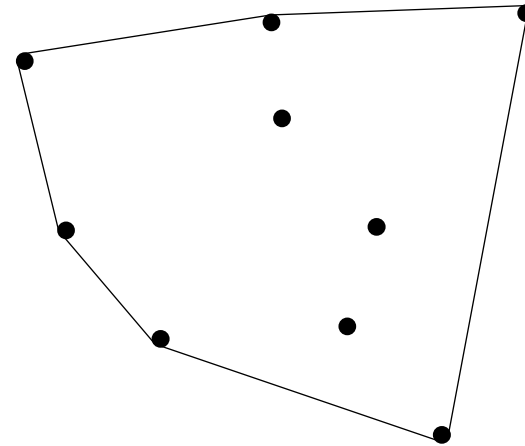
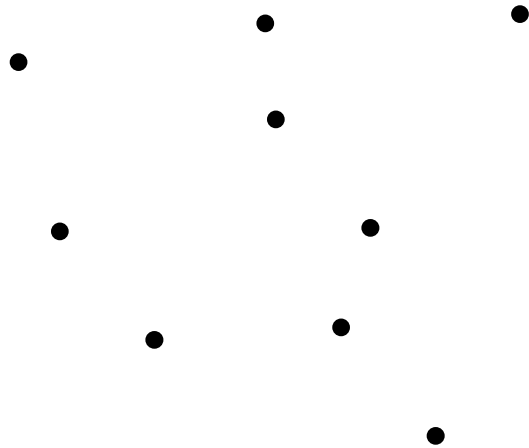


Algoritmos Fecho convexo

Prof. Me. Jonas Lopes de Vilas Boas

Fecho convexo

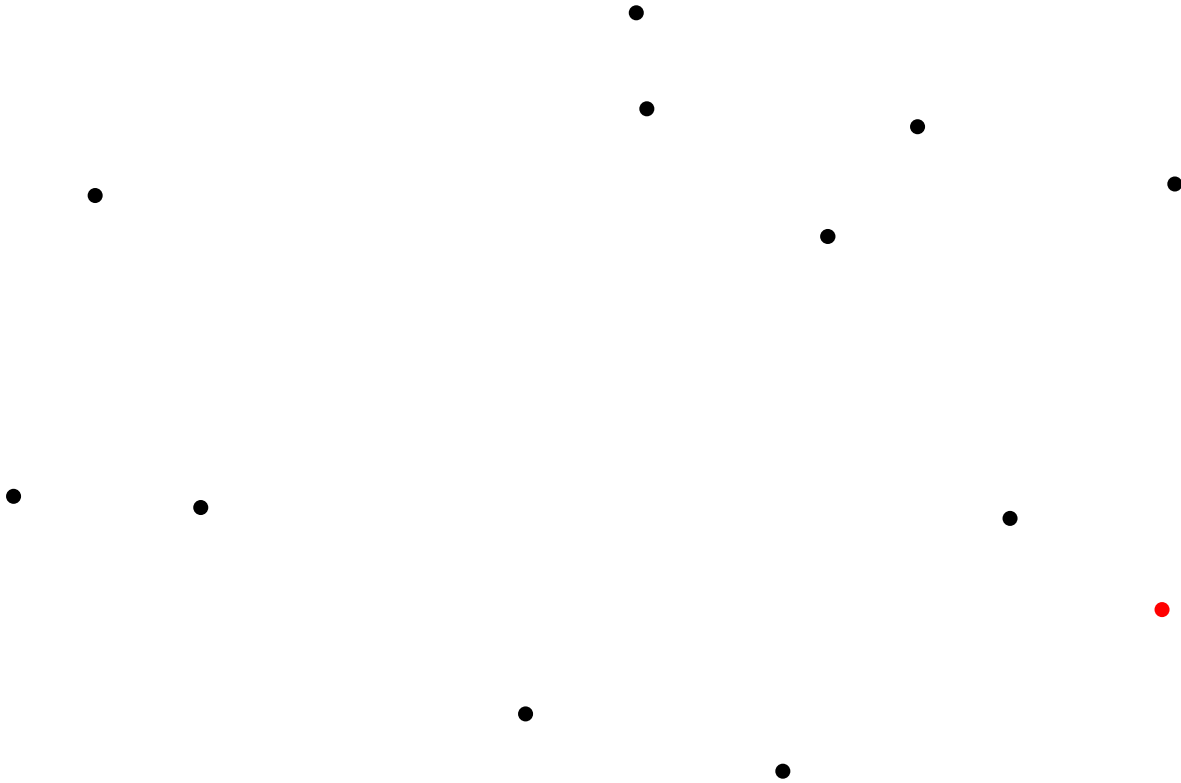
É a menor região **convexa** que contém todos os pontos de um determinado conjunto.



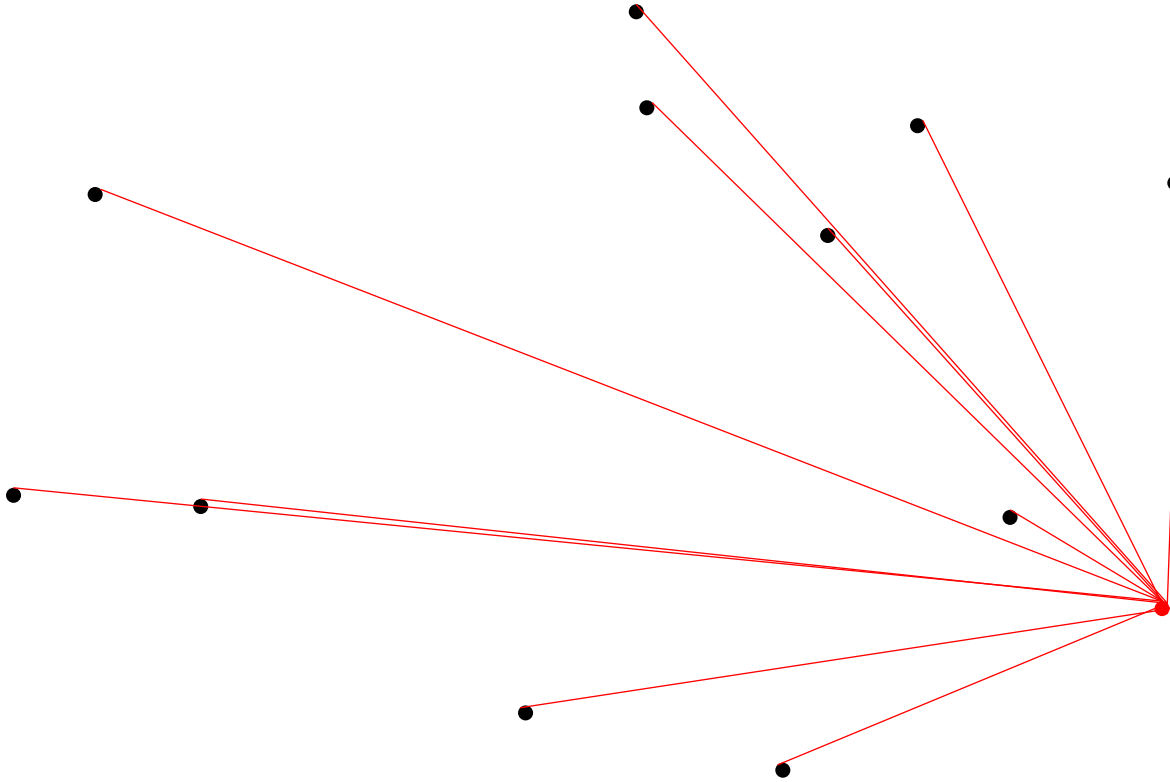
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$

- Escolha o nó mais à direita e mais abaixo.
- Trace um segmento para cada um dos pontos restantes.
- Escolha o segmento que forme o menor ângulo no sentido anti-horário em relação ao eixo x.
- Escolha o outro ponto do segmento para continuar.
- Repita até formar o feixo:
 - Trace um segmento para cada um dos pontos restantes.
 - Escolha o segmento que forme o menor ângulo no sentido anti-horário em relação ao ultimo segmento.
 - Escolha o outro ponto do segmento para continuar.

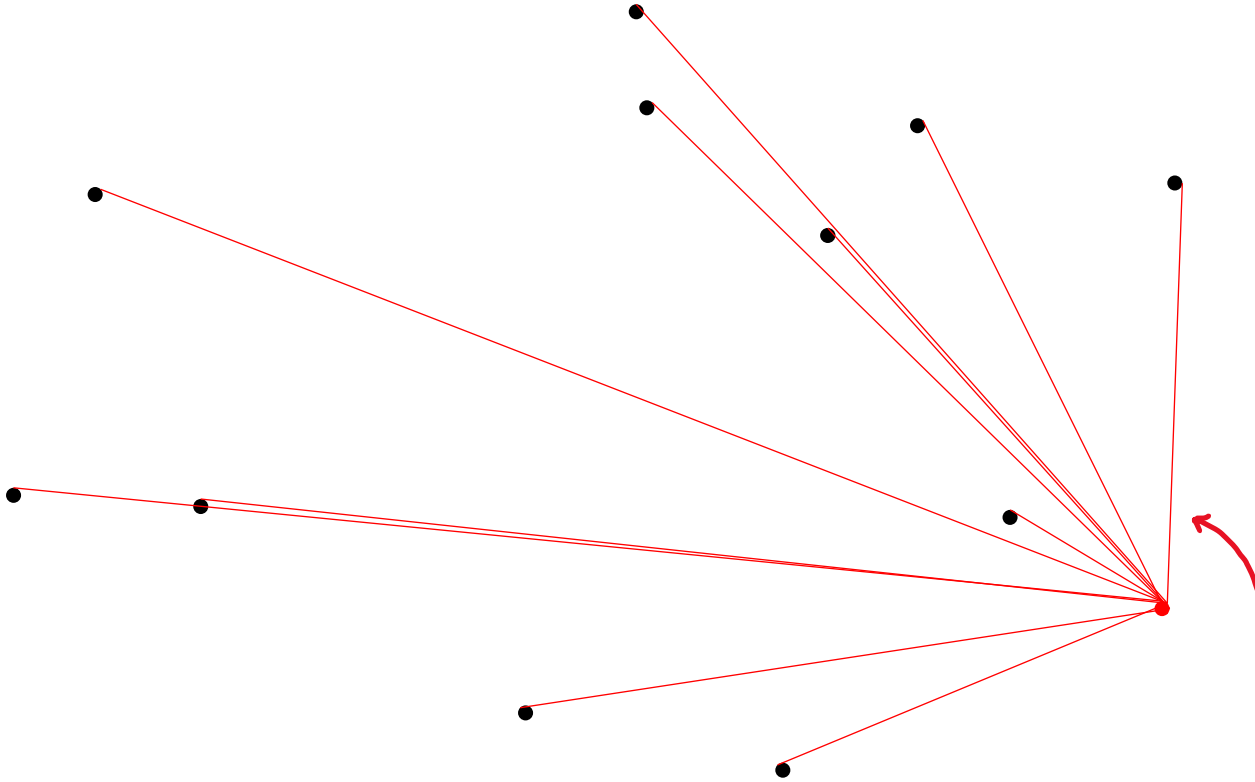
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



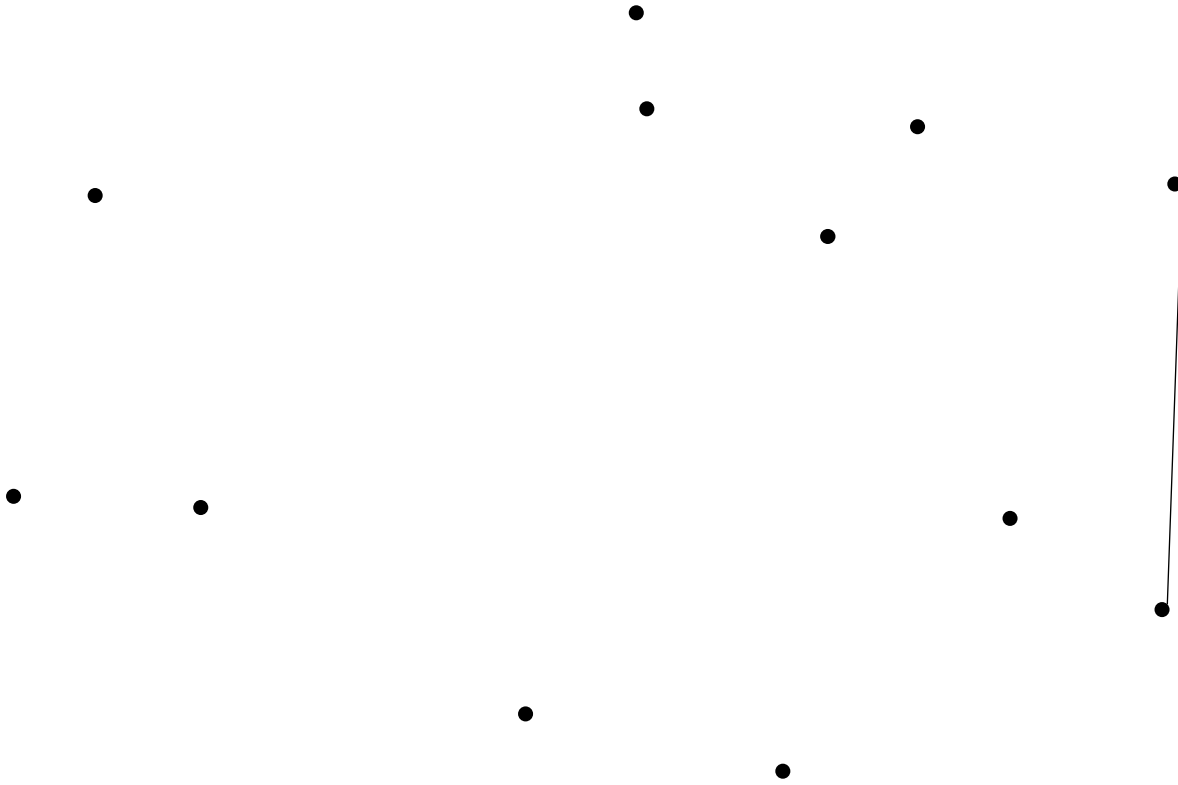
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



