SI LV2 Facit Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-01-27

Repetion

1 $\vec{u} = (4, 0)$, $\vec{v} = (2, 4)$, $\vec{w} = (-2, 6)$.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 * 2 + 0 * 4 = 8$

b) $\vec{v} \cdot \vec{w} = 4 * (-2) + 0 * 6 = -8$

c) $||\vec{u}|| = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$

d) $||\vec{v}|| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

e)

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}|| \cdot cos\theta$$

$$cos\theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}||}$$

$$cos\theta = \frac{8}{4\sqrt{20}}$$

$$cos\theta \approx 63.4°$$

2 a) $\begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 7 * 2 - 1 * 4 = 10$

b) $Det(A) = 0 \implies \vec{u}$ och $\vec{v}$ är linjärt oberoende. Vilket betyder att vinkeln är skild från 0 och 180.

1

$\vec{v_L} = (3.3, 1.1)$ och $\vec{v_S} = (3.6, 0.2)$.

$$\vec{v_L} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}\vec{u} = \frac{3 * 3 + 1 * 2}{3 * 3 + 1 * 1}(3, 1) = \frac{11}{10}(3, 1) = (3.3, 1.1)$$

.

$$\vec{v_S} = 2\vec{v_L} - \vec{v} = (6.6, 2.2) - (3, 2) = (3.6, 0.2)$$

2

a) a) **Normal form:** $x + y - 3 = 0$

b) **Slope-intercept form:** $y = -x + 3$

c) **Parameterform:** $\begin{cases} x = 1 - 3k \\ y = 2 + 3k \end{cases}$

b) $A = (1, 5)$
$s \equiv 2x + y + 2 = 0 \Leftrightarrow y = -2x - 2$ Parallella linjer $\Rightarrow k_r = k_s = \frac{-2}{1}$
Sätt in x och y från punkt $A \Rightarrow y - 5 = -2(x - 1) \Rightarrow 2x + y - 7 = 0$

c) Normalen till planet ges av $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (20, 16, -6)$
Vi kan sedan använda punkten A och vektorn $\overrightarrow{n_2} = (10, 8, -3)$ som är parallell med $\overrightarrow{n}$.
$A(x - x_1) + B(y - y_1) + C(z - z_1) = 0 \Rightarrow$
$10(x - 1) + 8(y - 1) - 3(z + 2) = 0 \Rightarrow$
$10x + 8y - 3z - 24 = 0$

3

Pythagoras $\Rightarrow$

$$d = \sqrt{(9-3)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{61}$$

b)

$$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|(-2)(5) + (3)(6) + (4)|}{\sqrt{4 + 9}} = 3.328$$

c)

$$d = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|(2)(3) + (1)(1) + (1)(-2) + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{6}}$$

4

a) Testa med 2 vektorer att funktionen $f()$ håller likheten $f(a\vec{x} + b\vec{y}) = af(\vec{x}) + bf(\vec{x})$ där a & b är skalärer.

b) $\begin{bmatrix} 1+3 \\ 1-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

d) Det stämmer!

5

a) $f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 30 \\ 1 \end{bmatrix}$

b) $f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & 7 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 26 \\ -9 \end{bmatrix}$

c) $f_D(\vec{u} + \vec{v}) = f_D(\vec{u}) + f_D(\vec{v}) = \begin{bmatrix} 32 \\ 56 \\ -8 \end{bmatrix}$

d) $f_D(\vec{2u}) = 2f_D(\vec{u}) = \begin{bmatrix} 10 \\ 60 \\ 2 \end{bmatrix}$

6

Svaret ges av en sammansättning av matrisen A som roterar med $\phi = \frac{\pi}{3}$ och matrisen B som projicerar på y-axeln.
$A = \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Avbildningen ges av $BA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$. Notera: Ordningen spelar ytterst stor roll.