МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ
Кафедра методов оптимального управления

Методы MPC для отслеживания магистралей в динамических задачах экономики

Курсовая работа (проект)

Горошко Николая Сергеевича
студента 3 курса,
специальность «экономическая кибернетика»

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук
доцент Н.М. Дмитрук

Минск, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Курсовая работа, 20 с., 0 рис., 0 табл., 56 источников

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Цель работы и ее актуальность

Объектом исследования является

В процессе работы были получены следующие результаты

Новизна полученных результатов заключается в

Структура курсовой работы представлена тремя главами, где раскрываются

ВВЕДЕНИЕ

Объем введения для дипломных работ не менее 1 стр. Для магистерских диссертаций 2-3 стр. Описать исследуемую в работе проблему, отметить актуальность и новизну задачи или подхода к ее решению. Еще раз подчеркнуть цель работы (не повторять указанную в реферате). Кратко изложить содержание работы, примерно в таком виде: В частности, в разд. 1 обосновано . . . . В разд. 2 исследуется . . . .. В разд. 3 продолжается исследование задач . . . . В разд. 4 эффективность предложенных методов иллюстрируется численными примерами. . . В заключении приводятся краткие выводы по результатам проведенной работы и даются рекомендации о перспективах дальнейших исследований по исследуемой тематике.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

1.1 Теория управления по прогнозирующей модели

Управление по прогнозируемой модели(далее MPC, от англ. "Model Predictive Control") это продвинутый метод управления процессами, который используется для соответствующего набора ограничений. Оно используется в перерабатывающей индустрии, на химических заводах и нефтепереработке с 80-х годов XX-го века. Сейчас данный метод так же используется при калибровке энергетических систем и силовой электронике. В MPC в основном используются динамические модели процессов, наиболее часто линекйные импирические модели полученные системной индетефикацией. Главным приимуществом MPC является то, что он способен оптимизировать текущий временной отрезок, держа ввиду будущие интервалы.
Модели, используемые в MPC, направлены на то, чтобы отражать поведение сложных динамических систем. Они предсказывают изменения в зависимых переменных моделируемых систем благодаря изменениям независимых переменных. Например если речь идет о химических процессах, независимые переменные, которые могут быыть добавлены контроллером чаще всего являются либо установками регулятоных PID-контроллевров, либо конечными контрольными элементами.

Теория в основе MPC В основе MPC лежит итеративная конечно-горизонтальная оптимизация модели производства. В момент времени t производится выборка текущего состояния производства и вычисляется стратегия управления минимизацией затрат (с помощью алгоритма численной минимизации) для относительно короткого временного горизонта в будущем: $[t, t+T]$. В частности, онлайн-расчет или расчет «на лету» используются для изучения траекторий состояния, которые исходят из текущего состояния, и находят (посредством решения уравнений Эйлера – Лагранжа) стратегию минимизации затрат до времени $t + T$.
Реализуется только первый шаг стратегии управления, затем снова производится выборка состояния производства, и вычисления повторяются, начиная с нового текущего состояния, получая новый элемент управления и новый прогнозируемый путь состояния. Горизонт прогнозирования продолжает сме-

щаться вперед, и по этой причине MPC также называют контролем горизонта отступания. Хотя этот подход не является оптимальным, на практике он дал очень хорошие результаты. Было сделано много научных исследований, чтобы найти быстрые методы решения уравнений типа Эйлера – Лагранжа, понять глобальные свойства устойчивости локальной оптимизации MPC и в целом улучшить метод MPC.

Основные принципы MPC Управление по прогнозирующей модели это многомерный управляющий алгоритм, который использует:

- внутреннюю динамическую модель процесса
- функцию затрат J над отступающим горизонтом
- алгоритм оптимизации, минимизирующий функцию стоимости J с использованием управления u

Примером для нелинейной функции стоимости для оптимизации может служить следующее уравнение

$$J = \sum_{i=1}^{N} \omega_{x_i}(r_i - x_i)^2 + \sum_{i=1}^{N} \omega_{u_i} \bigtriangleup {u_i}^2$$

не нарушая установленных ограничений утверждаем, что:

x_i : $i-$тая контролируемая переменная
r_i : $i-$тая эталонная переменная
u_i : $i-$тая изменяемая переменная
$\omega_{x_i}-$коэффицент, отражающий важность x_i
$\omega_{u_i}-$коэффицент, тормозящий относительно большие изменения в u_i

1.2 Задачи оптимального управления

Задачи оптимального управления относятся к теории экстремальных задач, то есть задач определения максимальных и минимальных значений. Задачи эти, как и собственно сама теория оптимального управления, возникла в начале XX-го века в связи с практическими задачами, появившимися из-за развития новой техники в различных областях. Данные экстремальные задачи не укладывались в рамки классического вариационного счисления. В данной главе мы рассмотрим их, используя различные примеры. В целом решение подобных задач можно разбить на два этапа:

1. Постановка задачи
2. Решение с использованием условий оптимальности

Данные пункты содержат в себе сразу несколько подпунктов, так что сейчас мы перейдем от общего к частному.

