

Naam:

Voornaam:

OEFENINGEN

Instructies:

- Schrijf eerst je **naam, voornaam en rolnummer** op!
- Hou je oplossing **net en ordelijk**. **Onleesbare** oplossingen worden **niet verbeterd**.
- **Sla geen stappen over** bij het oplossen van een oefening.
- Vermeld **bij elke stap welke regel** je hebt toegepast (reductieregel, afleidingsregel,...).
- Gebruik steeds de formules die gegeven zijn. **Zet nergens formules om in logisch equivalente formules**. Wetten zoals bijvoorbeeld De Morgan of contrapositie **mogen niet gebruikt worden** om oefeningen op te lossen.

Die is een modeloplossing.

Er wordt niet uitgesloten dat andere oplossingen ook mogelijk zijn.

NAAM: *Soni*

VOORNAAM: *kushal*

ROLNUMMER:

TE Logica & Formele Systemen – '23-'24

Naam:

Voornaam:

Oefening 1 – (10 punten)

Gegeven:

$$\varphi = ((p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \wedge p))$$

Gevraagd:

Stel hieronder de **waarheidstabel** van φ op.

Beantwoord daarna onderstaande **vragen**:

a) Vul het juiste nummer in:

Het aantal elementen in $\text{MOD}(\varphi)$ bedraagt:2..... (vul in)

b) Omcirkel de juiste optie. De syntactische opsomming van de modellen van φ is:

- i. $(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$
- ☒ ii. $(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r)$
- iii. $(p \wedge \neg q \wedge r)$
- iv. $(p \wedge q)$

Waarheidstabel:

[zie volgende pagina](#)

Waarheidstabel Oefening 1:

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(r \wedge p)$	$((p \rightarrow q) \leftrightarrow (r \wedge p))$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Naam:

Voornaam:

Oefening 2 – (20 punten)

Gegeven:

$$\varphi = ((r \rightarrow s) \wedge (\neg p \leftrightarrow p))$$

$$\psi = (p \vee q)$$

a) Bepaal, m.b.v. een semantisch tableau, of φ een tautologie is. Beantwoord daarna onderstaande vragen: **tableau: zie zwarte uitwerking onderaan**

1. Noteer het tableau m.b.v. een sequent: o φ (vul in)

2. Is φ een tautologie? ~~JA~~ / **NEEN** (omcirkel het juiste antwoord) (want minstens 1 open tak)

b) Bepaal nu, opnieuw m.b.v. een semantisch tableau, alle tegenvoorbeelden van het sequent **hieronder**. Beantwoord daarna onderstaande vragen:

o φ, ψ **tableau: zie zwarte + groene uitwerking onderaan**

1. Het aantal open taken van het gegeven sequent bedraagt: **2** (vul cijfer in)

2. Het aantal tegenvoorbeelden van het gegeven sequent bedraagt: **4** (vul cijfer in)

3. Noteer de tegenvoorbeelden hieronder:

$p=0$	$p=0$	$p=0$	$p=0$
$q=0$	$q=0$	$q=0$	$q=0$
$r=0$	$r=1$	$r=1$	$r=0$
$s=0$	$s=0$	$s=1$	$s=1$

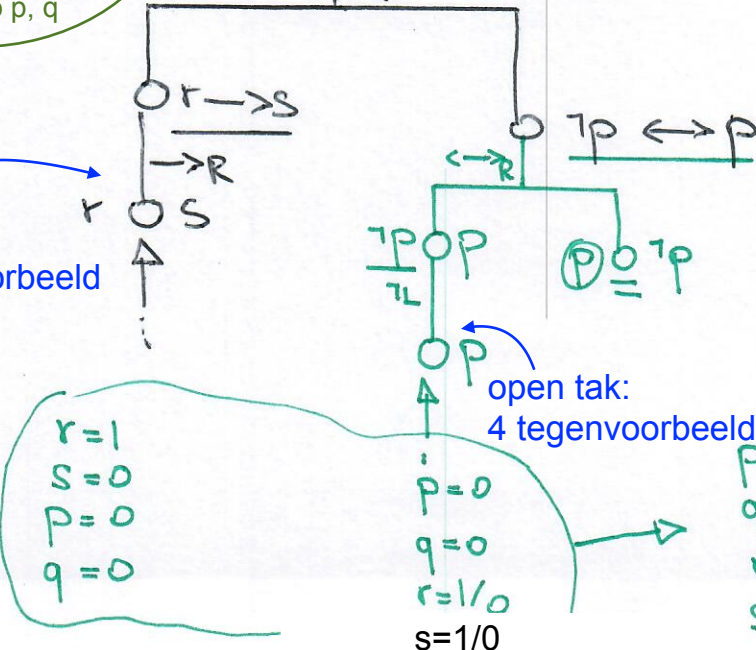
($V(\dots) = \dots$)

Indien onduidelijk:

o $p \vee q$
v R |
o p, q

$$((r \rightarrow s) \wedge (\neg p \leftrightarrow p)) \vee p \vee q$$

open tak:
1 tegenvoorbeeld



maar beide takken hebben
1 tegenvoorbeeld gemeenschappelijk
dus in totaal 4 tegenvoorbeelden
→ geen 5

Naam:

Voornaam:

Oefening 3 – (20 punten)Bewijs via **natuurlijke deductie**:

$$\overbrace{\neg(r \vee t)}^{\Psi}, \overbrace{(\neg q \rightarrow (p \rightarrow r))}^{\Psi} \vdash p \rightarrow q$$

Vermeld duidelijk **eventuele aannames**.

