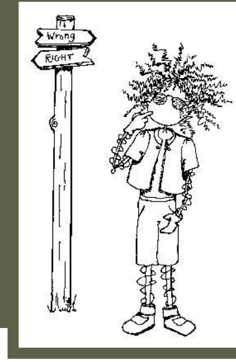
Vrije Universiteit Brussel

Waardering van formules



Net als in propositielogica is de interpretatie (semantiek) van een formule een waarheidswaarde: waar (0) of onwaar(1)

Definitie

Laat $M = (\mathbf{D}, I)$ een model zijn en b een bedeling.
De waarheidswaarden van formules zijn als volgt gedefinieerd:

- $V_{M,b}(P(t_1,\ldots,t_m)) = 1$ desda $I(P)(V_{M,b}(t_1),\ldots, V_{M,b}(t_m))$
- $V_{M,b}(\neg\varphi) = 1$ desda $V_{M,b}(\varphi) = 0$
  idem als in propositielogica voor $\varphi\wedge\psi$, $\varphi\vee\psi$, $\varphi\rightarrow\psi$ en $\varphi\leftrightarrow\psi$.
- $V_{M,b}(\exists x\ \varphi) = 1$ desda *er is een $d \in D$* zodat $V_{M,b[x\mapsto d]}(\varphi) = 1$
- $V_{M,b}(\forall x\ \varphi) = 1$ desda *voor alle $d \in D$* geldt $V_{M,b[x\mapsto d]}(\varphi) = 1$

Vrije Universiteit Brussel

Waardering van termen

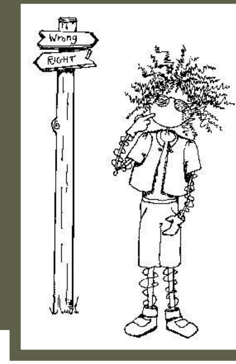
Definitie

Laat $M = (\mathbf{D}, I)$ een model zijn en b een bedeling.
Dan is de semantische waardering $V_{M,b}$ van *termen* als volgt gedefinieerd:

- $V_{M,b}(x) = b(x)$ voor variabelen x
- $V_{M,b}(a) = I(a)$ voor constanten a
- $V_{M,b}(f(t_1,\ldots,t_k)) = I(f)(V_{M,b}(t_1),\ldots, V_{M,b}(t_k))$

Vrije Universiteit Brussel

Waardering van termen



Voorbeeld

Laat M een model zijn met $\boldsymbol{D} = \langle \boldsymbol{IN}, 0, + \rangle$ en $I(f)$ = ‘+’, $I(a) = 0$

b een bedeling waarbij b(x)=1

Dan geldt:

$$V_{M,b}(f(a,x)) = I(f)(V_{M,b}(a), V_{M,b}(x))$$

$$I(f)(V_{M,b}(a), V_{M,b}(x)) = I(f)(I(a), b(x))$$

$$I(f)(I(a), b(x)) = +(0,1) = 1$$