

Άσκηση Γ.2 Μετασχηματισμοί Fourier

Ερώτημα 1)

Στο συγκεκριμένο ερώτημα της άσκησης ζητείται να υπολογιστεί η σειρά Fourier ενός σήματος πεπερασμένης διάρκειας T . Η υλοποίηση του προγράμματος αυτού βρίσκεται στο αρχείο `c2_1.m`, το οποίο υπάρχει στον φάκελο `C2`.

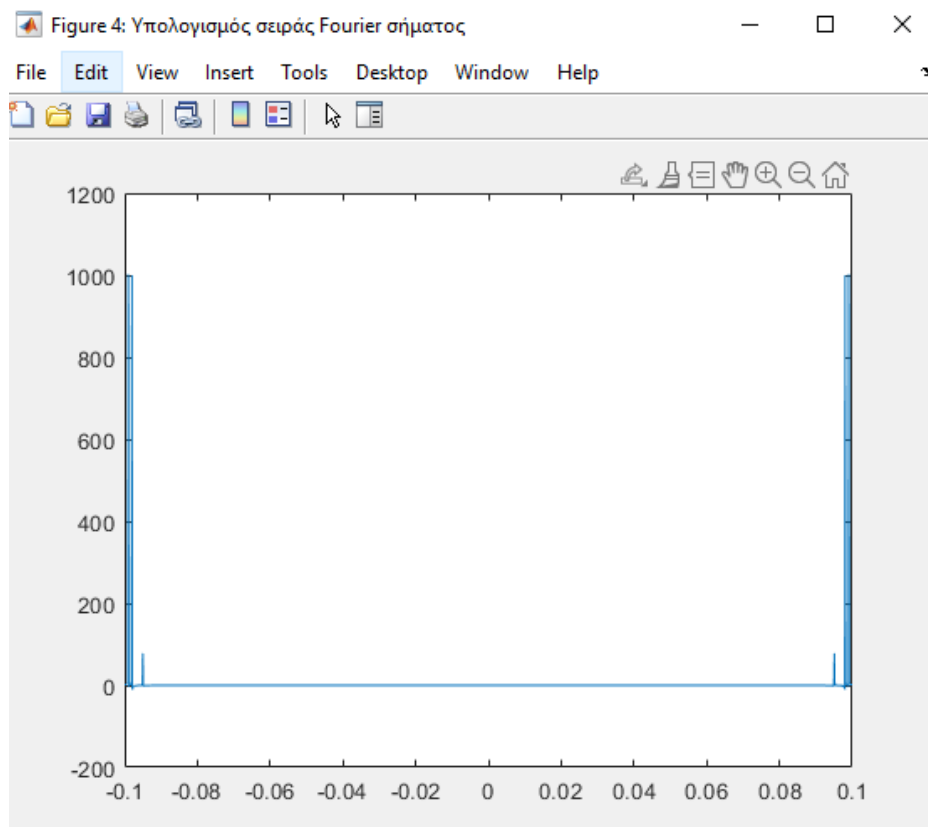
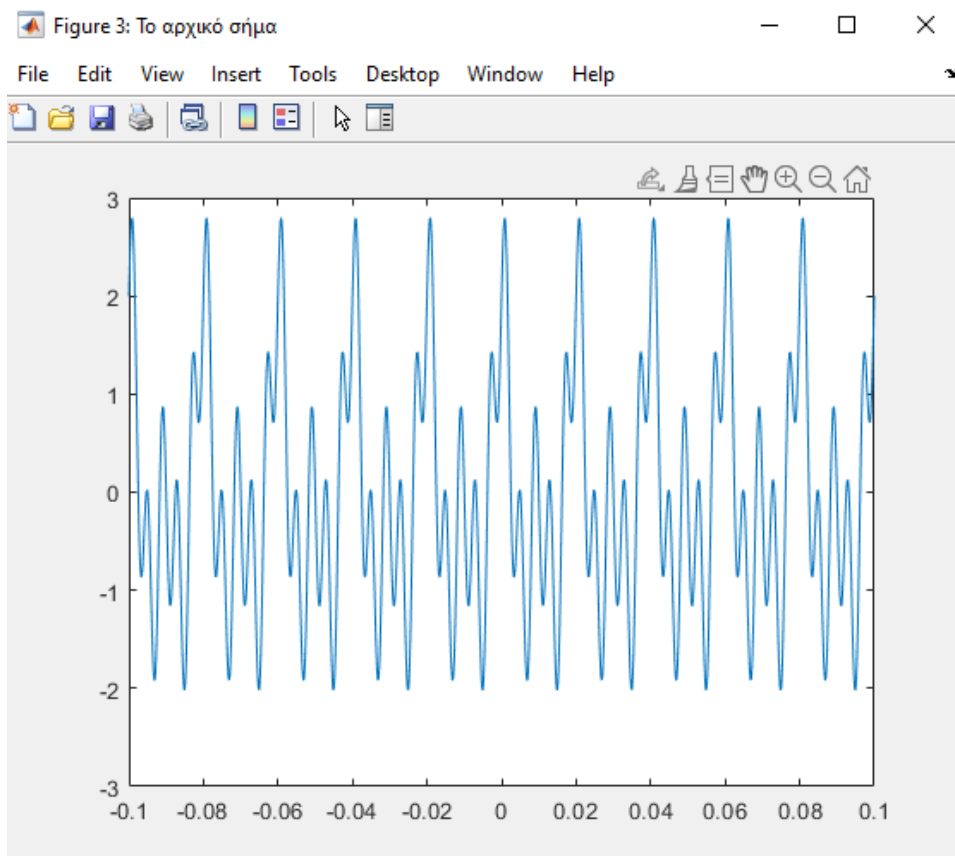
Κατά τη διάρκεια εκτέλεσης του προγράμματος, ο χρήστης εισάγει την συνάρτηση $x(t)$ του σήματος. Έστω λοιπόν ότι δίνεται σαν είσοδος η ακόλουθη συνάρτηση:

