SI LV3 Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-02-03

Repetition

Låt

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix},\ \vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix},\ \vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Låt f_D vara matrisavbildningen m a p D. Beräkna

a) $f_D(\vec{u})$

b) $f_D(\vec{v})$

c) $f_D(\vec{u} + \vec{v})$

d) $f_D(\vec{2u})$

1

Låt det finnas 2 funktioner $f(),\ g()$ så att $f():\ R^2 \to R^3$ och $g():\ R^3 \to R^6$. $f()$ har matrisavbildningen A och $g()$ har matrisavbildningen B.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix}$$

a) Visa att $g(f(\vec{v}))$ är en linjär avbildning.

b) Räkna ut matrisavbildningen av den sammansatta avbildningen $g(f())$.

c) För vektorn $\vec{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ räkna ut $g(f(\vec{x}))$.

d) Skriv en funktion $h() : R^6 \to R^2$ som håller likheten $h(g(f(\vec{x}))) = \vec{x}$. Ange dess matrisavbildning.

2

Låt punkterna $a = (2, 3)$, $b = (4, 7)$ & $c = (-3, 2)$ vara hörnen i en triangel $\triangle abc$.

a) Vad är arean av triangeln?

b) Låt den linjära avbildningen f ha matrisen
$\begin{bmatrix} 14 & 7 \\ 36 & 12 \end{bmatrix}$
Vad är arean av bilden $f(\triangle abc)$?

3

Tentauppgift från 2014-03-13 för IT
Låt f vara den linjära avbildning av planet som speglar i linjen $y = -x$. Låt g vara den linjära avbildning av planet som roterar medurs vinkeln $\pi/4$ kring origo. Bestäm matrisen för den sammansatta avbildningen som först avbildar först med g^{-1}, sedan med f, och sist med g.

4

a) Beräkna determinanten.

$$\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

b) Vad kan sägas om vinkeln mellan vektorerna $u = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ utifrån determinanten?

5

Beräkna determinanten

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

6

Antag att ni har matriserna $B = \begin{bmatrix} \vec{b_1} & \vec{b_2} & \vec{b_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 9 \\ 3 & -3 & -1 \end{bmatrix}$ och $A = \begin{bmatrix} \vec{a_1} & \vec{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$

a) Beräkna arean av det parallellogram som spänns upp av $\vec{a_1}$ och $\vec{a_2}$.

b) Beräkna volymen av den parallellpiped som $\vec{b_1}$, $\vec{b_2}$ och $\vec{b_3}$ spänner upp.

c) En enhetskvadrat är en kvadrat vars sidor har längden 1. I det kartesiska planet har enhetskvadraten sina hörn i (0,0), (1,0), (0,1) och (1,1). Kan ni med hjälp av determinanter bevisa att arean av enhetskvadraten är 1?