



מערכות ספרתיות ומבנה המחשב (044252) סמסטר חורף תש"ף

פתרון

בוחן אמצע
18 במאי 2020



שאלה 1א (20 נקודות)

נתון כי $(a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0)_5 = (Y)_{10}$, כלומר ערכו של המספר $a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0$ המיוצג בבסיס 5 הוא Y בייצוג עשרוני.

קעת הספרות '133' שורשרו בצדו הימני של המספר ושאר הספרות נותרו ללא שינוי. מהו ערכו של המספר החדש $(a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0133)_5$ כתלות ב- Y בייצוג עשרוני?

- א. $25Y + 133$
- ב. $125Y + 43$
- ג. $125Y + 215$
- ד. $625Y + 133$
- ה. $625Y + 215$

פתרון: ב.

$$\begin{aligned} (a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0)_4 &= (a_{N-1} \cdot 5^{N-1} + a_{N-2} \cdot 5^{N-2} \dots a_1 \cdot 5^1 + a_0 \cdot 5^0)_{10} = (Y)_{10} \\ (a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0133)_5 &= \\ &= (a_{N-1} \cdot 5^{N+2} + a_{N-2} \cdot 5^{N+1} \dots a_0 \cdot 5^3 + 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0)_{10} = \\ &= ((a_{N-1} \cdot 5^{N-1} + a_{N-2} \cdot 5^{N-2} \dots a_1 \cdot 5^1 + a_0 \cdot 5^0) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0)_{10} \\ &= \\ &= (Y \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 25 + 15 + 3)_{10} = (125Y + 43)_{10} \end{aligned}$$

שאלה 1ב (20 נקודות)

נתון כי $(a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0)_5 = (Y)_{10}$, כלומר ערכו של המספר $a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0$ המיוצג בבסיס 5 הוא Y בייצוג עשרוני.

קעת הספרות '241' שורשרו בצדו הימני של המספר ושאר הספרות נותרו ללא שינוי. מהו ערכו של המספר החדש $(a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0241)_5$ כתלות ב- Y בייצוג עשרוני?

- א. $25Y + 241$
- ב. $125Y + 71$
- ג. $125Y + 355$
- ד. $625Y + 241$
- ה. $625Y + 355$

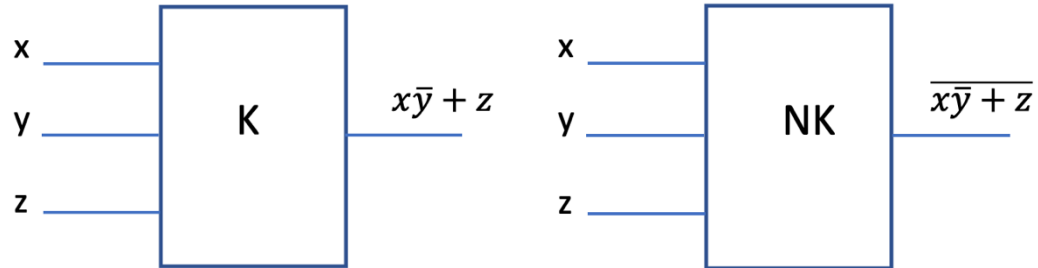
פתרון: ב.

$$\begin{aligned} (a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0)_4 &= (a_{N-1} \cdot 5^{N-1} + a_{N-2} \cdot 5^{N-2} \dots a_1 \cdot 5^1 + a_0 \cdot 5^0)_{10} = (Y)_{10} \\ (a_{N-1}a_{N-2} \dots a_1a_0241)_5 &= \\ &= (a_{N-1} \cdot 5^{N+2} + a_{N-2} \cdot 5^{N+1} \dots a_0 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0)_{10} = \\ &= ((a_{N-1} \cdot 5^{N-1} + a_{N-2} \cdot 5^{N-2} \dots a_1 \cdot 5^1 + a_0 \cdot 5^0) \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0)_{10} \\ &= (Y \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 50 + 20 + 1)_{10} = (125Y + 71)_{10} \end{aligned}$$



שאלה 2א

נתונות היחידות הלוגיות K, NK, הבאות:



איזה מהסטים הבאים **אינו** מהווה מערכת פעולות שלמה?