Vermeld **bij elke stap welke regel** je hebt toegepast, uit **welke formules** de formule afgeleid werd en **welke aannames worden ingetrokken**. Gebruik geen lineaire notatie, maar wel de afleidingsregels zoals op het formularium.

(1)

$$\frac{\neg q \text{ uit } \neg q \quad \neg q \rightarrow (p \rightarrow r) \text{ uit } \Psi}{\neg q \text{ uit } \Psi} \rightarrow E$$

(2)

$$\frac{p \text{ uit } p \quad p \rightarrow r \text{ uit } \Psi, \neg q}{r \text{ uit } \Psi, \neg q, p} \rightarrow E$$

$$\frac{r \text{ uit } \Psi, \neg q, p}{(r \vee t) \text{ uit } \Psi, \neg q, p} \vee I$$

$$\frac{(r \vee t) \text{ uit } \Psi, \neg q, p \quad \neg(r \vee t) \text{ uit } \Psi}{\neg q \text{ uit } \Psi} \neg E^* [-1]$$

$$\frac{q \text{ uit } \Psi, \Psi, p}{p \rightarrow q \text{ uit } \Psi, \Psi} \rightarrow I [-2]$$

$\neg q$ mag je hier toevoegen, zie bewijs (*) onderaan

(*):

$$\frac{\varphi \text{ uit } \varphi \quad (1) \neg q \text{ uit } \neg q}{(\varphi \wedge \neg q) \text{ uit } \varphi, \neg q} \wedge I$$

$$\frac{(\varphi \wedge \neg q) \text{ uit } \varphi, \neg q}{\varphi \text{ uit } \varphi, \neg q} \wedge E$$

TE Logica & Formele Systemen – '23-'24

Naam:

Voornaam:

$\neg_L: \Phi, \neg \alpha \circ \Psi$ $\Phi \circ \alpha, \Psi$	$\neg_R: \Phi \circ \neg \alpha, \Psi$ $\Phi, \alpha \circ \Psi$
$\wedge_L: \Phi, \alpha \wedge \beta \circ \Psi$ $\Phi, \alpha, \beta \circ \Psi$	$\wedge_R: \Phi \circ \alpha \wedge \beta, \Psi$ $\Phi \circ \alpha, \Psi \quad \Phi \circ \beta, \Psi$
$\vee_L: \Phi, \alpha \vee \beta \circ \Psi$ $\Phi, \alpha \circ \Psi \quad \Phi, \beta \circ \Psi$	$\vee_R: \Phi \circ \alpha \vee \beta, \Psi$ $\Phi \circ \alpha, \beta, \Psi$
$\rightarrow_L: \Phi, \alpha \rightarrow \beta \circ \Psi$ $\Phi, \beta \circ \Psi \quad \Phi \circ \alpha, \Psi$	$\rightarrow_R: \Phi \circ \alpha \rightarrow \beta, \Psi$ $\Phi, \alpha \circ \beta, \Psi$
$\leftrightarrow_L: \Phi, \alpha \leftrightarrow \beta \circ \Psi$ $\Phi, \alpha, \beta \circ \Psi \quad \Phi \circ \alpha, \beta, \Psi$	$\leftrightarrow_R: \Phi \circ \alpha \leftrightarrow \beta, \Psi$ $\Phi, \alpha \circ \beta, \Psi \quad \Phi, \beta \circ \alpha, \Psi$

\wedge Eliminatieregels

$$\frac{\varphi \wedge \psi \text{ uit } \Sigma}{\varphi \text{ uit } \Sigma} \wedge E \quad \frac{\varphi \wedge \psi \text{ uit } \Sigma}{\psi \text{ uit } \Sigma} \wedge E$$

\wedge Introductieregel

$$\frac{\varphi \text{ uit } \Sigma \quad \psi \text{ uit } \Phi}{\varphi \wedge \psi \text{ uit } \Sigma \cup \Phi} \wedge I$$

\vee Introductieregels

$$\frac{\varphi \text{ uit } \Sigma}{\varphi \vee \psi \text{ uit } \Sigma} \vee I \quad \frac{\psi \text{ uit } \Sigma}{\varphi \vee \psi \text{ uit } \Sigma} \vee I$$

\vee Eliminatieregel

$$\frac{\varphi \vee \psi \text{ uit } \Sigma \quad \alpha \text{ uit } \Phi, \varphi \quad \alpha \text{ uit } \Psi, \psi}{\alpha \text{ uit } \Sigma \cup \Phi \cup \Psi} \vee E[-\varphi, -\psi]$$

\rightarrow Eliminatieregel

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \text{ uit } \Sigma \quad \varphi \text{ uit } \Phi}{\psi \text{ uit } \Sigma \cup \Phi} \rightarrow E$$

\rightarrow Introductieregel

$$\frac{\psi \text{ uit } \Sigma, \varphi}{\varphi \rightarrow \psi \text{ uit } \Sigma} \rightarrow I, [-\varphi]$$

\neg Eliminatieregels

$$\frac{\varphi \text{ uit } \Phi \quad \neg \varphi \text{ uit } \Psi}{\psi \text{ uit } \Phi \cup \Psi} \neg E$$

$$\frac{\varphi \text{ uit } \Phi, \neg \psi \quad \neg \varphi \text{ uit } \Psi, \neg \psi}{\psi \text{ uit } \Phi \cup \Psi} \neg E * [-\neg \psi]$$

\neg Introductieregel

$$\frac{\varphi \text{ uit } \Sigma, \psi \quad \neg \varphi \text{ uit } \Phi, \psi}{\neg \psi \text{ uit } \Sigma \cup \Phi} \neg I [-\psi]$$