应用数学和力学, 第 20 卷 第 7 期(1999 年 7 月)
Applied Mathematics and Mechanics
应用数学和力学编委会编
重 庆 出 版 社 出 版

文章编号: 1000-0887(1999)07-0675-07

计算股市的基本方程、理论和原理(Ⅱ)——基本原理*

云 天 铨

(华南理工大学工程力学系, 广州 510641)

摘要: 提出计算股市三个基本原理: 最近时原理, 从势原理, 供求差变分原理。 阐述这些原理的引出, 表达和数学描述, 以及其应用。 这些应用包括在神经网络, 股市基本方程, 平衡价位的预测等。

关 键 词: 圣维南原理; 变分原理; 神经网络; 计算股市
中图分类号: F224.9 文献标识码: A

概 述

力学中有许多原理, 如圣维南原理, 达郎倍尔原理, 变分原理(最小势能原理, 最小余能原理, 虚功原理等), 迭加原理等等。 这些原理、依据某些准则(定律, 假设, 推理等)提出处理问题的方法, 使问题的求解变得方便或简化。 按逻辑推理, 类似地在计算股市中也可以提出许多原理, 方便股市的计算。 下面, 本文提出三个基本原理: "最近时原理", "从势原理", "供求差变分原理"。 还可以有更多一些原理, 如相关性或独立性原理等, 但在此主要是阐述这三个原理, 其引出的依据, 表达及数学描述, 以及其应用等。

1 最近时原理(the nearest time principle)NTP

1.1 原理的引出

我们来看看在力学和物理中的一些例子:

1) 圣维南原理

Saint-Venant(1855)在研究柱体扭转时, 将作用于端面的力系用其平衡力系来代替, 并猜想这种替代所带来的影响范围是不大的。 后人(Boussinesq1885 提议)将这种猜想称这为"圣维南原理"。 圣维南原理的适用范围及其证明一直受数学和力学界关注, 有大量的研究工作, 例如 [1, 2] 等等。 有文献认为: 圣维南原理建立在能量随(距离柱体端面的)距离增加而呈指数率衰减的估计上([2] p. 689)。

2) 牛顿万有引力定律: 引力与距离的平方成反比。

3) CT 中的 X 射线的能量随在介质中的距离增加而呈指数型衰减[3]。

---

* 收稿日期: 1998-03-01; 修订日期: 1999-03-13
作者简介: 云天铨(1936~), 男, 教授, 研究方向: 积分方程, 弹性理论等, 已发表论文 90 余篇, 专著 2 部, 三次获省、厅级科技进步奖.

还可以举一些例子。上述这些例子的共同特点是:源的影响随空间的距离增加而衰减,衰减可以按不同的规律,但距离最近者受源的影响最大。

将上述特点逻辑推理到时间序列上,便得到本文称之为“最近时原理”。

1.2 最近时原理及其数学描述

设在时间轴 τ 上有集度为 $x(\tau)$ 的源连续分布在 $(-\infty, s]$ 上,对时刻为 t 的点的响应 $Y(t, s)$ 为

$$Y(t, s)=\int_{-\infty}^{s} x(\tau) K(t, \tau) \mathrm{d} \tau \quad (t>s), \tag{1}$$

式中 $K(t, \tau)$ 为影响函数,代表单位源作用于时刻 τ 引起时刻 t 的响应。通常 $K(t, \tau)=K(t-\tau)$ 即是时间距离的函数。于是(1)式可写成

$$Y(t-s)=\int_{-\infty}^{s} x(\tau) K(t-\tau) \mathrm{d} \tau=X \cdot K(t-\tau) \quad (t>s), \tag{2}$$

式中 $X=Y(t-s)/K(t-s)$ 为作用于 s 的源的强度。(2)式表示一系列连续分布 $(-\infty, s]$ 的源对时刻 t 的影响可用单个作用于离 t 最近的 s 上的,具某种强度 X 的源来代替。

当时间离散时,取 $t=t_j$, $s=-1$, $\Delta\tau=1$, $\tau=i\cdot\Delta\tau$,则(2)式为

$$Y(t_j+1)=\sum_{i=-\infty}^{t_j} x(i) K(t_j-i) \Delta\tau=F(t_j)=F_1(Y(t_j))。 \tag{3}$$

