



## מערכות ספרתיות ומבנה המחשב (044252)

סמסטר חורף תשפ"ב

בוחן אמצע

פתרון

29 לדצמבר 2021

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

מספר סטודנט

**משך המבחן:** שעה (60 דקות). תכננו את זמנכם היטב.

**חומר עזר:** אין להשתמש בכל חומר עזר בכתב, מודפס או אלקטרוני, פרט לדפי העזר שיחולקו במהלך הבחינה ולמחשבון.

**הנחיות והוראות:**

- הבחינה כתובה על גבי 7 עמודים כולל עמוד זה (בדקו בתחילת הבחינה שלא חסרים לכם עמודים).
- בתחילת הבחינה תקבלו חוברת בחינה, מחברת טיוטה, דפי עזר וטופס תשובות ממוחשב. בסיום הבחינה, החזירו את חוברת הבחינה וטופס התשובות הממוחשב בלבד.
- יש לענות על כל השאלות בגוף המבחן ובנוסף להעתיק את תשובותיכם הסופיות אל דפי התשובות.
- אין לתלוש או להפריד דפים מחוברת הבחינה, ממחברות הטיוטה ומדפי העזר.
- יש לכתוב את התשובות באמצעות עט שחור או כחול בלבד. אין לכתוב או לצייר בעט אדום.
- רשמו את מספר הסטודנט שלכם על חוברת הבחינה (בראש עמוד זה), על דפי העזר, ועל כל מחברות הטיוטה. **ודאו כי על מחברת הבחינה ועל טופס התשובות האמריקאי מודבקת מדבקת הנבחן שלכם.**
- לא מורדות נקודות (אין "קנס") בגין תשובה שגויה. לכן, כדאי לסמן תשובה כלשהי לכל שאלה.
- ציון שאלות רב הברירה ייקבע על סמך סריקה ממוחשבת של טופס התשובות בלבד.
- אסור שימוש בכל חומר חיצוני מלבד מחשבון. אסורה העברת חומר כלשהו בין הנבחנים, ואסורה כל תקשורת עם אנשים אחרים או כל מקור מידע. האיסור חל על כל צורות התקשורת – מילולית, חזותית, כתובה, אלקטרונית, אלחוטית או אחרת. בפרט, אין להחזיק בטלפון סלולארי.

**בהצלחה!**



## שאלה 1:

נתונות שתי פונקציות:

$$f(w, x, y, z) = \Sigma(1, 2, 3, 4, 5) + \Sigma_{\phi}(0)$$

$$g(w, x, y, z) = \Sigma(1, 4, 5, 8, 12) + \Sigma_{\phi}(0)$$

סטודנט בקורס מעוניין לצמצם כסכום מכפלות את הפונקציה  $h$  הבאה:

$$h(w, x, y, z) = f(w, x, y, z) \cdot g(w, x, y, z)$$

שימו לב שהקלט  $w = x = y = z = 0$  איננו חוקי גם לפונקציה  $h$ .

מה תהיה הפונקציה  $h$  המצומצמת ביותר?

- א.  $h(w, x, y, z) = w'y'$
- ב.  $h(w, x, y, z) = w'x' + y'z' + w'y'$
- ג.  $h(w, x, y, z) = w'yz' + w'xy'$
- ד.  $h(w, x, y, z) = w' + y'$
- ה. אף תשובה אינה נכונה.

פתרון:  
א'

המפת הקרנו הבאה של  $f$ :

| $wx \backslash yz$ | 00     | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|--------|----|----|----|
| 00                 | $\phi$ | 1  |    |    |
| 01                 | 1      | 1  |    |    |
| 11                 | 1      |    |    |    |
| 10                 | 1      |    |    |    |



נקבל את מפת הקרנו הבאה עבור  $g$ :

| $wx \backslash yz$ | 00     | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|--------|----|----|----|
| 00                 | $\phi$ | 1  | 1  | 1  |
| 01                 | 1      | 1  |    |    |
| 11                 |        |    |    |    |
| 10                 |        |    |    |    |

ולכן עבור  $h$ :

| $wx \backslash yz$ | 00     | 01 | 11 | 10 |
|--------------------|--------|----|----|----|
| 00                 | $\phi$ | 1  |    |    |
| 01                 | 1      | 1  |    |    |
| 11                 |        |    |    |    |
| 10                 |        |    |    |    |

והפתרון הינו:  $h(w, x, y, z) = w'y'$



## שאלה 2

המירו את המספר הבינארי הבא לקוד Gray:

$num = 11001010$

א. 11001010

ב. 11010000

ג. 10001101

ד. 01111010

ה. 10101111

פתרון:

תשובה ה'.

|        |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Binary | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
|        | ↓ | ↘ | ↓ | ↘ | ↓ | ↘ | ↓ | ↘ |
| Gray   | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |



### שאלה 3

- נתונות 2 פונקציות  $h(x, y)$ ,  $g(x, y, z)$ . ידוע כי:
- $g(x, y, z)$  מהווה מערכת פעולות חצי שלמה עם הקבוע 0, כלומר  $\{g, 0\}$  מערכת פעולות שלמה.
  - $h(x, y)$  מקיים  $h(\alpha, \alpha) = 0$ .

