需要占有的设备机时数，每件产品可以获得的利润以及三种设备可利用小时数如下表所示，求使得总利润最大的生产计划。

	产品甲	产品乙	产品丙	产品丁	设备能力（小时）
设备 A	1.5	1.0	2.4	1.0	2000
设备 B	1.0	5.0	1.0	3.5	8000
设备C	1.5	3.0	3.5	1.0	5000
利润（元/千克）	5.24	7.30	8.34	4.18	

Matlab设置路径



应用 1

```
% 参数输入

f=[2,3];

A=[1,2];
b=8;

lx=[0;0];
ux=[4;3];
```

```
%变量定义

x=sdpvar(2,1,'full');

%目标
Objective=-f*x;

%约束
Constraints = [];
Constraints = [Constraints;A*x<=b];

Constraints = [Constraints;lx<=x<=ux];

%求解
```

'linprog'

options = sdpsettings('solver', ~~'CPLEX'~~);

```
tic;
optimize(Constraints,Objective,options)
toc;
```

目标函数 $\max \quad z = 2x_1 + 3x_2$

满足约束条件：
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ 4x_1 \leqslant 16 \\ 4x_2 \leqslant 12 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

```
%输出
x = value(x)
Obj =value(Objective)
```

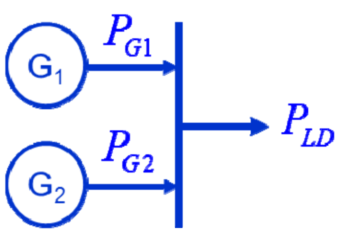
学习目的讨论

学习方法讨论

培养以实际问题为导向，搜集、大量阅读、整理知识资料，并利用相关工具解决问题的意识和能力。

课前作业

✧ 问题：如右图所示，已知两台火电机组的煤耗特性和总负荷功率，如何确定负荷功率在机组间的分配，使总燃料消耗量最小？



参考资料及目标

参考书籍和网站:

胡运权等.《运筹学》（绿皮）. 清华大学出版社.（第一章；第二、七章可选）

于尔铿. 现代电力系统经济调度. 水利电力出版社.（第三章；第四章可选）

https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer

https://yalmip.github.io/tutorial/installation/

通过学习已具备的基本能力:

1. 能够用自己语言复述线性规划的定义;
2. 能够区别线性规划和非线性规划问题;
3. 能够画出火电厂煤耗曲线，并用数学公式表达火电厂煤耗曲线;
4. 能够成功安装Matlab、YALMIP和CPLEX软件;
5. 能够在Matlab中利用YALMIP编写简单线性规划程序，并利用CPLEX求解。

文献/资料分类

期刊论文	完备性：新观点、新思想、新技术-> 模型 -> 仿真、实验 -> 分析、结论
会议论文	时效性：新观点、新思想、新技术的分享
学位论文	研究过程比期刊论文更详细，结构更加完整
书	受众比学位论文广，专业性略低于学位论文，e.g. 书从更基础的开始讲起
手册	易查性，数据库功效
行业发展报告、白皮书等	揭示行业技术发展的趋势
技术文档、行业标准等	专业、具体、可操作性

线 性 规 划 简 介

线性规划的定义和一般形式

✧ 线性规划的定义:

(1)、每一个问题都用一组决策变量(x_1, x_2, ⋯, x_n)表示某一方案，这组决策变量的值就代表一个具体方案。一般这些变量取值是非负且**连续的**。

(2)、存在一定的**约束条件，**这些约束条件可以用一组**线性等式**或**线性不等式**来表示。

(3)、都有一个要求达到的**目标**，它可用决策变量的**线性函数**(称为目标函数) 来表示。按问题的不同，要求目标函数实现最大化或最小化。

满足以上三个条件的数学模型称为**线性规划**的数学模型。

✧ 线性规划的一般形式:

目标函数 $\max(\min)\ z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n$

$$
\text{满足约束条件}\begin{cases}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n \leqslant (=, \geqslant)\, b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{2n} x_n \leqslant (=, \geqslant)\, b_2 \\
\cdots \\
a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{mn} x_n \leqslant (=, \geqslant)\, b_m \\
x_1,\quad x_2,\quad \cdots,\quad x_n \geqslant 0
\end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
&\max(\min)\quad \mathbf{cx} \\
&s.t.:\quad \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\
&\qquad\quad \mathbf{Ex} \le \mathbf{F} \\
&\qquad\quad \underline{\mathbf{x}} \le \mathbf{x} \le \overline{\mathbf{x}}
\end{aligned}
$$

应用 1

例1 某工厂在计划期内要安排生产Ⅰ、Ⅱ两种产品, 已知生产单位产品所需的设备台时及A、B 两种原材料的消耗, 如表1-1 所示。

表 1-1

	Ⅰ	Ⅱ	
设　备	1	2	8 台时
原材料 A	4	0	16 kg
原材料 B	0	4	12 kg

该工厂每生产单位产品Ⅰ可获利2 元, 每生产单位产品Ⅱ可获利3 元, 问应如何安排计划使该工厂获利最多?

目标函数　$\max \quad z = 2x_1 + 3x_2$

满足约束条件:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leqslant 8 \\ 4x_1 \leqslant 16 \\ 4x_2 \leqslant 12 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

线性规划的定义和一般形式

1

$$\min : \{F = 4P_{G1} + 6P_{G2}\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100$$

2

$$\min : \left\{ \begin{aligned} F &= 0.0007P_{G1}^2 + 0.30P_{G1} + 4 \\ &+ 0.0004P_{G2}^2 + 0.32P_{G2} + 3 \end{aligned} \right\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 400$$

3

$$\min : \{F = 4P_{G1} + 6P_{G2}\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100$$
$$P_{2\min} \le P_{G1} \le P_{1\max}$$
$$P_{2\min} \le P_{G2} \le P_{2\max}$$

4

$$\min : \{F = 4P_{G1} + 6P_{G2} + 2I_1 + 3I_2\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100$$
$$P_{2\min} \le P_{G1} \le P_{1\max}$$
$$P_{2\min} \le P_{G2} \le P_{2\max}$$
$$I_1, I_2 \in \{0,1\}$$

5

$$\min : \{F = 4P_{G1} + 6P_{G2} + 5\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100$$

$$\min : \{F = 4P_{G1} + 6P_{G2} + 5x\}$$
$$st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100$$
$$x = 1$$

线性规划求解方法思路简介

应用 2

例2　某工厂拥有，A 、B 、C 三种类型的设备，生产甲、乙、丙、丁四种产品。每件产品在生产中需要占有的设备机时数，每件产品可以获得的利润以及三种设备可利用小时数如下表所示，求使得总利润最大的生产计划。

	产品甲	产品乙	产品丙	产品丁	设备能力（小时）
设备 A	1.5	1.0	2.4	1.0	2000
设备 B	1.0	5.0	1.0	3.5	8000
设备C	1.5	3.0	3.5	1.0	5000
利润（元/千克）	5.24	7.30	8.34	4.18	

线性规划的求解方法

✧ **线性规划——单纯型法：**

$$\max(\min)\ \ \mathbf{cx}$$
$$s.t.:\ \ \mathbf{Ax}=\mathbf{b}$$
$$\mathbf{Ex}\le\mathbf{F}$$
$$\underline{\mathbf{x}}\le\mathbf{x}\le\overline{\mathbf{x}}$$

线性规划之父：George Bernard Dantzig 乔治•伯纳德•丹茨格 生于1914年11月8日，于2005年5月13日逝世，享年91岁。

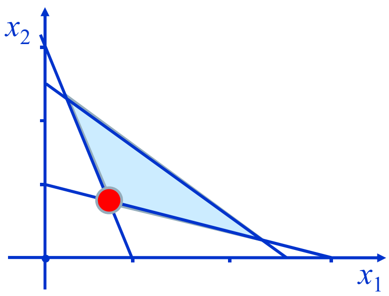
1947年，Dantzig为解决美国制定空军军事规划时，提出了线性规划问题及其求解方法—单纯形法，使得线性规划在理论上日趋成熟，在实用中日益广泛和深入。