注意到和数的段数比端点数目少 1, $Y(\infty)=0$ 及和数结果是 t_j 的某一函数 $F(t_j)$ 或 $F_1(Y(t_j))$。(2)式或(3)式在形式上只计最近源的影响。称为“最近时原理”。(2),(3)式是原理的数学表达。

1.3 最近时原理 NTP 的应用

1)在数学,动力学和神经网络动力系统中的应用。

(3)式在数学上是常见的迭代或递推公式。它也是动力学系统及神经网络动力系统的描述方程[4]:

$$X(t+1)=F[X(t)]。 \tag{4}$$

其中 X 为输入活动度,$F[X(t)]$ 为输出活动度。这种带反馈的基本方程的描述就应用了“最近时原理”的(3)式。

2)在股票买入,卖出量的方程[5,6]中的应用。

文[5]的(8),(9)式,即

$$A_{\mathrm{p}}(t+\Delta t)=p_1 v^{-a_1}(t)+p_2 \dot{v}^{a_2}(t)+p_3 A_{\mathrm{p}}^{a_3}(t), \tag{5}$$

$$A_{\mathrm{s}}(t+\Delta t)=s_1 v^{b_1}(t)-s_2 \dot{v}^{b_2}(t)+s_3 A_{\mathrm{s}}^{b_3}(t)+A_{\mathrm{f}}+A_{\mathrm{g}}, \tag{6}$$

式中 A 代表量;v, $\dot{v}$ 分别代表股价和股价变化率;t 为时间,Δt 为时间增量;下标或字符 p, s 分别代表买入和卖出;$p_1 \sim p_3$, $s_1 \sim s_3$ 分别为买入和卖出的系数,$a_1 \sim a_3$ 和 $b_1 \sim b_3$ 分别为买入和卖出的($\geqslant 1$)幂次的次数。(5),(6)式表示时刻 $t+\Delta t$ 的买入和卖出量只受时间 t 的行情资料所影响。也就是应用了最近时原理。文[6]的(1),(2)式亦类似。

如[6]所言,在股市的实际操作中,交易的主角——大户和机构,时刻注视着荧屏的行情,即时下买、卖单,表明了最近的资料起决定的作用,和“最近时原理”相一致。

3)在单型记忆神经网络(simplex memory neural networks)(SMNN)模型中的应用。

SMNN 模型的基本方程[7]是:

$$S_i(t+1)=\mathrm{sgn}(H_i(t))=\begin{cases}1 & (\text{若 } H_i(t)\geqslant 0),\\ 0 & (\text{其它}),\end{cases} \tag{7}$$

其中 $H_i(t)=\sum_{j=1}^{n} w_{ij}s_j(t)-\theta_i$。 (8)

其中 N 为由 n 对相连的神经元组成的神经网络,由($\boldsymbol{W}$,Θ)唯一地决定,$\boldsymbol{W}$ 是 $n\times n$ 零对角矩阵,其元素 w_{ij} 表示从神经元 j 到神经元 i 的权;Θ 是 n 维矢量,θ_i 代表神经元 i 的门槛值(阈值);s_i 为神经元 i 的状态,sgn 为符号函数。(7)式就是NTP(3)式的一种形式。

之所以在此谈论大脑的记忆模型,是因为股票买、卖是大脑支配的。签下股票买、卖单是在神经受激兴奋状态下的行动,可简单地用大脑记忆功能来解释。投资者先在大脑中形成并贮存某一模式(可以是某一价位,或价位与价位变化率等因素的综合,或其它)U,若外界环境(行情资料等)远离 U,神经元处于抑制状态(记为0);当外界环境接近 U,神经元受激进入兴奋状态(记为1),于是 U 被记起,签下买、卖单。

2 从势原理(the following tendency principle)FTP

2.1 从势原理及其数学描述

从动物群大规模的季节迁徙,到人类社会经济和政治生活中的颇具规模的急剧变迁,如金融危机,商品抢购,银行挤提,动荡的扩展,疫症的蔓延,剩余劳动力民工的盲流等,甚至爆炸,核反应等急剧变化现象,有一个共同的特点,就是:“势大从者众;反之则反之”。这就是所谓的“从势原理”。

记 $T=T(t)$ 代表时刻为 t 的势。设

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=F[t,T] \qquad (T\geqslant T_0), \tag{9}$$

