Taak Logica & Formele Systemen - dec 2023

Naam: Nick Hellemans
Rolnummer: 0620810

Algemene opmerkingen:

- Zet je **naam, voornaam** en **studentenummer** bovenaan op elk blad dat je indient.
- Er zijn **drie** oefeningen in totaal. Deze taak telt mee voor 5% van het examen.
- Lees elke opgave **aandachtig** en antwoord **nauwkeurig en orderlijk.**
- **Geef enkel de uitwerking van een oefening als dit gevraagd wordt.**
- Dien deze taak digitaal in vóór de gegeven deadline, als één enkele PDF.
- Onduidelijke oplossingen en/of onduidelijke scans worden **NIET** verbeterd (=0/5) !

Taak Logica & Formele Systemen - dec 2023

Naam: Nick Hellemans
Rolnummer: 0620810

Oefening 1

Gegeven:

1. $f^3(x_1, x_2, G^2(H^1(x_3), x_4))$
2. $f^3(x_1, x_2, g^2(h^1(x_3), x_4))$
3. $f^3(x_1, x_2, G^2(h^1(x_3), x_4))$

in het domein $\mathbb{N}$ (de natuurlijke getallen).

met:

$b(x_1) = 20$
$b(x_2) = 7$
$b(x_3) = 4$
$b(x_4) = 3$

en

$I(f^3) = +$ (optellen)
$I(g^2) = -$ (aftrekken)
$I(h^1) = \ldots^2$ (argument tot de tweede macht, vb: $2^2 = 4$)

$I(G^2) = =$ (de gelijkheid)
$I(H^1) =$ priemgetal (argument is een priemgetal)

waarbij x_1, x_2, x_3, x_4 variabelen; G^2, H^1 predicaatletters en f^3,g^2,h^1 functieletters zijn.

Gevraagd:

Slechts één van de drie gegeven uitdrukkingen is een correcte formule en/of term.

Identificeer de uitdrukking dat een correcte formule of term voorstelt, en bepaal daarna de waardering van deze formule/term.

De uitwerking van deze oefening wordt niet gevraagd, en moet niet worden ingediend (enkel de antwoorden op de twee vragen hieronder).

De enige uitdrukking die een geldige formule/term voorstelt is:

.........2.............. **(Vul het juiste cijfer in [1-3])**

De waardering van deze formule/term is:

.........40.............. **(Vul de waardering in)**

Taak Logica & Formele Systemen - dec 2023

Naam: Nick Hellemans
Rolnummer: 0620810

Oefening 2

Gegeven

$$\exists z \exists x (Azz \rightarrow Bxx) \ \mathrm{o} \ \neg \forall x (Axx \wedge \neg Bxx)$$

---

1. Omcirkel het juiste antwoord hieronder.

- het gegeven sequent heeft geen enkel tegenvoorbeeld
- het gegeven sequent heeft exact één tegenvoorbeeld
- het gegeven sequent heeft exact twee tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact drie tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact vier tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact acht tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft exact zestien tegenvoorbeelden
- het gegeven sequent heeft meer dan zestien tegenvoorbeelden
- geen van bovenstaande

2. Noteer alle tegenvoorbeelden hieronder:

....................../...

De uitwerking van deze oefening wordt niet gevraagd, en moet niet worden ingediend.

Taak Logica & Formele Systemen - dec 2023

Naam: Nick Hellemans
Rolnummer: 0620 810

Oefening 3

Bewijs via **natuurlijke deductie**.

$$\forall x(\exists y Cy \wedge \neg Bx) \vdash \exists y \exists z(By \rightarrow Az)$$

Doe dit **stap per stap**, sla geen stappen over. Gebruik in elke stap maar één enkele afleidingsregel en **vermeld** telkens de **gebruikte regel**. Indien je afleidingsregels gebruikt waar **condities** aan verbonden zijn, controleer en **vermeld** deze dan.

Vermeld **bij elke stap welke regel** je hebt toegepast, uit **welke formules** de formule afgeleid werd (vb. α uit β , φ) en **welke aannames worden ingetrokken (indien deze er zijn).**

Gebruik **geen lineaire notatie.**

Wetten zoals bijvoorbeeld De Morgan of contrapositie mogen **niet gebruikt** worden. Vervang dus geen formules door logisch equivalente formules.

Nogmaals: Onduidelijke oplossingen of onduidelijke scans worden **NIET** verbeterd!

Geef de uitwerking op de volgende bladzijde.

Taak Logica & Formele Systemen - dec 2023

Naam: Nick Hellemans
Rolnummer: 0620810

Uitwerking oefening 3 (natuurlijke deductie):

$$\underbrace{\forall x\,(\exists y\, C_y \wedge \neg B_x)}_{\varphi} \vdash \exists y\, \exists z\, (B_y \to A_z)$$

$$\frac{\forall x\,(\exists y\, C_y \wedge \neg B_x) \text{ wt } \varphi}{\exists y\, C_y \wedge \neg B_d \text{ wt } \varphi}\ \forall_E$$

$$\frac{\exists y\, C_y \wedge \neg B_d \text{ wt } \varphi}{\neg B_d \text{ wt } \varphi}\ \wedge E$$

$$\frac{(1)\ B_d \text{ wt } B_d \qquad \neg B_d \text{ wt } \varphi}{A_e \text{ wt } \varphi, B_d}\ \neg E$$

$$\frac{A_e \text{ wt } \varphi, B_d}{B_d \to A_e \text{ wt } \varphi}\ \to I\ [-1]$$

$$\frac{B_d \to A_e \text{ wt } \varphi}{\exists z\,(B_d \to A_z) \text{ wt } \varphi}\ \exists_I$$

e = constante, dus e is vrij

$$\frac{\exists z\,(B_d \to A_z) \text{ wt } \varphi}{\exists y\, \exists z\,(B_y \to A_z) \text{ wt } \varphi}\ \exists_I$$

d = constante, dus d is vrij