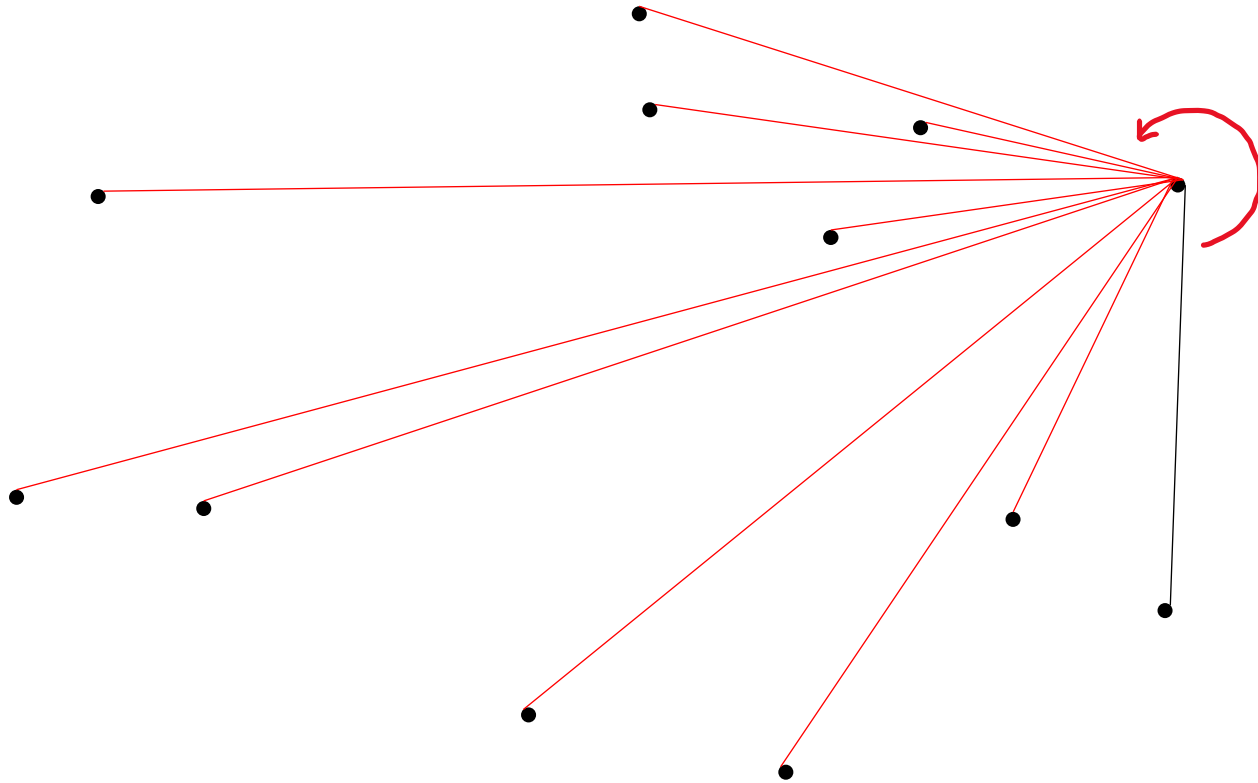
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



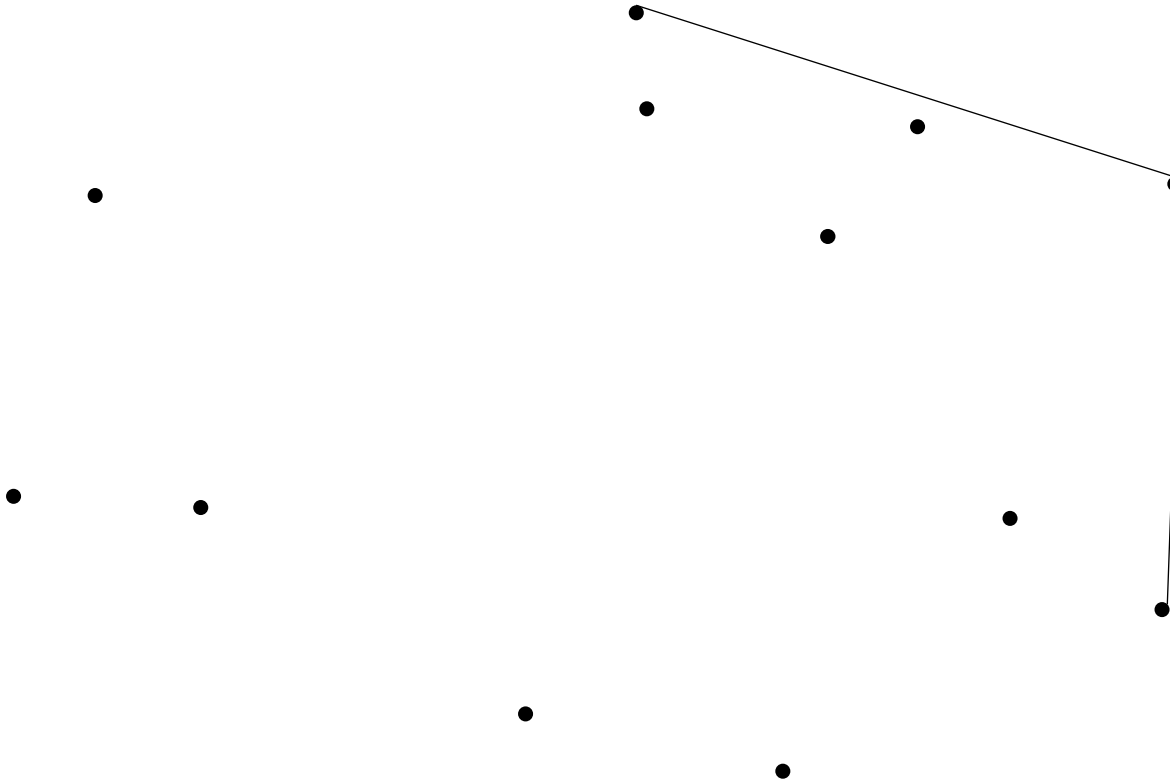
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



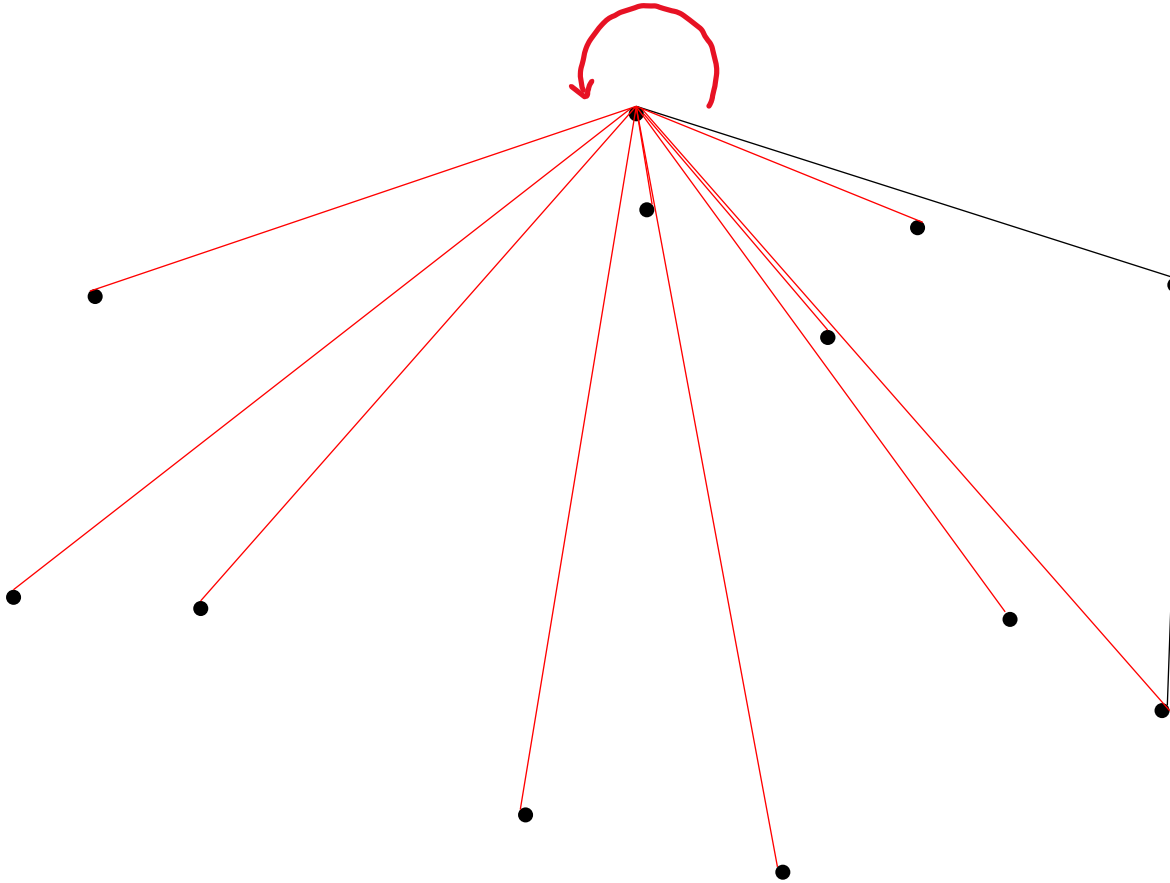
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



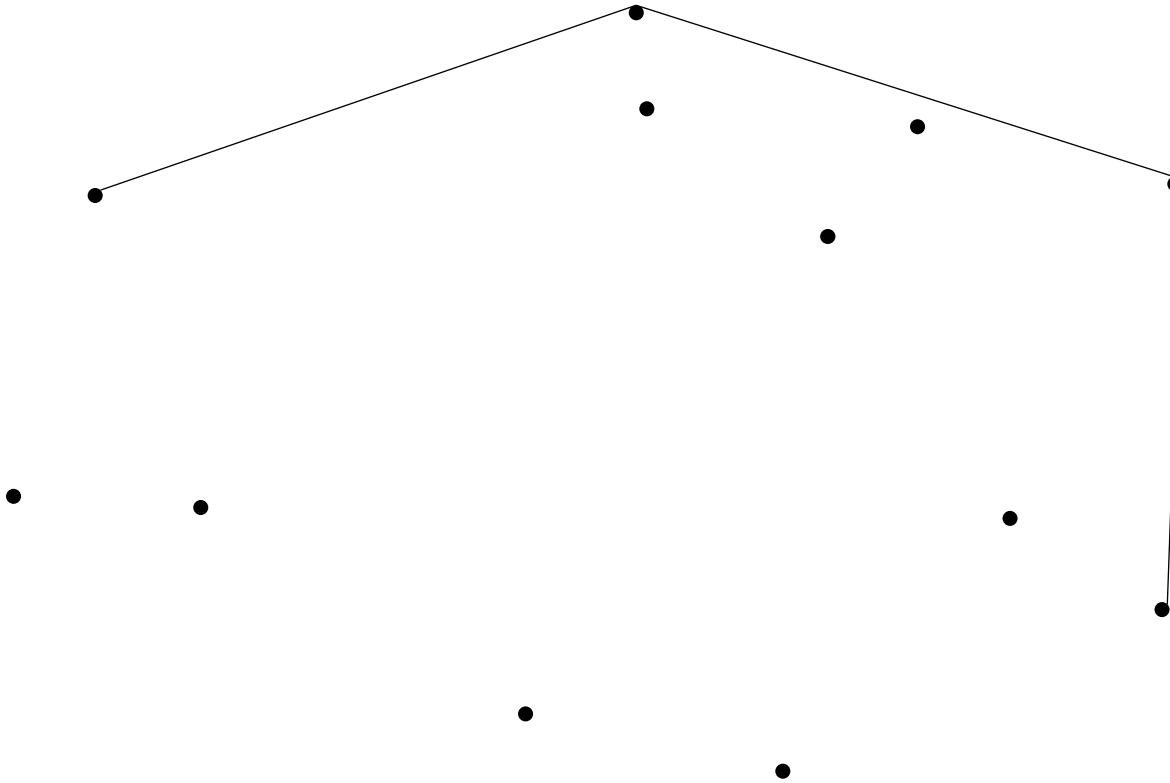
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



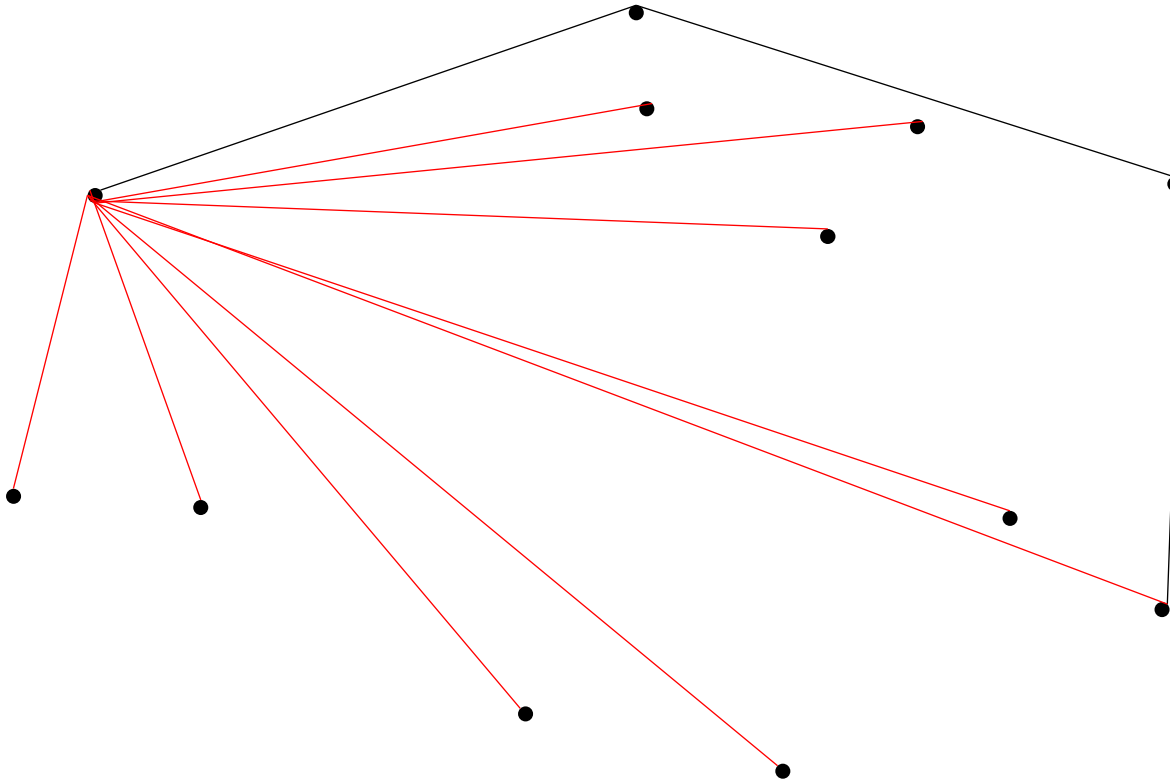
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