式中 F 是一已知泛函,T_0 为 T 的阈值。

当时间离散时,$\mathrm{d}T/\mathrm{d}t\equiv[T(t+\Delta t)-T(t)]/\Delta t$,并取 $\Delta t=1$,则(9)式变成

$$T(t+1)=T(t)+F[t,T] \qquad (T\geqslant T_0), \tag{10}$$

(9),(10)式是“从势原理”的数学表达式。它有两点要求:一是要有一定规模 $T\geqslant T_0$ 否则不成为“势”,例如,若温度 $t<t_0$(阈值),“连锁反应”不会出现,原子弹也不会爆炸;二是 F 为递增或递减函数,才会势愈来愈大或愈来愈小。

2.2 从势原理的应用

要应用从势原理,先要弄清什么代表势 T 和势的变化规律 F。在此对 T 和 F 并不作唯一的规定。这样可使原理有更大的伸缩和更广的应用,并和以后更多些的原理,如“宜 原理”或“模糊原理”等相一致。下面,对 T 和 F 的一些考虑列出。

关于用什么代表势 T。

1)用指数(index)代表势 T。如道琼斯指数,香港恒生指数,深圳综合指数等。

这些指数本来设计成反映股市的势的一种指标。但是由于它仅反映股市的总体情势,不反映个股,计算复杂,又未能与本体系的方程相配套,而单独应用(10)式并无意义。因此,在此不建议用这些指数代表势 T。

2)用(要求)买入量 A_p,卖出量 A_s 代表买入和卖出的势 T。

量可以代表规模,代表势。不仅适于反映个股,也可反映股市总体的某种势,计算简单并和本体系的方程相匹配。建议用量代表势。

3）用相对的买入量 A_p/A_t 或 A_p/A（式中 A_t 为保证金总量，A 为成交量）或买卖差量 $[A_p - A_s]/A$ 等来代表买入(卖出)势。虽合理些，但和上述用 A_p，A_s 来代表势差别不大，且计算复杂些。不如仍用 A_p，A_s 方便。

关于势的变化规律 F。

1）幂次型，将(10)式写成

$$A_p(t+1) = p_3 A_p^{a_3}(t) H[A_p(t) - A_{po}], \tag{11}$$

$$A_s(t+1) = s_3 A_s^{b_3}(t) H[A_s(t) - A_{so}], \tag{12}$$

式中常数 $a_3 \geqslant 1$，$b_3 \geqslant 1$，p_3，s_3 由行情资料定。A_{po}，A_{so} 为阈值，$H(x) = 1$，当 $x \geqslant 0$；$H(x) = 0$，当 $x < 0$。将势的变化规律写成(11)，(12)型的好处是方便，简单，就像工程中常见的经验公式用幂次型来表达一样。

2）指数型。设微分方程(9)如下：

$$\mathrm{d}A_p(t)/\mathrm{d}t = cA_p(t),\ A_p(t) \geqslant A_{po} \qquad (\text{常数 } c > 0), \tag{13}$$

$$A_p(0) = A_{po}, \tag{14}$$

其解为：

$$A_p(t) = A_{po}\mathrm{e}^{ct}, \tag{15}$$

(15)式表示势 A_p 按指数规律扩大。

将势的变化规律写成指数型的好处是方便和神经网络处理相一致。连续时间动力学系统神经网络的微分方程常写成(13)型式(加一常数项)[4]。

股市交易中常见股民随大势(或他人)作出买、卖的决定，表明"从势原理"在起作用。跟随意味着学习或模仿。神经网络对学习，记忆，联想等大脑功能有许多工作。故将股市交易研究同神经网络相连系会使股市分析建在理论基础上。

