



מערכות ספרתיות ומבנה המחשב (044252)

סמסטר אביב תשפ"א

בוחן אמצע - פתרון 2 ביוני 2021

טור 1

--	--	--	--	--	--	--	--	--

מספר סטודנט

משך המבחן: שעה (60 דקות). תכננו את זמנכם היטב.

חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר בכתב, מודפס או אלקטרוני, פרט לדפי העזר שיחולקו במהלך הבחינה ולמחשבון.

הנחיות והוראות:

- הבחינה כתובה על גבי 5 עמודים כולל עמוד זה והעמוד הקודם (בדקו בתחילת הבחינה שלא חסרים לכם עמודים).
- בתחילת הבחינה תקבלו חוברת בחינה, מחברת טיוטה, דפי עזר וטופס תשובות ממוחשב. בסיום הבחינה, החזירו את חוברת הבחינה וטופס התשובות הממוחשב בלבד.
- יש לענות על כל השאלות בגוף המבחן ובנוסף להעתיק את תשובותיכם הסופיות אל דפי התשובות.
- אין לתלוש או להפריד דפים מחוברת הבחינה, ממחברות הטיוטה ומדפי העזר.
- יש לכתוב את התשובות באמצעות עט שחור או כחול בלבד. אין לכתוב או לצייר בעט אדום.
- רשמו את מספר הסטודנט שלכם על חוברת הבחינה (בראש עמוד זה), על דפי העזר, ועל כל מחברות הטיוטה. **ודאו כי על טופס התשובות האמריקאי מודבקת מדבקת הנבחן שלכם.**
- לא מורדות נקודות (אין "קנס") בגין תשובה שגויה. לכן, כדאי לסמן תשובה כלשהי לכל שאלה.
- ציון שאלות רב הברירה ייקבע על סמך סריקה ממוחשבת של טופס התשובות בלבד. **לא לשכוח לסמן בטופס התשובות הממוחשב את מספר הטור שלכם (מופיע בראש עמוד זה).**
- אסור שימוש בכל חומר חיצוני מלבד מחשבון. אסורה העברת חומר כלשהו בין הנבחנים, ואסורה כל תקשורת עם אנשים אחרים או כל מקור מידע. האיסור חל על כל צורות התקשורת – מילולית, חזותית, כתובה, אלקטרונית, אלחוטית או אחרת. בפרט, אין להחזיק בטלפון סלולארי.

בהצלחה!



שאלה 1

מצאו מימוש מינימלי כסכום של מכפלות עבור מעגל בעל 3 כניסות (x, y, z) תחת הדרישות הבאות:

המעגל יוציא '1' עבור הקלטים שמחלקים את המספר $(15)_{10}$ ללא שארית ו-'0' עבור שאר הקלטים, למעט הקלט $(7)_{10}$ שיפורש כ-don't care. יש להתייחס למספר $(0)_{10}$ כאל מספר שאינו מחלק את המספר $(15)_{10}$ ללא שארית.

א. $f(x, y, z) = z'$

ב. $f(x, y, z) = z$

ג. $f(x, y, z) = zx' + zy'$

ד. $f(x, y, z) = z'x + z'y$

ה. $f(x, y, z) = xy + xz$

פתרון:

המחלקים של 15 הם 1, 3 ו-5.
מצורפת מפת הקרנו עבור המתואר בתרגיל:

$z \backslash xy$	00	01	11	10
0				
1	1	1	dc	1

כיוון שהצלחנו לכסות את כל המופעים של 1 יחד (בעזרת ה-dc) תוך שימוש בגורר ראשוני יחיד, זהו גם הייצוג המינימלי, כלומר:

$$f(x, y, z) = z$$



שאלה 2

נתון המספר הבא: $X=1100111$, בו כל הספרות הינן בינאריות.

נתונות הטענות הבאות:

1. אם המספר X הינו בקוד גריי, אז הוא שווה למספר הבינארי 1000101.
2. אם המספר X הינו בקוד גריי, אז הוא שווה למספר הבינארי 1010100.
3. אם המספר X הינו בינארי, אז הוא שווה לקוד גריי 1000101.
4. אם המספר X הינו בינארי, אז הוא שווה לקוד גריי 1010100.

