

Prenexvorm

- Equivalenties met \forall , \exists en \rightarrow :

Lemma

Als φ en ψ formules zijn en x een variabele is die *niet vrij voorkomt in ψ* , dan zijn de volgende formules logisch equivalent:

$$\begin{array}{ll} (\forall x \varphi) \rightarrow \psi \text{ en } \exists x (\varphi \rightarrow \psi) & \psi \rightarrow (\forall x \varphi) \text{ en } \forall x (\psi \rightarrow \varphi) \\ (\exists x \varphi) \rightarrow \psi \text{ en } \forall x (\varphi \rightarrow \psi) & \psi \rightarrow (\exists x \varphi) \text{ en } \exists x (\psi \rightarrow \varphi) \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Namelijk: } (\exists x \varphi) \rightarrow \psi &\equiv \neg(\exists x \varphi) \vee \psi \equiv \\ &(\forall x \neg \varphi) \vee \psi \equiv \forall x (\neg \varphi \vee \psi) \equiv \forall x (\varphi \rightarrow \psi) \end{aligned}$$

\equiv is logisch equivalent met