Постановка задачи

Изначально у нас есть некоторое, условие, однако его недостаточно для решения задачи. Для начала проведем математическую постановку задачи. Она в себя будет включать следующие факторы: математическую модель объекта управления, цель управления, ограничения на траекторию воздействия, управляющее воздействие и его длительность и т.д. Рассмотрим данные факторы подробнее.

Модели объекта

Построение модели зависит от типа рассматриваемой задачи и того, что необходимо в итоге получить. Могут быть использованы различные дифференциальные уравнения: обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с последействием, стохастические уравнения, уравнения в частных производных и т.д. Для примера будем использовать обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u), \dot{x}(t) = dx, t_0 \leq t \leq T \tag{1}$$

$u \in R^m$−управление, $x \in R^n$-фазовый вектор системы, $f \in R^n$-заданная функция, а R^n – евклидово пространство размерность n. Придавая нашему управлению различные значения мы получаем различные состояния объекта, из которых мы и выбираем оптимальное.

Критерий качества Управление системой (1) осуществляется для достижения некоторых целей, которые формально записываются в терминах минимизации по u функционалов J, определяемых управлением u и траекторией x, где

$$J = \int_{t_0}^{T} (F(t, x(t), u)dt) + \varphi(T, x(T)) \to min \tag{2}$$

F и φ – заданные скалярные функции. Задача (2) в общем виде называется задачей Больца. При $F = 0$ её называют задачей Майера, а при $\varphi = 0$ – Лагранджа.

Ограничения на траекторию и ограничения на управление Иногда траектория не может принадлежать какой-либо части пространства R^n. В таких случаях указывают, что $x(t) \in G(t)$,при том,что $G(t)$-заданная область в R^n. В зависимости от типа ограничений выделяют различные классы задач управления, такие как задачи с фиксированными концами, свободным левым либо правым концом. Так же существуют задачи с подвижными концами. Иногда же ограничения имеют интегральный характер и выглядят следующим образом:

$$J = \int_{t_0}^{T} F(t, x(t), u)dt \leq 0$$

Если в задачах (1),(2) начальное и конечное положение задано, моменты начала и конца движения свободны, функция $\varphi = 0$, а $F = 1$, то получаем задачу о переводе системы (1) из начального положения в конечное за минимально возможное время. Далее мы рассмотри ограничения на управление, а после перейдем к примеру. Ограничения могут быть двух типов

- Информационные
- Ограниченность ресурсов управления

Информационные ограничения на управление зависят от того, какая именно информация о системе (1) доступна при выработке управляющего воздействия. Если вектор $x(t)$ недоступен измерению, то оптимальное управление ищется в классе функций $u(t)$, зависящих только от t. В этом случае оптимальное управление называется программным. Если же вектор $x(t)$ известен точно, то оптимальное управление называется синтезом оптимального управления и ищется в классе функционалов $u(t, x_{t_0}^t)$. Здесь $x_{t_0}^t$ – вся траектория движения на отрезке $t_0 \leq s \leq t$. Ограничения, обусловленные ограниченностью ресурсов управления имеют вид $u(t) \in U(t)$,где $U(t)$ заданное множество из R^m.

Условия оптимальности

Принцип максимума Для начала сформулируем условия оптимальности в общем случае.
Теорема: Пусть $u^0(t), x^0(t), t \in T$, - оптимальные управление и траектория задачи

$$J(u) = \varphi(x(t^*)) + \int_0^{t^*} f_0(x(t), u(t))dt \to min$$

$$\dot{x} = f(x, u), x(0) = x_0 \tag{3}$$

$x(t^*) \in X^* = \{x \in R^n : h_i \leq 0, i = 1, ..., m_1, h_i(x) = 0, i = m_1 + 1, ..., m\}, u(t) \in U, t \in T = [0, t^*]$, где $h_i(x)$)-непрерывно дифференцируемые функции, $x \in R^n i = 1, ..., m, m < n$.

