SI LV3 Facit Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-02-03

Repetition

a) $f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 30 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 26 \\ -9 \end{bmatrix}$

c) $f_D(\vec{u} + \vec{v}) = f_D(\vec{u}) + f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 32 \\ 56 \\ -8 \end{bmatrix}$

d) $f_D(\vec{2u}) = 2f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 10 \\ 60 \\ 2 \end{bmatrix}$

1

a) Kolla att $f()$ och $g()$ är linjära genom att se om de additiva och associativa respektive. Därefter kan man även visa att de tillsammans är additiva och accossiativa genom att slå samman A och B till en matris.

b) $C = B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -5 & -1 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$

c) $C \cdot \vec{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \\ 1 \\ -11 \\ -10 \end{bmatrix}$

d) Vi vill finna matris D så att $D \cdot A = I$ där I är i R^2. Detta kan uppnås genom att ha $D = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Det finns andra matriser som ger samma resultat

2

a) Bilda en matris exempelvis $A = \begin{bmatrix} \vec{ba} & \vec{bc} \end{bmatrix}$ som repressenterar ett parrellelogram, vars area är dubbelt så stor som triangeln. Därefter ta dess determinant och halvera den. Arean är 18.

b) Bildens area är orginalarean gånger determinanten för avbildningens matris. Beräkna determinanten till 84 och detta ger bildens area 1512.

3

Bassatsen och figur ger matrisen $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ för f och matrisen $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ för g.
Notera att $\sin \pi/4 = \cos \pi/4 = 1/\sqrt{2}$. Matrismultiplikation ger för den sammansatta avbildningen matrisen
$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

4

a) $\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7 * 2 - 1 * 4 = 10$

b) $Det(A) = 0 \implies \vec{u}$ och $\vec{v}$ är linjärt oberoende. Vilket betyder att vinkeln är skild från 0 och 180.

5

a) -4

b) 4

c) -4

d) -5

6

a) $Area = |det(A)| = 29$

b) $Volym = |det(B)| = 29$

c) Kan beskrivas som 2 vektorer $\vec{v_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{v_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ de tillsammans bildar en matris C och $Area = |det(C)| = 1$