Examen Grondslagen van de Informatica I

Prof. Dr. O. De Troyer

4 februari 2011

Belangrijk !!

- Dit is een **gesloten boek examen**: nota's en boeken mogen niet gebruikt worden. **Rekenmachines, PDA's en mobiele telefoons zijn eveneens NIET toegelaten**.
- Beantwoord elke vraag **op een apart blad**. Schrijf op elk blad je **naam, voornaam, rolnummer en het nummer van de vraag**.
- Besteed de nodige zorg aan je werk. **Onduidelijk of onleesbare werken worden niet beoordeeld**.
- Maximum aantal haalbare punten op dit examen bedraagt 90. De taken die ingeleverd werden tijdens het jaar tellen voor 10% mee in het eindcijfer.
- Veel succes!!

Vraag 1 (24 punten)

a. **Leg uit** hoe in **propositielogica** de semantiek van een formule gedefinieerd is. **Geef** daarvoor **ook de definitie** van *model van een formule* en van *model van een formuleverzameling*. **Geef tevens** de intuïtieve betekenis van het concept "model".

b. **Leg nu ook uit** hoe in **predicaatlogica** de semantiek van een formule gedefinieerd is. **Geef hier ook de definitie** van *model van een formule*. Geef ook alle definities van concepten gebruikt in deze definitie. **Geef ook telkens** de intuïtieve betekenis van elk concept.

c. **Leg uit waarom** de semantiek voor predicaatlogica anders gedefinieerd is dan voor propositielogica.

Vraag 2: Propositielogica (10 punten)

Gegeven is de volgende bewering: "Een formuleverzameling Γ is syntactisch consistent dan en slechts dan als er bestaat een formule φ zodat φ niet afleidbaar is uit Γ"

a. **Geef eerst de definitie** van "syntactisch consistent".

b. **Leg dan in woorden uit** waarom het intutief duidelijk is dat deze bewering correct is.

c. **Bewijs** vervolgens de bewering (en leg je bewijs duidelijk uit).

Vraag 3: Predicaatlogica (6 punten)

a. **Wat is het verschil** tussen vrije en gebonden variabelen in de predicaatlogica? **Leg ook het verschil in gebruik uit** (m.a.w. wanneer gebruik je een vrije variabele en wanneer een gebonden variabele?).

b. **Wat weet je** over het substitueren van een variabele in formules (i.v.m. vrije en gebonden variabelen) en welke problemen kunnen hierbij optreden? Welke oplossing bestaat er hiervoor? Illustreer met een voorbeeld.

Vraag 4: Lambda Calculus (10 punten)

a. **Leg uit** hoe men de natuurlijke getallen kan voorstellen in Lambda Calculus. Geef tevens **de nodige definities**.

b. **Wat betekent** het om te zeggen dat een numerieke functie "lambda-definieerbaar" is **en geef de definitie** van lambda-definieerbaar? **Geef een voorbeeld** van een lambda-definieerbare functie.

Oefening 1: Propositielogica (15 punten)

Aanschouw de onderstaande waarheidstabel voor het $\veebar$ (of XOR) connectief.

p	q	$p \veebar q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a. Bepaal L- en R-reductieregels voor het $\veebar$ connectief.

b. Toon aan dat de formule $(p \veebar (p \wedge \neg q)) \leftrightarrow (p \wedge q)$ een tautologie is gebruik makende van één semantisch tableau. Pas in iedere stap slechts één reductieregel toe.

Oefening 2: Predikaatlogica (15 punten)

Bewijs aan de hand van natuurlijke deductie:

- $\forall x(Mx \to \exists xLx) \vdash \exists xMx \to \exists xLx$
- $\exists x(Px \wedge Qx), \neg\exists x(Qx \wedge Rx) \vdash \neg\forall x(Px \to Rx)$
- $\exists xPx \vee \exists yMy, \forall x(Px \to Mx) \vdash \exists xMx$

Oefening 3: Lambda calculus (4 punten)

Antwoord met juist/ja of fout/neen. Opgepast op deze vraag staat giscorrectie. Voor een juist antwoord krijg je 1, voor een fout antwoord -1, afwezigheid van antwoord geeft je 0.

(i) Is $\lambda z.(\lambda y.(z)\lambda z.(z)y)z$ een combinator?

(ii) Als je weet dat de successor functie (i.e. doet + 1) er als volgt uit ziet $\lambda n.\lambda f.\lambda x.(f)((n)f)x$, berekent $\lambda n.\lambda f.\lambda x.(f)((n)(n)f)x$ dan de successor van de successor (dus + 2)?

(iii) Is $\lambda f.\lambda x.(((y)x)\lambda x.(f)z)(f)(y)z$ een geldige lambda-expressie?

(iv) Tijdens een uitwerking doe ik

$$\begin{aligned}&(\lambda n.\lambda f.\lambda x.(f)((n)f)x)\lambda f.\lambda x.x\\ &\quad =_\beta \lambda f.\lambda x.(f)((\lambda g.\lambda y.y)f)x\end{aligned}$$

Ik ben over gegaan op een alfabetische variant. Was dit noodzakelijk?

Oefening 4: Lambda calculus (6 punten)

Gegeven $plus \equiv \lambda n.\lambda m.\lambda f.\lambda x.((n)f)((m)f)x$. Reken uit: $((plus)c_2)c_4$. Aangezien de uitkomst zelf triviaal is, krijg je punten op de tussenstappen. Schrijf alle tussenstappen dus uit!