Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет
информационных технологий, механики и оптики

Кафедра Систем управления и информатики

Дисциплина: Методы управления для робототехнических приложений (м.1.4.3-СУиИ)

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2:

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА

Студент: Дема Н.Ю.
Группа: P4135

«Санкт-Петербург 2017»

Задание

Для манипуляционного робота последовательной кинематики требуется аналитически вывести уравнения решения обратной задач кинематики, разработать программу реализующую полученные уравнения и провести ее экспериментальную апробацию.

Исходные данные

В первой лабораторной работе были получены параметры Денавита-Хартенберга, представленные в Таблице 1. На Рисунке 1 показана кинематическая схема исследуемого манипулятора.

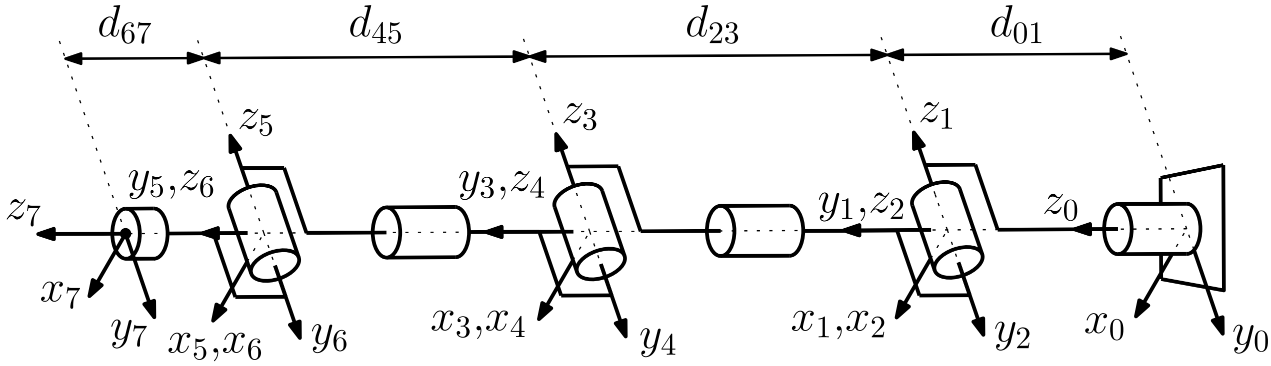

Рисунок 1: Кинематическая схема робота (KUKA LBR IIWA 820) с заданными системами координат в соответствии с соглашением Денавита-Хартенберга

Таблица 1: Параметры Денавита-Хартенберга

звено (i)	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	$\pi/2$	d_{01}	θ_1
2	0	$-\pi/2$	0	θ_2
3	0	$\pi/2$	d_{23}	θ_3
4	0	$-\pi/2$	0	θ_4
5	0	$\pi/2$	d_{45}	θ_5
6	0	$-\pi/2$	0	θ_6
7	0	0	d_{67}	θ_7

Так же полагается, что решена прямая задача кинематики — определена матрица однородного преобразования ${}^0H_7$, которая по заданным обобщённым координатам позволяет определить положение рабочего органа манипулятора.

Для выполнения расчётов задаётся матрица однородного преобразования ${}^0H_t$, которая определяет состояние рабочего органа манипулятора в целевой конфигурации.

Ввиду того, что используемый алгоритм не подходит для исходной кинематики рассматриваемого манипулятора будем полагать, что сочленение 3 является неподвижным ($\theta_3 = 0$).

Алгоритм кинематической декомпозиции

Кинематическая декомпозиция заключается в разделении ОЗК на две подзадачи

- ОЗК по положению (определение θ_1, θ_2 и θ_4)
- ОЗК по ориентации (определение θ_5, θ_6 и θ_7)

ОЗК по положению

Введем следующие обозначения:

p_j^i — вектор из системы $Ox_iy_iz_i$ в систему координат $Ox_jy_jz_j$ выраженный относительно $Ox_0y_0z_0$,

${}^iR_j$ — матрица определяющая вращение системы координат $Ox_jy_jz_j$ относительно $Ox_iy_iz_i$.