线性规划的求解方法

✧ **线性规划——单纯型法（simplex algorithm）：**

$$\min\ \ \mathbf{cx}$$
$$s.t.:\ \ \mathbf{Ax}=\mathbf{b}$$
$$\mathbf{Ex}\le\mathbf{F}$$
$$\underline{\mathbf{x}}\le\mathbf{x}\le\overline{\mathbf{x}}$$

$$\min\ \ \mathbf{cx}$$
$$s.t.:\ \ \mathbf{A}'\mathbf{x}\le\mathbf{b}'$$
$$\mathbf{x}\ge 0$$



✧ **关键点1——约束条件**

$$s.t.:\mathbf{A}'\mathbf{x}\le b'$$
$$x\ge 0$$

凸多面体

✧ **关键点2——最优解**

定理1：若线性规划问题存在可行解，则该问题的可行域是凸集。

定理2：线性规划问题的基可行解x对应可行域(凸集)的顶点。

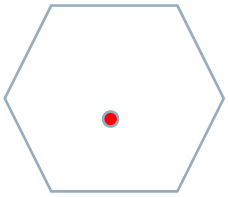
定理3：若问题存在最优解，一定存在一个基可行解是最优解。

最优解为凸多面体顶点

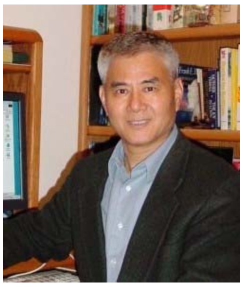
线性规划的求解方法

✧ 线性规划—内点法（interior point method）：

内点法的主要思想：在约束域内寻找一初始点，
通过不断迭代下降方向和步长来进行求解。



1984，Karmarkar投影法。
1985，原仿射尺度算法。
1986，对数障碍函数法。
1990s，路径跟踪法。

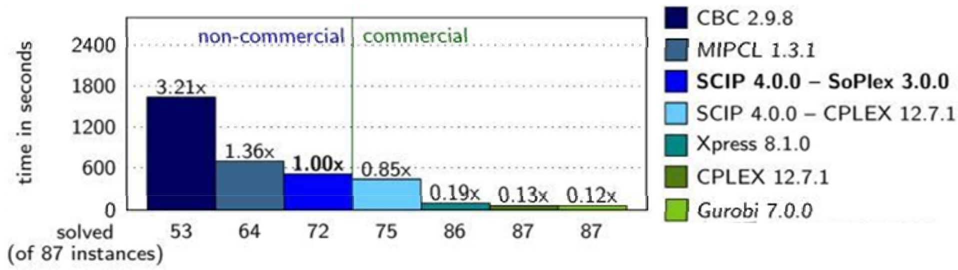


叶荫宇出生于1948年，1982年毕业于华中科技大学自动控制系，1983年于美国斯坦福大学获得工程经济系统硕士学位；1988年获得斯坦福大学工程经济系统和运筹学博士学位。博士生导师是线性规划之父G.B.Dantzig。2002年回到斯坦福大学担任终身教授，2006年5月受聘为华中科技大学教授。2009年获得运筹管理学领域最高奖项——冯·诺依曼理论奖，也是首位获此奖项的华人。

优化求解器及建模语言介绍

国内外求解器及性能对比

求解器	国家	发布年份	求解器	国家	发布年份
XPRESS	英国	1983	CPLEX	美国	1988
GLPK	俄国	2000	MOSEK	丹麦	2000
SYMPHONY	美国	2000	SCIP	德国	2001
LPSOLVE	芬兰	2004	SAS	美国	2004
CBC	美国	2005	GUROBI	美国	2009
MATLAB	美国	2014	MIPCL	俄国	2015
CMIP	中国	2018			



国内求解器

1. 中科院CMIP混合整数规划求解器

著名陈省身数学奖获得者、冯康科学计算奖获得者、中国科学院数学与系统科学院戴彧虹研究员带领CMIP团队从2015年开始，历经30个月，终于自主研发了我国第一个具有国际水平的整数规划求解器CMIP，并于2018年3月确定版本为CMIP 1.0版本。

2. LEAVES优化求解器

LEAVES优化求解器是上海财经大学并行优化国际合作实验室与杉数科技共同牵头建设的一个运筹学与人工智能基础算法平台。目前的功能分为三大模块，即**传统运筹学的根基数学规划、大规模机器学习算法的高效实现和运筹学的实际应用**。其中数学规划求解器的部分，是第一个成规模的华人运筹学优化算法求解器。

高级建模语言

YALMIP、GAMS、AMPL、JuMP、Mosel、Glop

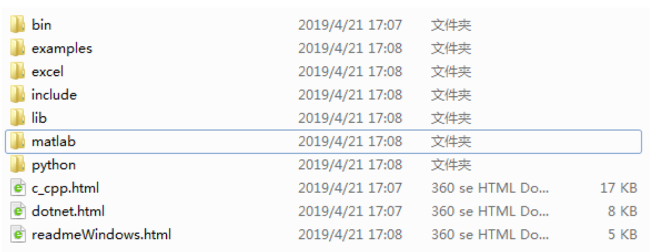
① 作为一种高级建模语言，首先可以把一个数学规划问题更简单地编程；
② 它可以调用以上任意一种优化求解器（如果兼容，Mosel只能调用Xpress）；
③ 你只需写一遍code，便可比较多种不同的求解器，然后取结果最好的那个。

另外，还有一些常用软件，例如Lingo、Matlab甚至Excel都自带了优化模块，可以解线性规划、整数规划问题和其它问题。

推荐：Matlab（Python）+YALMIP+CPLEX（GUROBI）

Matlab设置路径

D:\Program Files\IBM\ILOG\CPLEX_Studio124\cplex



YALMIP语法介绍

1、变量定义

连续变量　x = sdpvar(m, n, [option])

整数变量　x = intvar(m, n, [option])

0-1变量　x = binvar(m, n, [option])

2、目标函数

h = c'*x;

3、约束条件

直接设置：Constraints = [sum(x) <= 10, x(1) == 0, 0.5 <= x(2) <= 1.5];

增加新约束：Constraints = [Constraints； x(2) == 1];

YALMIP语法介绍

4、求解设置

options = sdpsettings('field',value,'field',value,...)

ops = sdpsettings(‘solver’ ， ‘cplex’ ，'verbose',0)

ops = sdpsettings('solver', ‘cplex');
ops = sdpsettings(ops,'verbose',0);

ops = sdpsettings('solver', ‘cplex');
ops.verbose = 0;

result = optimize(Constraints,Objective,options);

5、结果展示

x = value(x)
Obj =value(-Objective)

应用 3

例3 某厂拟用集装箱托运甲乙两种货物，每箱的体积、重量、可获利润以及托运所受限制如下表所示。问两种货物各托运多少箱，可使获得利润为最大?