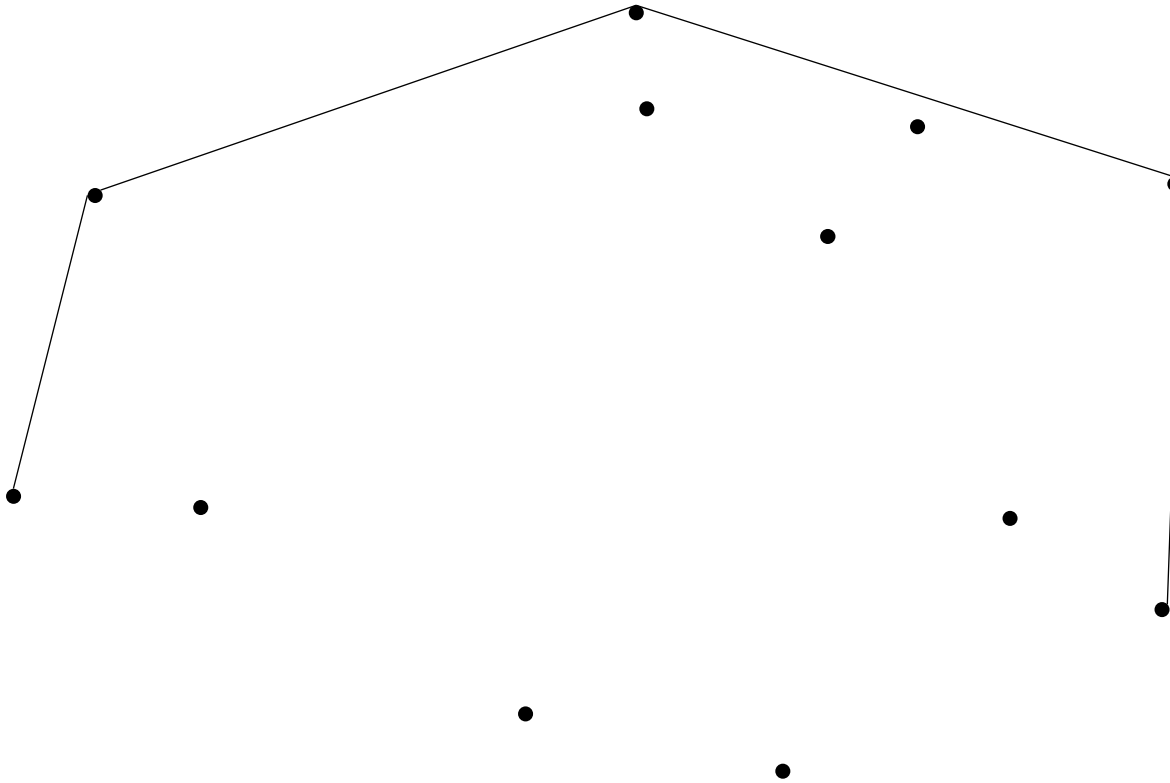
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



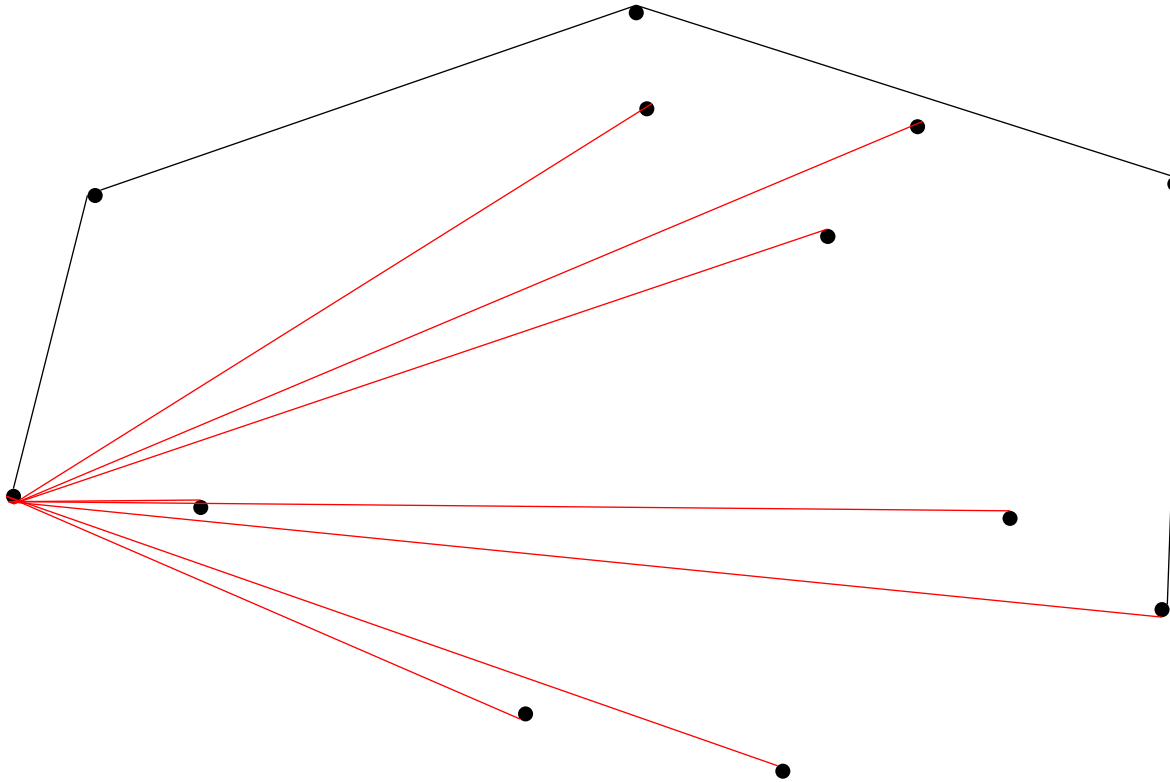
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



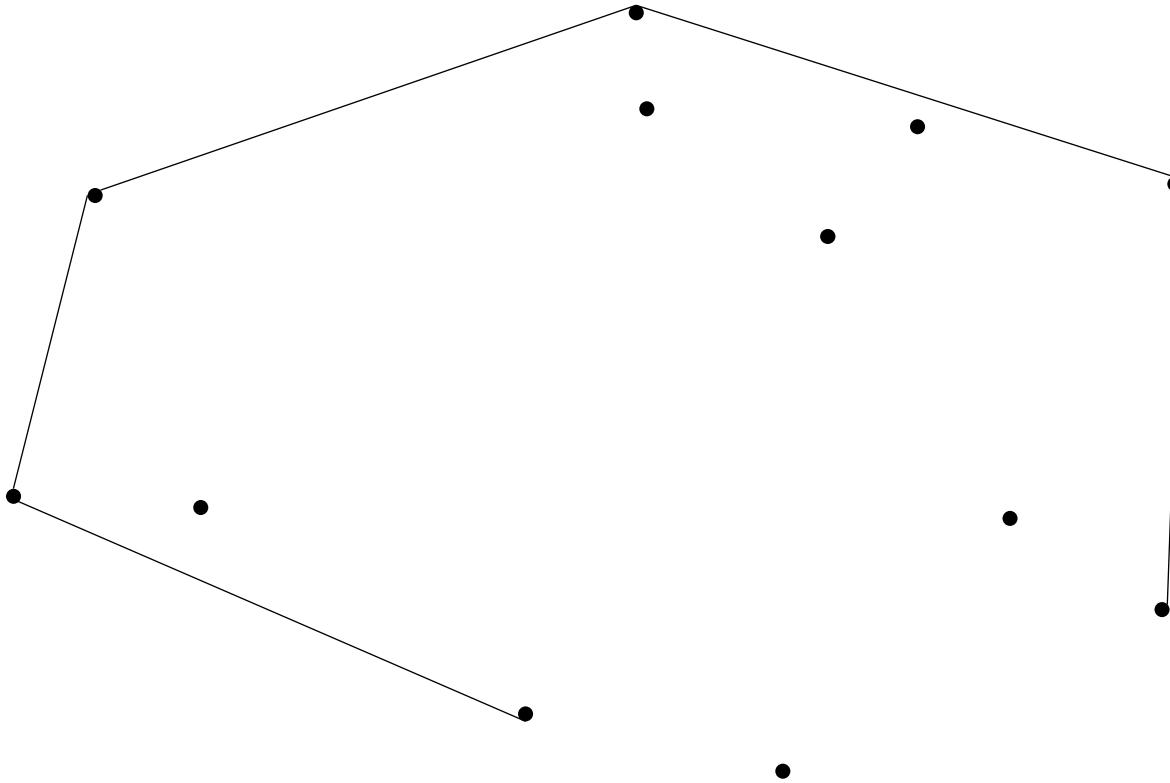
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



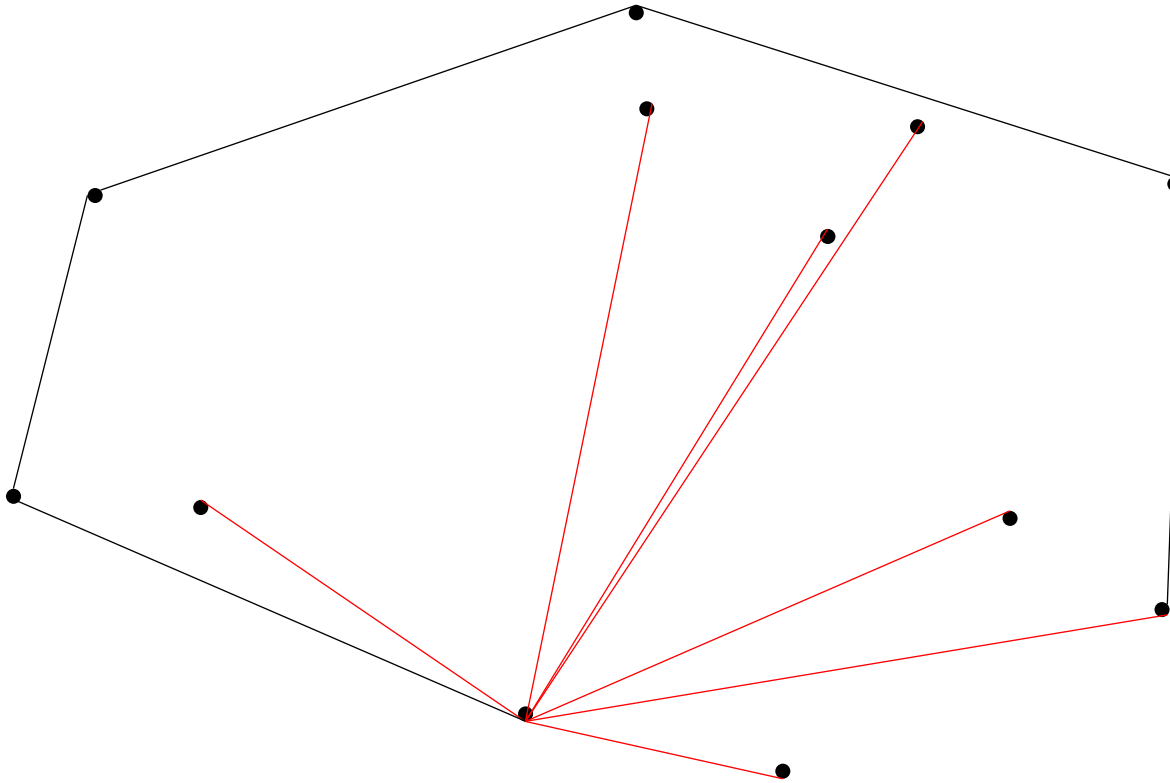
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



