Propriedades dentro do sistema de coordenadas e sua aplicação no desenvolvimento de jogos

Matheus Henrique Gatti Lopes
Computação Gráfica (Jan/22)

OBJETIVOS DA AULA

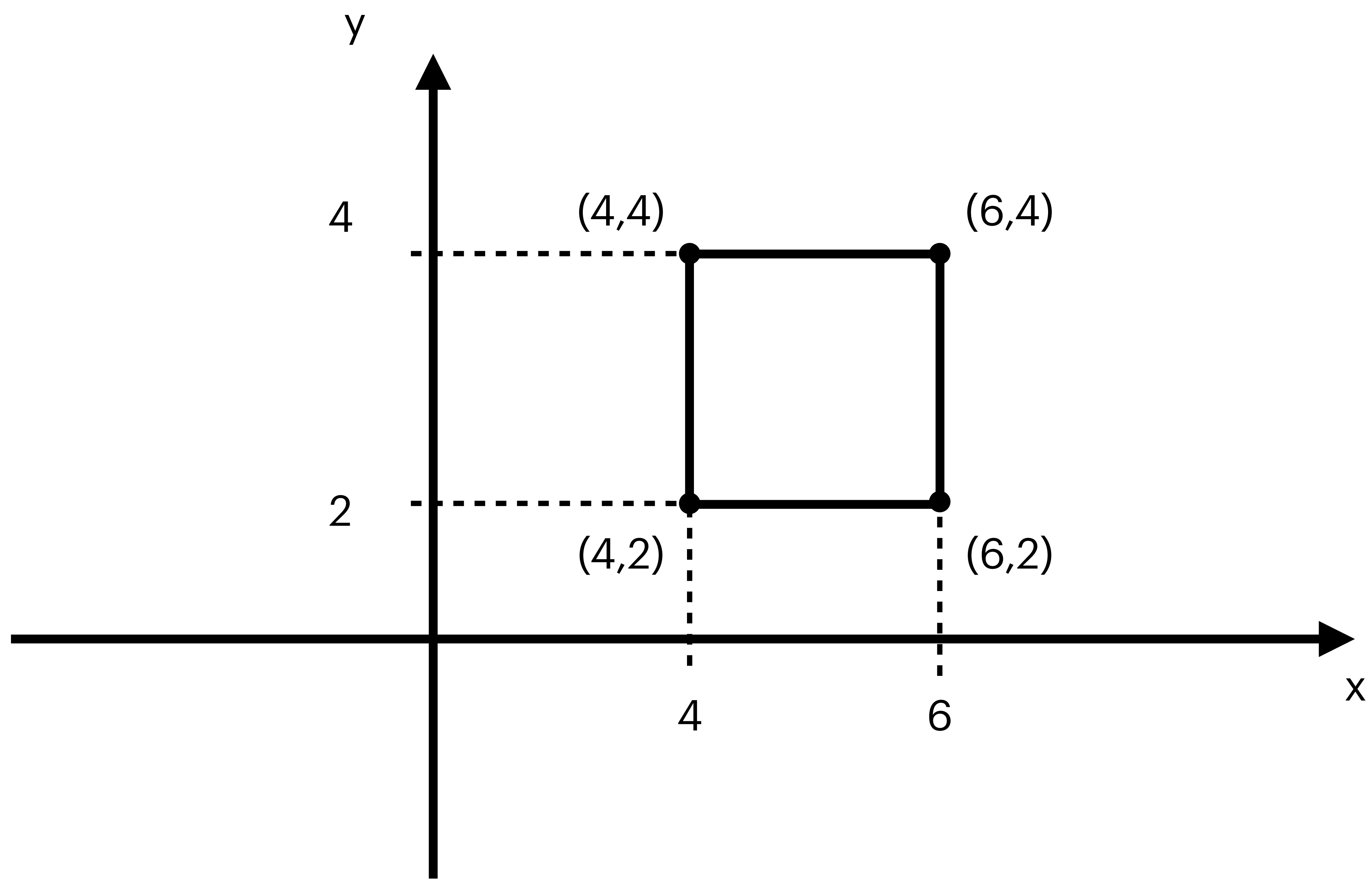
- Entender o que é o sistema cartesiano
- O que é possível realizar com as coordenadas de um objeto
- Propriedades de translação, escalonamento e rotação de objetos

O Sistema Cartesiano de coordenadas

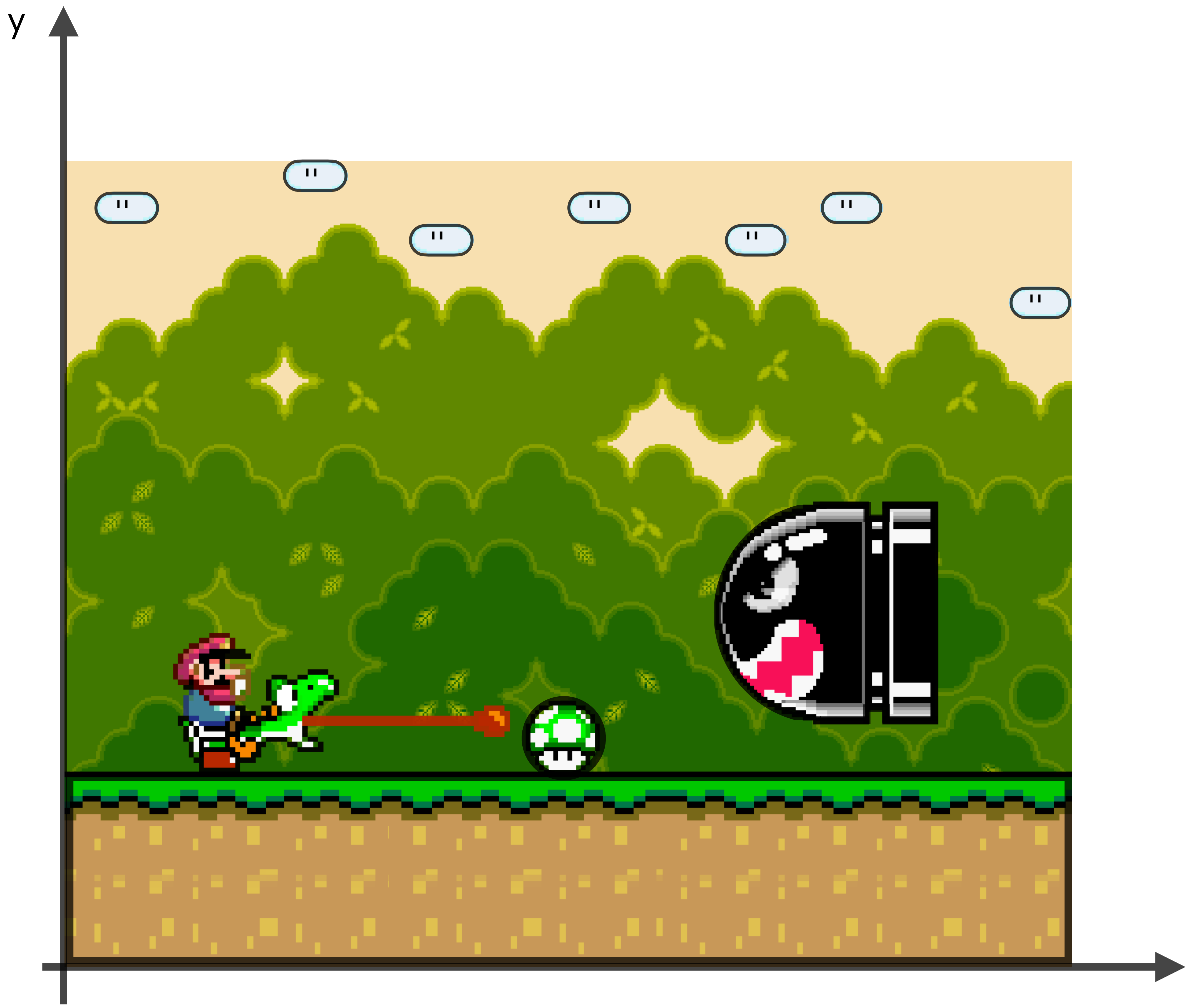
É uma ferramenta matemática que especifica diversos pontos (chamados de coordenadas) em um "espaço" com dimensões definidas.