$$x = \cos(100\pi t) + \cos(200\pi t) + \sin(500\pi t)$$

Από το παραπάνω σήμα (και για κάθε σήμα που εισάγεται) επιλέγουμε να κάνουμε περιοδική δειγματοληψία με περίοδο $d = 0.0001$ μονάδες χρόνου. Το διάστημα T που επιλέγουμε να κάνουμε την περιοδική δειγματοληψία του σήματος x είναι το $[-0.1, 0.1]$. Τα δείγματα που παίρνουμε από τη διαδικασία αυτή αποθηκεύονται σε έναν πίνακα με όνομα x .

Στην συνέχεια, λαμβάνουμε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier X του σήματος x που έδωσε ο χρήστης μέσω της συνάρτησης `fft` του Matlab.

Τέλος, σε δύο ξεχωριστά παράθυρα, εμφανίζονται αφενός το αρχικό σήμα x που πήραμε με την μέθοδο της δειγματοληψίας και, αφετέρου, ο διακριτός μετασχηματισμός Fourier X του σήματος αυτού. Έτσι, για το σήμα $x = \cos(100\pi t) + \cos(200\pi t) + \sin(500\pi t)$ εμφανίζονται στην οθόνη τα ακόλουθα δύο παράθυρα:



Ερώτημα 2)

Στο συγκεκριμένο πρόγραμμα, ζητείται να υπολογιστεί η αντιστροφή μίας δεδομένης σειράς Fourier. Το πρόγραμμα MATLAB που υλοποιήθηκε είναι αποθηκευμένο με το όνομα `c2_2.m` και βρίσκεται στον φάκελο C2 του project. Το πρόγραμμα έχει ως εξής:

Αρχικά, ο χρήστης εισάγει τους συντελεστές της σειράς με την μορφή ενός διανύσματος, το οποίο διάνυσμα αποθηκεύεται στην μεταβλητή *signal_vector*. Οι συντελεστές μπορούν να εισαχθούν με κενά ή με κόμμα ενδιάμεσα. Επιπλέον, ο χρήστης εισάγει την θεμελιώδη συχνότητα που αποθηκεύεται στην μεταβλητή *frequency*. Σαν τελευταία είσοδος στο πρόγραμμα, δίνεται ο επιθυμητός αριθμός συντελεστών στον τύπο αντιστροφής, ο οποίος αποθηκεύεται στην μεταβλητή *desired_number*.

