SI LV1 Linjär Algebra

Niklas Gustafsson | Gustav Örtenberg
niklgus@student.chalmers.se | gusort@student.chalmers.se

2017-01-20

1

Låt $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$. Beräkna följande:

a) $\vec{u} + \vec{v}$.

b) $\vec{u} - \vec{v}$.

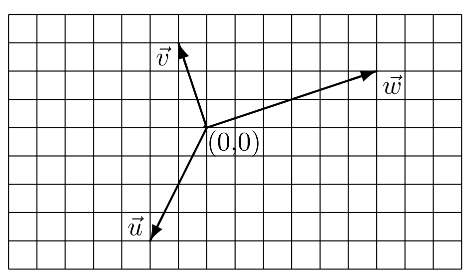
c) $3 \cdot \vec{u} + \vec{v}$.

d) $2 \cdot (\vec{v} - 2 \cdot \vec{u})$

e) $4 \cdot \vec{u} - 2 \cdot (\vec{u} - 3 \cdot \vec{v})$

2

Skriv vektorerna $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ på koordinatform.



a) Beräkna och rita ut $\vec{w} + \vec{v}$. Vad kallas $\vec{w} + \vec{v}$ för?

b) Beräkna och rita ut $\vec{w} - \vec{v}$.

c) Beräkna och rita ut $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

d) Mät längden på samtliga vektorer och verifiera att de stämmer igenom att även beräkna längderna.

e) Beräkna vinkeln mellan $\vec{v}$ och $\vec{u}$.

f) Vad innebär det att två vektorer är ortogonala? Är några av vektorerna i koordinatsystemet ortogonala? Kan ni bevisa det?

3

Antag att ni befinner er i en luftballong påväg mot nordpolen. Under vindstilla förhållanden färdas ni med en hastighet av 30 km/h. Antag att det blåser en vind från väst med en hastighet av 10 km/h.

a) Vad blir er fart och hur mycket avviker er kurs rakt norrut?

b) Antag att vinden istället är nordvästlig. Vad blir er fart och hur mycket avviker er kurs rakt norrut?

c) Antag återigen att vinden är västlig. För att inte hamna ur kurs, krascha, och gå samma öde till mötes som Salomon August Andrées polarexpedition måste ni korrigera er kurs! Hur mycket måste ni ändra er riktning för att återigen flyga rakt norrut? Vad blir då er verkliga hastighet?

4

Låt $\vec{u}$ och $\vec{v}$ vara två stycken vektorer.

a) Skriv upp definitionen för skalärprodukten mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$.

b) Beräkna skalärprodukten mellan $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

c) Vad är resultatet av en skalärprodukt? Det vill säga, vad ger formeln er för någonting?

d) Beräkna skalärprodukten av $\vec{v} \cdot \vec{v}$.

e) Vad säger det er om skalärprodukten mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$ blir noll?

5

Låt $\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ och $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

a) Beräkna $\vec{v} \cdot \vec{u}$.

b) Beräkna $\vec{v} \times \vec{u}$.

c) Beräkna vinkeln mellan $\vec{v}$ och $\vec{u}$.

d) Beräkna arean av det parrallellogram vektorerna spänner upp.

e) Byt ut 0:an i $\vec{v}$ så att $\vec{v}$ och $\vec{u}$ blir ortogonala.

6

a) Givet två vektorer $\vec{u}$ och $\vec{v}$, vad blir resultatet av kryssprodukten $\vec{u} \times \vec{v}$?

b) Beräkna kryssprodukten av $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$

c) Beräkna kryssprodukten av $\vec{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ och $\vec{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$.

d) Beräkna kryssprodukten av $\vec{e_x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{e_y} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Kan ni gissa vad resultatet kommer att bli på förhand?

e) Kan ni representera följande vektorer i R^3 och beräkna kryssprodukten av dem? $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$