- {NK, 1}
- {K, NOT}
- {K, NK}
- {NK, NOT}
- {K, 1}**

פתרון:

ראשית נבחן את NK:

$$NK(x, x, x) = \overline{x\bar{x} + x} = \overline{0 + x} = \bar{x}$$

$$NK(\bar{x}, x, \bar{z}) = \overline{\bar{x}\bar{x} + \bar{z}} = \overline{\bar{x} + \bar{z}} = xz$$

לכן מערכת NK לבדה, מהווה מערכת פעולות שלמה. על כן תשובות א', ג' ו- ד' נפסלות.
נבדוק את K:

$$K(x, x, x) = x\bar{x} + x = x$$

לכן מערכת K לבדה אינה מערכת פעולות שלמה.

לגבי {K, NOT}, זהו כמובן מערכת פעולות שלמה. את פעולת ה-NOT כבר קיבלנו, ונוכל לבצע OR כך:

$$K(x, \bar{x}, z) = x\bar{\bar{x}} + z = x + z$$

לגבי {K, 1}, ניתן לבדוק את כל האופציות של שילוב 1 ו-x על מנת לקבל את שער NOT:

$$K(1, x, x) = \bar{x} + x = 1$$

$$K(x, 1, x) = x\bar{1} + x = x$$

$$K(x, x, 1) = x\bar{x} + 1 = 1$$

$$K(1, 1, x) = 1\bar{1} + x = x$$

$$K(x, 1, 1) = x\bar{1} + 1 = 1$$

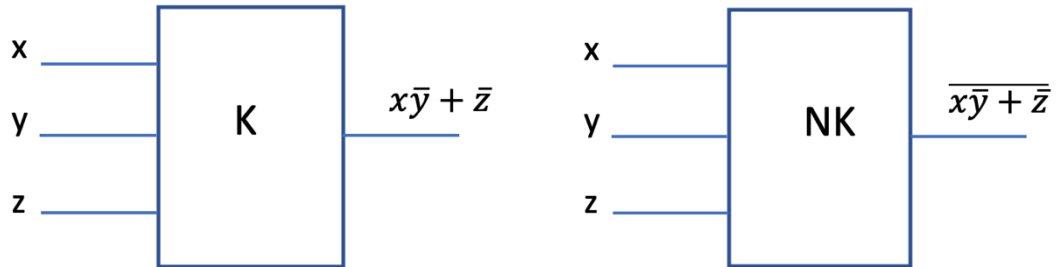
$$K(1, x, 1) = 1\bar{x} + 1 = 1$$

לכן לא ניתן לקבל שער NOT, וסט זה אינו מערכת פעולות שלמה.



שאלה 2ב

נתונות היחידות הלוגיות K, NK, הבאות:



איזה מהסטים הבאים אינו מהווה מערכת פעולות שלמה?

- א. $\{NK, 0\}$
- ב. $\{K, NOT\}$
- ג. $\{K, NK\}$
- ד. $\{NK, NOT\}$
- ה. $\{K, 1\}$

פתרון:

ראשית נבחן את K:

$$K(x, x, x) = x\bar{x} + \bar{x} = 0 + \bar{x} = \bar{x}$$

$$K(x, \bar{x}, \bar{z}) = x\bar{\bar{x}} + \bar{\bar{z}} = x + z$$

לכן מערכת K לבדה, מהווה מערכת פעולות שלמה. על כן תשובות ב', ג' ו-ה' נפסלות.
נבדוק את NK:

$$NK(x, x, x) = \overline{x\bar{x} + \bar{x}} = \bar{x}$$

לכן מערכת NK לבדה אינה מערכת פעולות שלמה.

לגבי $\{NK, NOT\}$, זהו כמובן מערכת פעולות שלמה. את פעולת ה-NOT כבר קיבלנו, ונוכל לבצע AND כך:

$$NK(\bar{x}, x, z) = \overline{\bar{x}\bar{x} + \bar{z}} = \overline{\bar{x} + \bar{z}} = xz$$

לגבי $\{NK, 0\}$, ניתן לבדוק את כל האופציות של שילוב 1 ו-0 על מנת לקבל את שער NOT:

$$K(0, \phi, x) = \overline{0\bar{\phi} + \bar{x}} = x$$

$$K(x, 0, x) = \overline{x\bar{0} + \bar{x}} = \overline{x + \bar{x}} = 0$$

$$K(\phi, \phi, 0) = \overline{\phi\bar{\phi} + \bar{0}} = 0$$

(כאשר ϕ מסמן *Don't Care*, ויכול להיות כל דבר).