סמן את התשובה הנכונה ביותר:

- א. רק טענה 1 נכונה.
- ב. רק טענה 2 נכונה.
- ג. רק טענה 3 נכונה.
- ד. רק טענות 1 ו- 4 נכונות.
- ה. רק טענות 2 ו- 3 נכונות.

פתרון:

המרה מגריי לבינארי:

Gray	1	1	0	0	1	1	1
Binary	1	0	0	0	1	0	1

המרה מבינארי לגריי:

Binary	1	1	0	0	1	1	1
Gray	1	0	1	0	1	0	0

לכן טענות 1 ו- 4 נכונות והתשובה הנכונה היא ד'.



שאלה 3

נתונה המשוואה הבאה:

$$(010)_{a+b} \cdot (010)_{a-b} = x_{10}$$

כמו כן נתון כי a ו- b מספרים חיוביים שמקיימים:

$$a - b \geq 2$$

מהו ערכו של x ?

א. $a^2 + b^2$

ב. $a^2 - b^2$

ג. $2ab$

ד. $2a + 2a$

ה. $2a^2$

ו. אף תשובה לא נכונה.

פתרון:

תשובה ב'.

נעבור לבסיס עשרוני

$$(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$$



שאלה 4

נתונות הפונקציות הבאות:

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= \bar{x} + y \cdot z \\g(x, y, z) &= x \cdot (y + z) \\h(x, y, z) &= x \cdot y + z\end{aligned}$$

מהו המשפט הנכון מבין המשפטים הבאים?

- א. הפונקציות f ו- g ביחד הן מערכת פעולות שלמה, אך כל אחד לבד אינו מהווה מערכת פעולות שלמה.
- ב. הפונקציות f ו- h ביחד הן מערכת פעולות שלמה, אך כל אחד לבד אינו מהווה מערכת פעולות שלמה.
- ג. הפונקציות h ו- g ביחד הן מערכת פעולות שלמה, אך כל אחד לבד אינו מהווה מערכת פעולות שלמה.
- ד. כל זוג פונקציות יחד אינו מהווה מערכת פעולות שלמה, אך שלושת הזוגות יחד מהווים מערכת פעולות שלמה.
- ה. כל אחת מן הפונקציה (לבדה) היא מערכת פעולות שלמה.

פתרון:

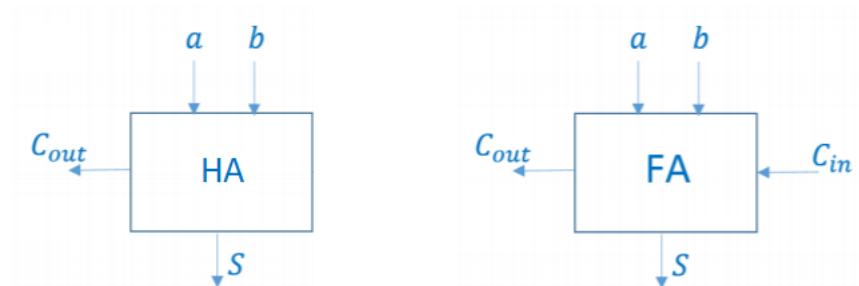
תשובה א'

נשים לב כי $f(a, a, a) = 1$, וכי g היא מערכת פעולות חצי שלמה שצריכה את הקבוע 1 כדי להיות שלמה. לחלופין $g(a, a, a) = 0$, f היא מערכת פעולות חצי שלמה שצריכה את הקבוע 0 כדי להיות שלמה.



שאלה 5

ברשותכם מספר אינסופי של רכיבי Full Adder ו- Half Adder יחיד. לא ידוע כיצד הרכיבים מומשו.



נתונים זמני ההשהיה של הרכיבים:

Full Adder:

Path	T_{pd}
$a, b \rightarrow S$	$3ns$
$a, b \rightarrow Cout$	$3ns$
$Cin \rightarrow S$	$10ns$
$Cin \rightarrow Cout$	$4ns$

Half Adder:

Path	T_{pd}
$a, b \rightarrow S$	$4ns$
$a, b \rightarrow Cout$	$1ns$

באפשרותכם להשתמש במספר בלתי מוגבל של Full Adder וברכיב Half Adder יחיד או לא להשתמש בו כלל.