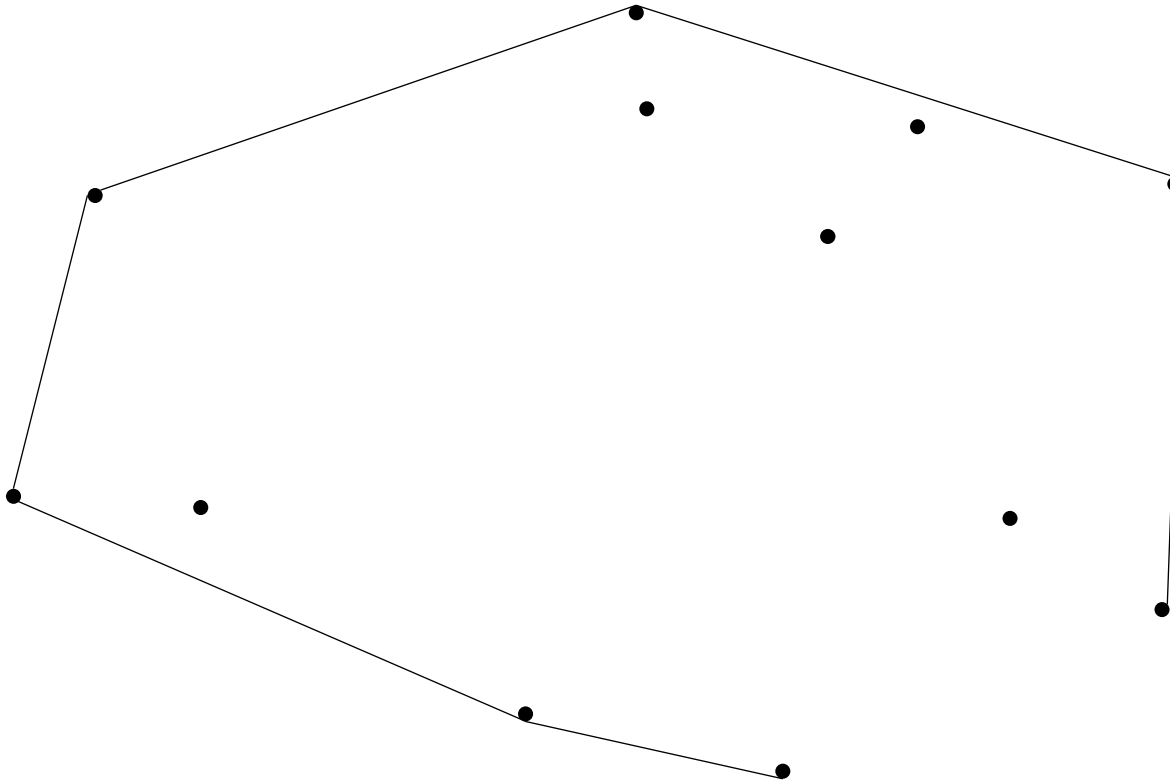
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



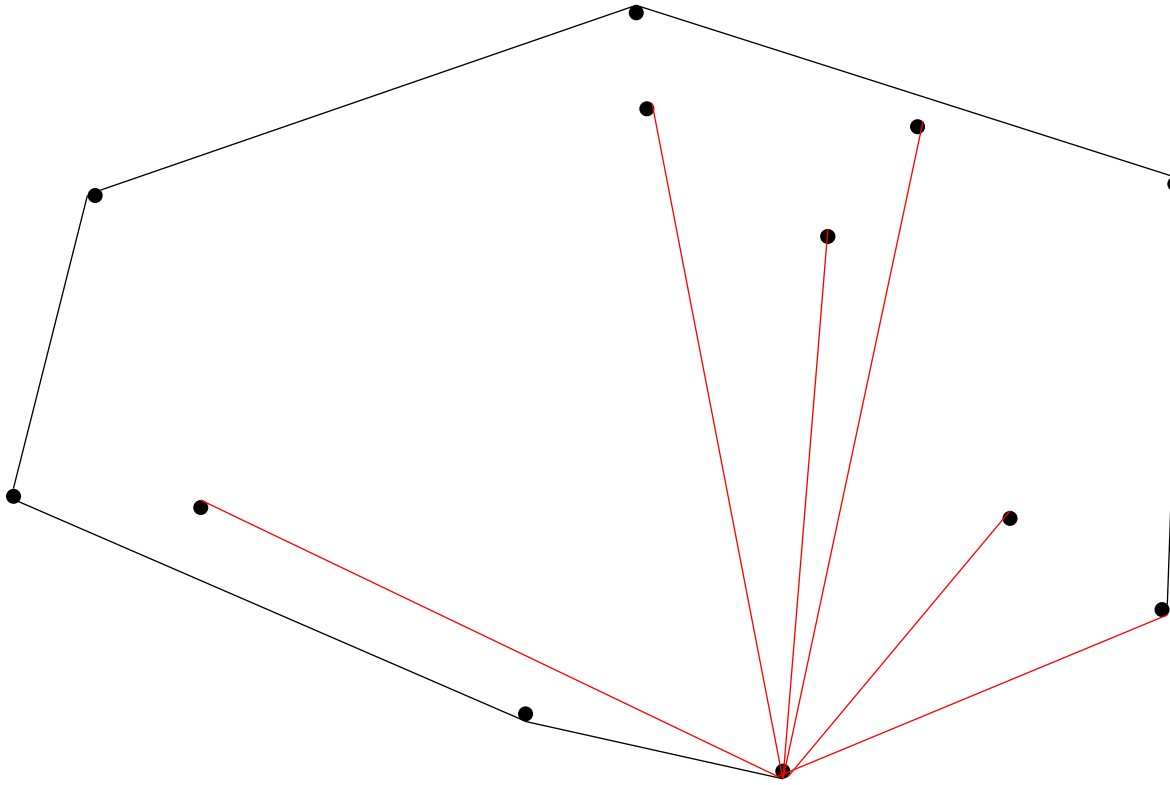
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



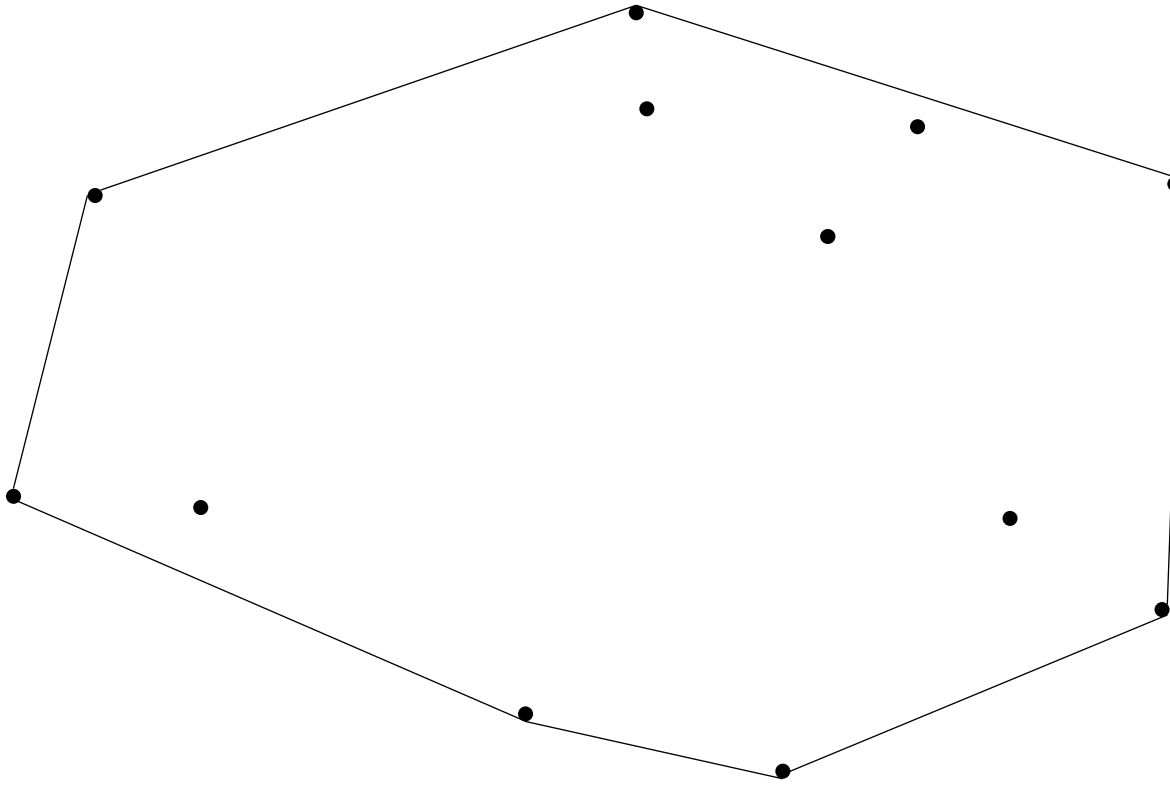
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



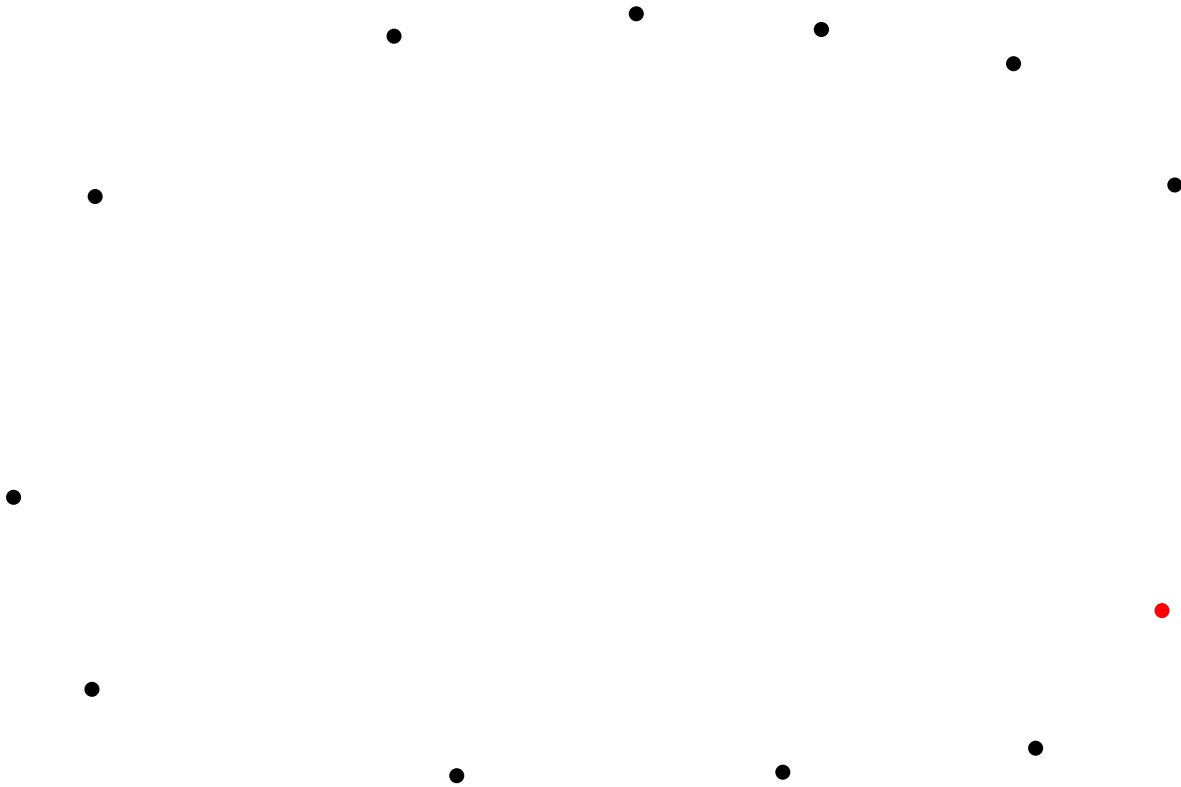
Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



Gift wrapping (Jarvis march) $O(nh)$



Gift wrapping (Jarvis march) $O(n^2)$



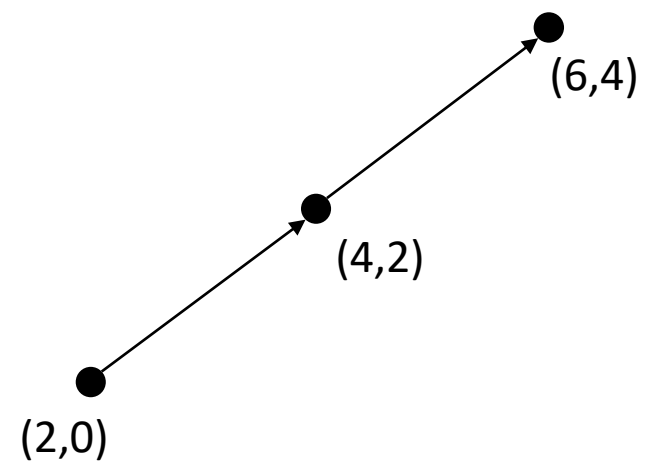
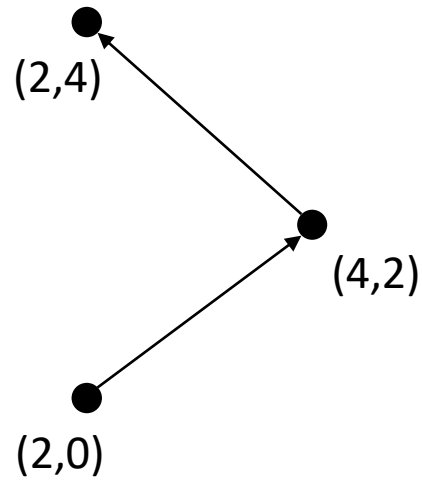
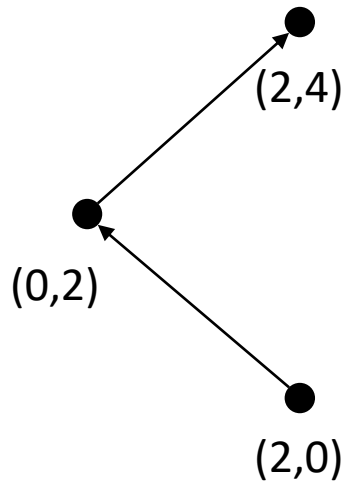
Graham scan $O(n \log n)$

- Escolha o ponto **P** como sendo o mais abaixo (menor y). Em caso de empate escolha o mais à esquerda (menor x);
- Ordene os pontos restantes em ordem crescente do ângulo formado do segmento desse ponto e o ponto **P** com o eixo x;
- Considere cada um dos pontos do array ordenado em sequência. Para cada ponto, é determinado, se ao mover-se dos dois pontos anteriores para este ponto se forma uma "curva para esquerda" ou uma "curva para direita".
- Se é uma "curva para esquerda", isto significa que o ponto de partida não faz parte do envoltório convexo e deve ser removido da pesquisa.
- Este processo continua ao longo do conjunto até que o conjunto dos três últimos pontos seja uma curva para direita. Assim que uma "curva para esquerda" é encontrada, o algoritmo salta para o próximo ponto do array ordenado.
- Este processo irá eventualmente retornar ao ponto de início, neste ponto o algoritmo estará concluído e o array agora contém os pontos do envoltório convexo no sentido anti-horário.