货物	体积（m^3/箱）	重量（百公斤/箱）	利润（百元/箱）
甲	9	7	40
乙	7	20	90
托运限制	56m^3	7000公斤	

$$\max\ z = 40x_1 + 90x_2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leqslant 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \leqslant 70 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

$$\max\ z = 40x_1 + 90x_2$$

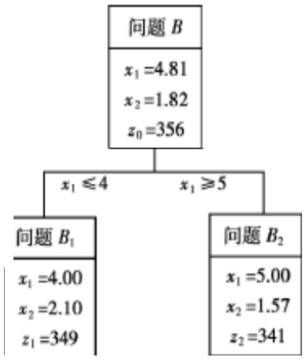
$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leqslant 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \leqslant 70 \\ x_1,\ x_2 \geqslant 0 \\ x_1,\ x_2\ \text{整数} \end{cases}$$

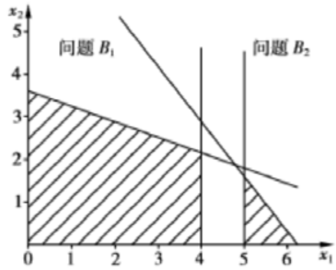
混合整数线性规划简介

分支定界法

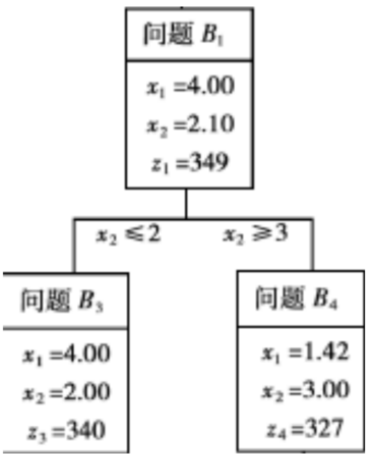
分支定界法的思想主要是：把一个含整数变量规划的问题化为不含整数变量的两个子问题进行不断迭代求解。

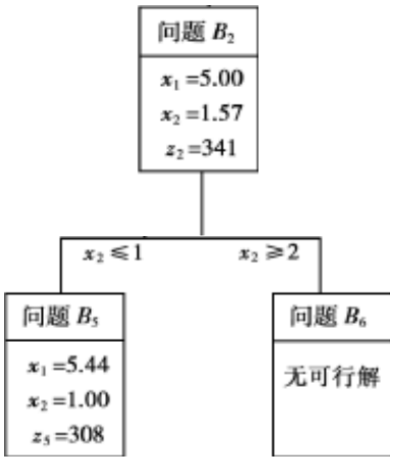
$$
\max\ z = 40x_1 + 90x_2
$$
$$
\begin{cases}
9x_1 + 7x_2 \leqslant 56 \\
7x_1 + 20x_2 \leqslant 70 \\
x_1,\ x_2 \geqslant 0 \\
x_1,\ x_2\ 整数
\end{cases}
$$





分支定界法





应用 3

例3 某厂拟用集装箱托运甲乙两种货物，每箱的体积、重量、可获利润以及托运所受限制如下表所示。问两种货物各托运多少箱，可使获得利润为最大？

货物	体积（m^3/箱）	重量（百公斤/箱）	利润（百元/箱）
甲	9	7	40
乙	7	20	90
托运限制	56m^3	7000公斤	

$$\max\ z = 40x_1 + 90x_2$$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \leqslant 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \leqslant 70 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \\ x_1, x_2 \text{ 整数} \end{cases}$$

应用 4

例4 合理利用线材问题。现要做100 套钢架，每套用长为2. 9m，2. 1m 和1. 5m 的元钢各一根。已知原料长7. 4m，问应如何下料，使用的原材料最省。

表 1-11

下料根数 / 长度(m)	方案 I	方案 II	方案 III	方案 IV	方案 V
2.9	1	2		1	
2.1	0		2	2	1
1.5	3	1	2		3
合计	7.4	7.3	7.2	7.1	6.6
料头	0	0.1	0.2	0.3	0.8

$$\min\ z = 0x_1 + 0.1x_2 + 0.2x_3 + 0.3x_4 + 0.8x_5$$

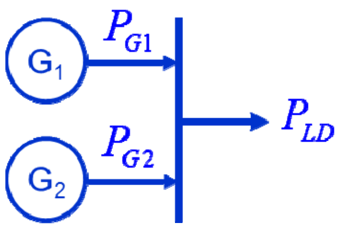
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_4 = 100 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 100 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 100 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geqslant 0 \end{cases}$$

小结

优化决策问题 → 优化问题的决策变量、目标函数、约束条件 → 线性规划 / 混合整数规划 / 非线性规划 / 。。。。。。

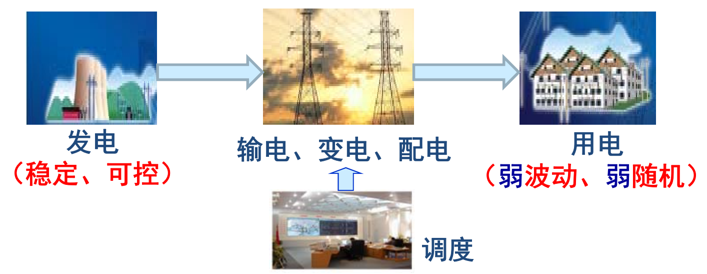
课前作业

✧问题：如右图所示，已知两台火电机组的煤耗特性和总负荷功率，如何确定负荷功率在机组间的分配，使总燃料消耗量最小？



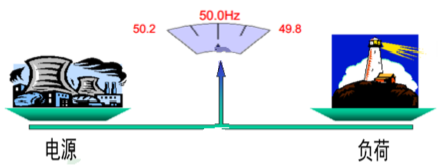
电力系统经济运行问题的数学建模与仿真

电力系统运行简介



特点：

- 发电 / 负荷需实时平衡
- 电能传输近似光速
- 电能难以大规模存储



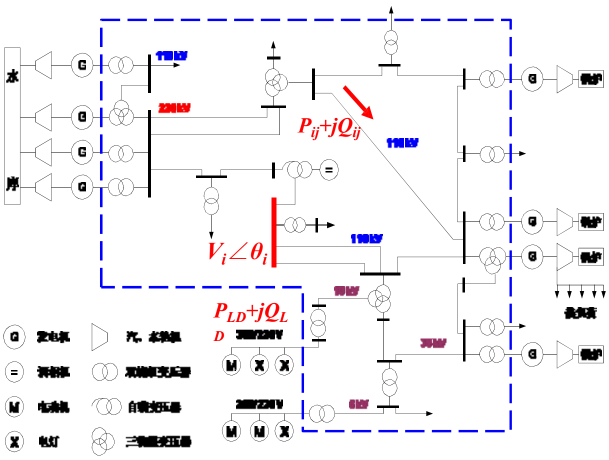
火电厂间有功功率负荷的经济分配

- 2013年我国发电量5.25万亿度，燃煤发电量3.95万亿度，占比73.8%
- 2013年我国火电机组平均供电标准煤耗达到321克/度，日本为312克/度

□ 计算：我国每度电降低1克的煤耗

可节省	可减排
395万吨煤/年	二氧化碳 1027万吨/年
16.3亿元/年	二氧化硫 9.80万吨/年
447万元/天	氮氧化物 2.80万吨/年

电力系统最优潮流的定义



控制变量：发电机输出功率、可调变压器抽头等。

运行约束：功率平衡、发电机出力、线路容量、节点电压等。

性能指标：发电成本或网络损耗等。

定义：当系统的结构参数和负荷情况都已给定时，调节可利用的控制变量(如发电机输出功率、可调变压器抽头等)来找到能满足所有运行约束条件的，并使系统的某一性能指标(如发电成本或网络损耗)达到最优值下的潮流分布。

电力系统最优潮流数学模型

基于交流潮流的电力系统最优潮流模型:

目标函数 $\min \quad f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i \in S_G} [a_i P_{Gi}^{\ 2} + b_i P_{Gi} + c_i]$

运行约束

(1) 节点功率平衡方程

$$V_i \sum_{j=1}^{n} V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) - P_{G_i} + P_{D_i} = 0 \qquad \forall i = 1, \ldots, N$$

$$V_i \sum_{j=1}^{n} V_j (G_{ij} \sin\theta_{ij} - B_{ij} \cos\theta_{ij}) - Q_{G_i} + Q_{D_i} = 0 \qquad \forall i = 1, \ldots, N$$

(2) 各变量上下限

$$\underline{P}_{Gi} \le P_{Gi} \le \overline{P}_{Gi} \qquad \underline{Q}_{Gi} \le Q_{Gi} \le \overline{Q}_{Gi} \qquad \underline{V}_i \le V_i \le \overline{V}_i$$

$$\underline{P}_{ij} \le P_{ij} = V_i V_j (G_{ij} \cos\theta_{ij} + B_{ij} \sin\theta_{ij}) - V_i^2 G_{ij} \le \overline{P}_{ij}$$

电力系统最优潮流数学模型

基于直流潮流的电力系统最优潮流模型:

目标函数 $\boxed{\min \quad f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i \in S_G} [a_i P_{Gi}^{\ 2} + b_i P_{Gi} + c_i]}$