Αφού ο χρήστης έχει εισάγει τις τιμές στο πρόγραμμα, υπολογίζεται το αποτέλεσμα. Ουσιαστικά καλείται η ακόλουθη συνάρτηση *myFunction* με τα ακόλουθα ορίσματα:

```
myFunction(signal_vector,frequency,desired_number)
```

Η συνάρτηση εκτελεί τον ακόλουθο κώδικα:

```
function [iSF]=myFunction(Signal,fs,n)
    [iSF]=(1/fs).*ifft(Signal,n);
end
```

Κώδικας που υλοποιεί η συνάρτηση myFunction(Signal,fs,n)

Ουσιαστικά, η συνάρτηση αυτή επιστρέφει έναν πίνακα με τα αποτελέσματα της αντίστροφης σειράς Fourier βάσει των παραμέτρων που έδωσε στο πρόγραμμα ο χρήστης.

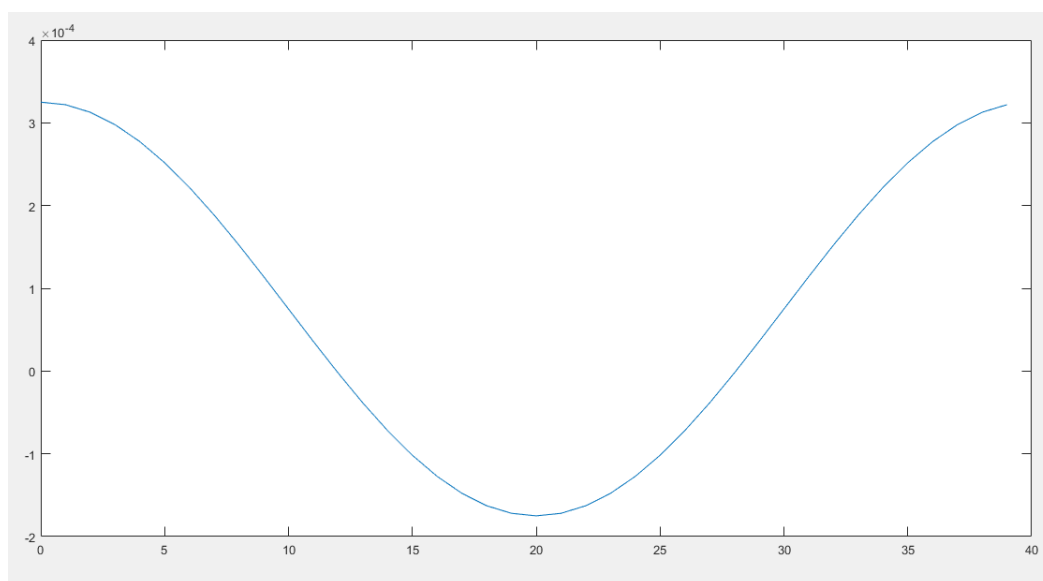
Το αποτέλεσμα που επιστρέφει η παραπάνω συνάρτηση, αποθηκεύεται στον πίνακα `result`. Τελικά, αυτό το αποτέλεσμα εμφανίζεται σε ένα νέο παράθυρο στο διάστημα `[0,desired_number-1]`.

Παράδειγμα υλοποίησης:

```
Εισάγετε τους συντελεστές της σειράς: 3+10i 40+10i 32+i 12+45i 46+2i
Εισάγετε την θεμελιώδη συχνότητα: 1000
Εισάγετε τον επιθυμητό αριθμό συντελεστών στον τύπο αντιστοίχως: 40
```

Εισαγωγή δεδομένων στον πρόγραμμα

Με βάση τις παραπάνω εισαγωγές, εμφανίζεται το ακόλουθο παράθυρο:



Η έξοδος του προγράμματος c2_2.m για συγκεκριμένα δεδομένα εισόδου

Ερώτημα 3)