3 供求差变分原理(the variational principle on difference of supply and demand)VPDSD

3.1 供求差变分原理的引出

力学中许多问题常可归结或等效于泛函极值问题，或写成

$$\delta\Pi = 0 \tag{16}$$

式中 Π 是某一泛函。(16)式是变分原理的一种数学表示。变分原理在力学的理论和近似计算中有重要的作用。按逻辑推理，变分原理亦应可在计算股市中发挥作用。

供求关系是市场经济中最重要的关系之一。将变分原理应用到这一重要关系的研究上，期望会得到积极的结果。

3.2 供求差变分原理的数学表达

记股票的求供差 A_d 为

$$A_d(t) = A_p(t) - A_s(t)。 \tag{17}$$

设(5)，(6)式取如下型式：

$$A_p(t+1) = p_1 v^{-1}(t) + p_2 \dot{v}(t) + p_3 A_p(t), \tag{18}$$

$$A_s(t+1) = s_1 v(t) + s_2 \dot{v}^{-1}(t) + s_3 A_p^{-1}(t)。 \tag{19}$$

或

$$A_s(t+1) = s_1 v(t) - s_2 \dot{v}(t) + s_3 A_p^{-1}(t)。 \tag{20}$$

(18)式表示(要求的)买入量 $A_p(t+1)$ 与价位 v 成反比,与价位上升率 $\dot{v}$ 成正比,买入量 $A_p(t)$ 成正比。卖出与买入是相反的交易行为,故(19)式与(18)式服从相反的规律。考虑到 $\dot{v}(t)$ 可能等于零,为避免出现无穷大,用(20)式的 $-\dot{v}$ 来取代,即假定卖出量与价位下降率 $-\dot{v}$ 成正比。(19)或(20)式略去(6)式中难以准确估计的 A_f, A_g 项。

令(17)~(19)定义的泛函 $A_d(t+1)$ 的变分为零

$$\delta A_d(t+1)=0。\tag{21}$$

得:

$$v(t)=\sqrt{p_1/s_1},\quad \dot{v}(t)=\pm\sqrt{s_2/p_2},\quad A_p(t)=\sqrt{s_3/p_3}。\tag{22}$$

令(17),(18),(20)定义的泛函 $A_d(t+1)$ 的变分为零,得:

$$v(t)=\sqrt{p_1/s_1},\quad \dot{v}(t)=0,\quad A_p(t)=\sqrt{s_3/p_3}\tag{23}$$

(21)~(23)式是泛函 $A_d(t+1)$ 的极值的必要条件。至于泛函是极大还是极小值则要看它的二阶变分的符号而定。若:

$$1)\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 A_d(t+1)}{\partial v^2(t)}=2p_1v^{-3}(t)>0;\ \dot{v}(t)=0;\\&\frac{\partial^2 A_d(t+1)}{\partial A_p^2(t)}=2s_3A_p^{-3}(t)>0。\end{aligned}\right\}\tag{24}$$

则泛函 $A_d(t+1)$ 对 $v(t)$, $\dot{v}(t)$ 及 $A_p(t)$ 是极小值;

$$2)\left.\begin{aligned}&\frac{\partial^2 A_d(t+1)}{\partial v^2(t)}=2p_1v^{-3}(t)<0;\\&\frac{\partial^2 A_d(t+1)}{\partial \dot{v}^2(t)}=2s_2\dot{v}^{-3}(t)<0;\\&\frac{\partial^2 A_d(t+1)}{\partial A_p^2(t)}=2s_3A_p^{-3}(t)<0。\end{aligned}\right\}\tag{25}$$

则泛函 $A_d(t+1)$ 对 $v(t)$, $\dot{v}(t)$ 及 $A_p(t)$ 是极大值。

3)其它情形,泛函处于鞍点值。

(24)式表示 $A_d(t+1)$ 极小,即供求量相等,价位不再变动,称(23)式 $v(t)=v^*$ 为"平衡价位", $A_p(t)=A_s(t)=A^*$ 为"平衡成交量"。(25)式表示 $A_d(t+1)$ 极大,此时(22)式的 $\dot{v}(t)\to\pm\infty$,相当于成交量 $A(t)=\min[A_p(t), A_s(t)]$ 为零或很小时价位升降,即无量升降,或跳空高或低走。由于(22),(23)式的 $v(t)$, $A_p(t)$ 相同,而供求差 $A_d(t+1)$ 可以是极大或极小,因此平衡价位,平衡成交量可以是稳定平衡状态或不稳定平衡状态时的价位和成交量。

(21)式称为"供求差变分原理"(VPDSD)。它表示供求量差为极值的条件。

若(18),(19)式的末项用(15)式的指数型来代替,也可作类似的分析。

3.3 供求差变分原理 VPDSD 的应用

没有外来因素,在供求关系调节下,价位的走势总是趋向平衡价位 v^* 的。预测未来的 v^* 是股市走势预测的重要内容之一,而 VPDSD 的(23)式,为 v^* 的预测提供计算的依据。