运行约束

(1) 节点功率平衡方程

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\theta_{ij}}{X_{ij}} - P_{G_i} + P_{D_i} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{P}_{\mathrm{N}} = \mathbf{Y}\boldsymbol{\theta}$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{i \in S_G} P_{Gi} = D$$

(2) 各变量上下限

$$\underline{P}_{Gi} \le P_{Gi} \le \overline{P}_{Gi}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\mathbf{P}}_{\mathrm{G}} \le \mathbf{P}_{\mathrm{G}} \le \overline{\mathbf{P}}_{\mathrm{G}}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\mathbf{P}}_{\mathrm{G}} \le \mathbf{P}_{\mathrm{G}} \le \overline{\mathbf{P}}_{\mathrm{G}}$$

$$\underline{P}_{ij} \le \frac{\theta_{ij}}{X_{ij}} \le \overline{P}_{ij}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}} \le \mathbf{S}\mathbf{P}_{\mathrm{N}} \le \overline{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}} \le \mathbf{S}\mathbf{P}_{\mathrm{N}} \le \overline{\mathbf{P}}_{\mathrm{L}}$$

电力系统机组组合数学模型

目标函数

$$\min \sum_{k\in K}\sum_{j\in J}[c^{p}(j,k)+c^{u}(j,k)+c^{d}(j,k)]$$

功率平衡约束

$$\sum_{j\in J} p(j,k)=D(k)$$

机组最大最小出力约束

$$\underline{p}(j,k)\le p(j,k)\le \overline{p}(j,k)$$

$$\underline{P}_{j}v(j,k)\le \underline{p}(j,k)$$

$$\overline{p}(j,k)\le \overline{P}_{j}v(j,k)$$

系统正/负旋转备用约束

$$\sum_{j\in J}\overline{p}(j,k)\ge D(k)\cdot(1+L\%)$$

$$\sum_{j\in J}\underline{p}(j,k)\le D(k)$$

线路容量约束

$$-\mathbf{f}_{\mathrm{lim}}\le \mathbf{Sp}\le \mathbf{f}_{\mathrm{lim}}$$

常规机组爬坡容量约束

$$\overline{p}(j,k)\le p(j,k-1)+RU_{j}v(j,k-1)+SU_{j}[v(j,k)-v(j,k-1)]+\overline{P}_{j}[1-v(j,k)]$$

$$\overline{p}(j,k)\le \overline{P}_{j}v(j,k+1)+SD_{j}[v(j,k)-v(j,k+1)]$$

$$p(j,k-1)-\underline{p}(j,k)\le RD_{j}v(j,k)+SD_{j}[v(j,k-1)-v(j,k)]+\overline{P}_{j}[1-v(j,k-1)]$$

最小启停时间约束

$$\sum_{k=1}^{G_i}[1-v(j,k)]=0$$

$$\sum_{n=k}^{k+UT_j-1} v(j,n)\ge UT_{j}[v(j,k)-v(j,k-1)]$$

$$\sum_{n=k}^{T}\{v(j,n)-[v(j,k)-v(j,k-1)]\}\ge 0$$

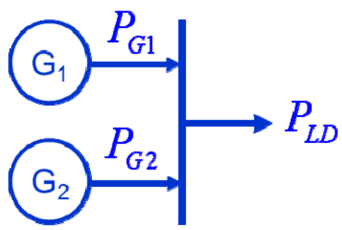
$$\sum_{k=1}^{L_i} v(j,k)=0$$

$$\sum_{n=k}^{k+DT_j-1}[1-v(j,n)]\ge DT_{j}[v(j,k-1)-v(j,k)]$$

$$\sum_{n=k}^{T}\{1-v(j,n)-[v(j,k-1)-v(j,k)]\}\ge 0$$

课前作业

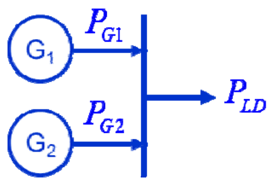
✧问题：如右图所示，已知两台火电机组的煤耗特性和总负荷功率，如何确定负荷功率在机组间的分配，使总燃料消耗量最小？

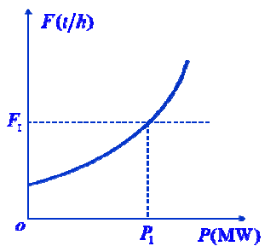


✧预习任务：1、搜集和学习相关参考资料；2、建立上述问题的数学优化模型；3、在Matlab中利用YALMIP语法要求编写代码，并调用CPLEX求解器求解问题。

如何建模和求解？

电力系统经济运行问题的数学建模与仿真





$$\boxed{F(P) = aP^2 + bP + c}$$

✧ 参数:

$$\boxed{\begin{aligned} &F_1 = 0.0007P_{G1}^2 + 0.30P_{G1} + 4 \\ &F_2 = 0.0004P_{G2}^2 + 0.32P_{G2} + 3 \\ &P_{LD2} = 100\text{MW} \end{aligned}}$$

✧ 数学模型:

$$\begin{aligned} &\min: \{F = F_1(P_{G1}) + F_2(P_{G2})\} \\ &st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = P_{LD} \end{aligned}$$

✧ 求解:

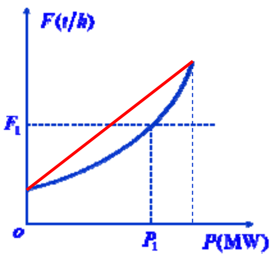
$$\begin{aligned} &\min: \left\{ \begin{aligned} F &= 0.0007P_{G1}^2 + 0.30P_{G1} + 4 \\ &+ 0.0004P_{G2}^2 + 0.32P_{G2} + 3 \end{aligned} \right\} \\ &st. \quad : P_{G1} + P_{G2} = 100 \end{aligned}$$

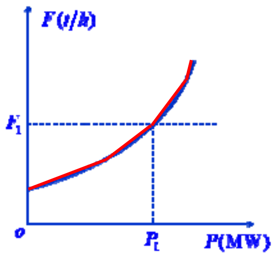
电力系统经济运行问题的数学建模与仿真

✧ 求解:

$$\min:\left\{\begin{aligned}F&=0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\&+0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{aligned}\right\}$$

$$st.\quad :P_{G1}+P_{G2}=100$$





$$\min:\left\{\begin{aligned}F&=0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\&+0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{aligned}\right\}$$

$$\begin{aligned}st.\quad :&P_{G1}+P_{G2}=100\\&30\le P_{G1}\le 150\\&0\le P_{G2}\le 50\end{aligned}$$

$$\min:\left\{\begin{aligned}F&=0.72P_{G1}-52\\&+0.44P_{G2}-5\end{aligned}\right\}$$

$$\begin{aligned}st.\quad :&P_{G1}+P_{G2}=100\\&30\le P_{G1}\le 150\\&0\le P_{G2}\le 50\end{aligned}$$

电力系统经济运行问题的数学建模与仿真

$$c^p(j)=a_jp^2(j)+b_jp(j)+c_j$$

线性化

$$c^p(j)=A_j+\sum_{\ell=1}^{NL_j}F_{\ell j}\delta_\ell(j),$$

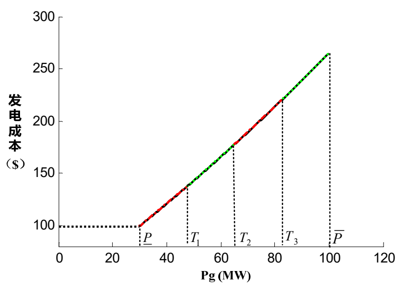
$$p(j)=\sum_{\ell=1}^{NL_j}\delta_\ell(j)+\underline{P}_j,$$

$$\delta_1(j)\le T_{1j}-\underline{P}_j,$$

$$\delta_\ell(j)\le T_{\ell j}-T_{\ell j-1},\forall\ell=2\cdots NL_j-1$$

$$\delta_{NL_j}(j)\le\overline{P}_j-T_{NL_j-1},$$

$$\delta_\ell(j,k)\ge 0,\quad\forall\ell=1\cdots NL_j$$



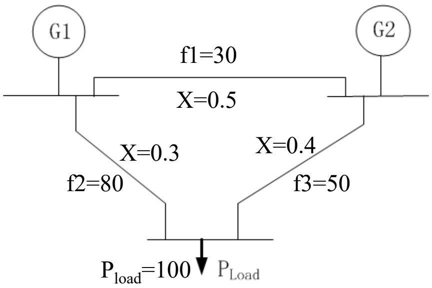
$a_j=0.0007$ $\quad\underline{P}_j=200$

$b_j=0.30$ $\quad\overline{P}_j=400$

$c_j=4$

课堂练习

习题：



$$S=\begin{bmatrix}0 & -7/12 & -1/4\\ 0 & -5/12 & -3/4\\ 0 & 5/12 & -1/4\end{bmatrix}$$