É constituído por dois eixos perpendiculares entre si (x e y).

Na computação gráfica é a ferramenta utilizada para **modelar as transformações de objetos do mundo real para suas representações virtuais.**



O SISTEMA DE COORDENADAS NOS JOGOS

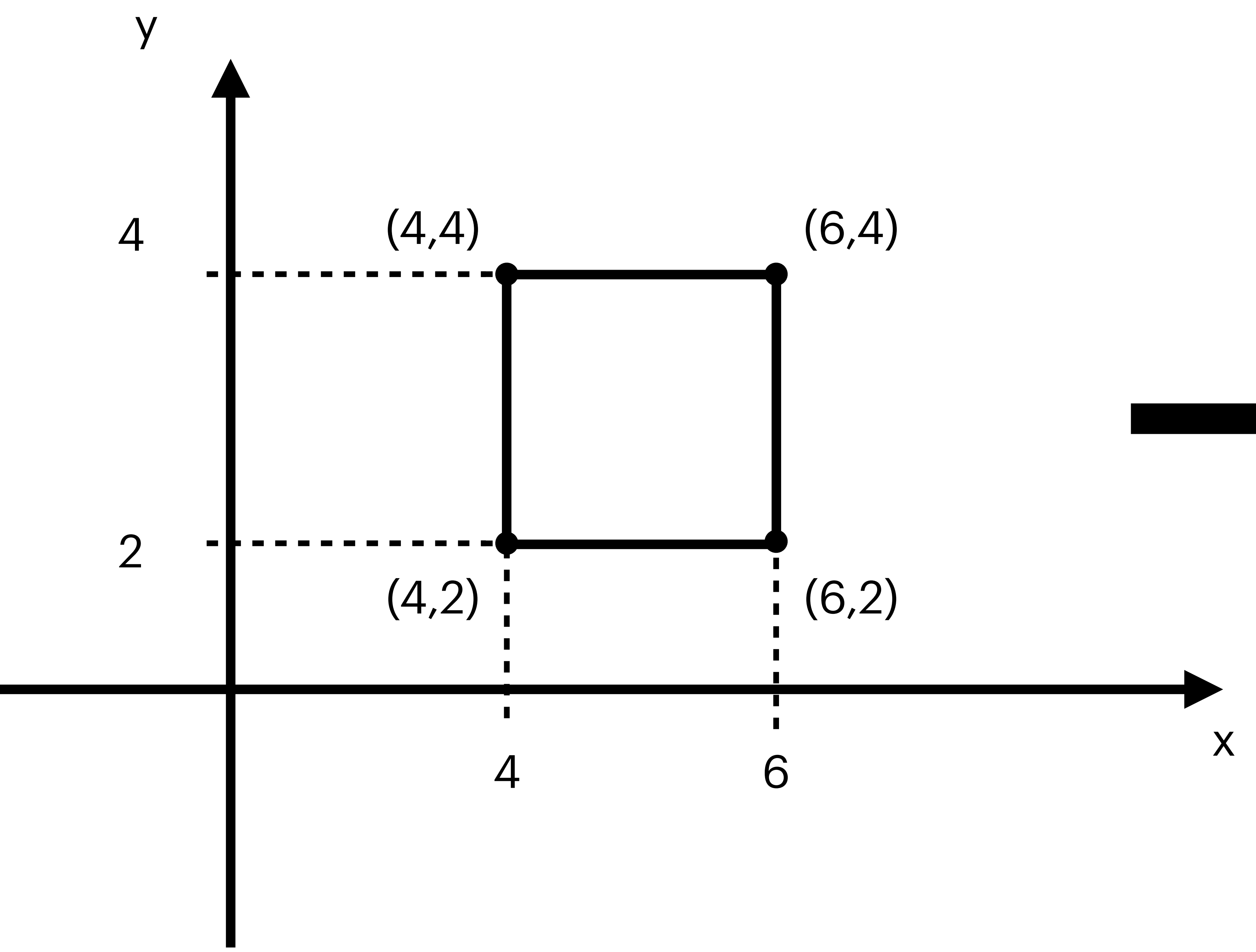


Sistema de coordenadas aplicadas ao desenvolvimento de jogos

Tá, mas e aí?

O que é possível fazer com esses objetos depois de ter posicionado e ter todos os pontos mapeados?

Guardando as informações



$$\begin{bmatrix} (4,4) & (6,4) \\ (4,2) & (6,2) \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz [XY] Matriz [X] Matriz [Y]

Revisão rápida de matrizes

Linha: matriz que possui apenas **uma linha**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}_{1\times 3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}_{1\times 4}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}_{1\times 5}$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 4 & 5 & \dots \end{bmatrix}_{1\times n}$$

Coluna: matriz que possui apenas **uma coluna** $\longrightarrow$ $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

Nula: matriz em que todos os elementos são **zero** $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Quadrada: matriz em que o **número de linhas é igual ao de colunas**

ORDEM 2 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ m=n=2

ORDEM 3 $\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & 9 & 3 \end{bmatrix}$ m=n=3

ORDEM 4 $\begin{bmatrix} 3 & 5 & -3 & 6 \\ 4 & 1 & 7 & -4 \\ -9 & -1 & -7 & 3 \\ 7 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ m=n=4

Identidade: todos os elementos da diagonal principal **é igual a 1**

Identidade de Ordem 3

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transposta: matriz em que linhas da matriz original viram colunas (e as colunas viram linha)

$$Se\ A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}, então\ A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Adição de matrizes

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 3 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz A}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 3 & -3 & -2 \\ 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz B}} = \begin{bmatrix} 3+1 & 2+2 & 6-4 \\ 3+3 & 3-3 & 8-2 \\ 1+0 & 2-5 & 5+0 \end{bmatrix}$$

Realizando as operações temos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 6 & 0 & 6 \\ 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz C}}$$

As matrizes devem ser de tamanhos iguais (linhas e colunas)
Soma termo a termo entre os elementos da mesma posição.

Adição de matrizes

 +  = ?