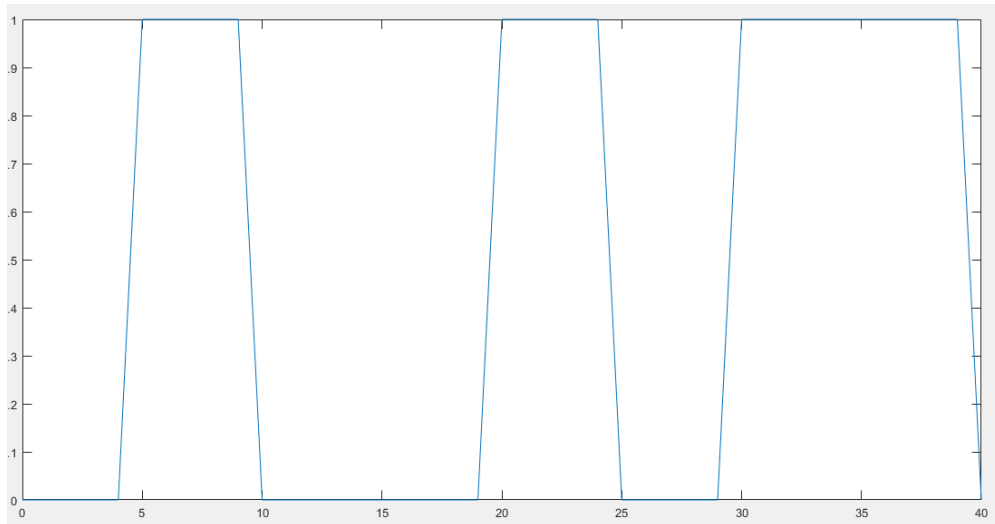
Στο συγκεκριμένο ερώτημα της άσκησης ζητείται να φτιάξω το σήμα που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII του πρώτου γράμματος του επωνύμου μου (το «Κ»). Η υλοποίηση του προγράμματος αυτού βρίσκεται στο αρχείο c2_3.m, το οποίο υπάρχει στον φάκελο C2.

Στην ουσία, στο παρών πρόγραμμα κατασκευάζουμε το σήμα με βάσει τις παραπάνω προδιαγραφές. Η ιδέα είναι ότι το σήμα θα έχει την μορφή ενός παλμού. Η δυαδική αναπαράσταση του χαρακτήρα ASCII «Κ» είναι η εξής: 01001011. Έτσι, κάθε φορά που συναντάμε bits με αριθμό μηδέν, ο παλμός έχει τιμή μηδέν (0), ενώ όταν συναντάμε bits με αριθμό ένα, τότε ο παλμός έχει τιμή ένα (1).

Για την κατασκευή του συγκεκριμένου παλμού στο Matlab υλοποιήθηκαν οι ακόλουθες εντολές:

1. Δημιουργία ενός πίνακα t 41 θέσεων με τιμές από το 0 έως και το 40.
 2. Δημιουργία ενός πίνακα y 41 θέσεων με μηδενικά. Στον συγκεκριμένο πίνακα θα αποθηκευτούν οι διακριτές τιμές του σήματος (παλμού) που θα κατασκευαστεί.
 3. Κατασκευή της συνάρτησης $Y = f(t)$. Η συγκεκριμένη συνάρτηση χρησιμοποιείται για την κατασκευή του τελικού σήματος. Ουσιαστικά, θεωρούμε ότι κάθε bit που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII «K» αναπαρίσταται με 5 συνεχόμενες θέσεις στον πίνακα y . Έτσι, ένα bit με τιμή μηδέν αναπαρίσταται ως εξής: 00000 και ένα bit με τιμή ένα αναπαρίσταται ως εξής: 11111. Επειδή γνωρίζουμε ποια είναι η δυαδική μορφή του χαρακτήρα ASCII «K» (01001011), η συνάρτηση κατασκευάζει τον πίνακα y (που αντιστοιχεί στις τιμές του παλμού) απευθείας. Έτσι, οι πρώτες 5 θέσεις του πίνακα αυτού είναι 0, οι επόμενες 5 θέσεις είναι 1, οι επόμενες 5 θέσεις είναι 0 κ.ο.κ.
- Σημείωση:** Η τελευταία θέση του πίνακα y λαμβάνει την τιμή μηδέν.
4. Μέσα σε ένα for loop, καλούμε την προαναφερθείσα συνάρτηση για κάθε μία θέση του πίνακα y , έτσι ώστε ο τελευταίος να αποκτήσει τις τιμές του σήματος που αναπαριστά τον χαρακτήρα ASCII 01001011.

