# SI LV1 Linjär Algebra

November 8, 2016

1. Vektorer
   (a) $u + v = \begin{bmatrix} 1+2 \\ 3+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$
   (b) $u - v = \begin{bmatrix} 1-2 \\ 3-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{-1} \\ \text{-2} \end{bmatrix}$
   (c) $3u + v = \begin{bmatrix} 3*1+2 \\ 3*3+5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 14 \end{bmatrix}$
   (d) $2(v - 2u) = \begin{bmatrix} 2*(2-2*1) \\ 2*(5-2*3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{-2} \end{bmatrix}$
   (e) $4u - 2(u - 3v) = \begin{bmatrix} 4*1-2*(1-3*2) \\ 4*3-2*(3-3*5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 36 \end{bmatrix}$
2. Vektorer
   (a) $w + v = \begin{bmatrix} 6+\text{(-1)} \\ 2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ Linjärkombination
   (b) $w - v = \begin{bmatrix} 6-\text{(-1)} \\ 2-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ \text{-1} \end{bmatrix}$
   (c) $u + v + w = \begin{bmatrix} \text{-2}+6+\text{(-1)} \\ \text{-4}+2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$
   (d) $||v|| = \sqrt{10}, ||w|| = \sqrt{40}, ||u|| = \sqrt{20}$
   (e) Använd cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\theta$. C är avståndet mellan ändpunkterna på $\vec{u}$ och $\vec{v}$. Lös ut $\theta$ med hjälp av arccos-funktionen.
   (f) 90 grader från varandra, skalärprodukt = 0, sann för $\vec{v}, \vec{w}$. Alternativt använd cosinussatsen och se att den blir noll, dvs vinkeln är 90 grader.
3. Vektorer
   (a) Kallas för enhetsvektor som längden är ett
   (b) $||4u|| = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{272},\ ||\text{-}2v|| = \sqrt{(\text{-}4)^2 + (\text{-}2)^2} = \sqrt{20}$
   (c) $x = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, ||x|| = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2 \cdot \sqrt{2}$
   (d) Cosinussatsen ger att $\theta = 26.6$ grader.
   (e) Rita och se att det stämmer.
4. Vektorer
   (a) Trigonometri ger att $cos\theta = ||\vec{v}||/||\vec{u} + \vec{v}||$. Det ger $\theta = 18,4$ grader.
   (b) Lös på samma vis som a).
   (c) Vi vill motverka de 10 i västlig riktning, resterande av vektorn vill vi ha i nordlig riktning så $\sqrt{30^2 - 10^2} = 20\sqrt{2}$ (nordligt bidrag), ressulterande vektor $\begin{bmatrix} -10 \\ 20\sqrt{2} \end{bmatrix}$. Ni har nu $\vec{u} + \vec{v}$. Vinkeln löser ni lätt ut igenom att måla upp allt och använda trigonometri, det ger att $\alpha = 19,5$ grader.

5. Vektorer
   (a) Ortonormerad bas. Dvs alla vectorer är ortogonala från varandra med längd 1. De vektorerna är 1 i längd i x, y respektive z riktningarna.
   (b) Finn att skalärprodukterna för alla kombinationer av dessa vektorer är 0.
   (c) $v = 3e_x + 5e_y - e_z, \; u =$ -$2e_x + 7e_y + e_z$
   (d) $u + v = \begin{bmatrix} 1 \\ 12 \\ 0 \end{bmatrix}$
6. Skalärprodukt
   (a) Ta produkten av de tal som är i samma plan och summera alla dessa produkter. Ex en 2d vektors skalärprodukt är $v \cdot u = v_x * u_x + v_y * u_y$ alternativt om man känner vinkeln mellan vektorerna $v \cdot u = ||v|| \cdot ||u|| \cos\theta$
   (b) $2 + 8 = 10$. Alternativt ta fram vinkeln och längderna, använd formeln och få samma resultat.
   (c) Poängen här är att skalärprodukten ger er ett tal, och inte en vektor. Den ger er även information om vinkeln mellan vektorerna. Man kan också se det som att det är den ena vektorn A's projektion på B gånger B's längd.
   (d) $4 + 4 = 8$ Det vill säga längden av $\vec{v}$ i kvadrat.
   (e) De är ortogonala.

Tänk om jag vore en skalärprodukt finns även på Spotify)
https://www.youtube.com/watch?v=Q46b7yQ6o5o