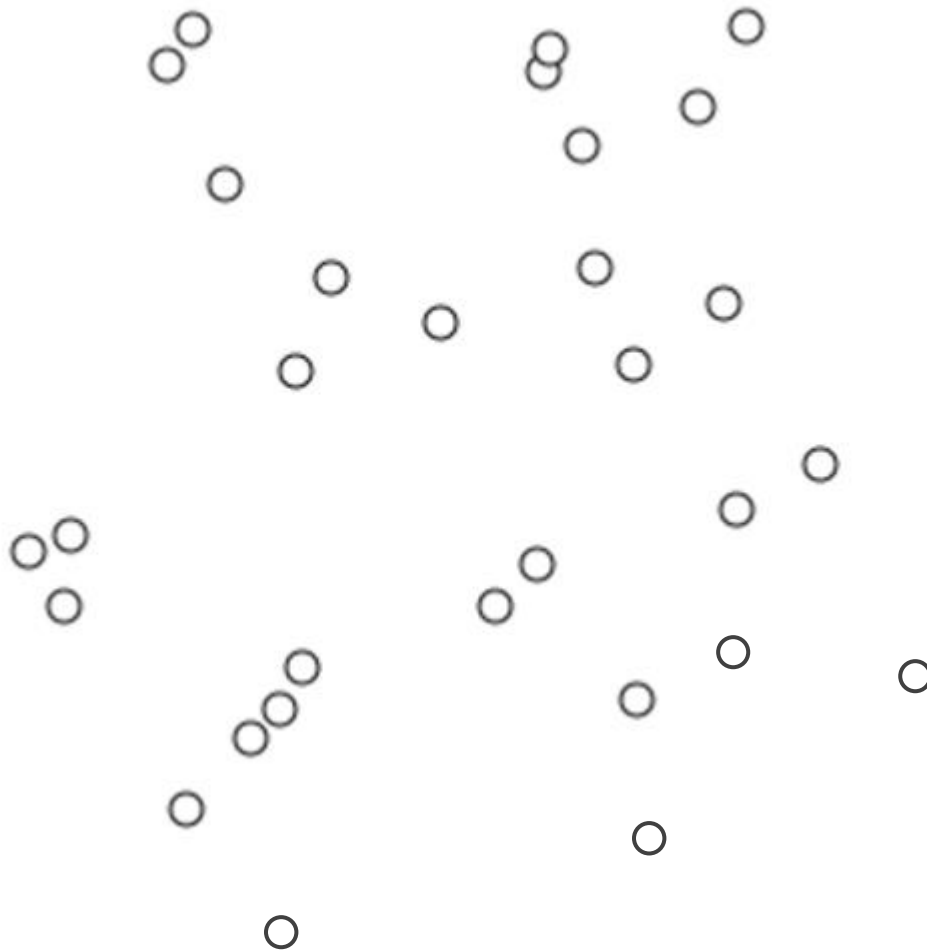
Curva para direita ou para esquerda?

- Dados três pontos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) :
 - Calcule o produto vetorial dos vetores formados por $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ e $(x_2, y_2)(x_3, y_3)$: $(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)$
 - Se o valor for zero, os pontos são colineares;
 - Se o valor for positivo, existe uma curva para a esquerda;
 - Se o valor for negativo, existe uma curva para a direita.

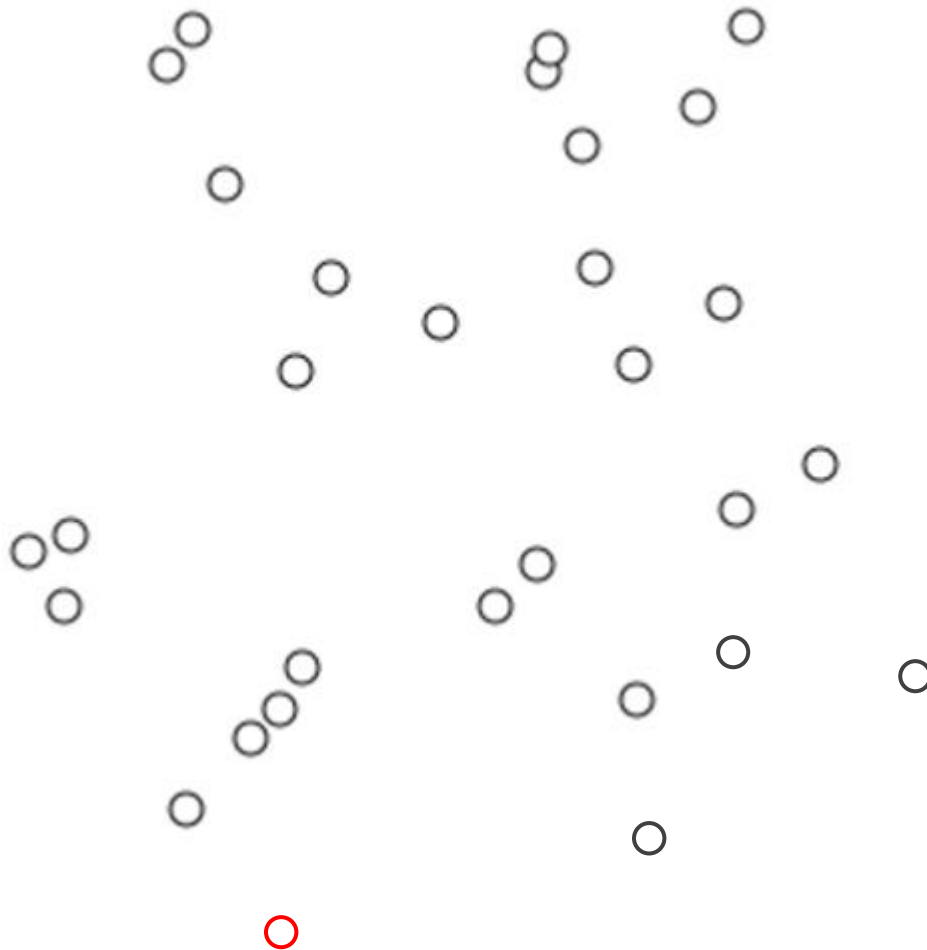
Curva para direita ou para esquerda?