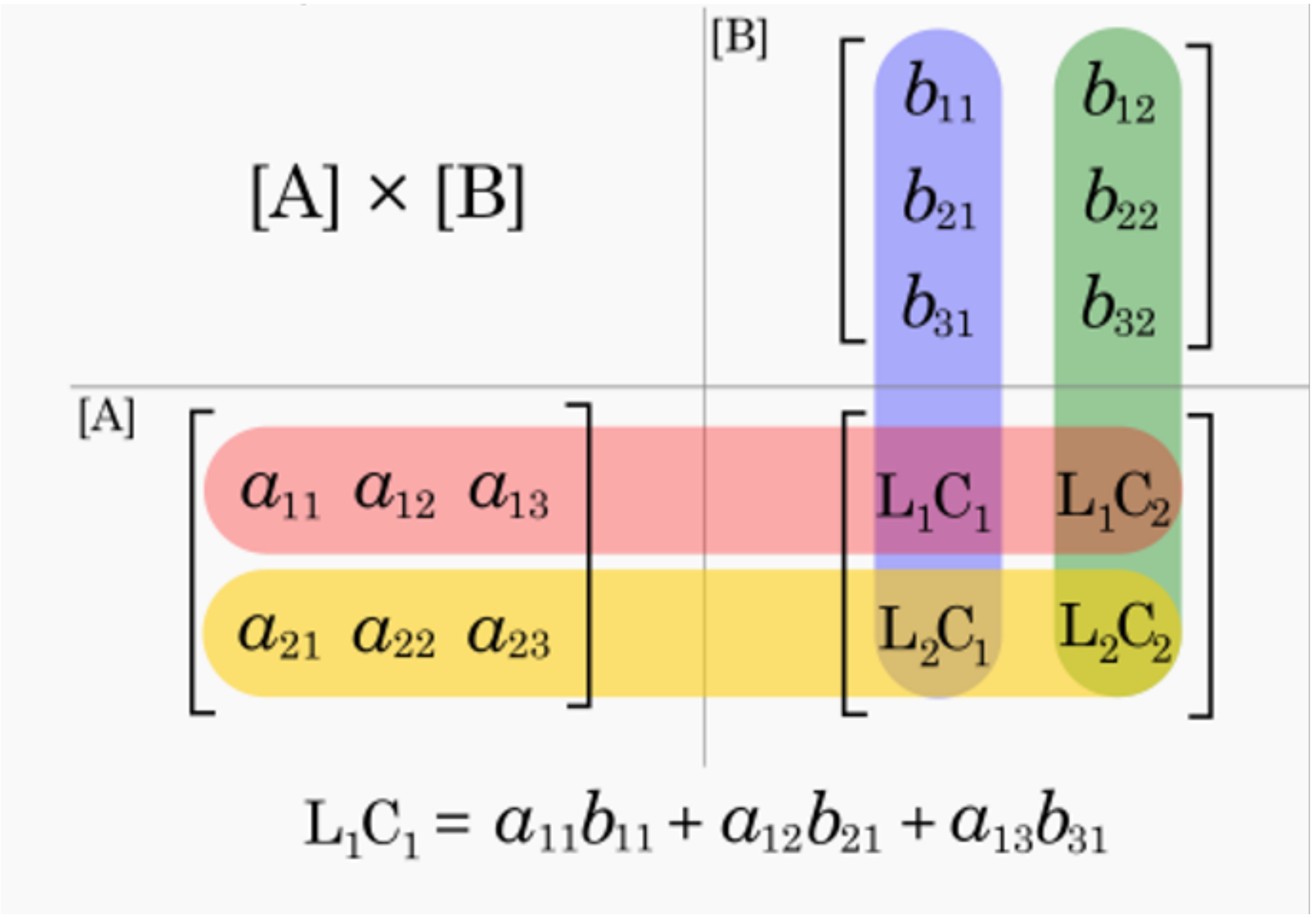
Matriz de brilho

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Matriz de brilho

255	255	255	255	255
255	255	255	255	255
255	255	255	255	255
255	255	255	255	255
255	255	255	255	255