要应用(23)式,需要确定所有系数。利用行情资料 A_p, A_s, v, $\dot{v}$(通过 v)在各时刻的数据,及最近时原理,列出(18),(20)式的六个最近时刻 t 的方程,即:

$$\left.\begin{aligned}
&A_p(t)=p_1v^{-1}(t-1)+p_2\dot{v}(t-1)+p_3A_p(t-1),\\
&A_s(t)=s_1v(t-1)-s_2\dot{v}(t-1)+s_3A_p^{-1}(t-1),\\
&A_p(t-1)=p_1v^{-1}(t-2)+p_2\dot{v}(t-2)+p_3A_p(t-2),\\
&A_s(t-1)=s_1v(t-2)-s_2\dot{v}(t-2)+s_3A_p^{-1}(t-2),\\
&A_p(t-2)=p_1v^{-1}(t-3)+p_2\dot{v}(t-3)+p_3A_p(t-3),\\
&A_s(t-2)=s_1v(t-3)-s_2\dot{v}(t-3)+S_3A_p^{-1}(t-3)。
\end{aligned}\right\}\tag{26}$$

解(26)式,就能定出6个未知系数。

不过,通常荧屏展示以及报刊记录的行情数据,只有 v, $A=\min[A_p, A_s]$ (成交量),需要将 A_p, A_s, $\dot{v}$ 用 v, A 来表示。

根据求供差与价位变化率 $\dot{v}$ 成正比的假设,可得

$$A_d(t)=A_p(t)-A_s(t)=k\cdot\dot{v}(t),\tag{27}$$

式中 k 为常数。 又据 $\dot{v}$ 的定义,取 $\Delta t=1$, 得

$$\dot{v}(t)\equiv[v(t)-v(t-1)]/\Delta t=v(t)-v(t-1)。\tag{28}$$

1)当 $v(t)>v(t-1)$,即 $\dot{v}(t)>0$, $A_d(t)>0$, 有:

$$\left.\begin{aligned}
&A_p(t)=A(t)+k\cdot[v(t)-v(t-1)],\\
&A_s(t)=A(t);
\end{aligned}\right\}\tag{29}$$

2)当 $v(t)<v(t-1)$,即 $\dot{v}(t)<0$, $A_d(t)<0$, 有:

$$\left.\begin{aligned}
&A_p(t)=A(t),\\
&A_s(t)=A(t)-k\cdot[v(t)-v(t-1)]。
\end{aligned}\right\}\tag{30}$$

将(28)~(30)式中的 A_p, A_s, $\dot{v}$ 代入(26)式并用最近时原理加多一个像。(26)式的一个方程式,解此7个方程式就可以求得包括 k 在内的7个系数。

篇幅所限,在此不附数值例子。 文献[6]给出常规情形(不计 s_3, p_3 项)确定系数 p_1, p_2, s_1, s_2 和 k 的数值例子,其价位预测的误差 $e=0.0128=1.28\%$(错印为12.8%,详见[6])。

[参 考 文 献]

[1] 武建勋. 关于圣维南原理证明的新进展[A], 现代数学和力学(MMM-V)[C]. 陈至达主编, 北京: 中国矿业大学出版社, 1993, 124~128.

[2] 蔡崇喜, 林长好. Stokes方程初边值问题的 Phragmen-Lindelöf 二择性原理[J]. 应用数学和力学, 1996, **17**(8): 689~698.

[3] Herman G T. Image 由投影重建图像, CT的理论基础[M]. 严洪范等译. 北京: 科学出版社, 1985, 7, 36.

[4] 程相君, 王春宁, 陈生潭. 神经网络原理及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995, 37.

[5] 云天铨. 计算股市的基本方程、理论和原理(Ⅰ)——基本方程[J]. 应用数学和力学, 1999, **20**(2): 145~152.

[6] 云天铨. 常规情形的股价短期预测[J]. 华南理工大学学报, 1997, **25**(5): 47~51.

[7] Ma Jinwen. Simplex memory neural networks[J]. *Neural Networks*, 1997, **10**(1): 25~29.

Basic Equations, Theory and Principles of Computational Stock Market(Ⅱ)——Basic Principles

Yun Tianquan
(*Department of Mechanics*, *South China University of Technology*, *Guangzhou* 510641, *P R China*)

Abstract: In this paper three basic principles for computational stock market are proposed namely, "the Nearest-Time Principle"(NTP), "the Following Tendency Principle"(FTP), and "the Variational Principle on Difference of Supply and Demand"(VPDSD). The issue, expression, mathematical description and applications of these principles are stated. These applications involve the use in neural networks, basic equations of computational stock market, and the prediction of equilibrium price of stocks etc.

Key words: Saint-Venant's principle; variational principles; neural networks; computational stock market