Тогда найдутся такие числа $\lambda_i^0, i = 1, ..., m$), что вдоль указанных управления $u^0(t), t \in T$,траектории $x^0(t), t \in T$,и решения $\psi^0(t), t \in T$,сопряженной системы $x(t)^* \in X^*$ выполняются условия:

1. Условие нетривиальности: $\sum_{i=0}^m (\lambda_i^0)^2 \neq 0$;
2. Условия неотрицательности: $\lambda_i^0 \geq 0, i = 0, ..., m_1$;
3. Условие максимума: $H(x^0(t), \psi^0(t), u^0(t)) = maxH(x^0(t), \psi^0(t), u(t)), t \in t, t^*$, где максимум мы берем по u
4. Условие трансверсальности:

$$\psi^0(t^*) = -\lambda_0^0 \partial\psi(x^0(t^*))\partial x - \sum_{i=0}^m \lambda_i^0(\partial h_i(x^0(t^*)))\partial x$$

5. Условия дополняющей нежесткости: $\lambda_i^0 h_i(x^0(t^*)) = 0, i = 1, ..., m_1$.

Чтобы продолжить решение нам необходимо понять, что же такое условие максимума. Сформулируем теорему.
Теорема: Оптимальное управление управление $u^0(t), t \in T$в задаче $J_p(u) = \varphi(x(t^*)) + \int_0^{t^*} f_0(x(t), u(t))dt + \sum_{(i=1)}^m \rho_i h_i^2 x(t^*) \to min, \dot{x} = f(x, u), x(0) = x_0, u(t) \in U, t \in T$, где $\rho_i > 0$– штраф за «единицу» нарушения$h_i^2 x(t^*) = 1$ ограничения $h_i(x) = 0$ вместе с соответствующей траекторией $x^0(t), t \in T$, удовлетворяют условию максимума:$H(x^0(t), \psi^0(t), u^0(t)) = \overset{u\in U}{max} H(x^0(t), \psi^0(t), u(t)), t \in 0, t^*$, где $\psi^0(t), t \in T$ – решение сопряженной системы $\dot{\psi} = -(\partial H(x(t), \psi, u(t)))/\partial x$ с начальным условием$\psi^0(t^*) = -\partial\varphi(x^0(t^*))/\partial x - \sum_{(i=1)}^m \lambda_i^0(\partial h_i(x^0(t^*)))/\partial x$, в котором $\lambda_i^0 = 2\rho_i h_i x^0(t^*), i = 1, ..., m$. Данные теоремы используются для решения задач оптимального управления, однако не всегда их использование является эффективным.

Метод динамического программирования Применяя метод динамического программирования, мы изучаем все поле оптимальных траекторий. Для того, чтобы сравнение было наглядным, мы воспользуемся ранее заданной задачей (3). Зафиксируем некоторый произвольный момент времени $t \in t_0, T.$[t ,T].V(t,x)x(t) = x, x˘R^n. Мы можем предположить, что функция $V(t,x)$ удовлетворяет соотношениям:

$$\partial V(t,x)/\partial t + \overset{u \in U}{min} f^{'}(t,x,u)\partial V(t,x)/\partial x = 0,$$

$$t_0 \leq t \leq T, x \in R^n, \tag{4}$$

$$V(T,x) = F(x).$$

Решив данную задачу и определив $V(t,x)$ мы можем найти управление $u(t,x)$ из соотношения:

$$\overset{u \in U}{min} f^{'}(t,x,u)\partial V(t,x)/\partial x = f^{'}(t,x,u(t,x))\partial V(t,x)/\partial x \tag{5}$$

Возможность находить конкретно управление есть характерная черта метода динамического программирования. Она становится особенно важной в условиях отсутствия полной информации. При решении конкретных задач с помощью метода динамического программирования мы решаем нелинейное уравнение в частных производных (4), а так же дополнительно исследуем оптимальное управление, получаемое из уравнения (5).

1.3 Численные и программные методы решения ЗОУ

Численные методы Здесь будем говорить о четырех численных методах решения задач оптимального управления.