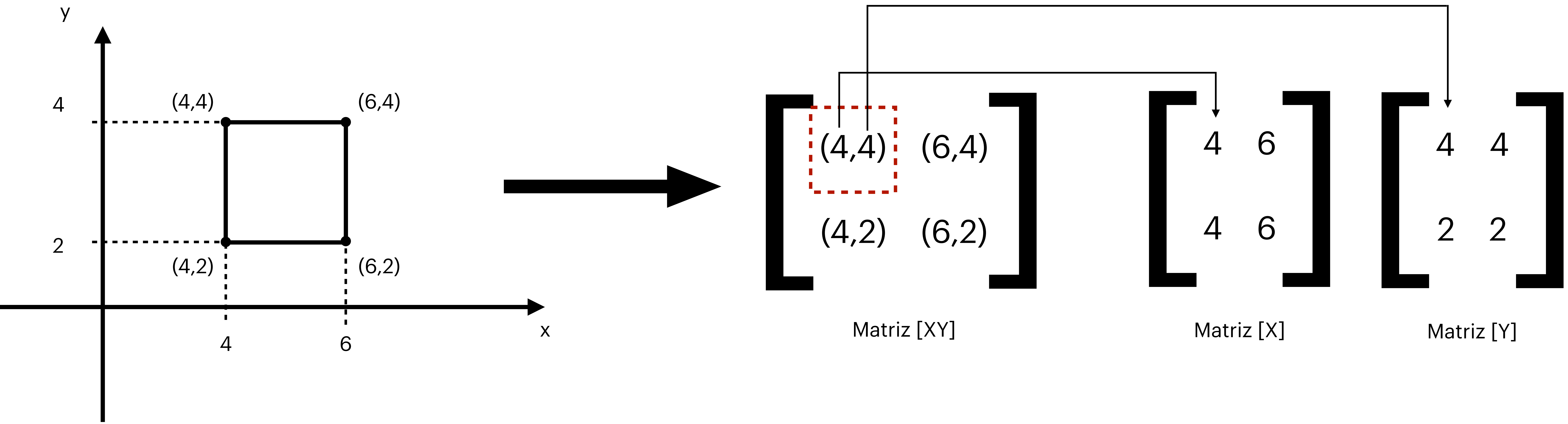
Multiplicação de matrizes



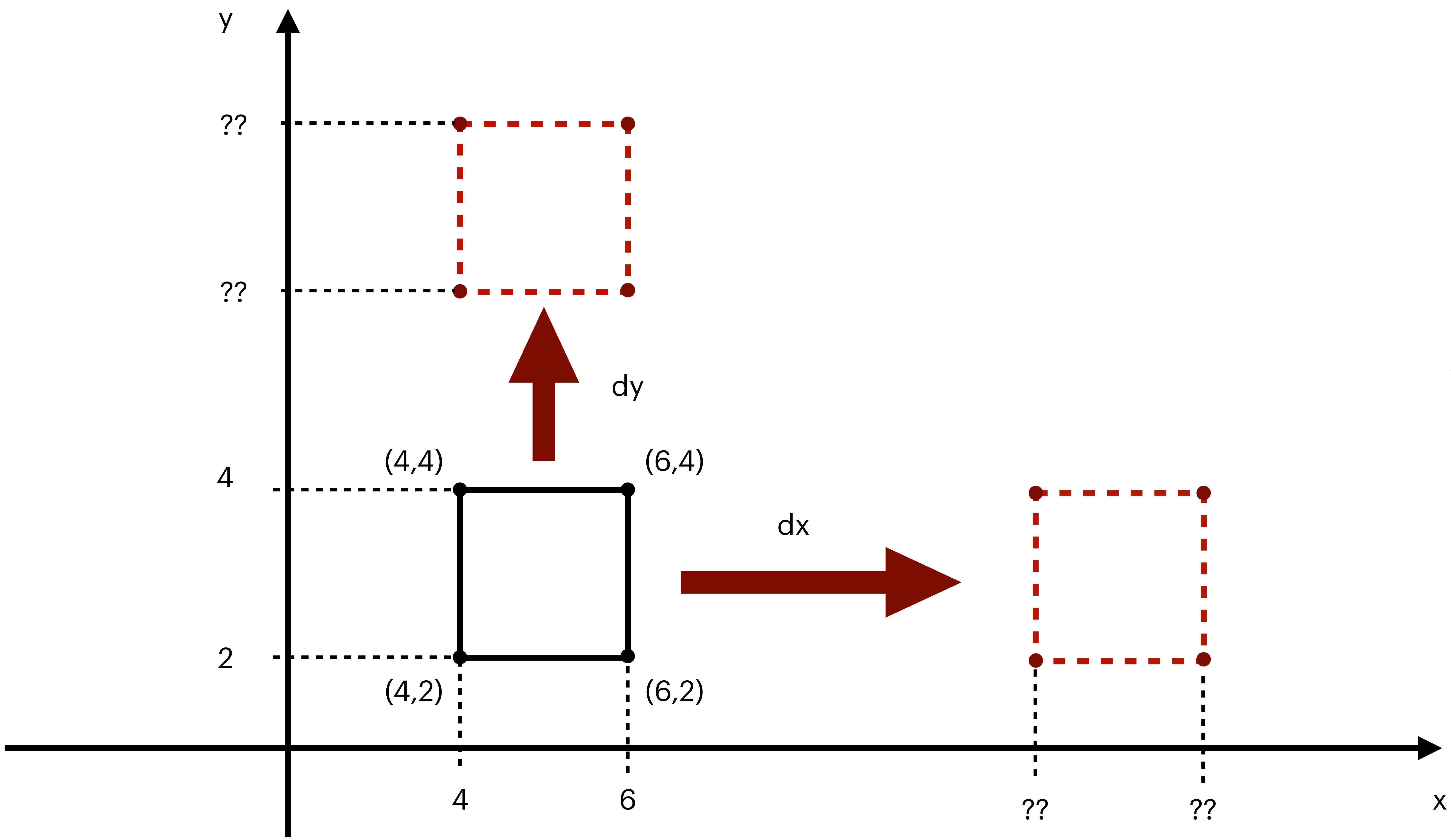
Só pode ser feita se o número de linhas (m) da primeira matriz for igual ao número de colunas (n) da segunda matriz.

Todas as linhas devem multiplicar todas as colunas.

Guardando as informações de POSIÇÃO da matriz

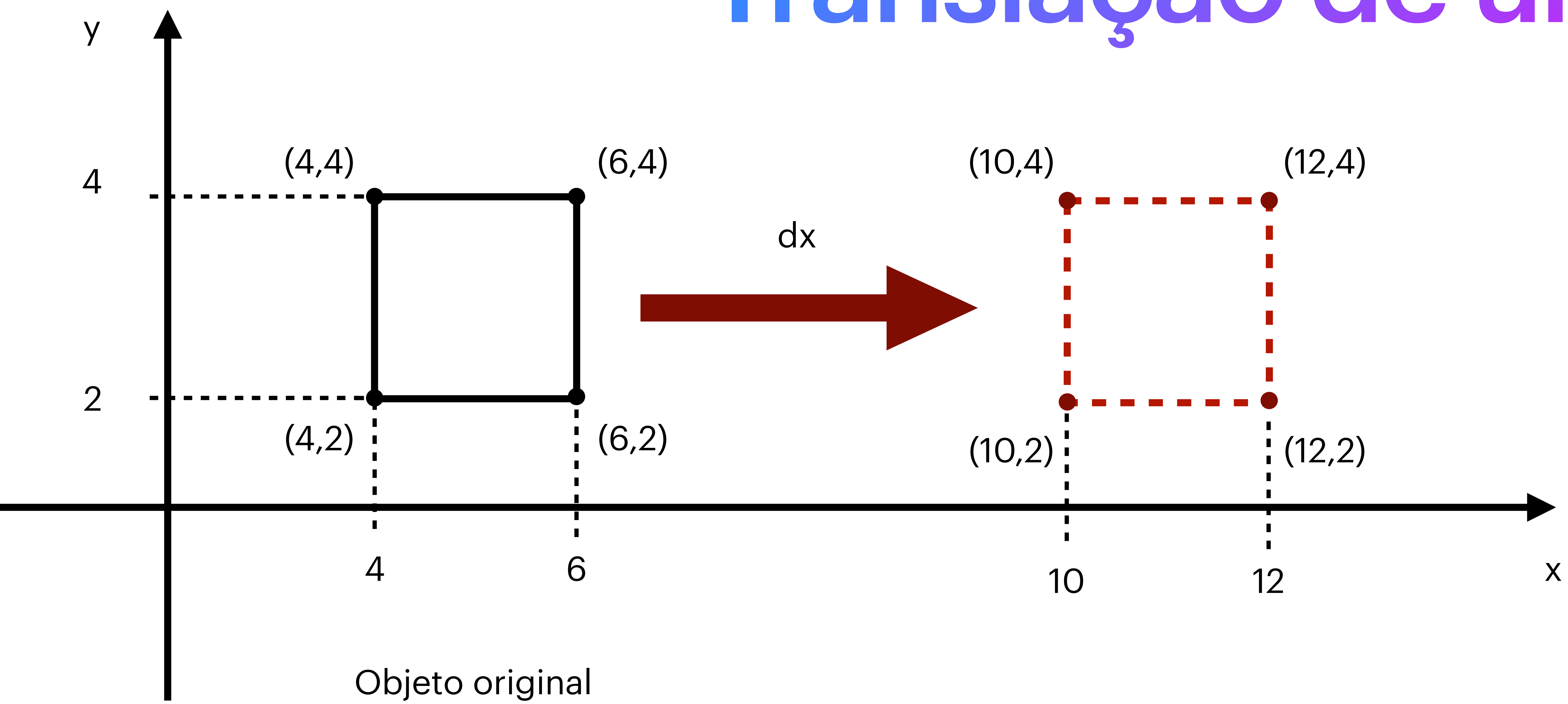


1 - Translação de um objeto



$$x' = x + dx$$
$$y' = y + dy$$

Translação de um objeto



$$x' = x + dx$$
$$y' = y + dy$$

Objeto original

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz [X] Matriz [Y]

dx = 6
dy = 0

Objeto transladado

$$\begin{bmatrix} 4+\mathbf{6} & 6+\mathbf{6} \\ 4+\mathbf{6} & 6+\mathbf{6} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4+\mathbf{0} & 4+\mathbf{0} \\ 2+\mathbf{0} & 2+\mathbf{0} \end{bmatrix}$$