לכן לא ניתן לקבל שער NOT, וסט זה אינו מערכת פעולות שלמה.



שאלה 3א

לפיצרייה "פיצה-קוד" ישנה מערכת הזמנת משלוחים מיוחדת. לכל לקוח יש משדר שממנו הוא משדר את ההזמנה, ובפיצרייה יש מקלט אשר מקבל את כל ההזמנות ומפענח אותן. לכל סוג פיצה ישנו קידוד ייחודי מהצורה $a_0a_1a_2a_3a_4$. המערכת עברה עדכון גרסה וכעת עבור כל סוג פיצה הקידוד המתאים נתון בטבלה הבאה:

פיצה	קוד
זיתים	00111
פטריות	01011
פפרוני	00011
מוצרלה	11011
אננס	10011
בולגרית	01111

על מנת לשפר את השירות, החליטו להוסיף לכל מילת קוד את הסיביות הבאות:

$$\begin{aligned}c_0 &= a_0 \\c_1 &= a_1 \\c_2 &= a_2 \\c_3 &= a_3 \\c_4 &= a_4 \\c_5 &= a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4\end{aligned}$$

מהו מרחק הקוד של המילים החדשות $a_0a_1a_2a_3a_4c_0c_1c_2c_3c_4c_5$?

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. 4
- ה. 5

פתרון:

מרחק הקוד בטבלה נתונה בתרגיל הוא אחד (מוצרלה ואננס). הוספת סיביות $c_0c_1c_2c_3c_4$ מכפילה את המרחק הנ"ל והפוכת אותו ל-2. סיביות c_5 היא סיביות זוגיות אשר מחושבת על הקוד המקורי. במידה ונחשב אותה נקבל:

פיצה	קוד $a_0a_1a_2a_3a_4c_5$
זיתים	001111
פטריות	010111
פפרוני	000110
מוצרלה	110110
אננס	100111
בולגרית	011110

על פי הנלמד בכיתה כאשר מרחק הקוד הוא 1, שימוש בסיביות זוגיות יגדיל את המרחק ל-2. לסיכום, ההכפלה מגדילה את המרחק ב-1, והוספת ביט הזוגיות מגדילה גם ב-1. לכן המרחק החדש הוא 3.



שאלה 3ב

לפיצרייה "פיצה-קוד" ישנה מערכת הזמנת משלוחים מיוחדת. לכל לקוח יש משדר שממנו הוא משדר את ההזמנה, ובפיצרייה יש מקלט אשר מקבל את כל ההזמנות ומפענח אותן. לכל סוג פיצה ישנו קידוד ייחודי מהצורה $a_0a_1a_2a_3a_4$. המערכת עברה עדכון גרסה וכעת עבור כל סוג פיצה הקידוד המתאים נתון בטבלה הבאה:

פיצה	קוד
זיתים	00110
פטריות	01001
פפרוני	00011
מוצרלה	11000
אננס	10001
בולגרית	01100

על מנת לשפר את השירות, החליטו להוסיף לכל מילת קוד את הסיביות הבאות:

$$c_0 = a_0$$

$$c_1 = a_1$$

$$c_2 = a_2$$

$$c_3 = a_3$$

$$c_4 = a_4$$

$$c_5 = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$$

מהו מרחק הקוד של המילים החדשות $a_0a_1a_2a_3a_4c_0c_1c_2c_3c_4c_5$?

- א. 1
- ב. 2
- ג. 3
- ד. 4
- ה. 5

פתרון:

מרחק הקוד בטבלה נתונה בתרגיל הוא שתיים (מוצרלה ואננס). הוספת סיביות $c_0c_1c_2c_3c_4$ מכפילה את המרחק הנ"ל והפוכת אותו ל-4. סיביות c_5 היא סיביות זוגיות אשר מחושבת על הקוד המקורי ודואגת למספר '1'-ים **אי זוגי**, אך הדבר אינו משפיע על תכונות סיביות הזוגיות. במידה ונחשב אותה נקבל:

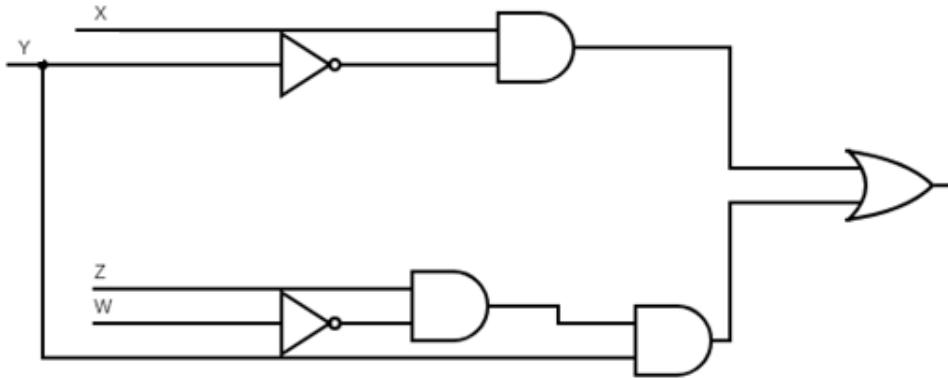
פיצה	קוד $a_0a_1a_2a_3a_4c_5$
זיתים	001101
פטריות	010011
פפרוני	000111
מוצרלה	110001
אננס	100011
בולגרית	011001

כיוון שמספר ה-1-ים בכל המילים זהה, להוספת סיביות הזוגיות אין השפעה. מרחק הקוד החדש הוא 4.



שאלה 4א

בשאלה הבאה הניחו שה- t_{pd} של כל הרכיבים זהה, ומתקיים $t_{pd} = t_{cd}$. (חישוב זמנים הינו במסגרת המשטר הסטאטי)
נתון המעגל הבא:



בחרו את הטענה הנכונה עבור המעגל הנתון, יש לבחור תשובה אחת בלבד:
Hazard מתרחש במערכת:

- במעבר $wxyz: 0100 \rightarrow 1100$
- במעבר $wxyz: 0100 \rightarrow 0101$
- במעבר $wxyz: 1101 \rightarrow 1001$
- במעבר $wxyz: 0111 \rightarrow 0101$
- לא מתרחש Hazard במערכת.

פתרון: ד'

נבנה מפת קרנו אל הדיאגרמה הנתונה.

בענף העליון המינטרם המתקבל הוא: $x\bar{y}$ ובענף התחתון מתקבל $\bar{w}zy$
לכן נקבל את המפה הבאה: $f(w, x, y, z)$

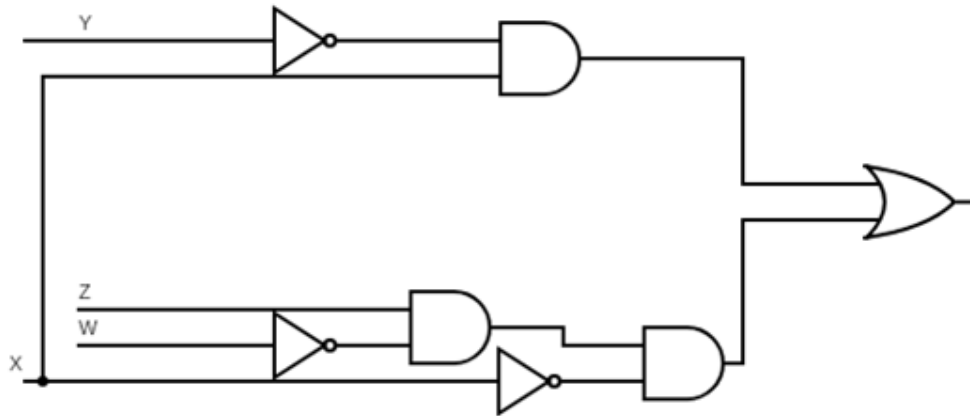
Wx/yz	00	01	11	10
00		1	1	
01		1	1	
11	1	1		
10				

לכן נשים לב שבמעבר בין הגורר $x\bar{y}$ לבין הגורר $\bar{w}zy$ אין חפיפה ולכן שם נצפה לקבל הזארד.
נבדוק את המעבר של $y: 0 \leftrightarrow 1$ כאשר נקפא $z = 1; x = 1; w = 0$ נקבל האזרד
במעבר בין $y: 1 \rightarrow 0$



שאלה 4ב

בשאלה הבאה הניחו שה- t_{pd} של כל הרכיבים זהה, ומתקיים $t_{pd} = t_{cd}$. (חישוב זמנים הינו במסגרת המשטר הסטאטי)
נתון המעגל הבא:



בחרו את הטענה הנכונה עבור המעגל הנתון, יש לבחור תשובה אחת בלבד:
Hazard מתרחש במערכת:

- במעבר $wxyz: 0100 \rightarrow 1100$
- במעבר $wxyz: 0100 \rightarrow 0101$
- במעבר $wxyz: 1101 \rightarrow 1001$
- במעבר $wxyz: 0101 \rightarrow 0001$
- לא מתרחש Hazard במערכת.