Тогда определим p_5^0 как:

$$p_5^0 = \left[x_5^0\ y_5^0\ z_5^0\right]^T = p_7^0 - d_{67}{}^0R_7\,[0\ 0\ 1]^T \tag{1}$$

Исходя из получаемого вектора определим обобщенные координаты θ_1, θ_2 и θ_4.

$$\theta_1 = atan2(x_5^0,\ y_5^0), \tag{2}$$

$$\theta_4 = atan2(\pm\sqrt{1 - cos^2(\theta_4)},\ cos(\theta_4)), \tag{3}$$

где $cos(\theta_4)$ определяется, как:

$$cos(\theta_4) = \frac{b^2 + c^2 - d_{23}^2 - d_{45}^2}{2d_{23}^2 d_{45}^2}, \tag{4}$$

$$a = \sqrt{(x_5^1)^2 + (y_5^1)^2 + (z_5^1)^2}, \tag{5}$$

$$b = z_5^0 - d_{01}, \tag{6}$$

$$c = \sqrt{(x_5^0)^2 + (y_5^0)^2}, \tag{7}$$

И определим обобщенную координату θ_2:

$$\theta_2 = atan2(b,\ c) - atan2\left(d_{45}sin(\theta_4),\ d_{23} + d_{45}cos(\theta_4)\right) - \pi/2, \tag{8}$$

ОЗК по ориентации

Определим матрицу вращения ${}^4R_7$ как:

$${}^4R_7 = {}^0R_4{}^T\ {}^0R_7 \tag{9}$$

где матрица ${}^0R_7$ определяется из условия, а ${}^0R_4$ — определяется из решения ПЗК для полученных ранее обобщенных координат.

Параметризуем полученную матрицу углами Эйлера, которые ввиду рассматриваемой конструкции совпадут с оставшимися обобщенными координатами.

$$\theta_5 = atan2(\pm\sqrt{1 - r_{33}^2},\ r_{33}), \tag{10}$$

$$\theta_6 = atan2(\pm r_{23},\ \pm r_{13}), \tag{11}$$

$$\theta_7 = atan2(\pm r_{32},\ \pm r_{31}), \tag{12}$$

Для проведения расчётов воспользуемся средствами пакета Matlab/Simulink, соответствующий листинг программы функции для решения обратной задачи кинематики представлен в Приложении 1.

Для визуализации результатов воспользуемся средствами r-viz. На Рисунке 2 представлены результаты расчётов обобщенных координат для нескольких вариантов расположения рабочего органа.