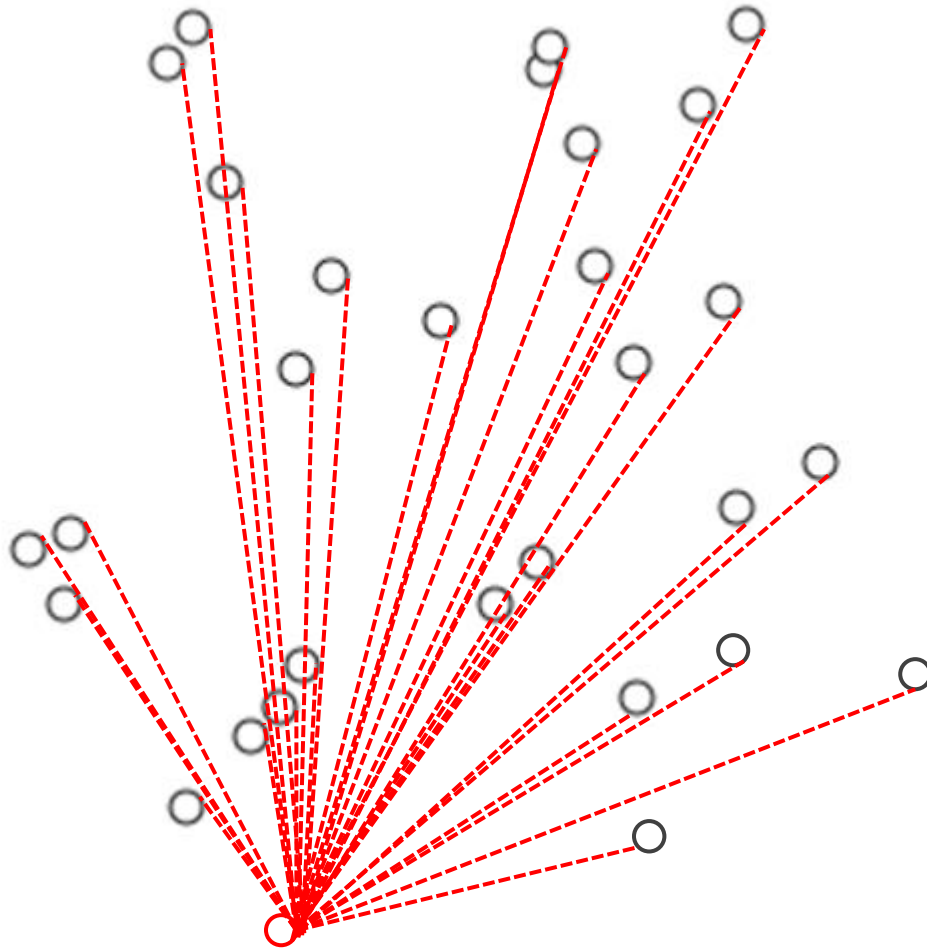
Graham scan $O(n \log n)$



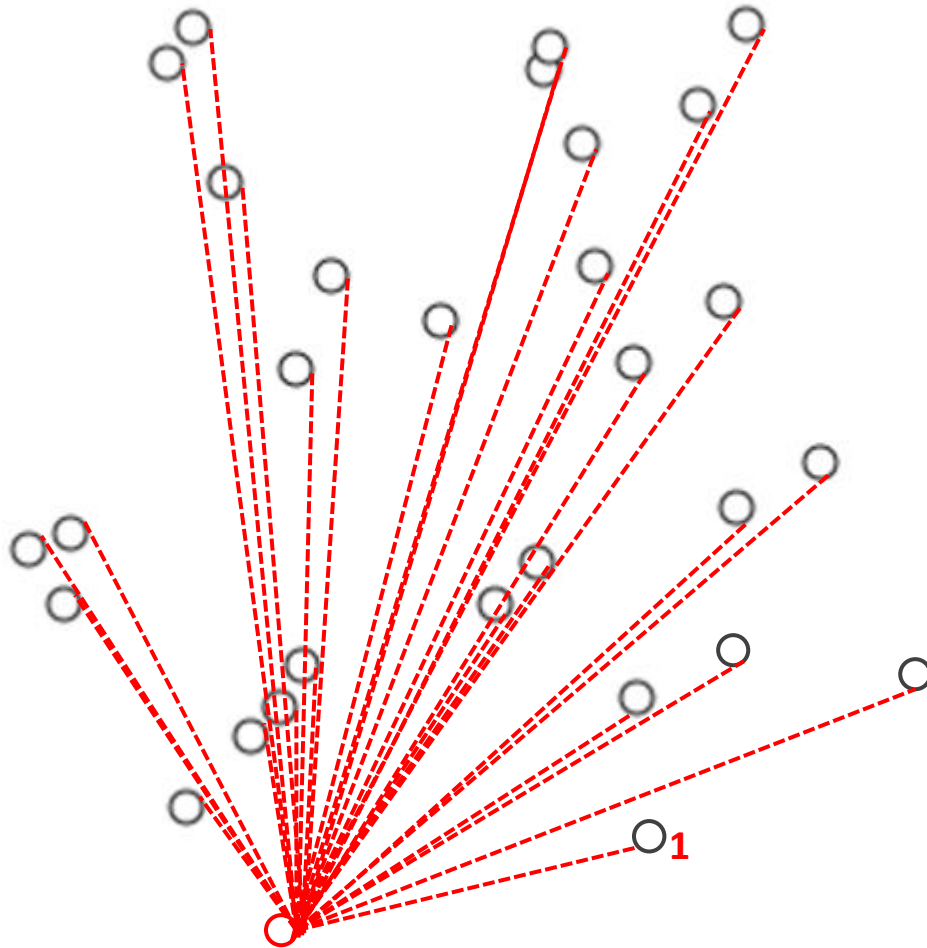
Graham scan $O(n \log n)$



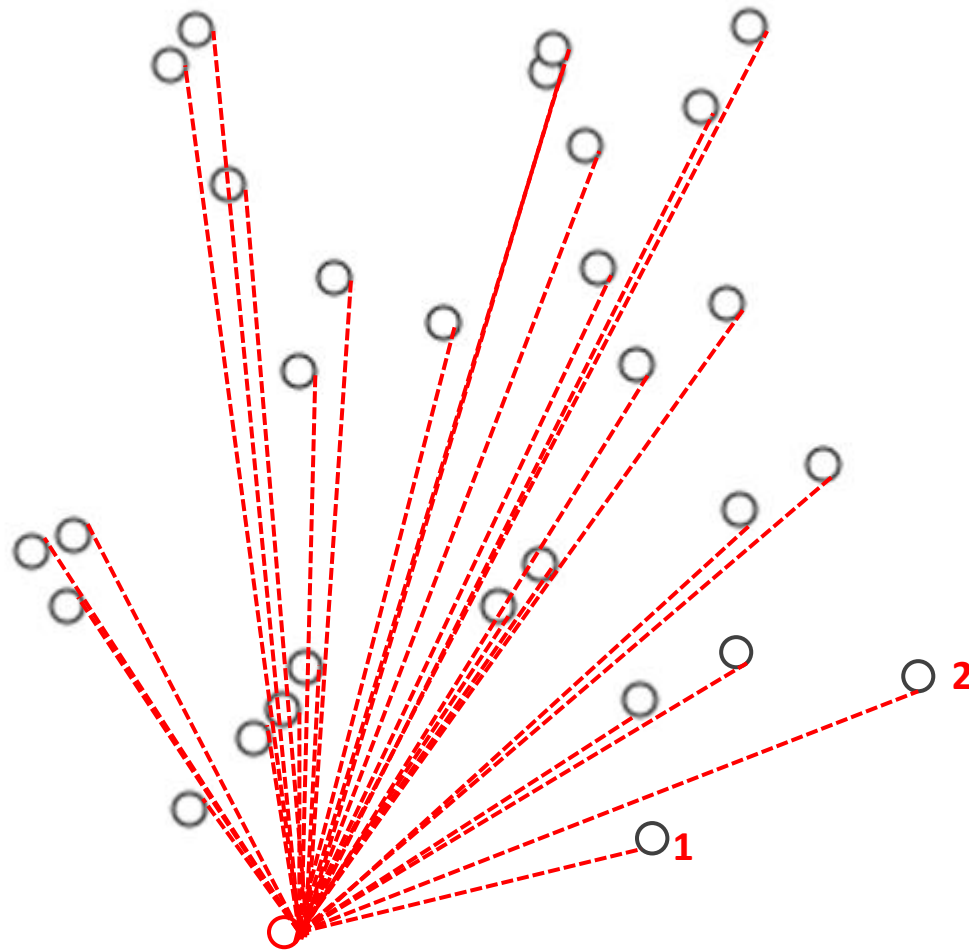
Graham scan $O(n \log n)$



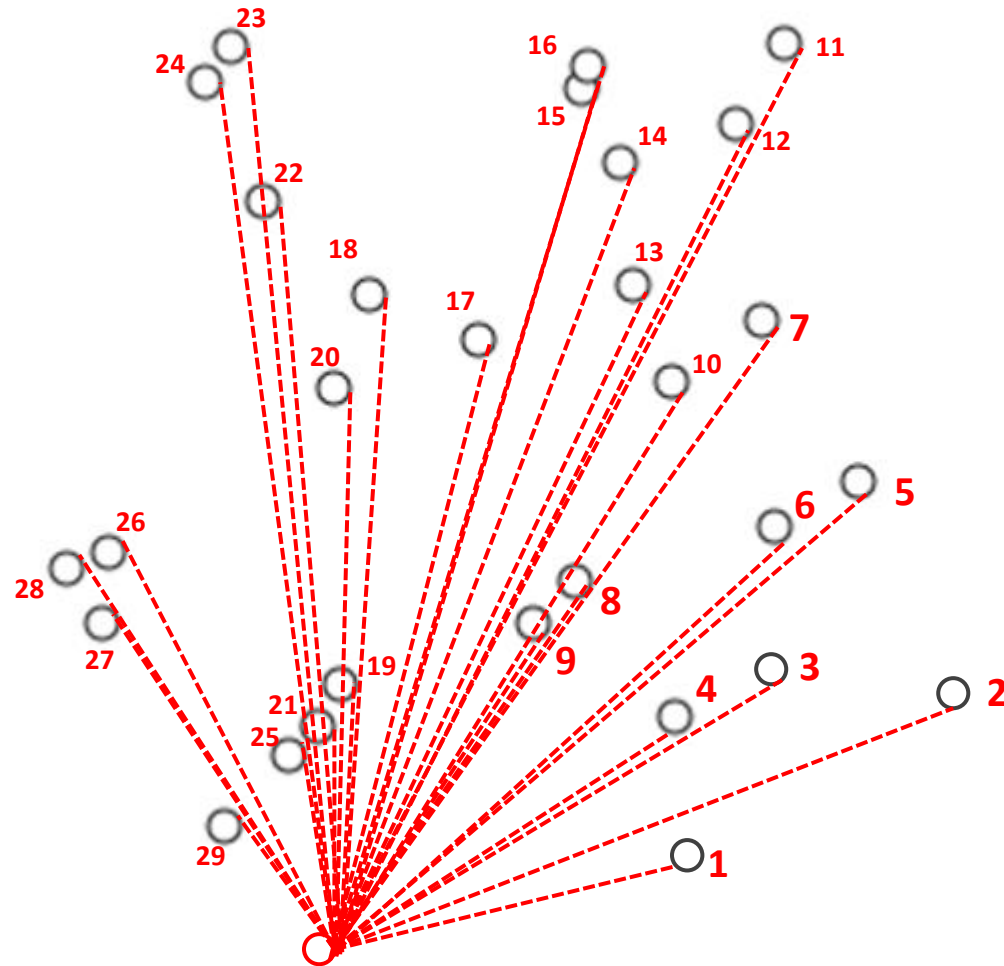
Graham scan $O(n \log n)$



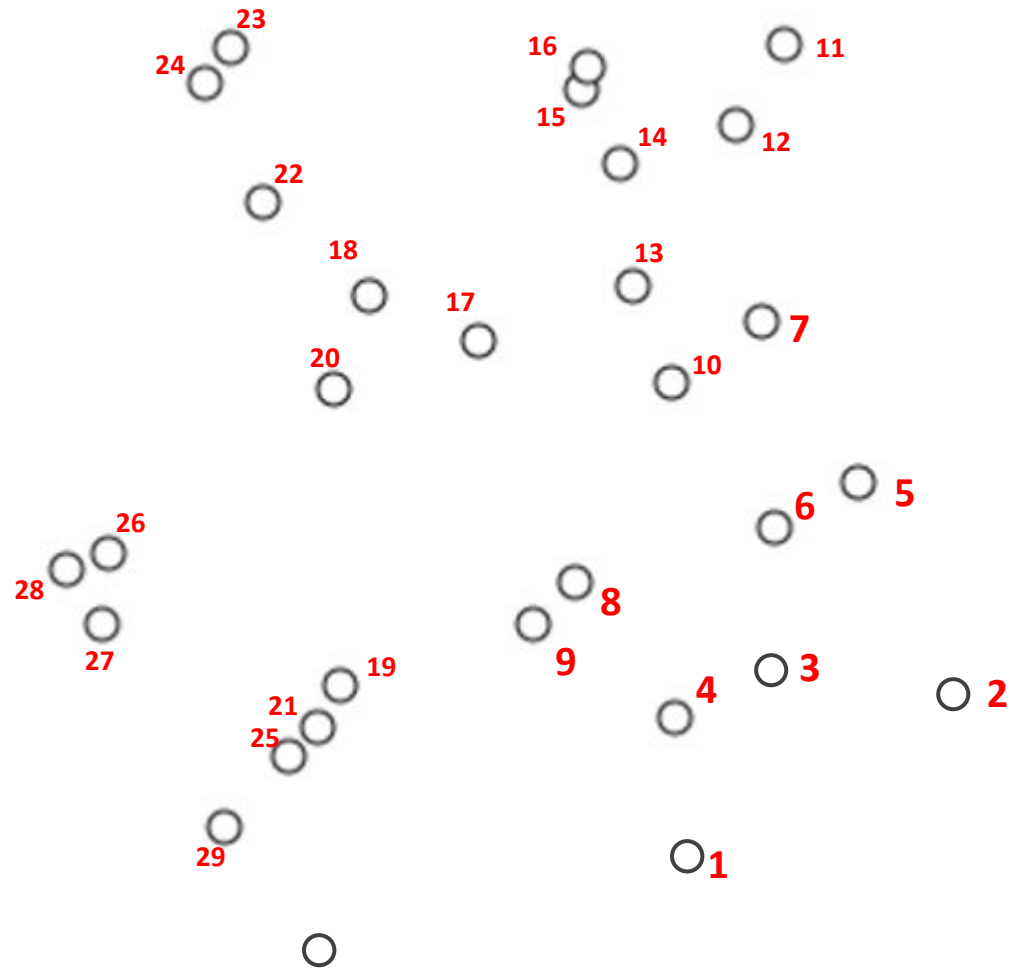
Graham scan $O(n \log n)$



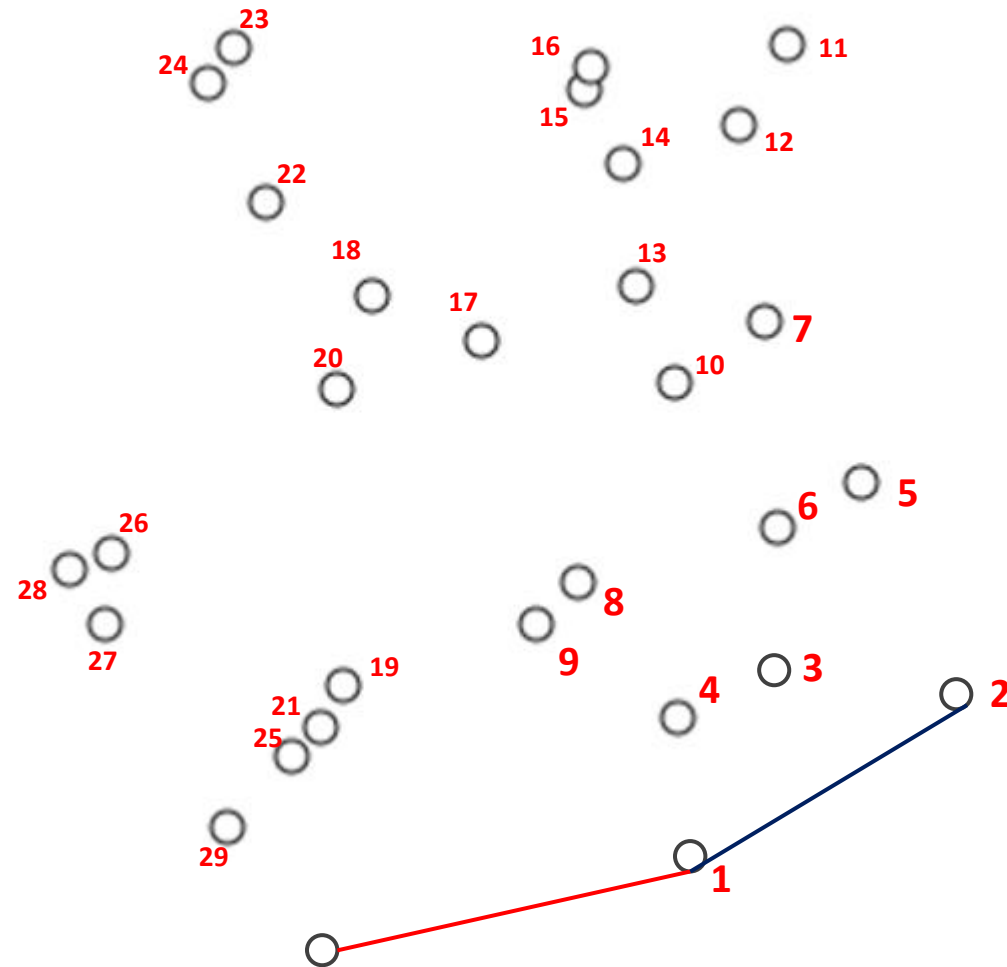
Graham scan $O(n \log n)$



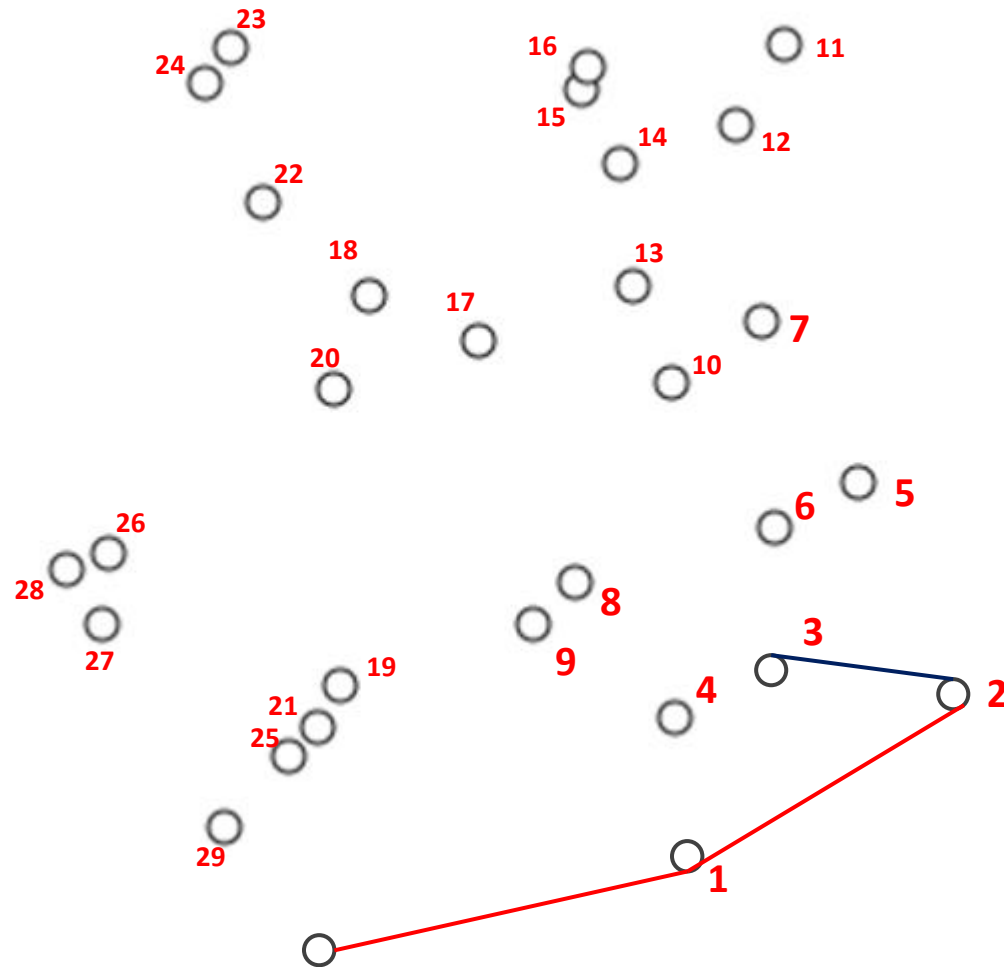
Graham scan $O(n \log n)$



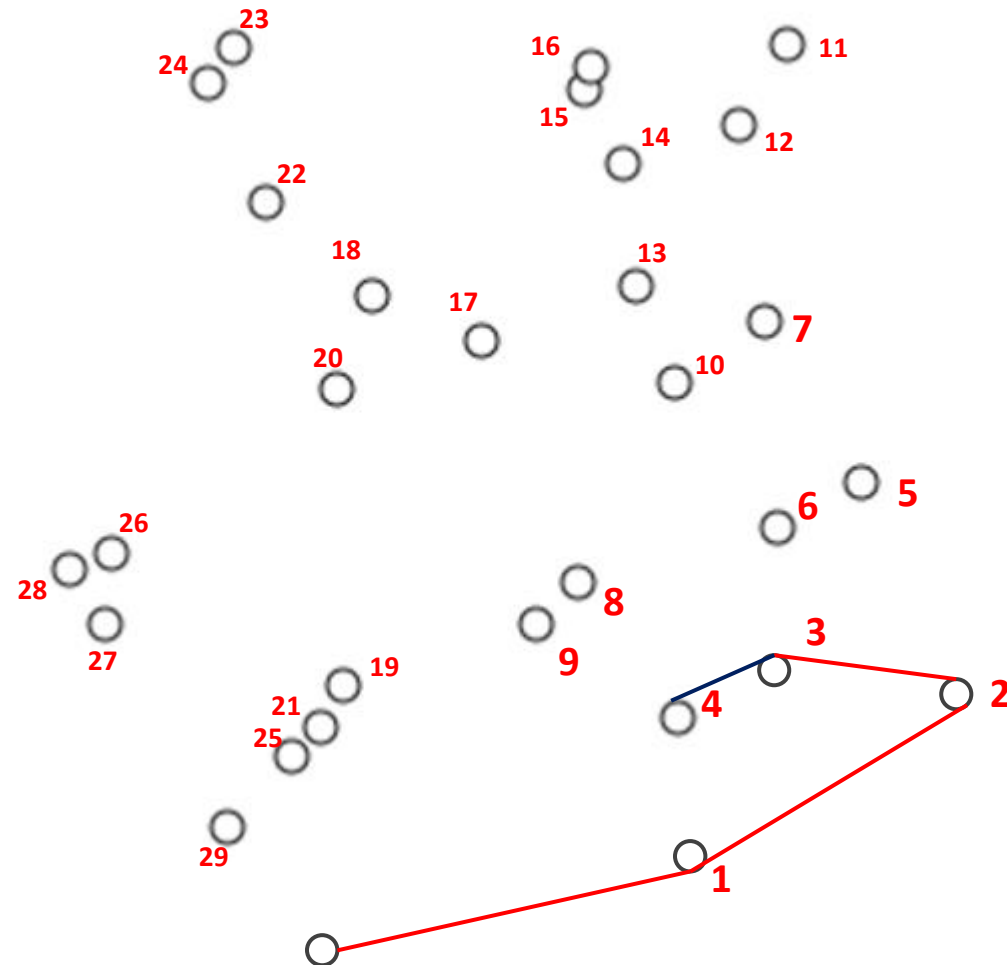