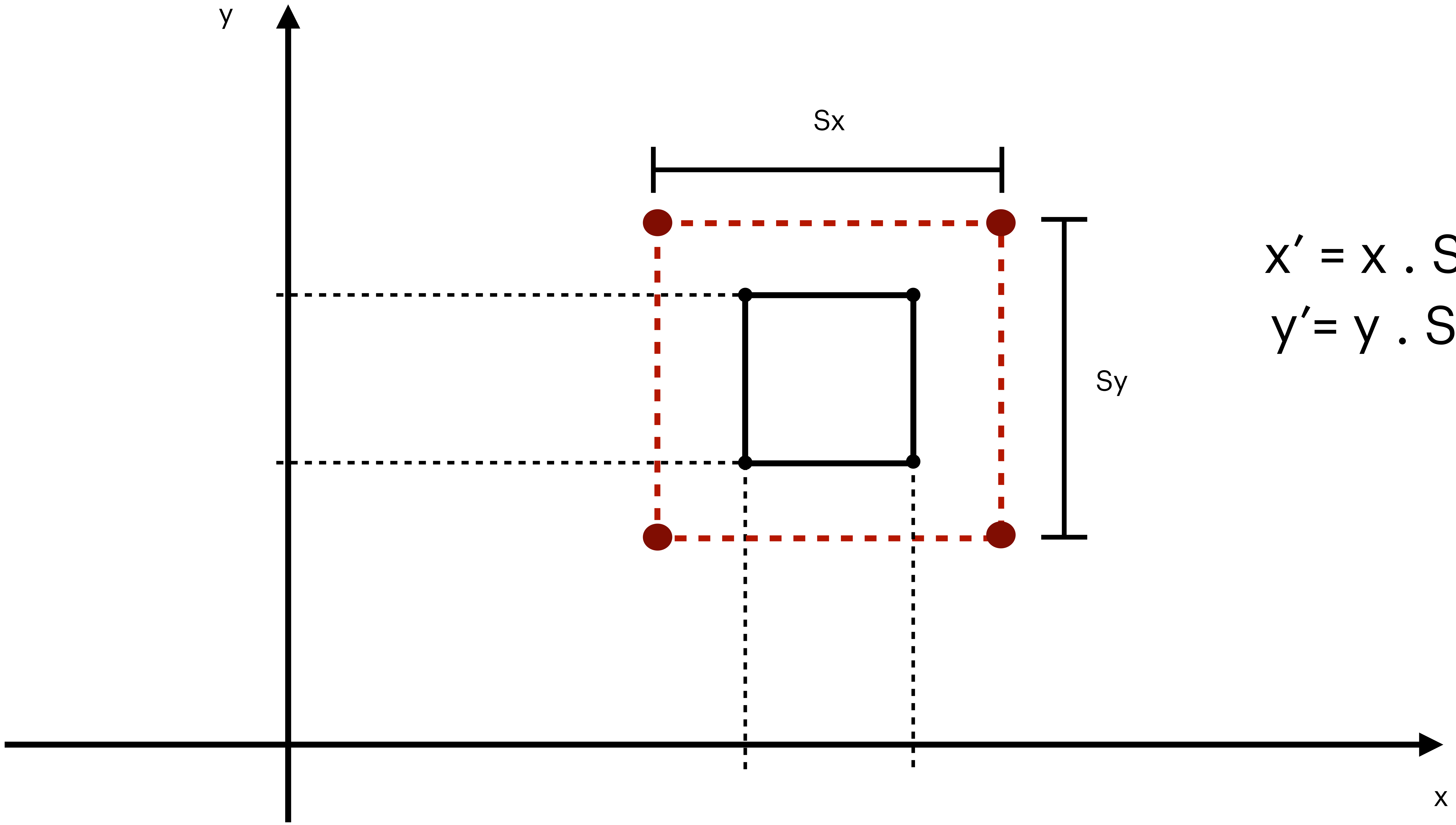
Matriz [X'] Matriz [Y']

Translação em jogos

Plano de fundo -> sutilmente se movimenta enquanto jogamos Mario. Se move apenas na horizontal.

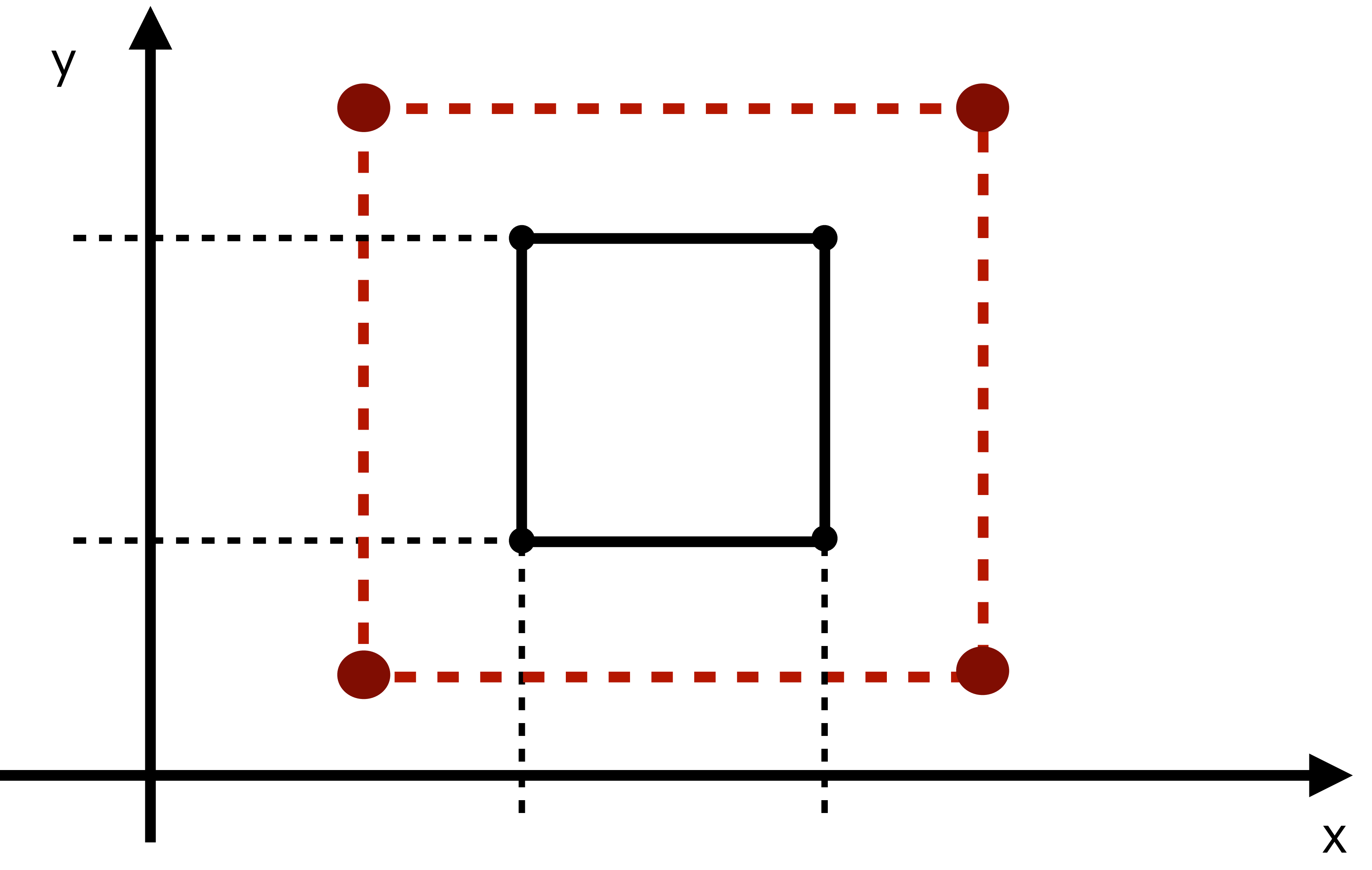
Nuvem -> criada para “perseguir” o Mário por onde ele for. Movimentação vertical e horizontal.