- Метод проекции градиента
- Метод сопряженного градиента
- Метод Ньютона
- Метод штрафных функций

Рассматривать каждый метод мы не будем, а сфокусируемся исключительно на первом

Метод проекции градиента Опишем алгоритм решения для задачи $f(x) \to min, x \in X \subset R^n$, где $f(x)$ - непрерывно дифференцируема, а множество X выпукло, замкнуто и ограничено. Пусть задано начальное приближение $x^0 \in X$ и методом проекции градиента вычислено $x^k \in X$. Следующее приближение вычисляем по формуле

$$x^{k+1} = P_X(x^k - \alpha_k \bigtriangledown f(x^k)), \alpha_k > 0, k = 0, 1, ... \qquad (1)$$

Сам же алгоритм метода проекции градиента основывается на следующих трех теоремах.
Теорема 1. Пусть точка x^* есть точка локального минимума функции $f(x)$ на множестве X. Функция $f(X)$ предполагается непрерывно дифференцируемой, а множество X выпуклым и замкнутым. Тогда для произвольного $\alpha \geq 0$ справедливо равенство

$$x^* = P_X(x^* - \alpha \bigtriangledown f(x^*)).$$

Теорема 2. Пусть функция $f(x)$ является выпуклой, непрерывно дифференцируемой, множество X выпуклым и замкнутым. Точка x^* есть точка локального минимума тогда и только тогда, когда для произвольного $\alpha > 0$ справедливо равенство

$$x^* = P_X(x^* - \alpha \bigtriangledown f(x^*)).$$

В следующей теореме формулируются условия сходимости метода проекции градиента.

Теорема 3. Пусть в задаче $f(x) \to min, x \in X \subset R^n$ функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема, ограничена снизу, и на множестве X её градиент удовлетворяет векторному условиб Липшица с константой L, то есть

$$\| \bigtriangledown f(x + \triangle x) - \bigtriangledown f(x)\| \leq L\| \triangle x\|x, x + \triangle x \in X.$$

Тогда при любом начальном приближении x^0 имеет место соотношение

$$\overset{k \to \infty}{\lim} \|x^{k+1} - x^k\| = 0$$

Если дополнительно предположить, что множество

$$M(x^0) = \{x \in R^n | f(x) \leq f(x^0)\}$$

ограничено, то последовательность $\{x^k\}$ сходится к непустому множеству $S_* = \{x | x \in M(x^0), (\bigtriangledown f(x), y - x) \geq 0$ при всех $y \in X\}$ стационарных точек.

На основе данных трех теорем мы решаем задачи методом проекции градиента

Программные системы Сложная программная система, в частности, пакет для решения задач оптимального управления, имеет свое поле эффективной работы, которое, как правило, характеризуется классом решаемых системой задач и арсеналом применяемых ею методов. Однако структурные особенности программной системы, взаимосвязь и соответствие приближенных методов, применяемых на разных этапах поиска численного решения, а также способность системы самостоятельно конструировать путь поиска решения в зависимости от выявленных особенностей решаемой задачи выгодно отличают программную систему от теоретически описанного класса задач и набора методов для поиска их решения. Иерархическая структура вычислительной схемы и соответствующая композиция методов, применяемых на всех уровнях поиска численного решения, являются основными характеристиками эффективной программной системы.

Программная система с хорошим уровнем интеллекта кроме широкого спектра методов, как правило, содержит много различных эвристик и логических алгоритмов для анализа сложившихся ситуаций, которые позволяют продолжить поиск оптимального управления и даже при прекращении сходимости какого-то метода. В этом случае может произойти переход либо к другому методу, либо – к подпрограмме, которая с помощью двойственного метода вычислит оптимальную оценку невязки выполнения условий оптимальности. Для дальнейшей оптимизации программа может выбрать более подходящий алгоритм или, как, например, в задачах линейного программирования, перейти к обновлению базиса, чтобы избавиться от ошибок округления, накопившихся в ходе выполнения большого количества итераций.

ГЛАВА 2

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

(Врезка) ...

2.1 Графическое решение

......

2.2 Программное решение

.....

Вывод

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В курсовой работе рассмотрена задача... . Для исследуемой задачи сформулировны/доказаны/предложены... Проведен анализ... Результаты проиллюстрированы численными экспериментами для ... Привести краткие выводы и рекомендации по дальнейшему развитию или использованию результатов. Объем примерно 0,7-1 стр.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Агаев, Р.П. Сходимость и устойчивость в задачах согласования характеристик (обзор базовых результатов) / Р.П. Агаев, П.Ю. Чеботарев // УБС. – 2010. – Вып. 30.1. – С. 470–505.

2 Асеев С. М., Кряжимский А. В. Принцип максимума Понтрягина и задачи оптимального экономического роста //Труды Математического института имени ВА Стеклова. – 2007. – Т. 257. – №. 0. – С. 3-271.

3 Балашевич, Н.В. Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2004. – Т. 44, № 2. – С. 265-286.