Graham scan $O(n \log n)$



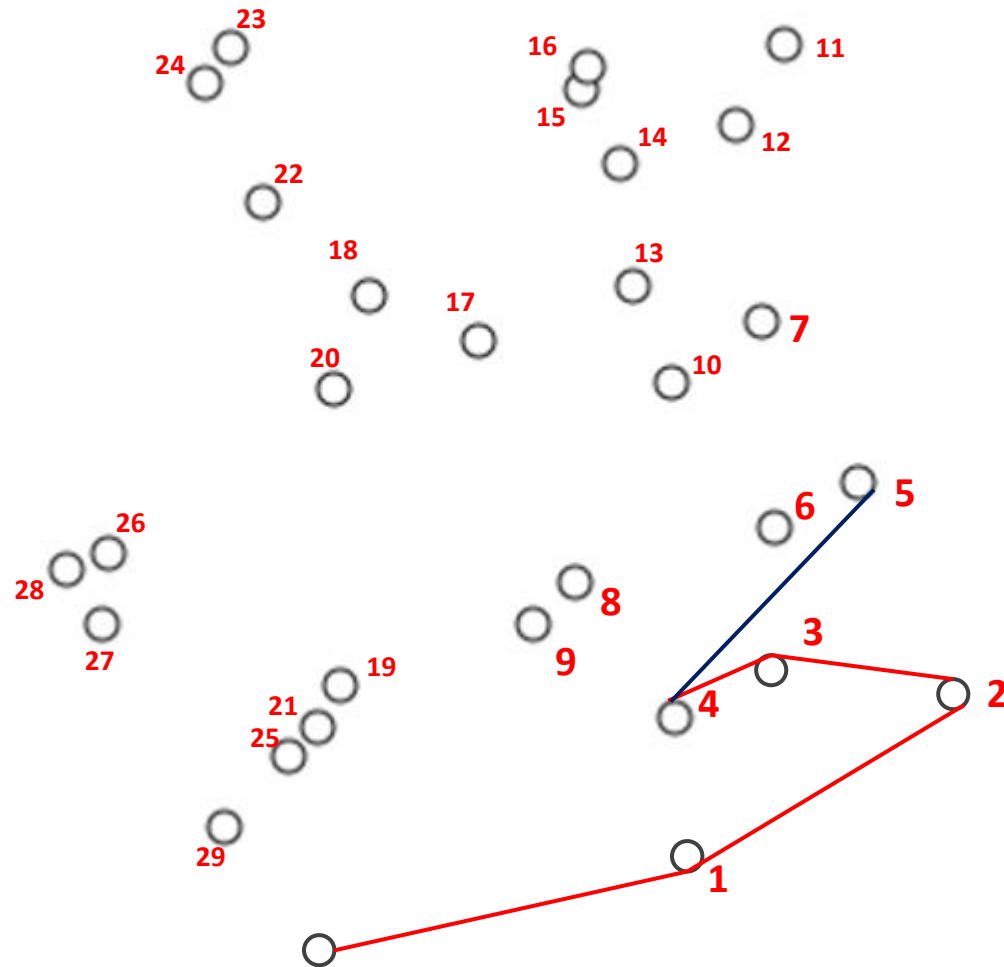
Graham scan $O(n \log n)$



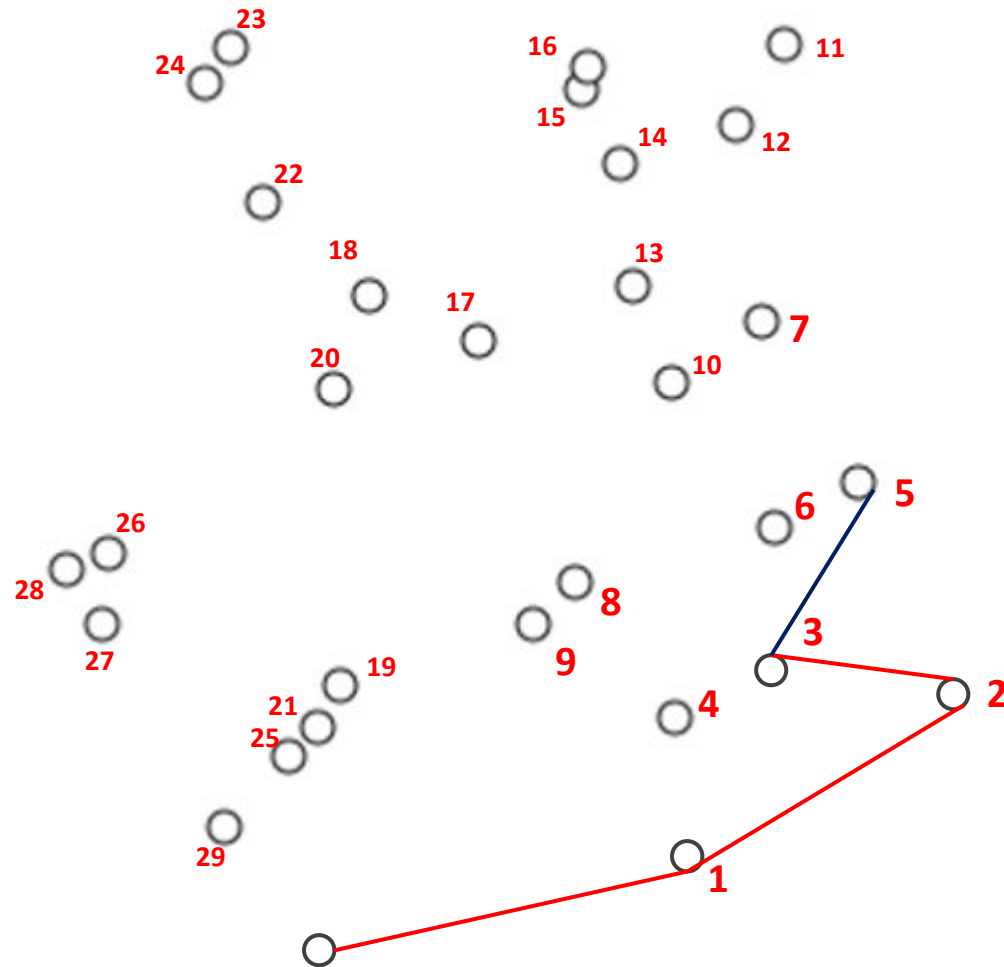
Graham scan $O(n \log n)$



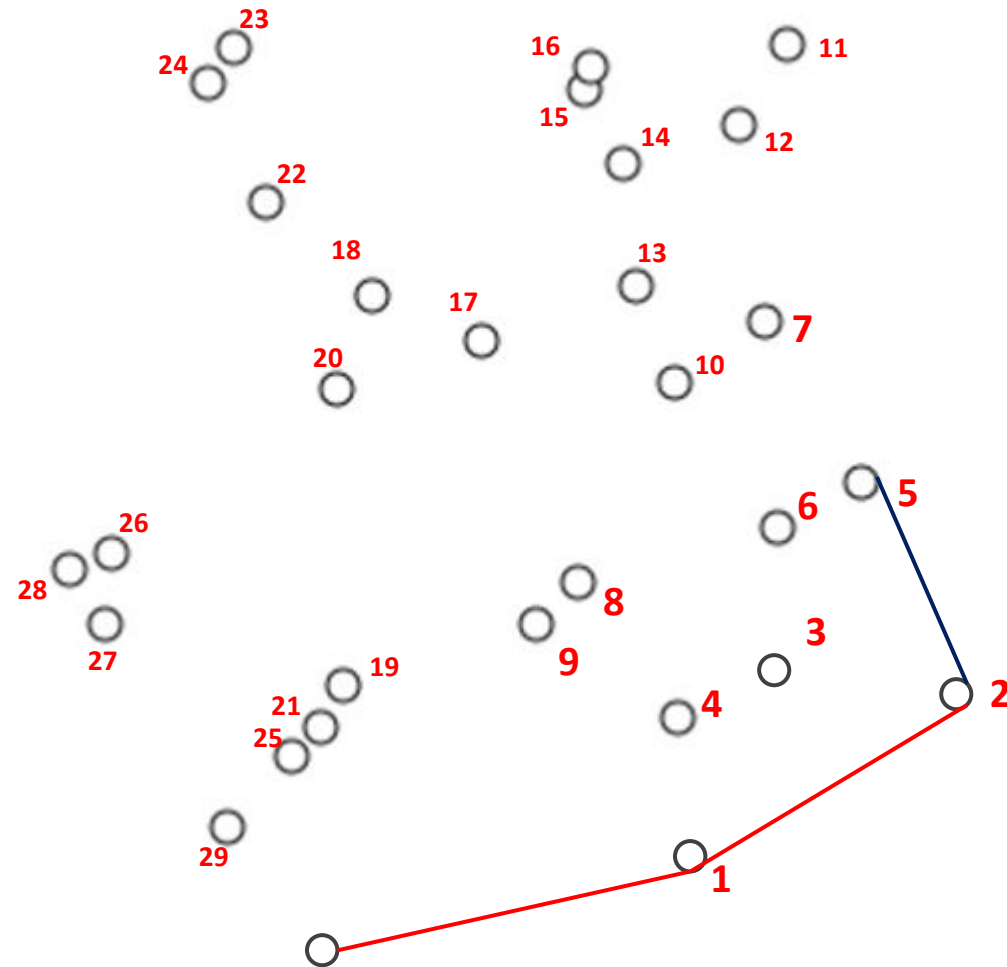
Graham scan $O(n \log n)$



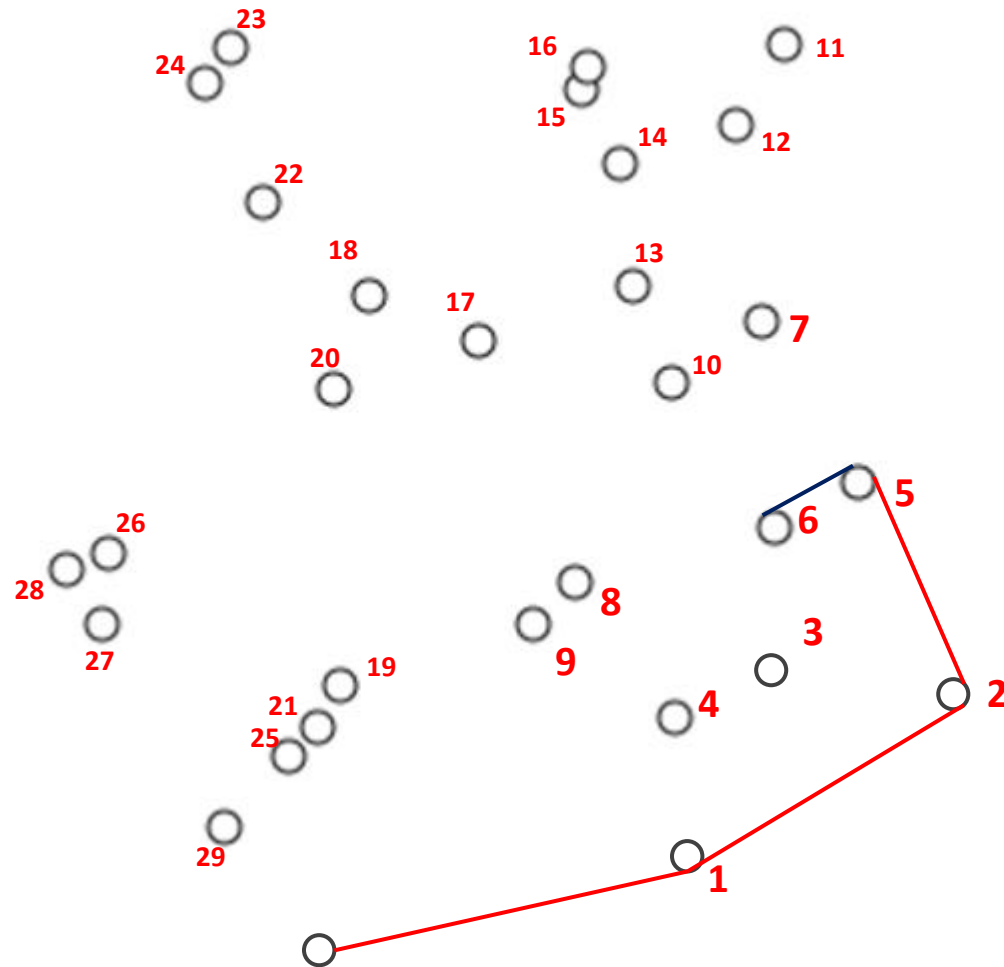
Graham scan $O(n \log n)$



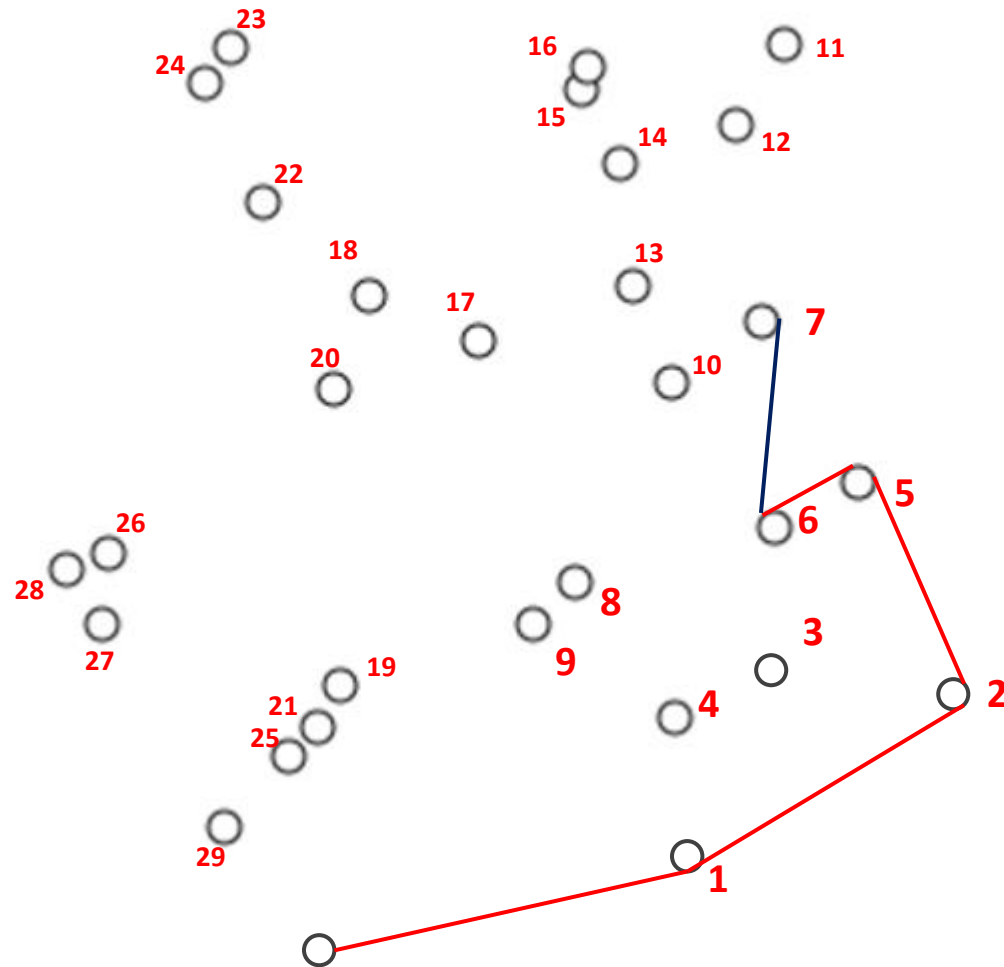
Graham scan $O(n \log n)$



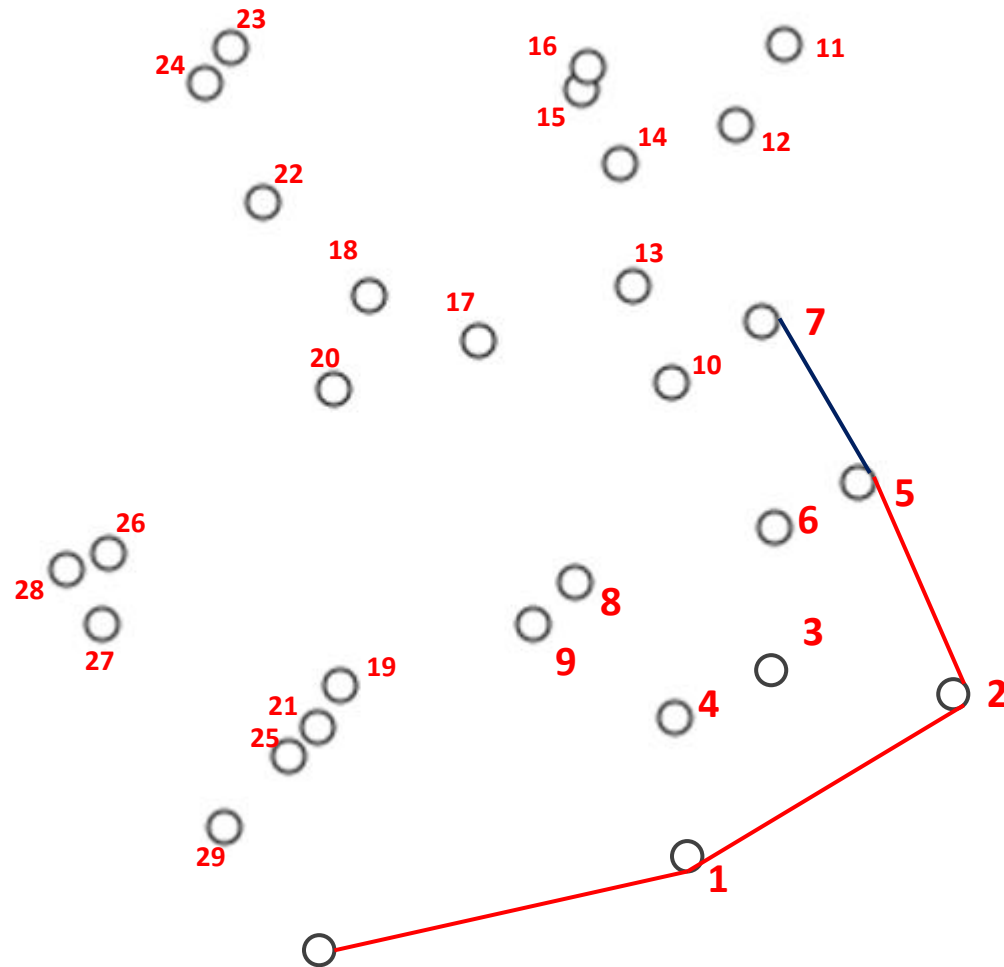
Graham scan $O(n \log n)$



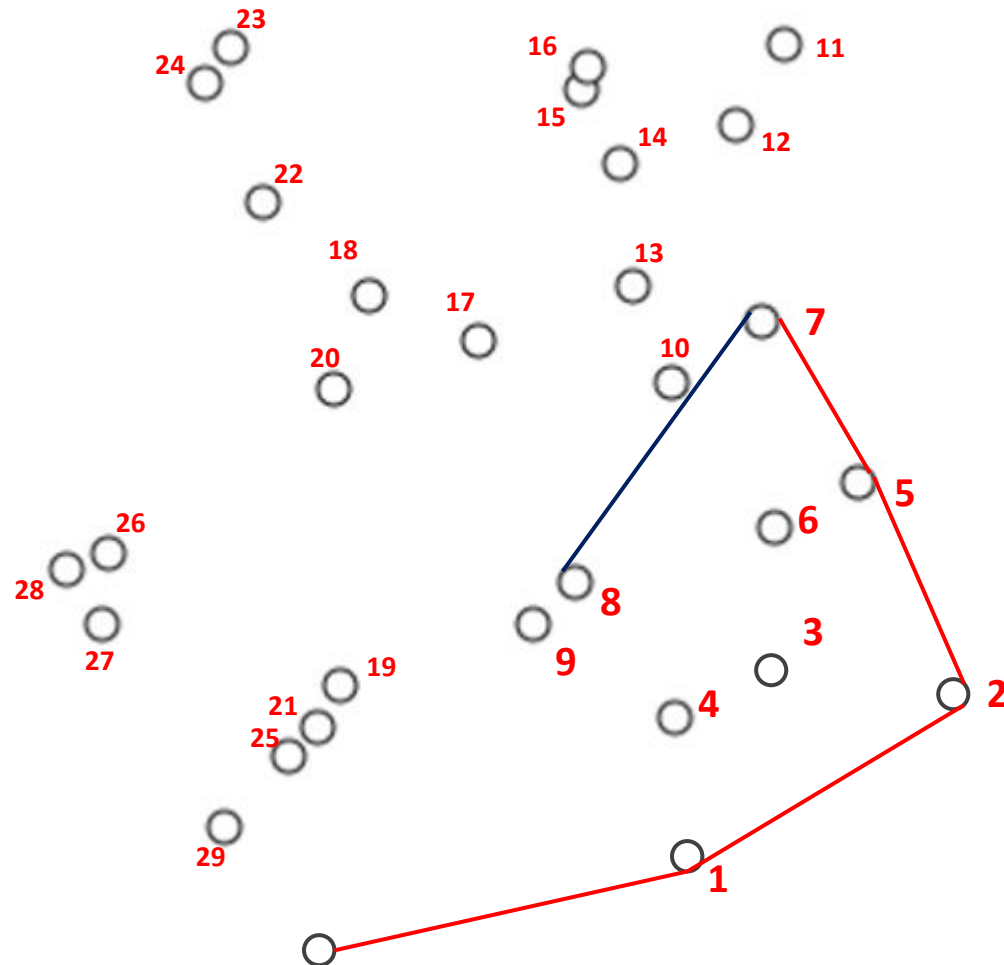
Graham scan $O(n \log n)$