目标函数 $\min:\begin{Bmatrix}F=0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\ +0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{Bmatrix}$

运行约束

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1}+P_{G2}=100$$

（2）发电机出力上下限

$$30\le P_{G1}\le 150$$

$$0\le P_{G2}\le 50$$

（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}\le S\begin{bmatrix}P_{G1}\\P_{G2}\\-100\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}$$

非 线 性 优 化 简 介

电力系统最优潮流求解

非线性规划：

$$
\begin{aligned}
&\min \quad f(\mathbf{x}) \\
&s.t.: \quad \boldsymbol{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\
&\qquad\quad \underline{\boldsymbol{g}} \le \boldsymbol{g}(\mathbf{x}) \le \overline{\boldsymbol{g}}
\end{aligned}
$$

注： （1）非线性规划目前还没有适于各种问题的一般算法。

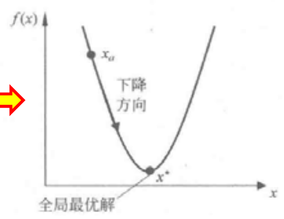
（2）非线性规划问题的最优解可能在其可行域中的任意一点达到。

电力系统最优潮流求解

非线性规划问题分类：

✧ 无约束问题：

$$\min \quad f(\mathbf{x})$$



一般采用**梯度下降**的方法进行求解。

✧ 有约束问题：

$$
\begin{aligned}
&\min \quad f(\mathbf{x}) \\
&s.t.: \quad \boldsymbol{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\
&\qquad\quad \underline{\boldsymbol{g}} \le \boldsymbol{g}(\mathbf{x}) \le \overline{\boldsymbol{g}}
\end{aligned}
$$

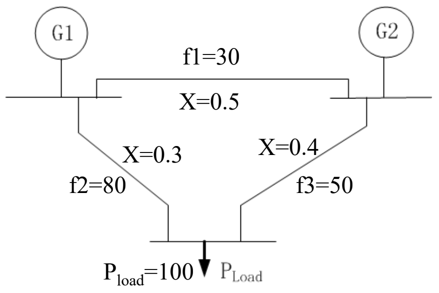
罚函数或障碍函数

$$\min \quad f'(\mathbf{x})$$

注：Matlab求解非线性规划的函数为**fmincon**。

课堂练习

习题：



$$S=\begin{bmatrix}0 & -7/12 & -1/4\\ 0 & -5/12 & -3/4\\ 0 & 5/12 & -1/4\end{bmatrix}$$

目标函数 $\min:\left\{\begin{array}{l}F=0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\ \quad +0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{array}\right\}$

运行约束

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1}+P_{G2}=100$$

（2）发电机出力上下限

$$30\le P_{G1}\le 150$$

$$0\le P_{G2}\le 50$$

（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}\le S\begin{bmatrix}P_{G1}\\P_{G2}\\-100\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}$$

电力系统经济运行问题的数学建模与仿真

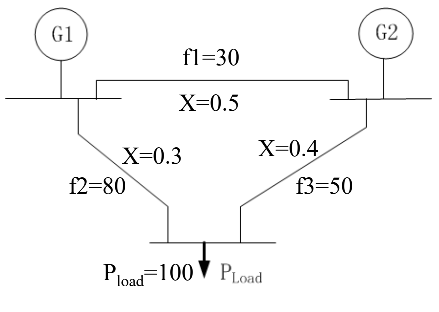
✧小结：

电力系统经济运行问题 ➡ 优化问题的**决策变量、目标函数、约束条件** ➡ 线性规划 / 混合整数规划 / 非线性规划 / ……

智能算法求解优化问题

课堂练习

习题：



$$S=\begin{bmatrix}0 & -7/12 & -1/4\\ 0 & -5/12 & -3/4\\ 0 & 5/12 & -1/4\end{bmatrix}$$

目标函数 $\min:\left\{\begin{aligned}F &= 0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\ &+0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{aligned}\right\}$

运行约束

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1}+P_{G2}=100$$

（2）发电机出力上下限

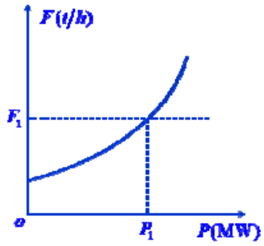
$$30\le P_{G1}\le 150$$

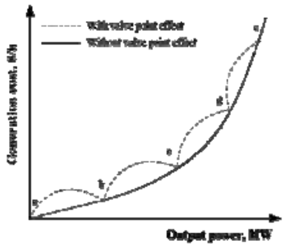
$$0\le P_{G2}\le 50$$

（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}\le S\begin{bmatrix}P_{G1}\\P_{G2}\\-100\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}30\\80\\50\end{bmatrix}$$

考虑发电机阀点效应的最优潮流计算



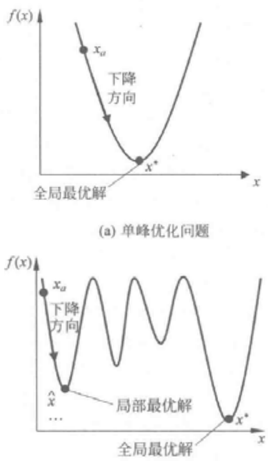


$$F(P) = aP^2 + bP + c$$

$$F(P) = aP^2 + bP + c + \left| e * \sin(f * (P_{min} - P)) \right|$$

$$\min: \left\{ \begin{aligned} F &= 0.0007P_{G1}^2 + 0.30P_{G1} + 4 + \left|10 * \sin(0.126 * (30 - P_{G1}))\right| \\ &+ 0.0004P_{G2}^2 + 0.32P_{G2} + 3 + \left|3 * \sin(0.378 * (0 - P_{G2}))\right| \end{aligned} \right\}$$

多峰优化问题



(a) 单峰优化问题

(b) 多峰优化问题

目标函数

运行约束

$$\min: \left\{ \begin{aligned} F &= 0.0007P_{G1}^2 + 0.30P_{G1} + 4 \\ &+ \left|10 * \sin(0.126 * (30 - P_{G1}))\right| \\ &+ 0.0004P_{G2}^2 + 0.32P_{G2} + 3 \\ &+ \left|3 * \sin(0.378 * (0 - P_{G2}))\right| \end{aligned} \right\}$$

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1} + P_{G2} = 100$$

（2）发电机出力上下限

$$30 \le P_{G1} \le 150$$

$$0 \le P_{G2} \le 50$$

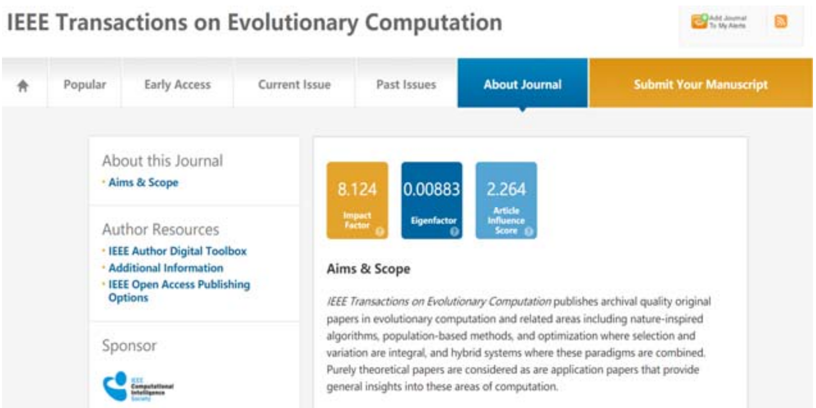
（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix} 30 \\ 80 \\ 50 \end{bmatrix} \le S \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ -100 \end{bmatrix} \le \begin{bmatrix} 30 \\ 80 \\ 50 \end{bmatrix}$$