4 Балашевич, Н.В. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления / Н.В. Балашевич, Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2000. – Т. 40, № 6. – С. 838-859.

5 Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.:Инностранная литература, 1960. – 400 с.

6 Данциг, Д. Линейное программирование, его применения и обобщения / Д. Данциг. – М.: Прогресс, 1966. – 600 с.

7 Дмитрук Н.М., Габасов Р., Калинин А.И. Децентрализованные стратегии в задачах опти-мального управления и стабилизации взаимосвязанных динамических систем: отчет о НИР (заключительный) / НИИ ППМИ; науч. рук. Дмитрук, Н.М. – 71 с.

8 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление взаимосвязанными объектами // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 147-154.

9 Дмитрук, Н.М. Оптимальное управление мультиагентными динамическими системами в условиях неопределенности / Н.М. Дмитрук // Доклады НАН Беларуси. – 2014. – Т. 58, № 2. – С. 11-15.

10 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Во Тхи Тань Ха. Оптимальное управление в реальном времени многомерным динамическим объектом // Автоматика и телемеханика. 2015. № 1. С. 121–135.

11 Габасов, Р. Принципы оптимального управления / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова // Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48, № 1. – С. 15-18.

12 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление динамическими системами в условиях неопределенности / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2011. – Т. 51, № 7. – С. 1209-1227.

13 Габасов, Р. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний / Р. Габасов, Ф.М. Кириллова, Н.С. Павленок // Докл. Академии наук. – 2012. – Т. 444, № 4. – С. 371-375.

14 Габасов, Р. Оптимальное децентрализованное управление группой динамических объектов / Р. Габасов, Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. – 2008. – Т. 48, № 4. – С. 593-609.

15 Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. – Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1973.

16 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Оптимальное управление динамическим объектом по совершенным измерениям его состояний // Доклад Академии

17 Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени //Известия РАН. Техническая кибернетика. – 1992. – Т. 4. – С. 3-19.

18 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костина Е.А. Замыкаемые обратные связи по состоянию для оптимизации неопределенных систем управления // Автоматика и телемеханика, 1996

19 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное наблюдение за нестационарными системами // Известия РАН. Теория и системы управления. № 3, 2002. С. 35 – 46.

20 Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принципы оптимального управления //Докл. НАН Беларуси. – 2004. – Т. 48. – №. 1. – С. 15-18.

21 Габасов Р., Кириллова Ф.М., Поясок Е.И. Оптимальное наблюдение в реальном времени линейного динамического объекта // Доклады Академии наук. 2013. Т. 448, № 3. С. 145–148.

22 Габасов Р., Н.М. Дмитрук, Ф.М. Кириллова. Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Труды Института матема-тики и механики УрО РАН, Т.10, №2, 2004. С. 33-57.

23 Каляев И. А., Гайдук А. Р., Капустян С. Г. Модели и алгоритмы

коллективного управления в группах роботов //М.: Физматлит. – 2009. – Т. 280.

24 Кириллова, Ф.М. Синтез оптимальных систем – оптимальное управление в реальном времени / Ф.М. Кириллова, Н.М. Дмитрук, Р. Габасов // В сборнике "Динамика систем и процессы управления Труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Красовского". – Изд-во: Институт математики и механики УрО РАН им. Н.Н. Красовского, Екатеринбург, 2015. – С. 208-219

25 Кряжимский, А.В. Программный критерий разрешимости задачи позиционного наведения с неполной информацией. Линейные управляемые системы / А.В. Кряжимский, Н.В. Стрелковский// Труды Институт математики и механики УрО РАН. – 2014. – Т.20, № 3. – С. 132–147.

26 Куржанский, А.Б. Задача управления групповым движением. Общие соотношения / А.Б. Куржанский // Доклады РАН. – 2009. – Т. 426, № 1. – С. 20–25.

27 Куржанский, А.Б. О задаче группового управления в условиях препятствий / А.Б. Куржанский // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. Екатеринбург. – 2014. – Т. 20, № 3. – С. 166-179.

28 Малкин И.Г. Теория устойчивости движения – М., Наука, 1966

29 Петрикевич Я. И. Линейные алгоритмы управления геометрическим расположением объектов в многоагентной системе //Управление большими системами: сборник трудов. – 2010. – №. 30-1.

30 Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 392 с.

31 Сетевые модели в управлении / Сборник статей (под ред. Д.А. Новикова, О.П. Кузнецова, М.В. Губко). – М.: Эгвес, 2011. – 443 с.