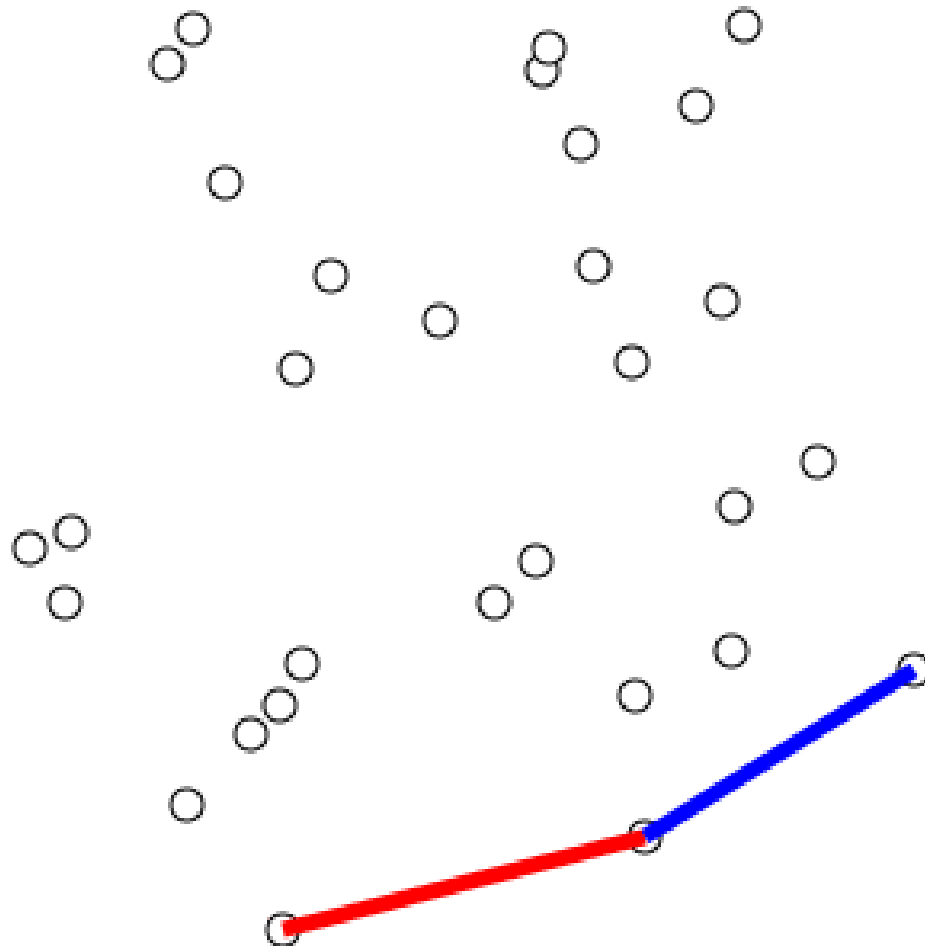
Graham scan $O(n \log n)$



Graham scan $O(n \log n)$



Graham scan $O(n \log n)$



Desafio

- Escreva um programa que receba um número inteiro indicando a quantidade de reservas florestais de um determinado terreno. Em seguida, para cada terreno, leia a quantidade de árvores e as coordenadas de cada planta dessa reserva. Calcule a quantidade mínima material para cercar esses territórios.

Exemplo de entrada:

```
2
3
1 2
2 1
3 3
4
5 5
6 6
4 6
7 8
```

Exemplo de saída:

```
14.5564
```