

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$$

a) result will be  $4 \times 4$

$$\begin{bmatrix} 1 \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} & 2 \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \\ 3 \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} & 4 \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 6 & 10 & 12 \\ 7 & 8 & 14 & 16 \\ 15 & 18 & 20 & 24 \\ 21 & 24 & 28 & 32 \end{bmatrix}$$

b) result will be  $4 \times 2$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 7 & 16 \\ 15 & 24 \\ 21 & 32 \end{bmatrix}$$

c)  $(A \otimes B)^{-1} = (A^{-1} \otimes B^{-1})$

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 & -1 \\ -3/2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5/2 & -3 \\ -7/2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1/2 \begin{bmatrix} -5/2 & -3 \\ -7/2 & -4 \end{bmatrix} & -1 \begin{bmatrix} -5/2 & -3 \\ -7/2 & -4 \end{bmatrix} \\ -3/2 \begin{bmatrix} -5/2 & -3 \\ -7/2 & -4 \end{bmatrix} & -2 \begin{bmatrix} -5/2 & -3 \\ -7/2 & -4 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 5/4 & 3/2 & 5/2 & 3 \\ 7/4 & 2 & 7/2 & 4 \\ 15/4 & 9/2 & 5 & 6 \\ 21/4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

d)  $(A \otimes B)^{-1} = (A^{-1} \otimes B^{-1})$   
So same as c)

e) element-wise matrix product  $\rightarrow \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 32 \end{bmatrix}$