Supplemental Instructions

Niklas Gustafsson
niklgus@student.chalmers.se

2016-11-08

Skalärprodukt

1.

Låt $\vec{u}$ och $\vec{v}$ vara två stycken vektorer.

a) Skriv upp definitionen för skalärprodukten mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$.

b) Beräkna skalärprodukten mellan $\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ och $\vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

c) Vad är resultatet av en skalärprodukt? Det vill säga, vad ger formeln er för någonting?

d) Beräkna skalärprodukten av $\vec{v} \cdot \vec{v}$.

e) Vad säger det er om skalärprodukten mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$ blir noll?

Ortogonal projektion

2.

Låt L vara en linje i planet med riktningsvektor $\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$. Låt $\vec{v} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ och låt $\vec{w} = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix}$.

a) Vad är vinkeln α mellan $\vec{u}$ och $\vec{v}$?

b) Vad är den ortogonala projektionen av $\vec{v}$ på L?

c) Vad är den ortogonala projektionen av $\vec{w}$ på L?

d) Vad blir längderna på dessa projektioner?

e) Bevisa att den ortogonala projektionen av en vektor $\vec{v}$ på en linje med riktningsvektor $\vec{u}$ alltid är nollvektorn om de är ortogonala mot varandra. Kan ni även motivera detta grafiskt?

f) Bevisa att speglingen av en vektor $\vec{v}$ på en linje med riktningsvektor $\vec{u}$ alltid är $-\vec{v}$ om de är ortogonala mot varandra. Kan ni även motivera detta grafiskt?

Linjer

3.

Antag att ni har en linje $y = 4 \cdot x + 5$ och en vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$. Parallelförflytta denna vektor så att den har sin utgångspunkt i samma punkt som linjen korsar y-axeln.

a) Vad blir den ortogonala projektionen av vektorn på linjen efter förflyttningen? Tips: ta fram riktningsvektorn för linjen.

b) Vad blir speglingen av vektorn i linjen?

4.

Antag att ni har punkterna $(1, 3)$ och $(4, 1)$. Ta fram ekvationen för den linje som går igenom desssa punkter. Skriv upp ekvationen både på normalform och på parameterform.

5.

Antag att ni har punkterna $P_0 = (1, 2, 3)$, $P_1 = (-1, -3, 4)$ och $P_2 = (0, 1, 2)$.

a) Bestäm ekvationerna för de tre linjerna L_1, L_2 och L_3 som har riktningsvektorerna $P_0\vec{P}_1$, $P_0\vec{P}_2$ och $P_1\vec{P}_2$. Skriv upp linjernas ekvationer både på normalform och parameterform.

b) Är några av linjerna parallella?

c) Är några av linkerna vinkelräta mot varandra?

d) Var korsar dessa linjer det "vanliga"xy-planet?

e) Bestäm en riktningsvektor för en linje så att den blir ortogonal mot L_1.

f) Vad blir den ortogonala projektionen av denna riktgningsvektorn på L_2?

Vektorrummet R^n

6.

Antag att ni har vektorerna $\vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ och $\vec{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -2 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$.

a) Vad blir $\vec{v} + \vec{u}$?

b) Vad blir $\vec{v} - \vec{u}$?

c) Vad blir vinkeln mellan $\vec{v}$ och $\vec{u}$?

d) Vad kallas det vektorrum som $\vec{v}$ tillhör? Hint: Hur många dimensioner har $\vec{v}$?