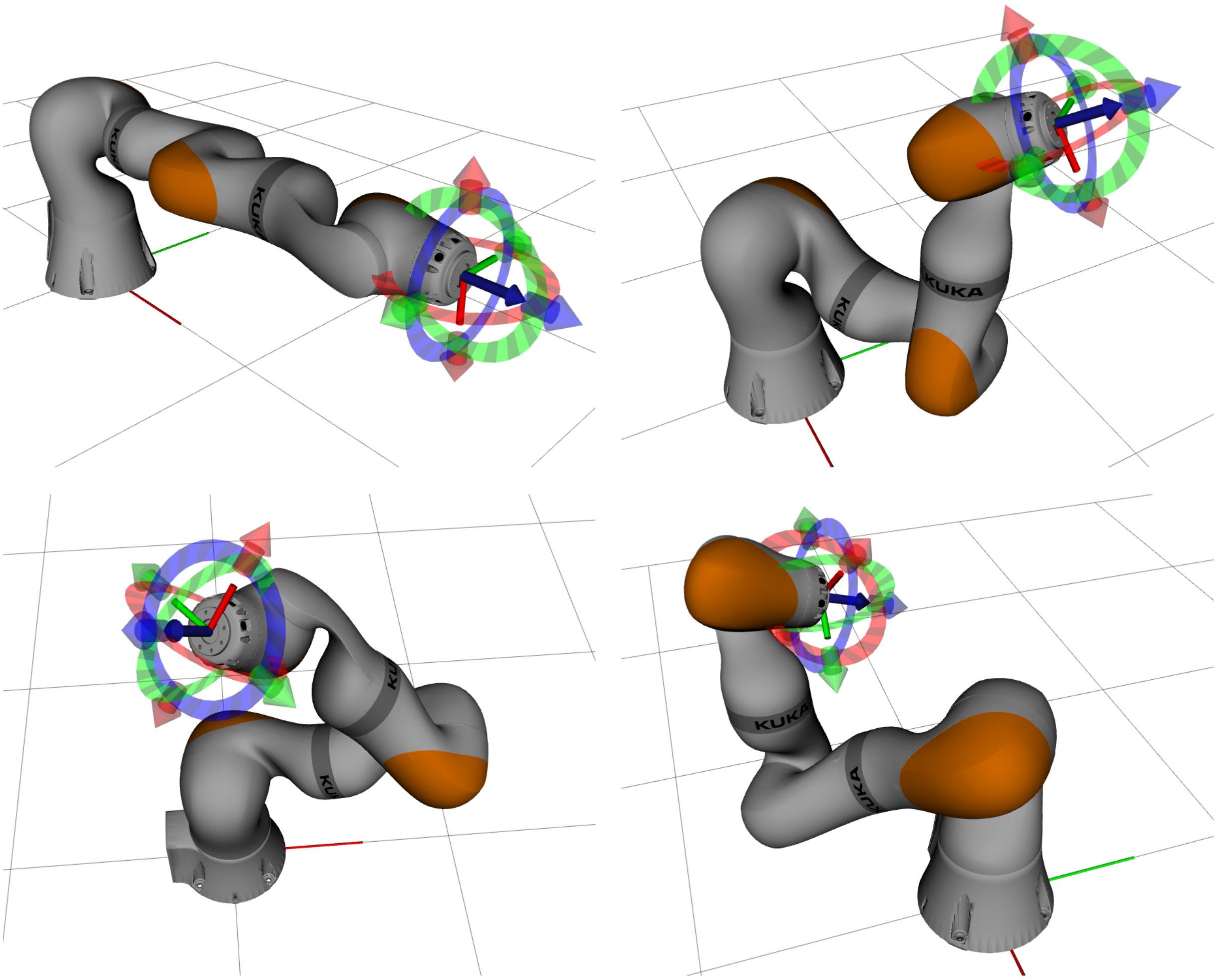

Рисунок 2: Решение обратной задачи кинематики для нескольких положений рабочего органа манипулятора

Заключение

В ходе выполнения данной работы была решена обратная задача кинематики для 6-ти звенного манипулятора последовательной кинематики. Код разработанной программы доступен по адресу `https://github.com/Ram2301/iiwa`.

Приложение 1

```
% Inverse kinematic for 6-DoF manipulator
function [th_new] = IK_calc(x, y, z, q)

d01 = 0.36;
d23 = 0.42;
d45 = 0.4;
d67 = 0.126;

R0T = quat2rotm(q);
p0T = [x; y; z];
p05 = p0T - d67*R0T*[0;0;1];

if (p05(1) ~= 0) && (p05(2) ~= 0)
    th1 = atan2(p05(2), p05(1));
    c = sqrt(p05(1)^2 + p05(2)^2);
else
    c = 0;
end

b = p05(3) - sign(p05(3))*d01;

if (p05(3) ~= 0)
    a = sqrt(b^2 + c^2);
else
    a = 0;
end

if sqrt(p05(1)^2 + p05(2)^2 + (abs(p05(3))-d01)^2) >= (d23 + d45)
    th4 = 0;
else
    cth4 = (b^2 + c^2 - (d23)^2 - (d45)^2)/(2*d23*d45);
    th4_1 = atan2((sqrt(1-(cth4)^2)), cth4);
    th4_2 = atan2(-(sqrt(1-(cth4)^2)), cth4);
    if (abs(th4 - th4_1) <= abs(th4 - th4_2))
            th4 = th4_1;
    else
            th4 = th4_2;
    end
end

th2 = atan2(b,c) - atan2(d45*sin(th4),d23+d45*cos(th4))-pi/2;

th3 = 0;    %fixed

R03 = H03(1:3, 1:3);

R36 = transpose(R03)*R0T;
th6 = atan2(sqrt(1-R36(3,3)^2),R36(3,3));

th5 = atan2(-R36(2,3),-R36(1,3));

th7 = atan2(-R36(3,2),R36(3,1));

th_new = [th1, th2, th3, th4, th5, th6, th7];

end
```