בנוסף נתונה הפונקציה ב-4 משתנים  $f(x, y, z, w)$ :

איזה מהטענות הבאות בוודאות נכונה?

- ניתן לבנות את  $f(x, y, z, w)$  באמצעות שימוש בפונקציה  $g(x, y, z)$  בלבד.
- ניתן לבנות את  $f(x, y, z, w)$  באמצעות שימוש בפונקציות  $h(x, y)$  ו- $g(x, y, z)$ .
- לא** ניתן להרכיב את  $f(x, y, z, w)$  בעזרת שימוש ב- $h(x, y)$ ,  $g(x, y, z)$  וקבועים.
- ניתן לבנות את  $f(x, y, z, w)$  באמצעות שימוש בפונקציה  $g(x, y, z)$  והקבוע 1.
- תשובות ב' ו-ד' נכונות.

פתרון:  
ב'

$\{g, 0\}$  מערכת פעולות שלמה ובנוסף  $h(\alpha, \alpha) = 0$  ולכן הפונקציה  $h(x, y)$  מספקת את הקבוע 0 ולכן ניתן בעזרת  $h(x, y)$  ו- $g(x, y, z)$  להרכיב כל פונקציה ולכן תשובה ב' נכונה.



## שאלה 4

נתונה המשוואה הבאה:

$$(110)_{a+b} + (011)_{a-b} = (011)_{(a+b)}$$

כמו כן נתון כי  $a$  ו- $b$  מספרים חיוביים ממש שמקיימים:

$$a \geq 2; a > b + 1$$

מהו המשפט הנכון?

- א. המשוואה מתקיימת לכל  $a, b$ .
- ב. המשוואה מתקיימת רק לערך יחיד של  $a$  וערך יחיד של  $b$ .
- ג. המשוואה מתקיימת עבור אינסוף ערכי  $a, b$ , המקיימים  $a=2b$ .
- ד. המשוואה מתקיימת עבור אינסוף ערכי  $a, b$ , המקיימים  $a=4b$ .
- ה. המשוואה לא מתקיימת עבור אף צירוף של ערכי  $a, b$ , המקיימים את תנאי השאלה.

## פתרון:

תשובה ה'.

נעבור לבסיס עשרוני

$$((a+b) + (a+b)^2) + ((a-b) + 1) = (a+b) + 1$$

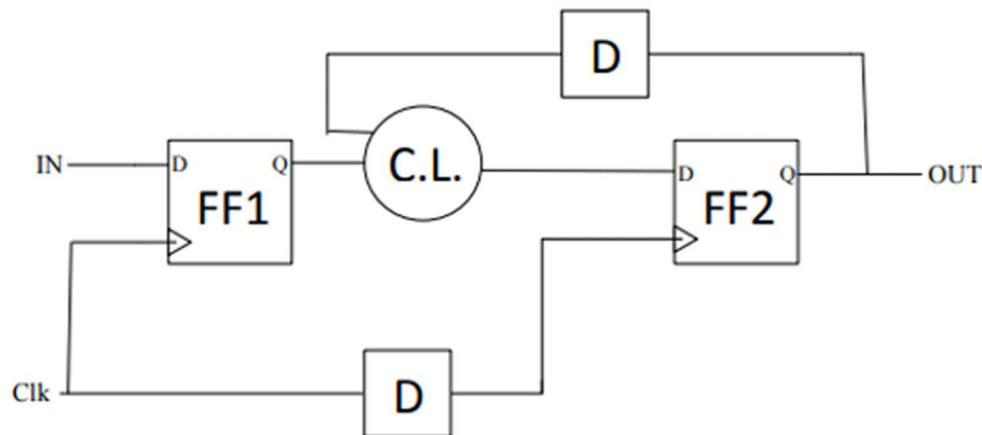
$$(a+b)^2 = -(a-b)$$

נתון כי  $a, b$  מספרים חיוביים ממש, וגם  $a > b$ . לכן, קיבלנו כי תוצאה שלילית שווה לתוצאה חיובית ולכן לא מתקיים לאף זוג  $a, b$ .



