Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2019-1**

[Cod: CM334] **[Curso: Análisis Numérico I]**

Práctica Dirigida N^o 6

1. Implemente los siguientes métodos

   a) Método de la bisección.

   b) Implemente el método de la secante.

   c) Implemente el método de falsa posición.

   d) Implemente el método del punto fijo.

   e) Implemente el método de Newton y Newton-Aitken.

   f) Implemente el método de Muller.

   g) Implemente el método de Bairstow.

   h) Implemente el método de Steffenson

   $$D(x_n) = \frac{f(x_n + f(x_n)) - f(x_n)}{f(x_n)}$$
   $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{D(x_n)}$$

   i) Implemente el método de Halley

   $$M(x_n) = \left(1 - \frac{f(x_n)f''(x_n)}{2(f'(x_n))^2}\right)^{-1}$$
   $$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}M(x_n)$$

2. Aplique los métodos anteriores a estos casos

   a) $e^x - 3x^2 = 0$

   b) $x^3 = x^2 + x + 1$

   c) $x^2 - 10x + 23 = 0$

   d) $e^x - 2 - x = 0$

   e) $\cos(x) + 1 - x = 0$

   f) $\ln(x) - 5 + x = 0$

   g) $e^x = \dfrac{1}{0{,}1 + x^2}$

3. Encuentre los puntos fijos de $g(x) = -4 + 4x - \frac{1}{2}x^2$

   a) Calcule en forma exacta los puntos fijos de g

   b) Use el valor inicial $p_0 = 1{,}9$ y grafique las 10 siguientes iteraciones.

   c) Use el valor inicial $p_0 = 3{,}8$ y grafique las 10 siguientes iteraciones.

   d) Imprima un tabla con los errores absolutos y relativos para los casos 3b y 3c.

   e) Analice la convergencia.

4. Use el método de Newton para calcular la única raíz de $x + e^{-Bx^2}\cos(x) = 0$ con $B = 1, 5, 10, 25, 50$, $x_0 = 0, 1, 2, 10$.

5. Grafique las 10 primeras iteraciones del punto fijo para las siguientes ecuaciones y valores iniciales. Analice visualmente la convergencia.

   a) $g(x) = (6+x)^{1/2}$, $x_0 = 7$

   b) $g(x) = 1 + 2/x$, $x_0 = 4$

   c) $g(x) = \dfrac{x^3}{2}$, $x_0 = 3{,}5$

   d) $g(x) = -x^2 + 2x + 2$, $x_0 = 2{,}5$

   e) $g(x) = x^5 - 3x^3 - 2x^2 + 2$

   f) $g(x) = \cos(\mathrm{sen}(x))$

   g) $g(x) = x^2 - \mathrm{sen}(x + 0{,}15)$

   h) $g(x) = x^{x - \cos(x)}$

6. Use el método de Newton a la función y determine la razón de convergencia

   a) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geqslant 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$

   b) $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x^2} & x \geqslant 0 \\ -\sqrt[3]{x^2} & x < 0 \end{cases}$

7. Use el método de Newton a la función $f(x) = \cos(x) + \mathrm{sen}^2(50x)$ e intente aproximar la raíz $\alpha = \pi/2$.

8. Muestre que $x = 1 + \tan^{-1}(x)$ tiene una solución α. Encuentre un intervalo $[a, b]$ conteniendo α tal que para todo x_0 in $[a, b]$, la iteración converge a α. Estime la razón de convergencia.

   a) $x_{n+1} = 1 + \tan^{-1}(x_n) \quad n \geqslant 0$

   b) $x_{n+1} = 3 - 2\log(1 + e^{-x_n}) \quad n \geqslant 0$

9. Para encontrar la raíz de $f(x) = 0$ reescriba la ecuación como $x = x + cf(x) \equiv g(x)$ para $c \neq 0$. Si α es una raíz de $f(x)$ y si $f'(x)$, ¿como debe de escogerse c de modo que la iteración $x_{n+1} = g(x_n)$ converge a α?

10. Determine los valores de c para los que la iteración $x_{n+1} = 2 - (1+c)x_n + cx_n^3$ converge a $\alpha = 1$. ¿Para que valores de c la convergencia es cuadrática?

11. Determine si las siguientes iteraciones convergen y cual es la razón de convergencia:

    a) $x_{n+1} = -16 + 6x_n + \dfrac{12}{x_n}$

    b) $x_{n+1} = \dfrac{2}{3}x_n + \dfrac{1}{x_n^2}$

    c) $x_{n+1} = \dfrac{12}{1 + x_n}$

    d) $x_{n+1} = \dfrac{x_n(x_n^2 + 3a)}{3x_n^2 + a}$

12. Grafique las curvas y aplique el método de Newton y el método de punto fijo a los problemas

    a) $$\begin{aligned} x^2 - 2x - y + 0{,}5 &= 0 \\ x^2 + 4y^2 - 4 &= 0 \end{aligned}$$

    b) $$\begin{aligned} \frac{8x - 4x^2 + y^2 + 1}{8} &= x \\ \frac{2x - x^2 + 4y - y^2 + 3}{4} &= y \end{aligned}$$

UNI, 05 de junio del 2019*

*Hecho en LaTeX