2 - Escalonamento de um objeto



$$x' = x \cdot Sx$$
$$y' = y \cdot Sy$$

Escalonamento de um objeto



$$x' = x \,.\, Sx$$
$$y' = y \,.\, Sy$$

Objeto original

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz [X] Matriz [Y]

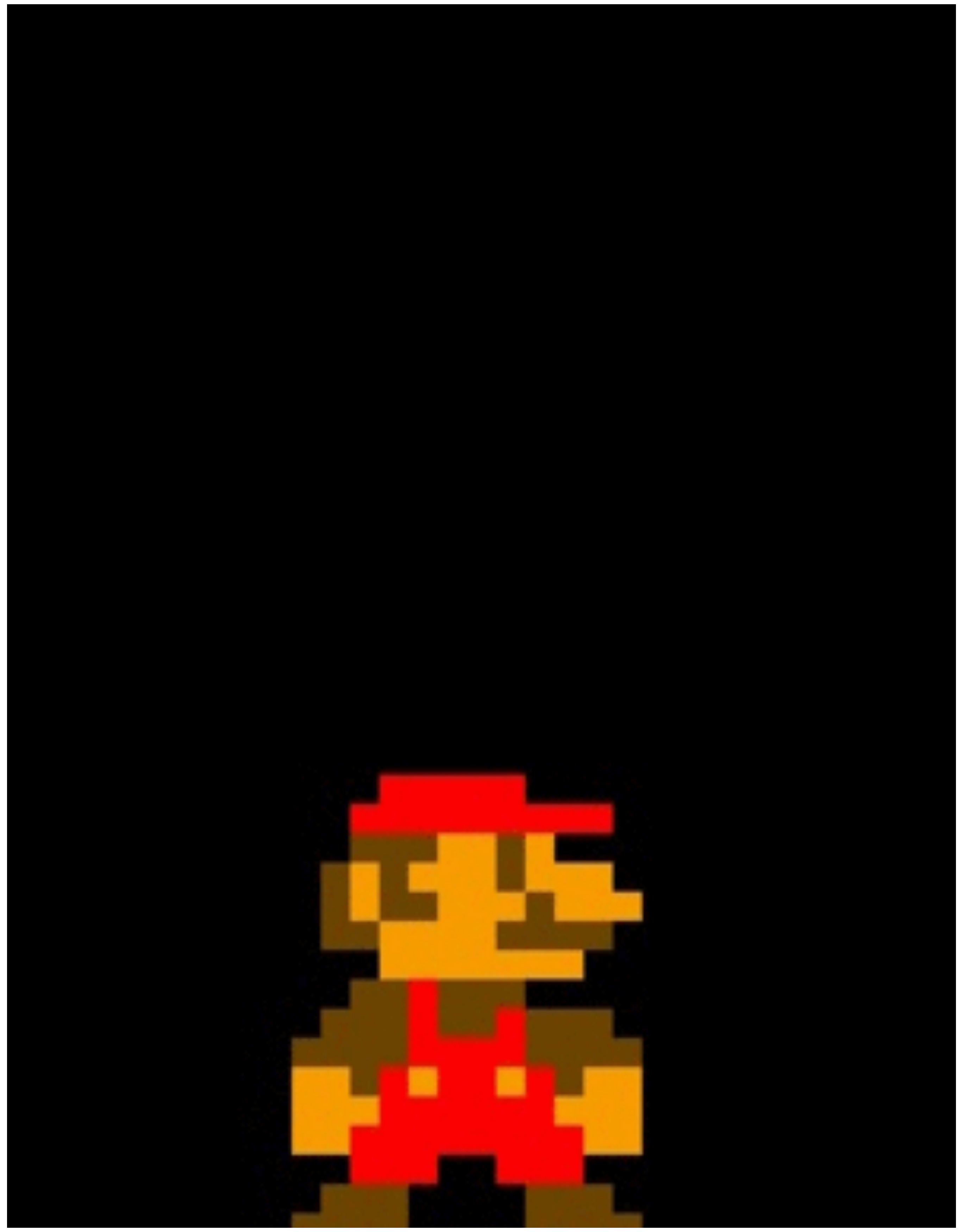
$$\mathbf{Sx = 2}$$
$$\mathbf{Sy = 2}$$

Objeto escalonado

$$\begin{bmatrix} 4x\mathbf{2} & 6x\mathbf{2} \\ 4x\mathbf{2} & 6x\mathbf{2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4x\mathbf{2} & 4x\mathbf{2} \\ 2x\mathbf{2} & 2x\mathbf{2} \end{bmatrix}$$