## שאלה 5

נתון המעגל הבא:



הזמנים של הלוגיקה וכן של רכיבי הזיכרון נתונים בטבלה הבאה (ב-ns):

|     | $T_{pd}$ | $T_{cd}$ | $T_{setup}$ | $T_{hold}$ |
|-----|----------|----------|-------------|------------|
| FF1 | 10       | 3        | 4           | 2          |
| FF2 | 15       | 3        | 3           | 1          |
| CL  | 7        | 2        | -           | -          |

היחידה C.L. מהווה יחידת לוגיקה צירופית כלשהי (ללא רכיבי זיכרון).  
היחידה D מהווה יחידת השהייה המורכבת ממספר זוגי של מהפכים. עבור  $m$  מהפכים בתוך D מתקיים:

$$T_{cd}(D) = 3m, \quad T_{pd}(D) = 3m$$

כמו כן, נתון כי השעון בעל מחזור של  $40ns$ , בעל duty cycle של 50%.  
מהו המספר  $m$  המקסימלי של מהפכים שניתן להרכיב בתוך היחידה D מבלי לפגוע בפעולת התקינה של המעגל?

- א. 0
- ב. 2
- ג. 4
- ד. 6
- ה. 8

פתרון: א

כדי לא לפגוע בתקינות המעגל נצטרך לבדוק את המסלולים:  
 $FF1 \rightarrow FF2$  &  $FF2 \rightarrow FF2$

$FF1 \rightarrow FF2$ :



**setup:**

$$t_{pC \rightarrow Q}(FF1) + tpd(CL) + tsu(FF2) \leq Tclk + t_{cd}(D)$$

$$10 + 7 + 3 \leq 40 + 3m$$

$$-20 \leq 3m \rightarrow m \geq 0$$

**hold:**

$$tcd(FF1) + tcd(CL) \geq thold(FF2) + tpd(D)$$

$$3 + 2 \geq 1 + 3m \rightarrow 4 \geq 2m \rightarrow m \leq \left\lfloor \frac{4}{2} \right\rfloor \rightarrow m \leq 1$$

**FF2 → FF2:**

**setup:**

$$t_{pC \rightarrow Q}(FF2) + tpd(D) + tpd(CL) + tsu(FF2) \leq Tclk$$

$$15 + 3m + 7 + 3 \leq 40$$

$$3m \leq 15 \rightarrow m \leq 5$$

**hold:**

$$tcd(FF2) + tcd(D) + tcd(CL) \geq thold(FF2)$$

$$3 + 3m + 2 \geq 1 \rightarrow 3m \geq -4 \rightarrow m \geq 0$$

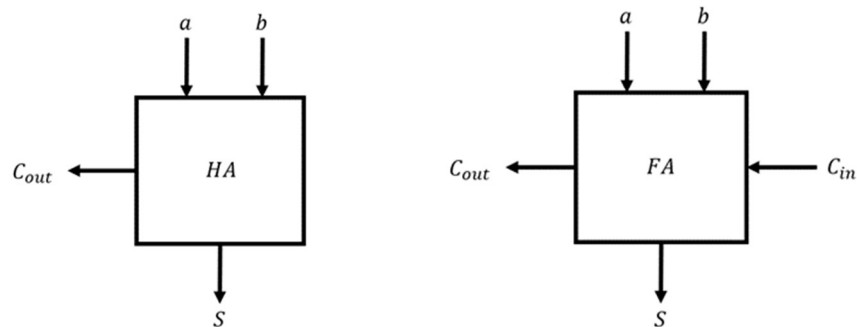
לסיכום, המעגל עובד בצורה תקינה כאשר:  $0 \leq m \leq 1$   
ובגלל שדרוש שמספר המהפכים יהיה זוגי אז נקבל:  $m = 0$





## שאלה 6

ברשותכם מספר אינסופי של רכיבי Full Adder, ורכיב יחיד מסוג Half Adder. המימוש הפנימי של הרכיבים אינו ידוע.



נתונים זמני ההשהיה של הרכיבים:

Full Adder:

| Path                         | $T_{pd}$ |
|------------------------------|----------|
| $a, b \rightarrow S$         | $2ns$    |
| $a, b \rightarrow C_{out}$   | $2ns$    |
| $C_{in} \rightarrow S$       | $2ns$    |
| $C_{in} \rightarrow C_{out}$ | $3ns$    |

Half Adder:

| Path                       | $T_{pd}$ |
|----------------------------|----------|
| $a, b \rightarrow S$       | $13ns$   |
| $a, b \rightarrow C_{out}$ | $1ns$    |

עליכם לממש רכיב המבצע סכימה של שני מספרים, כל אחד ברוחב 4 ביטים, ע"י שרשרת היחידות הנתונות, כאשר התשובה ברוחב 5 ביטים. שימו לב שבאפשרותכם לבחור באילו רכיבים להשתמש, ואינכם מוכרחים להשתמש בכל הרכיבים הנתונים.

מה זמן ההשהיה של הרכיב?

- א.  $9ns$
- ב.  $10ns$
- ג.  $11ns$
- ד.  $12ns$
- ה.  $13ns$

**פתרון:**  
ג'

על מנת לקבל השהיה מינימלית יש להשתמש ב 4 FA:

$$T_{pd} = T_{pd}(FA, a, b \rightarrow Cout) + 3 \cdot T_{pd}(FA, Cin \rightarrow Cout) \\ = 2 + 3 \cdot 3 = 11ns$$