פתרון: ד'

נבנה מפת קרנו אל הדיאגרמה הנתונה.
בענף העליון המיניטרם המתקבל הוא: $\bar{y}x$ ובענף התחתון מתקבל $\bar{w}z\bar{x}$
לכן נקבל את המפה הבאה: $f(w, x, y, z)$

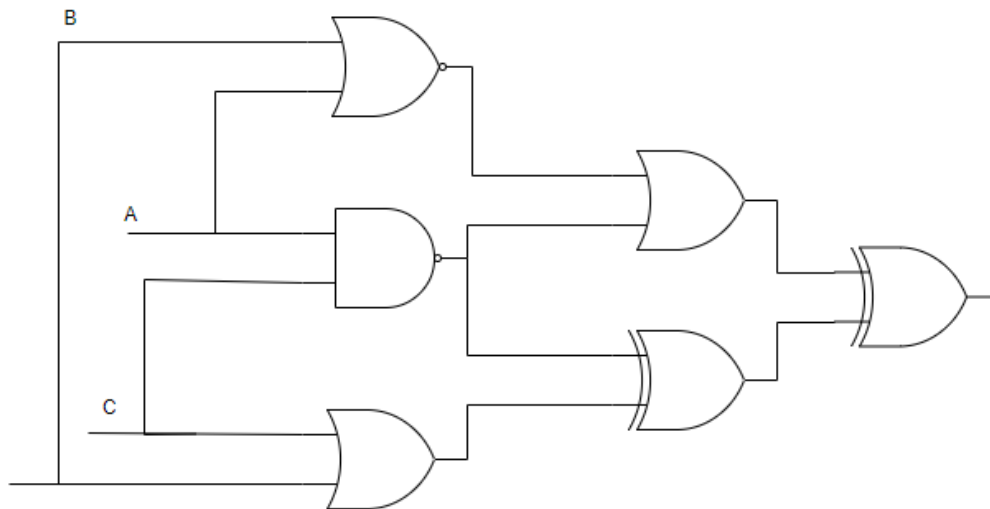
Wx/yz	00	01	11	10
00		1	1	
01	1	1	1	
11	1			
10				

לכן נשים לב שבמעבר בין הגורר $\bar{y}x$ לבין הגורר $\bar{w}z\bar{x}$ אין חפיפה ולכן שם נצפה לקבל הזארה.
נבדוק את המעבר של $x: 0 \leftrightarrow 1$ כאשר נקפא $z = 1; y = 0; w = 0$ נקבל האזרד
במעבר בין $x: 1 \rightarrow 0$

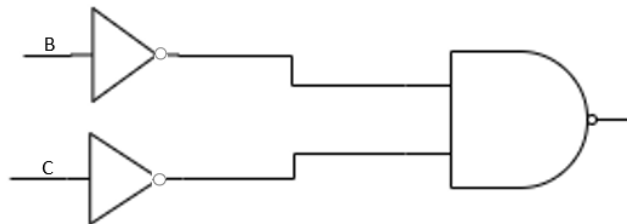


שאלה 5א

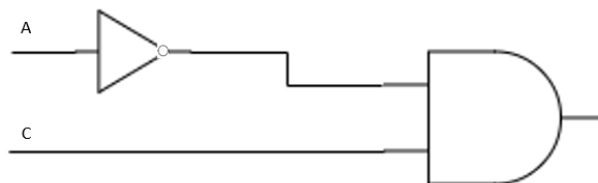
נתון המעגל הבא:



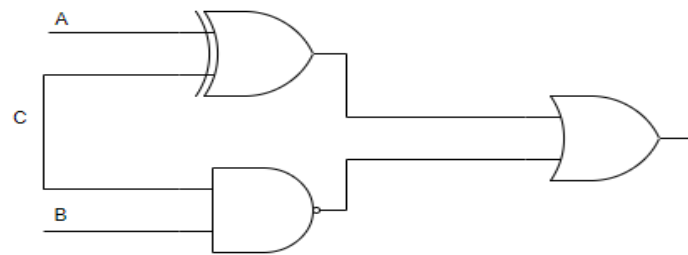
מצאו את המימוש המתאים לאחר פישוטו, (קיימת תשובה נכונה אחת).
א.