32 Фельдбаум А.А. Оптимальные процессы в системах автоматического регулирования // Автоматика и телемеханика. 1953. Т. 14, № 5. С. 712–728.

33 Constrained model predictive control: Stability and optimality / D.Q. Mayne [et. al] // Automatica. – 2000. – Vol. 36, no. 6. – P. 789-814.

34 Distributed model predictive control: A tutorial review and future research directions / P.D. Christofides [et. al] // Computers & Chemical Eng. – 2013. – Vol. 51. – P. 21–41.

35 Distributed model predictive control / E. Camponogara [et. al] // IEEE Control Systems Magazine. – 2002. – Vol. 22, no. 1. – P. 44-52.

36 Dmitruk, N.M. Optimal Measurement Feedback Control of Finite-time Continuous Linear Systems / N.M. Dmitruk, R. Findeisen, F. Allgöwer // 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008.

37 Dmitruk, N. Robust Optimal Control of Dynamically Decoupled Systems via Distributed Feedbacks / N. Dmitruk // Optimization in the Natural Sciences. Communications in Computer and Information Science. – Springer, 2015. – Vol. 499. – P. 95-106.

38 Farina, M. Distributed predictive control: A non-cooperative algorithm with neighbor-to-neighbor communication for linear systems / M. Farina, R. Scattolini // Automatica. – 2012. – Vol. 48, no. 6. – P. 1088-1096.

39 Grune L., Pannek J. Nonlinear model predictive control. – Springer London, 2011.

40 Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. – Springer, 1995.

41 Hopkin A.M. A phase plan approach to the compensation of saturating servomechanisms // Trans. AIEE. 1951. Pt. 1, Vol. 70. P. 631–639.

42 Jia, D. Min-max feedback model predictive control for distributed control with communication / D. Jia, B. Krogh // Proc. American Control Conference, 2002. – P. 4507-4512.

43 Karmarkar, N. A new polynomial-time algorithm for linear programming / N. Karmarkar // Combinatorica. – 1984. – Vol. 4, no. 4. – P. 373-395.

44 Keerthi, S.S. Optimal, ininite horizon feedback laws for a general class of constrained discrete time systems: Stability and moving-horizon approximations / S.S. Keerthi, E.G. Gilbert // Journal of Optimization Theory and Application. – 1988. – Vol. 57, no. 2. – P. 265-293.

45 Keviczky, T. Decentralized receding horizon control for large scale dynamically decoupled systems / T. Keviczky, F. Borrelli, G.J. Balas // Automatica. – 2006. – Vol. 42. – P. 2105-2115.

46 Kostina E., Kostyukova O. Worst-case control policies for (terminal) linear-quadratic control problems under disturbances // Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 2009

47 Magni, L. Stabilizing decentralized model predictive control of nonlinear systems / L. Magni, R. Scattolini // Automatica. – 2006. – Vol. 43, no. 7. – P. 1231–1236.

48 Mehrotra, S. On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method / S. Mehrotra // SIAM Journal on Optimization. – 1992. – Vol. 2. – P. 575–601.

49 Müller, M.A. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control / M.A. Müller, M. Reble, F. Allgöwer // Internat. Journal of Robust and Nonlinear Control. – 2012. – Vol. 22, no. 12. – P. 1376-1397.

50 Nocedal, J. Numerical Optimization / J. Nocedal, S.J. Wright. – Springer Series in Operations Research, Springer Verlag, 2006.

51 Rawlings, J.B. Model Predictive Control: Theory and Design / J.B. Rawlings, D.Q. Mayne. – Madison: Nob Hill Publishing, 2009. – 576 p.

52 Richards, A. Robust distributed model predictive control / A. Richards, J.P. How // Internat. Journal of Control. – 2007. – Vol. 80, no. 9. – P. 1517-1531.

53 Scattolini, R. Architectures for distributed and hierarchical model predictive control — a review / R. Scattolini // Journal of Process Control. – 2009. – Vol. 19, no. 5. – P. 723-731.

54 Siljak, D.D. Decentralized control of complex systems / D.D. Siljak. – London: Academic Press, 1991. – 525 p.

55 Trodden, P. Cooperative distributed MPC of linear systems with coupled constraints / P. Trodden, A. Richards // Automatica. – Vol. 49, no. 2. – P. 479–487.

56 Trodden, P. Distributed model predictive control of linear systems with persistent disturbances / P. Trodden, A. Richards // Internat. Journal of Control. – 2010. – Vol. 83, no. 8. – P. 1653-1663.