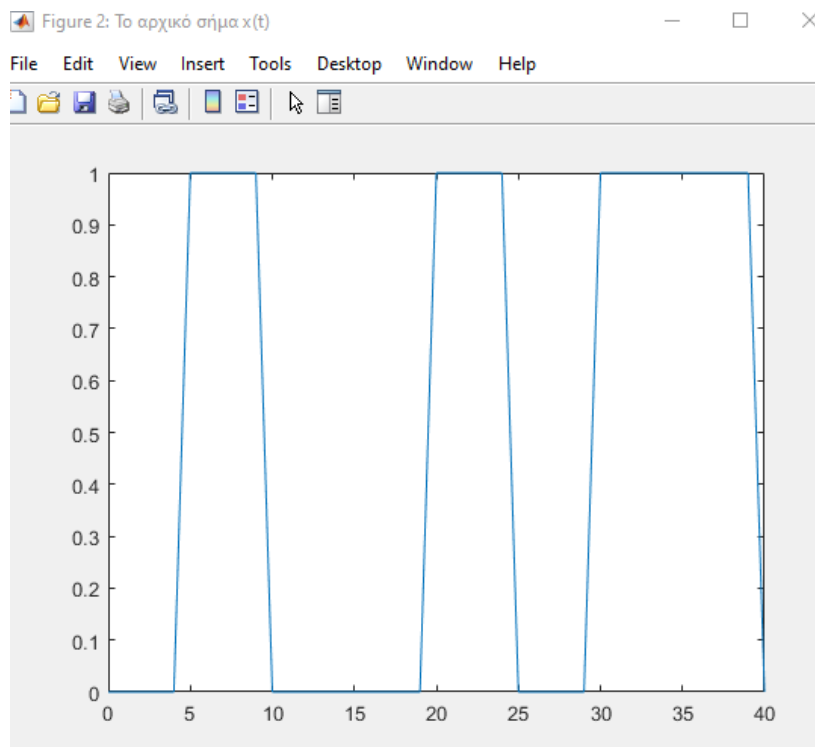
Με βάση τα παραπάνω, ο παλμός που κατασκευάζεται φαίνεται στην επόμενη φωτογραφία:



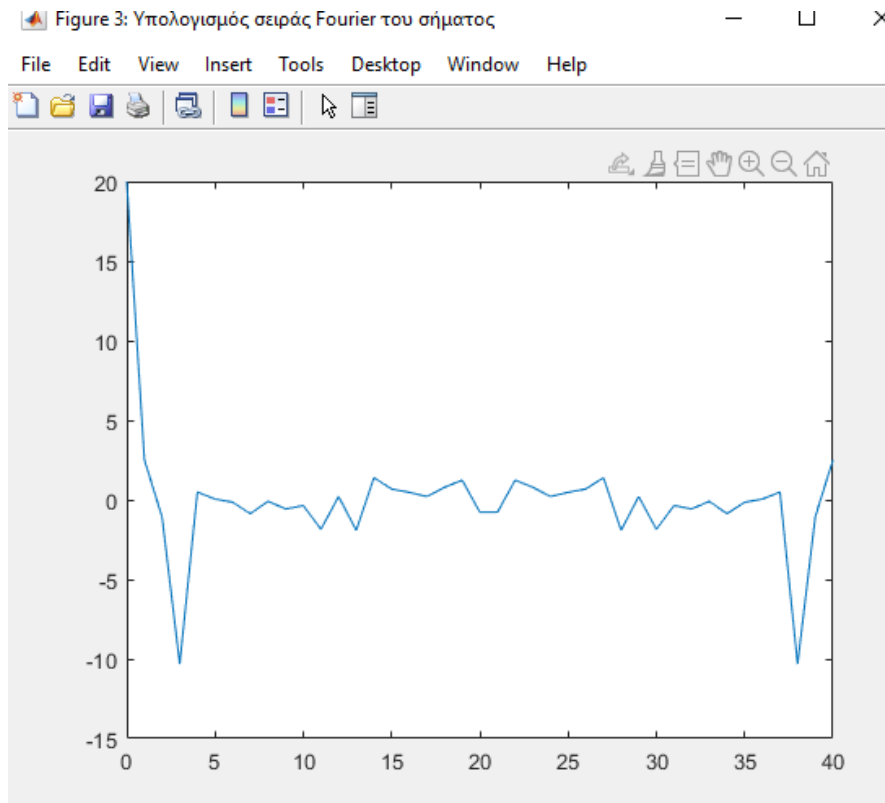
Παλμός που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII "Κ"

Επαλήθευση προγράμματος 1:

Όταν εισάγω στο πρόγραμμα 1 (c2_1.m) το σήμα που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII του πρώτου γράμματος του επωνύμου μου (το «Κ») λαμβάνω την επόμενη έξοδο:



Το αρχικό σήμα (παλμός)



Ο ΔΜF του σήματος (παλμού)

Ουσιαστικά, όταν εισάγω τον παλμό στο πρόγραμμα 1, τον αναθέτω στην μεταβλητή x που περιλαμβάνει το αρχικό σήμα του προγράμματος.

