

$$X = [1, 3, 0] = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \eta = 0,1$$

$$W = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$\mu = [0,1 \ 0,1 \ 0,1] = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

$$y = [0, 1, 0] = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Z = W^T X + \mu = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,6 & -1 \\ 0,1 & -0,5 & -0,5 \\ -2 & 2 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1,5 \\ -1,4 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,4 \\ -1,3 \\ 4,1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y} = \text{softmax}(Z) = \begin{pmatrix} 0,004 \\ 0,004 \\ 0,991 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$D_z L = \hat{y} - y = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$D_W L = D_z L \cdot X^T = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 3 \ 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_\mu L = D_z L = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$W' = W - \eta D_W L = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{pmatrix} - 0,1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0,1 & -0,3 & 0 \\ 0,1 & 0,3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,5 & -0,2 & 2 \\ -1,1 & -0,8 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$\mu' = \mu - \eta D_\mu L = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} - 0,1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 Z' &= W'^T \cdot X + b' = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,5 & -0,2 & 2 \\ -1,09 & -0,77 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,01 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 0,6 \\ -1,1 \\ -3,4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 \\ -0,9 \\ -3,39 \end{pmatrix} \\
 \hat{y}' &= \text{softmax}(Z') = \begin{pmatrix} 0,82 \\ 0,17 \\ 0,01 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Dann $\eta = 1 \Rightarrow$

$$W' = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ -0,6 & -0,5 & 2 \\ -1 & -0,5 & 0,1 \end{pmatrix} - 1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0,9 & 2,7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ 0,4 & 2,5 & 2 \\ -1,9 & -3,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

$$b' = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0,9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,1 \\ -0,8 \end{pmatrix}$$

$$Z' = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & -2 \\ 0,4 & 2,5 & 2 \\ -1,9 & -3,2 & 0,1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,1 \\ -0,8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0,6 \\ 7,9 \\ -11,5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,1 \\ -0,8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,7 \\ 9 \\ -12,3 \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}' = \text{softmax}(Z') = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$