传统数学方法难以求解的生产调度问题，可以借助人工智能的方法—智能计算

基本概念

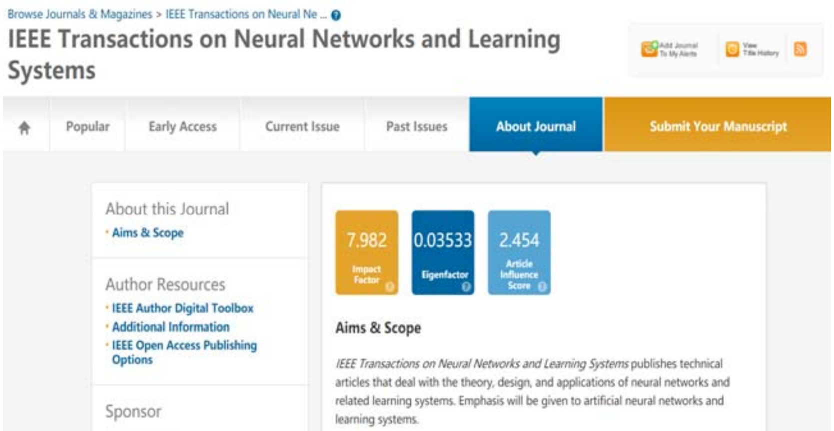
计算智能主要包括：进化计算、群智能计算、神经计算、模糊计算等。



https://ieeexplore.ieee.org/xpl/aboutJournal.jsp?punumber=4235

基本概念

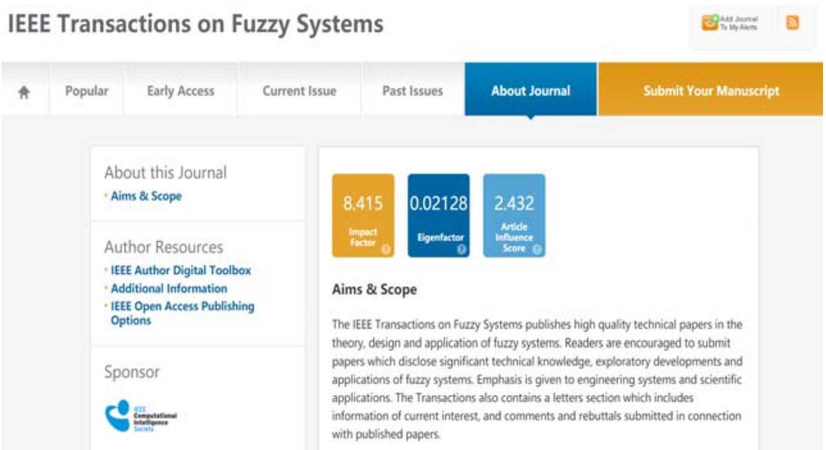
计算智能主要包括：进化计算、群智能计算、神经计算、模糊计算等。



https://ieeexplore.ieee.org/xpl/RecentIssue.jsp?punumber=5962385

基本概念

计算智能主要包括：进化计算、群智能计算、神经计算、模糊计算等。



https://ieeexplore.ieee.org/xpl/RecentIssue.jsp?punumber=91

测试函数库

➢ 高维单模函数：只有一个极值点，决策变量多

Test function	n	S	$f_{\min}$
$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	30	$[-100,100]^n$	0
$f_2(x)=\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i\rvert+\prod_{i=1}^{n}\lvert x_i\rvert$	30	$[-10,10]^n$	0
$f_3(x)=\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{i} x_j\right)^2$	30	$[-100,100]^n$	0
$f_4(x)=\max_i\{\lvert x_i\rvert, 1\le i\le n\}$	30	$[-100,100]^n$	0
$f_5(x)=\sum_{i=1}^{n-1}(100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1))^2$	30	$[-30,30]^n$	0
$f_6(x)=\sum_{i=1}^{n}(\lfloor x_i+0.5\rfloor)^2$	30	$[-100,100]^n$	0
$f_7(x)=\sum_{i=1}^{n} i x_i^4+\mathrm{random}[0,1)$	30	$[-1.28,1.28]^n$	0

测试函数库

➢ 高维多模函数：多极值点，决策变量多

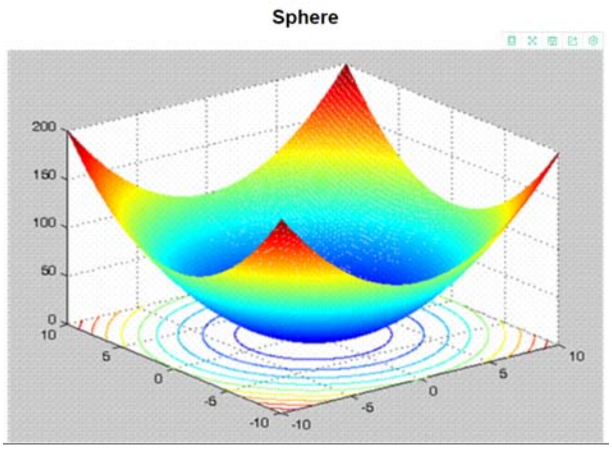
$f_8(x) = -\sum_{i=1}^{n} \left(x_i \sin\left(\sqrt{\lvert x_i \rvert}\right)\right)$	30	$[-500, 500]^n$	−12569.5
$f_9(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10)^2$	30	$[-5.12, 5.12]^n$	0
$f_{10}(x) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos 2\pi x_i\right) + 20 + e$	30	$[-32, 32]^n$	0
$f_{11}(x) = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{30}(x_i - 100)^2 - \prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i - 100}{\sqrt{i}}\right) + 1$	30	$[-600, 600]^n$	0
$f_{12}(x) = \frac{\pi}{n}\left\{10\sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{29}(y_i - 1)^2[1 + 10\sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n - 1)^2\right\} + \sum_{i=1}^{30} u(x_i, 10, 100, 4)$, $y_i = 1 + \frac{1}{4}(x_i + 1)$, $u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \le x_i \le a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$	30	$[-50, 50]^n$	0
$f_{13}(x) = 0.1\left\{\sin^2(\pi 3x_1) + \sum_{i=1}^{29}(x_i - 1)^2[1 + \sin^2(3\pi x_{i+1})] + (x_n - 1)^2[1 + \sin^2(2\pi x_{30})]\right\} + \sum_{i=1}^{30} u(x_i, 5, 100, 4)$	30	$[-50, 50]^n$	0

测试函数库

➢ 低维多模函数：有多个极值点，决策变量少

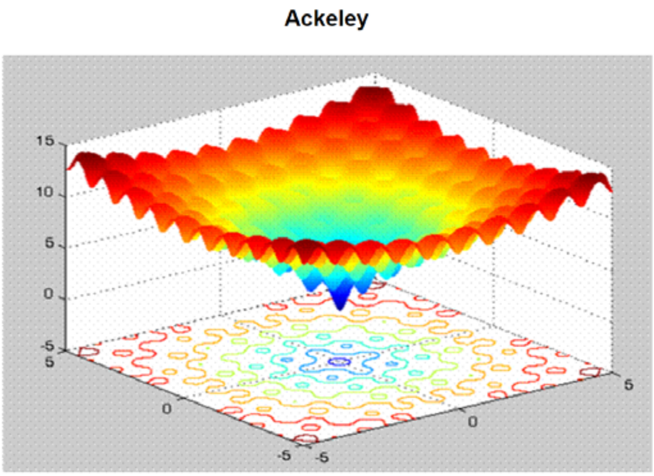
$f_{14}(x) = \left[\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25}\frac{1}{j + \sum_{i=1}^{2}(x_i - a_{ij})^6}\right]^{-1}$	2	$[-65.536, 65.536]^n$	1
$f_{15}(x) = \sum_{i=1}^{11}\left[a_i - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4}\right]^2$	4	$[-5, 5]^n$	0.0003075
$f_{16}(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1 x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	$[-5, 5]^n$	−1.0316285
$f_{17}(x) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6\right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)\cos x_1 + 10$	2	$[-5, 10] \times [0, 15]$	0.398
$f_{18}(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \times [30 + (2x + 1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$	2	$[-2, 2]^n$	3
$f_{19}(x) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^{4} a_{ij}(x_j - p_{ij})^2\right]$	3	$[0, 1]^n$	−3.86
$f_{20}(x) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^{6} a_{ij}(x_j - p_{ij})^2\right]$	6	$[0, 1]^n$	−3.32
$f_{21}(x) = -\sum_{i=1}^{5}[(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	−10
$f_{22}(x) = -\sum_{i=1}^{7}[(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	−10
$f_{23}(x) = -\sum_{i=1}^{10}[(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	-10