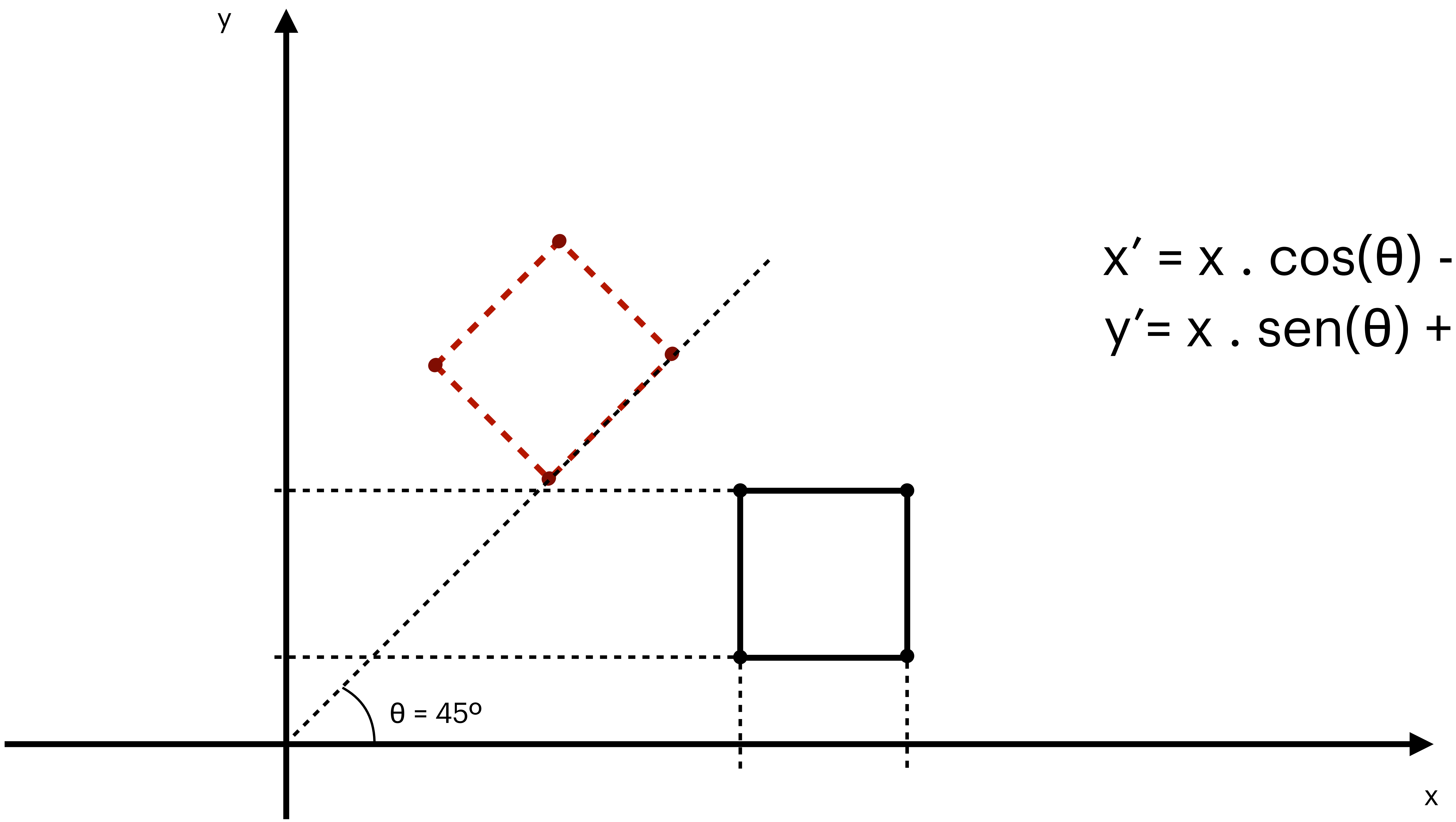
Matriz [X'] Matriz [Y']

Escalonamento em jogos



Mario -> Aumenta de tamanho ao consumir um cogumelo

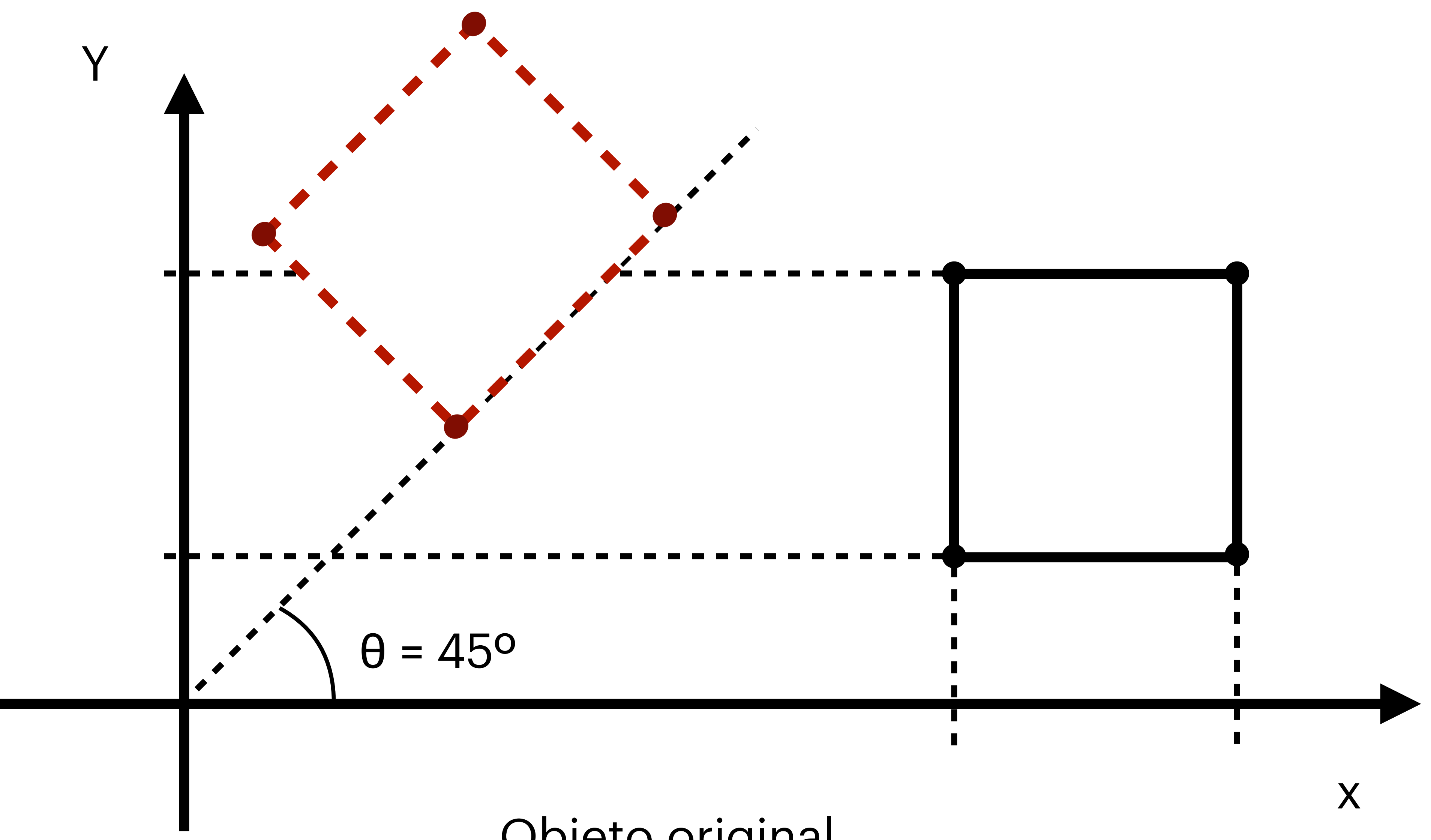
3 - Rotação de um objeto



$$x' = x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \text{sen}(\theta)$$
$$y' = x \cdot \text{sen}(\theta) + y \cdot \cos(\theta)$$

Rotação de um objeto

$$x' = x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \text{sen}(\theta)$$
$$y' = x \cdot \text{sen}(\theta) + y \cdot \cos(\theta)$$



Objeto original

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Matriz [X] Matriz [Y]