Σημείωση: Το σήμα που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII του πρώτου γράμματος του επωνύμου μου έχει ήδη δημιουργηθεί στο πρόγραμμα `c2_3.m` και κρατείται στην μεταβλητή y (έχει αφαιρεθεί πρωτίστως η εντολή `clear all` που κάνει εκκαθάριση της δεσμευμένης μνήμης στο Matlab).

Επαλήθευση προγράμματος 2:

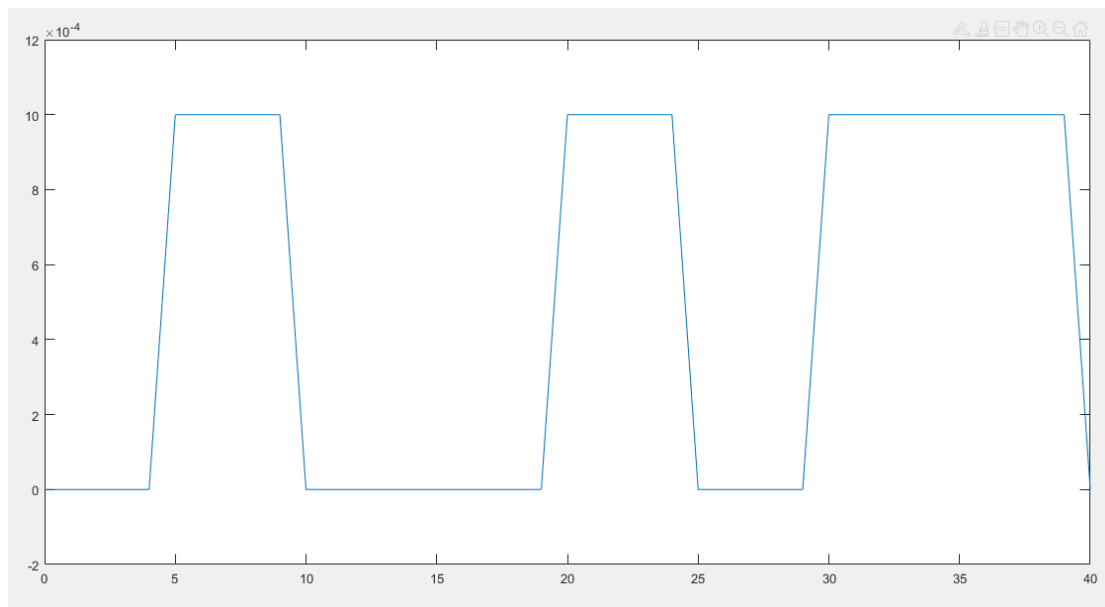
Για την επαλήθευση του προγράμματος 2, εισάγουμε σαν είσοδο τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier του παλμού που αντιστοιχεί στον χαρακτήρα ASCII του πρώτου γράμματος του επωνύμου μου. Ουσιαστικά, ο ΔΜF του παλμού αυτού, έχει δημιουργηθεί στο πρόγραμμα 1 και βρίσκεται ήδη αποθηκευμένος στην μεταβλητή X (έχει αφαιρεθεί πρωτίστως η εντολή `clear all` που κάνει εκκαθάριση της

δεσμευμένης μνήμης στο Matlab). Αυτή την μεταβλητή δίνουμε σαν είσοδο στο πρόγραμμα 2 (c2_2.m).

Επιπλέον, εισάγουμε την θεμελιώδη συχνότητα (στο παράδειγμα έχουμε εισάγει την συχνότητα ίση με 1000) και τον αριθμό των συντελεστών στον τύπο αντιστροφής (αυτός ο αριθμός πρέπει να ισούται με 41, καθώς η μεταβλητή X είναι ένα διάνυσμα με 41 τιμές- θέσεις).

Η τελευταία αλλαγή που κάνουμε στο πρόγραμμα 2 για να λειτουργήσει σωστά, είναι να οριστεί το t (πεδίο ορισμού της συνάρτησης) ώστε να ξεκινάει από το μηδέν, με βήμα 1 και να τελειώνει στο 40.

Κατόπιν τούτων, λαμβάνουμε από το πρόγραμμα 2 την ακόλουθη έξοδο:



Έξοδος του προγράμματος 2

Παρατηρούμε, ότι η έξοδος του δεύτερου προγράμματος ισούται με το αρχικό σήμα-παλμός που δημιουργήθηκε στο πρόγραμμα 3 (c2_3.m). Επομένως, τα δύο προγράμματα 1 και 2 λειτουργούν σωστά!