Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática Ciclo 2019-I

[Cod: CM-334 Curso: Análisis Numérico I]
[Tema: Sistema no lineal de ecuaciones. Métodos iterativos y cálculo de valores y vectores propios.]
[Los profesores.]

Laboratorio N^o 7

---

1. Partiendo de $(x = 1, y = 2)$ aplique dos iteraciones para cada uno de los métodos: de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver el sistema:
$$\begin{bmatrix} 5x + 2y & = & 1 \\ x - 4y & = & 0 \end{bmatrix}$$

2. ¿Cúales de las siguientes matrices son diagonalmente dominantes?
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & -3 \\ 3 & 2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 2 & 8 & -7 \\ 3 & -10 & 20 \end{bmatrix}$$

3. Sea el sistema no lineal de ecuaciones siguiente:
$$f_1(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 - \cos(x_2 x_3) - \frac{1}{2} = 0$$
$$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - 81(x_2 + 0.1)^2 + \sin x_3 + 1.06 = 0$$
$$f_3(x_1, x_2, x_3) = e^{-x_1 x_2} + 20x_3 + (10\pi - 3)/3 = 0$$
Mediante el método de Cuasi Newton calcúlese la aproximación de la solución, comenzando en el punto inicial
$$P_0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)})^T = (0.1, 0.1, -0.1)^T$$
e iterando hasta que $\|P_{i+1} - P_i\|_\infty \leq 10^{-5}$.

4. Dado el siguiente problema no lineal:
$$f_1(x_1, x_2) = 3x_1^2 - x_2^2 = 0$$
$$f_2(x_1, x_2) = 3x_1 x_2^2 - x_1^3 - 1 = 0$$
Calcular la solución aproximada del sistema empleando el método de la Máxima Pendiente comenzando en el punto:
$$P_0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)})^T = (1, 1)^T$$
e iterando hasta que $\|P_{i+1} - P_i\|_\infty \leq 0.05$.

5. Sea el sistema no lineal de ecuaciones siguiente:
$$f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2 - 37 = 0$$
$$f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2^2 - 5 = 0$$
$$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_3 + x_1 + x_2 - 3 = 0 \quad (1)$$
Mediante el método de Continuación u Homotopía calcúlese la aproximación de la solución, comenzando en el punto inicial $P_0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)})^T = (0, 0, 0)^T$ y realizando $n = 2$ iteraciones.

6. Sea el sistema de ecuaciones no lineales siguiente.
$$f_1(x_1, x_2) = \sin(4\pi x_1 x_2) - 2x_2 - x_1 = 0$$
$$f_2(x_1, x_2) = \frac{(4\pi - 1)(e^{2x_1} - e)}{4\pi} + 4ex_2^2 - 2ex_1 = 0$$

Aplíquese el método de la Continuación u Homotopía iniciando el método en el punto inicial $P_0 = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)})^T = (0,0)^T$ realizando $n = 4$ iteraciones.

7. Dada la matriz
$$A = \begin{bmatrix} 1000 & 1 \\ 1 & 1000 \end{bmatrix}$$
con valores propios $\lambda_1 = 1001$ y $\lambda_2 = 999$. Ahora, si modificamos A a
$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1000,001 & 1 \\ 1 & 1000 \end{bmatrix}$$
   a) Calcule los polinomios característicos correspondientes.
   b) Qué pasa con los valores propios de la matriz modificada si aumentamos en 2 unidades su polinomio característico para simular el error que se cometería si utilizamos errores de redondeo en una aritmética con 6 dígitos.

8. Dada la matriz
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 10^{-3} & 10^{-4} \\ 10^{-3} & 2 & 10^{-3} \\ 10^{-4} & 10^{-3} & 3 \end{bmatrix}$$
Halle los valores propios y determine si existe algún círculo de Gershgorin que no contiene valores propios.

9. Aplicar el teorema de Gershgorin a las siguientes matriz con valores propios complejos:
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

10. Dada la matriz
$$A = \begin{bmatrix} 10 & -6 & 8 \\ -6 & 17 & 2 \\ 8 & 2 & 20 \end{bmatrix}$$
   a) Transformar A a forma tridiagonal y aplicar el método de bisección para demostrar que A es definida positiva.
   b) Usando el método de bisección, determinar el valor propio más pequeño hasta un error del valor absoluto $\leq 0,5$.

11. Se considera la matriz
$$A = \begin{bmatrix} -10 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 16 \end{bmatrix}$$
   a) Demostrar sin calcular el polinomio característico que A tiene tres valores propios reales distintos.
   b) Transformar A unitariamente a forma tridiagonal simétrica.
   c) Determinar números α_i, β_i, $i = 1,2,3$, tales que $\alpha_i \leq \lambda_i \leq \beta_i$, $i = 1,2,3$, donde $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ son valores propios de A, y $|\beta_i - \alpha_i| \leq 0,25$, mediante el método de bisección.

Uni, 13 de junio de 2019*

*Hecho en LaTeX