θ = 45º

Objeto rotacionado

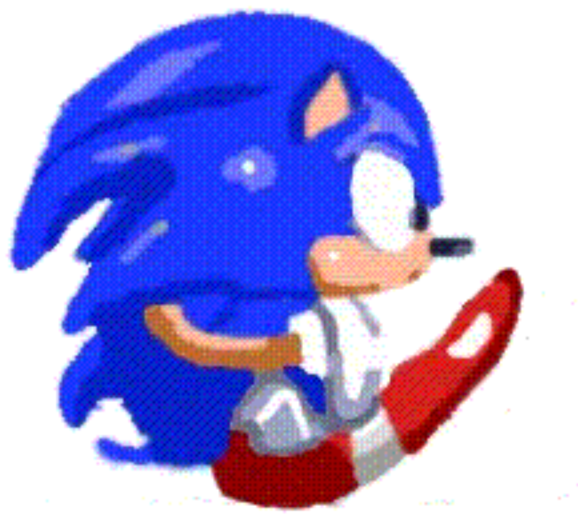
$$\begin{bmatrix} 4\cos(45) - 4\text{sen}(45) & 6\cos(45) - 4\text{sen}(45) \\ 4\cos(45) - 2\text{sen}(45) & 6\cos(45) - 2\text{sen}(45) \end{bmatrix}$$

Matriz [X']

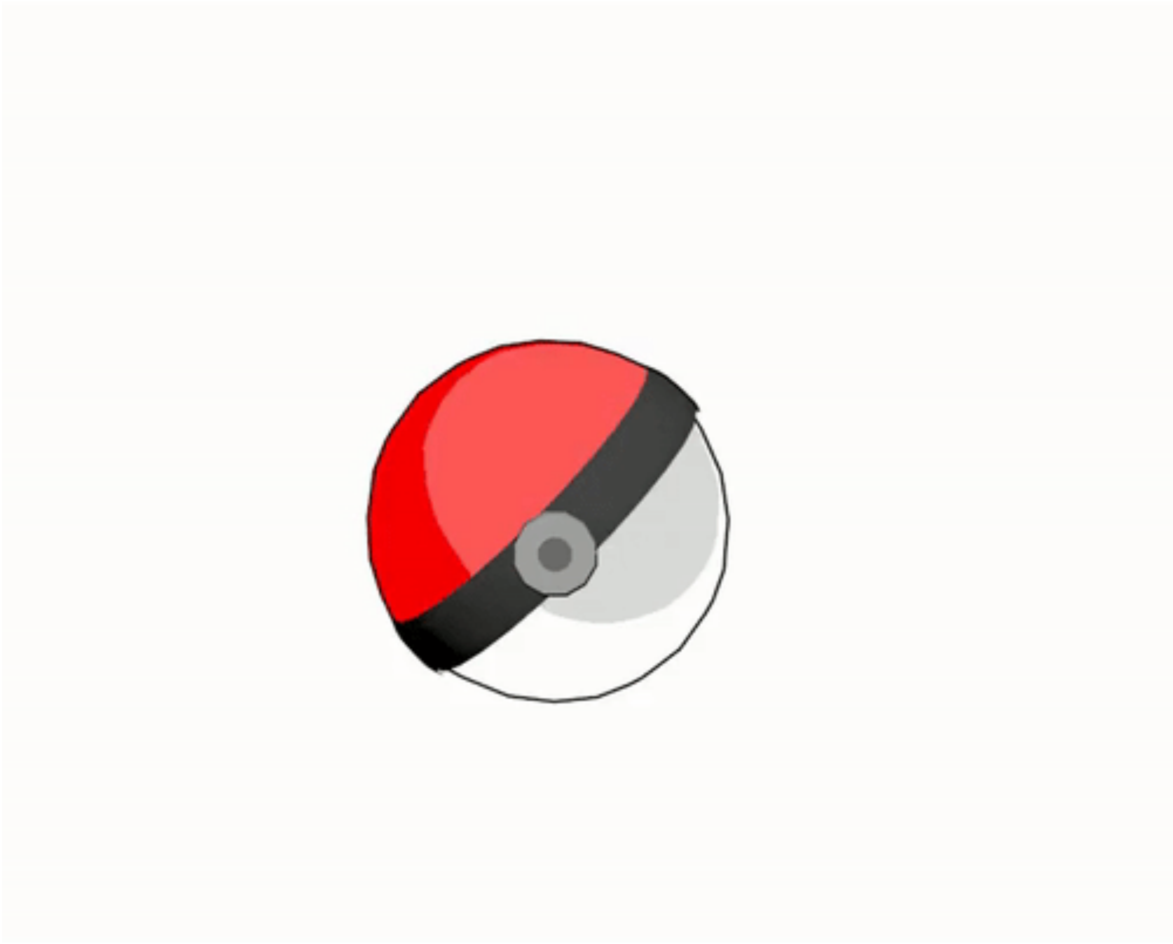
$$\begin{bmatrix} 4\text{sen}(45) + 4\cos(45) & 6\text{sen}(45) + 4\cos(45) \\ 4\text{sen}(45) + 2\cos(45) & 6\text{sen}(45) + 2\cos(45) \end{bmatrix}$$

Matriz [Y']

Rotação em jogos

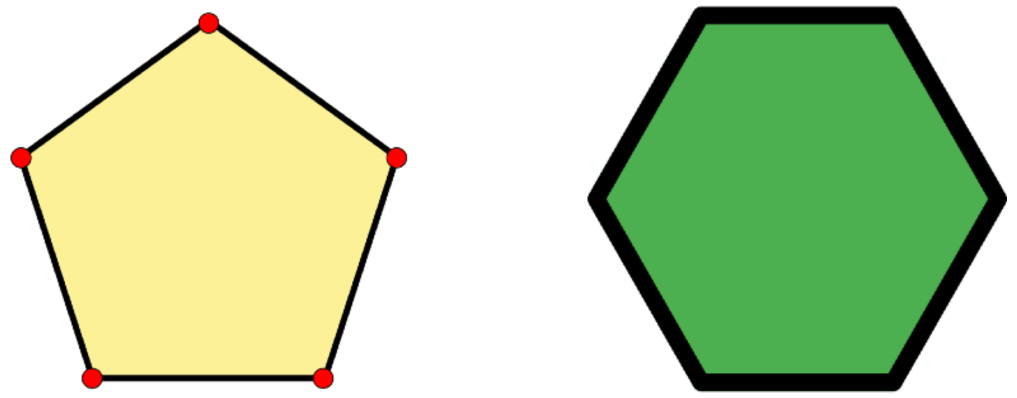


Sonic -> O personagem ao correr se transforma em uma bola e rola (rotaciona) para se locomover.



Pokebolas -> Ao capturar um Pokemon, estas Pokebolas ficam rotacionando de um lado para o outro até o bichinho ser capturado.

Exercício



1) Escolha uma forma geométrica: **pentágono ou hexágono**

2) Posicione-a no plano cartesiano do AVA e pontue as coordenadas de seus vértices

3) Realize uma operação de translação em x e y nela, informando a posição final do objeto

4) A partir desta nova posição, realize uma operação de escalonamento do objeto

5) A partir deste novo objeto, rotacione-o em 45º (seno = cosseno = 0,7)

ENVIAR NO AVA - VALE NOTA!

Dúvidas?

REFERÊNCIAS

- Material da disciplina de Computação Gráfica da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
- Apostila de Computação Gráfica do Prof. Antônio Lopes Apolinário Júnior
- Artigo Interface de Jogos Digitais - Autores: Bruno Ribeiro, Fabiano Lucchese e Zady Castañeda. Disponível em: https://www.dca.fee.unicamp.br/~martino/disciplinas/ia369/trabalhos/t3g3.pdf
- Livro: Computação Gráfica - Teoria e Prática - Eduardo Azevedo e Aura Conci