SI LV1 Facit linjär algebra

Niklas Gustafsson
niklgus@student.chalmers.se
Gustav Örtenberg
gusort@student.chalmers.se

2017-01-20

1

a) $\vec{u}+\vec{v}=\begin{bmatrix}1+2\\3+5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\8\end{bmatrix}$

b) $\vec{u}-\vec{v}=\begin{bmatrix}1-2\\3-5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\-2\end{bmatrix}$

c) $3\vec{u}+\vec{v}=\begin{bmatrix}3*1+2\\3*3+5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\14\end{bmatrix}$

d) $2(\vec{v}-2\vec{u})=\begin{bmatrix}2*(2-2*1)\\2*(5-2*3)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}$

e) $4\vec{u}-2(\vec{u}-3\vec{v})=\begin{bmatrix}4*1-2*(1-3*2)\\4*3-2*(3-3*5)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}14\\36\end{bmatrix}$

2

a) $w+v=\begin{bmatrix}6+(-1)\\2+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\5\end{bmatrix}$ Linjärkombination

b) $w-v=\begin{bmatrix}6-(-1)\\2-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\-1\end{bmatrix}$

c) $u+v+w=\begin{bmatrix}-2+6+(-1)\\-4+2+3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}$

d) $||v||=\sqrt{10}, ||w||=\sqrt{40}, ||u||=\sqrt{20}$

e) Använd cosinussatsen $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot cos\theta$. C är avståndet mellan ändpunkterna på $\vec{u}$ och $\vec{v}$. Lös ut θ med hjälp av arccos-funktionen.

f) När skalärprodukten är 0 vilket visar att de är 90° från varandra. Sann för $\vec{v}$, $\vec{w}$. Alternativt använd cosinussatsen och se att den blir noll, dvs vinkeln är 90 grader.

3

a) Trigonometri ger att $\cos\theta = \frac{||\vec{v}||}{||\vec{u}+\vec{v}||}$. Det ger $\theta = 18,4$ grader.

b) Lös på samma vis som a).

c) Vi vill motverka 10 i västlig riktning, resterande av vektorn vill vi ha i nordlig riktning så $\sqrt{30^2 - 10^2} = 20\sqrt{2}$ (nordligt bidrag), ressulterande vektor $\begin{bmatrix} \text{-10} \\ 20\sqrt{2} \end{bmatrix}$. Ni har nu $\vec{u} + \vec{v}$. Vinkeln löser ni ut igenom att måla upp allt och använda trigonometri, det ger att $\alpha = 19,5$ grader.

4

a) Ta produkten av de tal som är i samma plan och summera alla dessa produkter. Ex en 2d vektors skalärprodukt är $\vec{v} \cdot \vec{u} = v_x * u_x + v_y * u_y$ alternativt om man känner vinkeln mellan vektorerna $\vec{v}\cdot\vec{u} = ||\vec{v}||\cdot||\vec{u}|| \cos\ \theta$

b) $2 + 8 = 10$. Alternativt ta fram vinkeln och längderna, använd formeln och få samma resultat.

c) Poängen här är att skalärprodukten ger er ett tal, och inte en vektor. Den ger er även information om vinkeln mellan vektorerna. Man kan också se det som att det är den ena vektorn A's projektion på B gånger B's längd.

d) $4 + 4 = 8$ Det vill säga längden av $\vec{v}$ i kvadrat.

e) Deras skalärprodukt blir 0, dvs. de är ortogonala.

5

a) $\vec{v} \cdot \vec{u} = 0 * 3 + 2 * 1 + 2 * 2 = 6$

b) $\vec{v} \times \vec{u} = \begin{bmatrix} 2*2-2*1 \\ 2*3-0*2 \\ 0*1-2*3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$

c) $\arccos \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{||\vec{v}||\ ||\vec{u}||} = 55,46°$

d) Arean$= ||\vec{v} \times \vec{u}|| = \sqrt{2^2 + 6^2 + (-6)^2} = \sqrt{76} \approx 8,7$

e) I och med att skalärprodukten är 6 från början behöver vi finna ett sätt att reducera den till 0. 0:an i fråga skall multipiceras med 3. Därifrån ges att om 0:an var -2 skulle $-2 * 3 = -6$ detta ger att skalärprodukten blir 0.

6

a) En ortogonal vektor vars längd är lika stor som arean som de två vektorerna spänner upp.

b) $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{bmatrix} 18-20 \\ 8-6 \\ 5-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

c) $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{bmatrix} 5+7 \\ 2-3 \\ 21+10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \\ 31 \end{bmatrix}$

d) $e_z = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, ja resultatet är en vektor ortogonal till de två man tar kryssprodukten av.

e) $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$