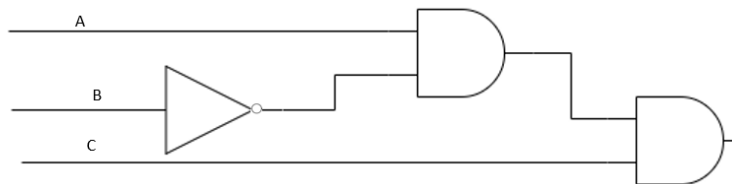
ב.



ג.



7.

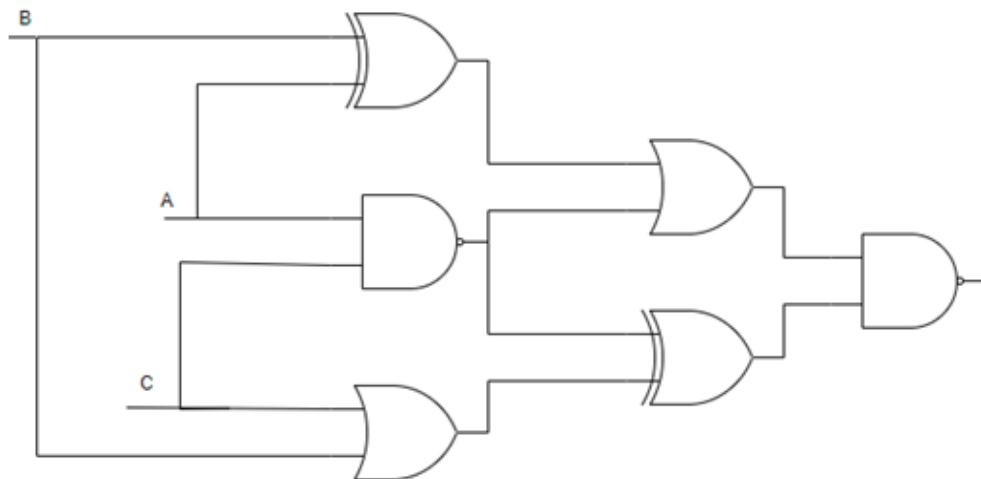


פתרון : א'

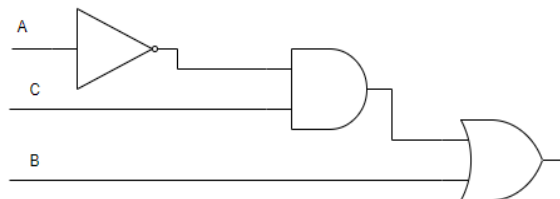


שאלה 5ב

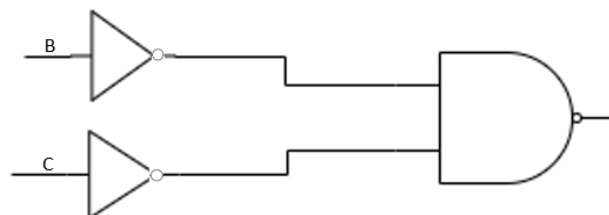
נתון המעגל הבא:



מצאו את המימוש המתאים לאחר פישוטו, (קיימת תשובה נכונה אחת).
א.

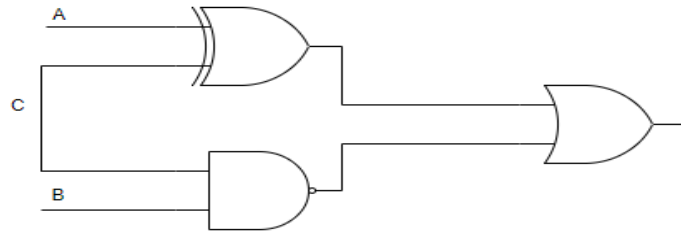


ב.

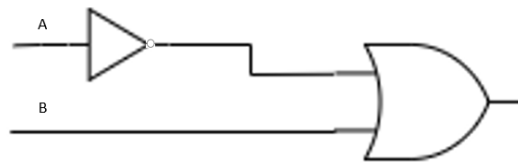




ג.



ד.



פתרון : א'