测试函数库–举例



$$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \quad (n=2)$$

测试函数库–举例



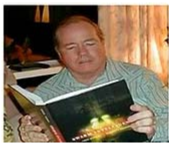
$$f_{10}(x) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$$

群体智能

- 群体智能源于对以蚂蚁、蜜蜂等为代表的社会性昆虫的群体行为的研究。最早被用在细胞机器人系统的描述中。
- 1991 年意大利学者 Dorigo 提出蚁群优化（Ant Colony Optimization，ACO）理论，群体智能作为一个理论被正式提出，并逐渐吸引了大批学者的关注，从而掀起了研究高潮。
- 1995年，Kennedy 等学者提出粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization，PSO)，此后群体智能研究迅速展开，但大部分工作都是围绕ACO和PSO 进行的。

粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization, PSO）

- 由**James Kenney（社会心理学博士）**肯尼迪和**Russ Eberhart（电子工程学博士）**艾伯哈特，1995年提出；
- 模拟鸟群或蜂群的觅食行为；
- 基本思想：通过群体中个体之间的协作和信息共享来寻找最优解。



肯尼迪

艾伯哈特

鸟类的觅食

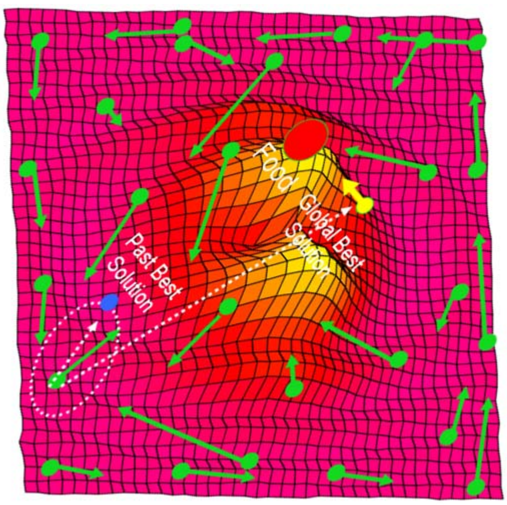
- 假设一群鸟在随机的搜索食物，在一块区域里只有一块食物，所有的鸟都不知道食物在哪。但是它们知道自己的当前位置距离食物有多远。
- 那么这群鸟找到食物的最优策略是什么？

最简单有效的就是搜寻离食物最近的鸟的周围区域。

粒子群优化算法

PSO算法基本思路：

- 初始化为一群随机粒子（位置和速度），通过迭代找到最优。
- 每次迭代中，粒子通过跟踪“个体极值(pbest)”和“全局极值(gbest) ”来更新自己的位置。



粒子群优化算法-关键公式

粒子速度和位置的更新：

$$
\begin{aligned}
v_{id}^{k+1} &= wv_{id}^{k} + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^{k}) + c_2 rand()(p_{gbest} - x_{id}^{k}) \\
x_{id}^{k+1} &= x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1} \qquad i = 1,2,\cdots,m;\ d = 1,2,\cdots,D
\end{aligned}
$$

- 其中，w称为惯性权重，
- c_1和c_2为两个大于0的常系数，称为加速因子。
- rand()为[0,1]上的随机均值函数。
- x_d为粒子当前位置，p_d为粒子历史最好位置，p_{gbest}为全体粒子所经过的最好位置，v_d为粒子速度。

粒子群优化算法-关键公式

粒子速度和位置的更新：

$$
\begin{aligned}
v_{id}^{k+1} &= wv_{id}^{k} + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^{k}) + c_2 rand()(p_{gbest} - x_{id}^{k}) \\
x_{id}^{k+1} &= x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1} \qquad i = 1,2,\cdots,m;\ d = 1,2,\cdots,D
\end{aligned}
$$

“惯性部分”，对自身运动状态的信任。

“认知部分”，粒子对自身的思考，即来源于自己经验的部分。

“社会部分”，粒子间的信息共享，来源于群体中的其它优秀粒子的经验。

粒子群优化算法-关键点

惯性权重w

- 表示微粒对当前自身运动状态的信任，依据自身的速度进行惯性运动，使其有扩展搜索空间的趋势，有能力探索新的区域。
- 较大的w有利于跳出局部极值，而较小的w有利于算法收敛。

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^{k} + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^{k}) + c_2 rand()(p_{gbest} - x_{id}^{k})$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1} \qquad i = 1,2,\cdots,m;\ d = 1,2,\cdots,D$$

粒子群优化算法-关键点

加速常数c_1和c_2

- 代表将粒子推向pbest和gbest位置的统计加速项的权重。
- 较小的值允许粒子在被拉回之前可以在目标区域外徘徊，而较大的值则导致粒子突然冲向或越过目标区域。

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^{k} + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^{k}) + c_2 rand()(p_{gbest} - x_{id}^{k})$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1} \qquad i = 1,2,\cdots,m;\ d = 1,2,\cdots,D$$

粒子群优化算法-关键点

加速常数c_1和c_2

- 将c_1和c_2统一为一个控制参数，$\varphi= c_1+c_2$
- 如果φ很小，粒子群运动轨迹将非常缓慢；
- 如果φ很大，则粒子位置变化非常快；
- 实验表明，当$\varphi=4$（通常$c_1=2.0$，$c_2=2.0$）时，具有很好的收敛效果。

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^{k} + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^{k}) + c_2 rand()(p_{gbest} - x_{id}^{k})$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^{k} + v_{id}^{k+1} \qquad i = 1,2,\cdots,m;\ d = 1,2,\cdots,D$$

粒子群优化算法-高维空间

粒子速度和位置-符号表达：

- 假设在D维搜索空间中，有m个粒子；
- 其中第i个粒子的位置为矢量 $\vec{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots, x_{iD})$
- 其飞翔速度也是一个矢量，记为 $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iD})$
- 第i个粒子搜索到的最优位置为 $\vec{p}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$
- 整个粒子群搜索到的最优位置为 $\vec{p}_{gbest} = (p_{gbest1}, p_{gbest2}, \cdots, p_{gbestD})$

粒子群优化算法流程

① 初始化一群粒子（群体规模），包括随机的位置和速度；

② 评价每个粒子的适应度；

③ 对每个粒子更新个体最优位置；

④ 更新全局最优位置；

⑤ 根据速度和位置方程更新每个粒子的速度和位置；

⑥ 如未满足结束条件（通常为满足足够好的适应值或达到设定的最大迭代次数），返回②。

粒子群优化算法-其他注意事项

- **粒子数**

  一般取20～40，对较难或特定类别的问题可以取100～200。

- **最大速度v_{max}**

  决定粒子在一个循环中最大的移动距离，通常设定为粒子的范围宽度。

- **终止条件**

  最大循环数以及最小错误要求。

课堂练习

➢ 高维单模函数：只有一个极值点，决策变量多

Test function	n	S	$f_{\min}$
$f_1(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i^2$	30	$[-100, 100]^n$	0
$f_2(x)=\sum_{i=1}^{n} \lvert x_i\rvert+\prod_{i=1}^{n} \lvert x_i\rvert$	30	$[-10, 10]^n$	0
$f_3(x)=\sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{i} x_j\right)^2$	30	$[-100, 100]^n$	0
$f_4(x)=\max_i\{\lvert x_i\rvert, 1\le i\le n\}$	30	$[-100, 100]^n$	0
$f_5(x)=\sum_{i=1}^{n-1}(100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1))^2$	30	$[-30, 30]^n$	0
$f_6(x)=\sum_{i=1}^{n}(\lfloor x_i+0.5\rfloor)^2$	30	$[-100, 100]^n$	0
$f_7(x)=\sum_{i=1}^{n} i x_i^4+\text{random}[0, 1)$	30	$[-1.28, 1.28]^n$	0

