Ejercicio 1

- Dos tipos son isomorfos si existen 2 funciones:
  - f :: a -> b,
  - g :: b -> a
  - tales que f . g = id y g . f = id
- Teniendo los siguientes tipos de dato:

```
Either a b = left a | right b
AB a = nil | bin a (AB a) (AB a)
AX a b = vacio | nodoA a (AX a b) (AX a b) | nodoAB a b (AX a) (AX a)
```

- Demostrar que los tipos (AX a b) y AB (either a (a,b)) son isomorfos.

Ejercicio 2

- Se cuenta con cálculo lambda extendido con booleanos y pares.
- Se quiere extender para introducir **pattern matching**.
- El patrón **P** puede tomar las siguientes formas:

```
P ::= x | V | <P, P>
```

- Que representan una variable, un valor, y un par de patrones respectivamente.
- Se agrega el siguiente término:

```
Match P ~ M1 then M2 else M3
```

- El comportamiento esperado es el siguiente:
  - Se evalua M1 hasta obtener un valor.
  - Si ese valor "concuerda" con P, se procede a evaluar M2.
  - De lo contrario se evalua M3.
- P y M1 "concuerdan" de la siguente manera:
  - Si P es una variable **x** , concuerda con cualquier valor ligandose a ese valor.
  - Si P es un valor , solo concuerda con el mismo valor.
  - Si P es un par <P1, P2> , concuerda con otro valor si ese valor es un par <x, y> donde P1 concuerda con x y P2 concuerda con y.
- a) Extender las reglas de tipado para que los patrones esten tipados correctamente.
- b) dar una derivación de tipo para la siguente expresión:
  - Match <x,y> ~ p then <y, x> else p
- c) Extender el conjunto de valores y dar las nuevas reglas de semántica.
- d) reducir la siguiente expresión:

- Match <x, y> ~ <1,2> then <y, x> else <0,0>

Ejercicio 3

- Dos listas l1 y l2 son componibles si tienen un elemento en común que los permite "concatenar"
  - Por ejemplo [1,2,3] es componible con [3,4,5] y la concatenación de esas dos listas es [1,2,3,4,5].
- Se extiende de manera obvia a n listas, [l1,...,ln]:
  - Por ejemplo [1,2] [2,3] [3,4] [4,5] son componibles y resulta en la lista [1,2,3,4,5]
- Un rompecabezas es una lista de listas tal que son componibles para algún orden:
  - Ej la solución [1,2,3,4,5] tiene como rompecabezas la lista [[2,3,4],[1,2],[4,5]] (en este caso es la única solución)
- Implementar el predicado generarRompecabezas(+S, -R) que dado una lista solución S, instancia en R todos los rompecabezas que tienen a S como solución.

Ejercicio 4

- Se extiende deducción natural con las siguientes reglas:

```
Γ ⊢ α   Γ, τ ⊢ ⊥                 Γ ⊢ α θ τ   Γ,α ⊢ τ
_________________θi            ________________________θe
   Γ ⊢ α θ τ                           Γ ⊢ ρ
```

- Demostrar que:
  - a) $\neg(\alpha \Rightarrow \tau) \vdash \alpha \Theta \tau$
  - b) $\neg(\alpha \Theta \tau) \vdash \alpha \Rightarrow \tau$