מהו זמן ההשהיה המינימלי של סוכם של 2 מספרים ברוחב 5 ביטים הממומש ע"י שרשור היחידות הנתונות?

- א. 14
- ב. 15
- ג. 20
- ד. 23
- ה. 25

פתרון:

סעיף ד'

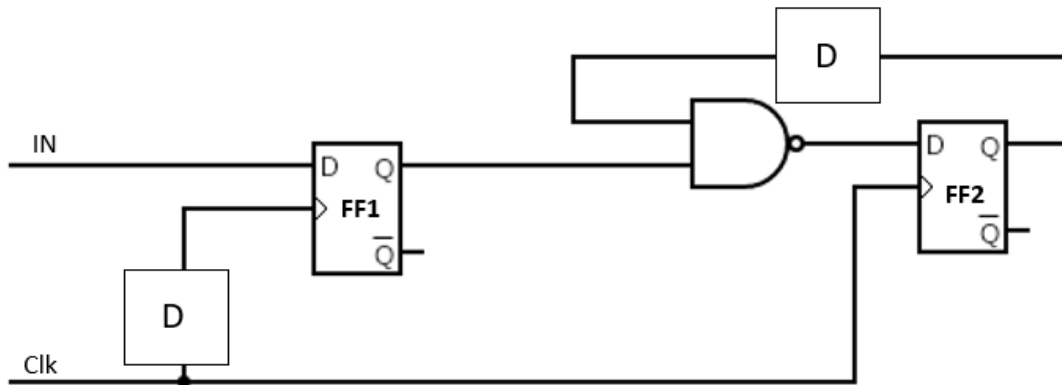
על מנת לקבל השהיה מינימלית יש להשתמש ב HA אחד ו 4 FA:



$$T_{pd} = T_{pd}(HA, a, b \rightarrow Cout) + 3 \cdot T_{pd}(FA, Cin \rightarrow Cout) + T_{pd}(\max(FA, Cin \rightarrow Cout), (FA, Cin \rightarrow S)) = 1 + 3 \cdot 4 + 10 = 23ns$$

שאלה 6

נתון המעגל הבא:



זמני ההשהיה של הרכיבים מופיעה בטבלה הבאה (נתונים ב ns):

	T_{cd}	$T_{pd}/T_{pc \rightarrow Q}$	T_{su}	T_{hold}
FF1	1	7	13	4
FF2	2	14	10	5
NAND	3	5	-	-

זמן המחזור של המעגל הוא $T = 50ns$.

שימו לב: יחידה D מופיעה פעמיים, גם ביציאת FF2 וגם בכניסת השעון של FF1.

היחידה D מורכבת ממספר זוגי של מהפכים (שערי NOT). עבור m מהפכים ביחידה D מתקיים:

$$T_{cd}(D) = 2m$$

$$T_{pd}(D) = 4m$$

מהו המספר המקסימלי של מהפכים שניתן להרכיב ביחידה D מבלי לפגוע בפעולתו התקינה של המעגל?

- א. 0
- ב. 2
- ג. 4
- ד. 5
- ה. 6



פתרון:

FF1->FF2:

HOLD:

$$T_{cd}(D) + T_{cd}(FF1) + T_{cd}(NAND) \geq T_{hold}(FF2) \\ 2m + 1 + 3 \geq 5 \Rightarrow m \geq 0.5$$

SETUP:

$$T_{pd}(D) + T_{pd}(FF1) + T_{pd}(NAND) + T_{su}(FF2) \leq T \\ 4m + 7 + 5 + 10 \leq 50 \Rightarrow m \leq 7$$

FF2->FF2:

HOLD:

$$T_{cd}(FF2) + T_{cd}(D) + T_{cd}(NAND) \geq T_{hold}(FF2) \\ 2 + 2m + 3 \geq 5 \Rightarrow m \geq 0$$

SETUP:

$$T_{pd}(FF2) + T_{pd}(D) + T_{pd}(NAND) + T_{su}(FF2) \leq T \\ 14 + 4m + 5 + 10 \leq 50 \Rightarrow m \leq 5.25$$

כלומר קיבלנו $0.5 \leq m \leq 5.25$ כמו כן אנו יודעים כי נדרשים מספר זוגי של מהפכים בכדי לשמור על פעולה תקינה של המעגל ולכן קיבלנו כי $m = 4$.