课堂练习

➢ 高维多模函数：多极值点，决策变量多

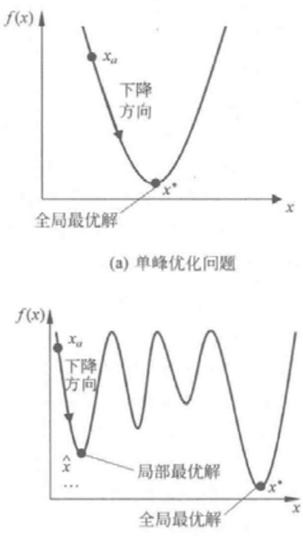
$f_8(x)=-\sum_{i=1}^{n}\left(x_i \sin\left(\sqrt{\lvert x_i\rvert}\right)\right)$	30	$[-500, 500]^n$	-12569.5
$f_9(x)=\sum_{i=1}^{n}(x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10)^2$	30	$[-5.12, 5.12]^n$	0
$f_{10}(x)=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2}\right)-\exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\cos 2\pi x_i\right)+20+e$	30	$[-32, 32]^n$	0
$f_{11}(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{30}(x_i-100)^2-\prod_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{x_i-100}{\sqrt{i}}\right)+1$	30	$[-600, 600]^n$	0
$f_{12}(x)=\frac{\pi}{n}\left\{10\sin^2(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{29}(y_i-1)^2[1+10\sin^2(\pi y_{i+1})]+(y_n-1)^2\right\}+\sum_{i=1}^{30} u(x_i, 10, 100, 4)$	30	$[-50, 50]^n$	0
$y_i=1+\frac{1}{4}(x_i+1)$			
$u(x_i, a, k, m)=\begin{cases} k(x_i-a)^m, & x_i>a \\ 0, & -a\le x_i\le a \\ k(-x_i-a)^m, & x_i<-a \end{cases}$			
$f_{13}(x)=0.1\left\{\sin^2(\pi 3x_1)+\sum_{i=1}^{29}(x_i-1)^2[1+\sin^2(3\pi x_{i+1})]+(x_n-1)^2[1+\sin^2(2\pi x_{30})]\right\}+\sum_{i=1}^{30} u(x_i, 5, 100, 4)$	30	$[-50, 50]^n$	0

课堂练习

➢ 低维多模函数：有多个极值点，决策变量少

$f_{14}(x)=\left[\frac{1}{500}+\sum_{j=1}^{25}\frac{1}{j+\sum_{i=1}^{2}(x_i-a_{ij})^6}\right]^{-1}$	2	$[-65.536, 65.536]^n$	1
$f_{15}(x)=\sum_{i=1}^{11}\left[a_i-\frac{x_1(b_i^2+b_ix_2)}{b_i^2+b_ix_3+x_4}\right]^2$	4	$[-5, 5]^n$	0.0003075
$f_{16}(x)=4x_1^2-2.1x_1^4+\frac{1}{3}x_1^6+x_1x_2-4x_2^2+4x_2^4$	2	$[-5, 5]^n$	−1.0316285
$f_{17}(x)=\left(x_2-\frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2+\frac{5}{\pi}x_1-6\right)^2+10\left(1-\frac{1}{8\pi}\right)\cos x_1+10$	2	$[-5, 10]\times[0, 15]$	0.398
$f_{18}(x)=[1+(x_1+x_2+1)^2(19-14x_1+3x_1^2-14x_2+6x_1x_2+3x_2^2)]\times[30+(2x+1-3x_2)^2(18-32x_1+12x_1^2+48x_2-36x_1x_2+27x_2^2)]$	2	$[-2, 2]^n$	3
$f_{19}(x)=-\sum_{i=1}^{4}c_i\exp\left[-\sum_{j=1}^{4}a_{ij}(x_j-p_{ij})^2\right]$	3	$[0, 1]^n$	−3.86
$f_{20}(x)=-\sum_{i=1}^{4}c_i\exp\left[-\sum_{j=1}^{6}a_{ij}(x_j-p_{ij})^2\right]$	6	$[0, 1]^n$	−3.32
$f_{21}(x)=-\sum_{i=1}^{5}[(x-a_i)(x-a_i)^T+c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	−10
$f_{22}(x)=-\sum_{i=1}^{7}[(x-a_i)(x-a_i)^T+c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	−10
$f_{23}(x)=-\sum_{i=1}^{10}[(x-a_i)(x-a_i)^T+c_i]^{-1}$	4	$[0, 10]^n$	-10

课堂练习



(a) 单峰优化问题

(b) 多峰优化问题

目标函数 $\min:\left\{\begin{array}{l}F=0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\ \quad +0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\end{array}\right\}$

运行约束

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1}+P_{G2}=100$$

（2）发电机出力上下限

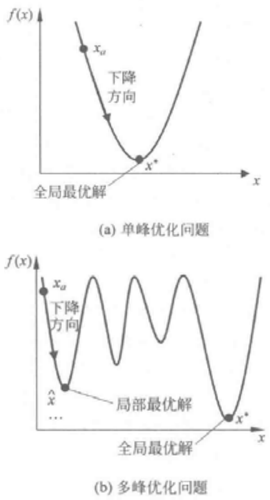
$$30\le P_{G1}\le 150$$

$$0\le P_{G2}\le 50$$

（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix}30\\80\\20\end{bmatrix}\le S\begin{bmatrix}P_{G1}\\P_{G2}\\-100\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}30\\80\\20\end{bmatrix}$$

课堂练习



目标函数

运行约束

$$\min:\left\{\begin{aligned}F &= 0.0007P_{G1}^2+0.30P_{G1}+4\\ &+\left|10*\sin(0.126*(30-P_{G1}))\right|\\ &+0.0004P_{G2}^2+0.32P_{G2}+3\\ &+\left|3*\sin(0.378*(0-P_{G2}))\right|\end{aligned}\right\}$$

（1）节点功率平衡方程

$$P_{G1}+P_{G2}=100$$

（2）发电机出力上下限

$$30\le P_{G1}\le 150$$

$$0\le P_{G2}\le 50$$

（3）线路潮流上下限

$$-\begin{bmatrix}30\\80\\20\end{bmatrix}\le S\begin{bmatrix}P_{G1}\\P_{G2}\\-100\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}30\\80\\20\end{bmatrix}$$

智能计算简介

✧小结：

优点：

- 可以适应较为复杂的优化问题求解，弱化了对于优化问题数学模型性质的要求。
- 编程相对容易实现。
- 隐含并行性。

智能计算简介

✧小结：

缺点：

- 相比于传统优化算法或经典求解算法，智能优化计算的数学理论基础相对薄弱，涉及的各种参数设置没有确切的理论依据。
- 带有随机性，每次的求解不一定一样，当处理突发事件时，系统的反映可能是不可预测的，这在一定程度上增加了其应用风险。
- 高维大规模优化问题求解速度较慢，甚至不收敛，难以适应一些对计算速度要求较高的应用场景。
- 对于某些等式约束的处理可能会比较麻烦。

南大门

醉晚亭

东九教学楼

SGO课题组网站

非 常 感 谢!

祝 大 家 学 习 愉 快!

SGO课题组公众号

青年园

校史馆

电气学科大楼