Итеративный алгоритм построения траектории для манипуляторов избыточной кинематики

В рамках прошлого этапа, в частности, в контексте задачи организации общего рабочего пространства робот - человек был представлен результат адаптации алгоритма FABRIK [1] для решения обратной задачи кинематики (ОЗК) с учетом условий и требований, возникающих при работе с робототехническими системами. Ключевыми особенностями представленного подхода являются ресурсоемкость и проста в реализации, в общем виде алгоритм способен работать с различными кинематическими схемами (несколько рабочих органов, циклы), а так же позволяет получать плавные, естественные движения, что является немаловажным фактором при организации общего рабочего пространства.

В данном разделе представлен алгоритм построения таректории в конфигурационном пространстве по задаваемой траектории в операционном пространстве, основу которого составляет адаптация алгоритма FABRIK.

Обратная задача кинематики

Рассмотрим случай последовательного манипулятора избыточной кинематики. Положем, что соответствующие однородные преобразования из O_{i-1} в O_i систему координат задаются в в общем виде в форме:

$$^{i-1}H_i = \, ^{i-1}H_{i_b} \cdot ^{i_b} H_{i_\theta} \cdot ^{i_\theta} H_i, \tag{1}$$

где $^{i_b}H_{i_\theta}$ – матрица, определяющая преобразование, связанное с обобщенной координатой θ_i, а матрица $^{i-1}H_{i_b}$ и $^{i_\theta}H_i$ – матрицы, задающие преобразования до и после обобщенной координаты. В частности, для в случае задания конфигурации четырьмя параметрами Денавита-Хантенберга матрицы $^{i-1}H_{i_b}$ и $^{i_\theta}H_i$ будут расчитыватсья, как:

$$^{i-1}H_{i_b} = I, \tag{2.1}$$

$$^{i_\theta}H_i = \, ^{i-1}H_{\theta,i} \cdot ^{\theta,i} H_{d,i} \cdot ^{d,i} H_{a,i} \cdot ^{a,i} H_{\alpha,i}. \tag{2.2}$$

В соответствии с предложенным алгоритмом решения ОЗК, так же положем, что определены матрицы, обратные (1):

$$^{i}H_{i-1} = \, ^{i}H_{i_\theta} \cdot ^{i_\theta} H_{i_b} \cdot ^{i_b} H_{i-1}, \tag{3}$$

позволяя таки образом, при заданных обобщенных координатах, итеративно производить преобразования между различными системами координат от O_0 к O_n и обратно, где n – количество обобщенных координат системы.

Для решения ОЗК система координат рабочего органа манипулятора O_n устанавливается в целевую систему координат – O_n^t, которая задается соответствующим преобразованием $^0H_n^t$. Учитывая то, что матрицы, задающие преобразования до и после обобщенной координаты, определяются конструкцией робота, преобразование из $O_n^t = O_{n,f}$ в $^nH_{n_\theta,f}$ однозначно определяется в соответствии с (3). Для определения $^{i_\theta,f}H_{i_b,f}$ выберем такую ближайшую к $O_{i,f}$ систему координат $O_k, k < i$, чье абсолютное положение будет меняться при изменении $\theta_{i,f}$, тогда значение такой обобщенной координаты определяется, как:

$$\theta_{i,f} = atan2(^{i_\theta,f}y_k, ^{i_\theta,f}x_k), \tag{4}$$

Таким образом полностью определяется для всех θ_i. Затем производится вторая операция, эквивалентная описаной выше, с тем лишь отличием, что для задания θ_i выбирается ближайшая система координат из набора получаемых в первой итерации $O_{k,f}, k > i$.

Кинематика скоростей и ускорений

Положем, что траектория в операционном пространстве задается относительно O_0, как:

$$\boldsymbol{H}^t = \{H_0^t, H_1^t, ..., H_j^t, ...H_m^t\}. \tag{5}$$

Временной промежуток между соседними точками j и $j+1$ обозначим как Δt и будем считать постоянным.

Введем следующие обозначения для кинематических ограничений:

$a_{i_{max}}$ — максимальное ускорение i-го сочленения,

$\omega_{i_{max}}$ — максимальная угловая скорость i-го сочленения.

Алгоритм построения траектории можно разбить на два этапа: коррекция решения ОЗК с учетом кинематических ограничений и расчет скоростей и ускорений для j-ой точки траектории.

Рассмотрим две соседние точки траектории, задаваемые преобразованиями H_j^t и H_{j+1}^t. Положем, что манипулятор достиг j-ой точки траектории. Для определения обобщенных координат в $j+1$-ой точке траектории воспользуемся предложенным алгоритмом решения ОЗК. При расчете значений обобщенных координат используется формула (4). Для учета кинематических ограничений для i-ой обобщенной координаты, предварительно определив направление вращения, расчитаем время разгона до максимальной скорости при максимально возможном ускорении, как:

$$\Delta\tilde{t}_{j,i} = \frac{\omega_{i_{max}} - \omega_{j,i}}{a_{i_{max}}}, \tag{6}$$

тогда, максимально возможный угол, на который может повернуться i-ое сочленение с учетом ограничений по скорости и ускорению можно расчитать, как:

$$\Delta\tilde{\theta}_{j,i_{max}} = a_{i_{max}}\Delta\tilde{t}_{j,i}^{\,2} + \omega_{j,i}\Delta\tilde{t}_{j,i} + \omega_{i_{max}}(\Delta t - \Delta\tilde{t}_{j,i}). \tag{7}$$

Таким образом, значение обобщенной координаты может быть определено по следующей формуле:

$$\theta_{j+1,i} = \begin{cases} \theta_{j+1,i}, & \text{if } \theta_{j+1,i} \le (\Delta\tilde{\theta}_{j,i_{max}} + \theta_{j,i}) \\ \Delta\tilde{\theta}_{j,i_{max}} + \theta_{j,i}, & else \end{cases} \tag{8}$$

После решения ОЗК для $j+1$-ой точки траектории определим значения ускорения для каждой обобщенной координаты $a_{j,i}$. Для этого выделим два следующих возможных режима движения: равноускоренное движение до целевой обобщенной кооинаты и равноускоренное движение до достижения максимальной угловой скорости и, затем, равномерное движение до целевой обобщенной координаты. Определим пороговое значение целевой обобщенной координаты при котором возможно движение в первом режиме следующим образом:

$$\tilde{\theta}_{j+1,i} = a_{i_{max}}\Delta\tilde{t}_{j,i}^{\,2} + \omega_{j,i}\Delta\tilde{t}_{j,i} + \theta_{j,i}, \tag{9}$$

Тогда в случае, если значение целевой обобщенной координаты превышает пороговое значение, то движение возможно только во втором режиме, а значения обобщенных скорости и ускорения задаются, как:

$$a_{j,i} = a_{i_{max}}, \quad \omega_{j+1,i} = \omega_{i_{max}}, \tag{10}$$

иначе:

$$a_{j,i} = \frac{2(\theta_{j+1,i} - \theta_{j,i} - \omega_{j,i}\Delta t)}{\Delta t^2}, \quad \omega_{j+1,i} = a_{j,i}\Delta t + \omega_{j,i}, \tag{11}$$

Выполняя итеративно описанную выше процедуру для всех соседних точек получаем траекторию в конфигурационном пространстве робота.

На рисунке 1 представлены результаты апробации алгоритма построения траектории, траектория в операционном пространстве представляет собой прямую, на рисунке показаны этапы следования по траектории. Для расчетов использовались средства пакета Matlab/Simulink. Визуализация результатов проводилась средствами r-viz.

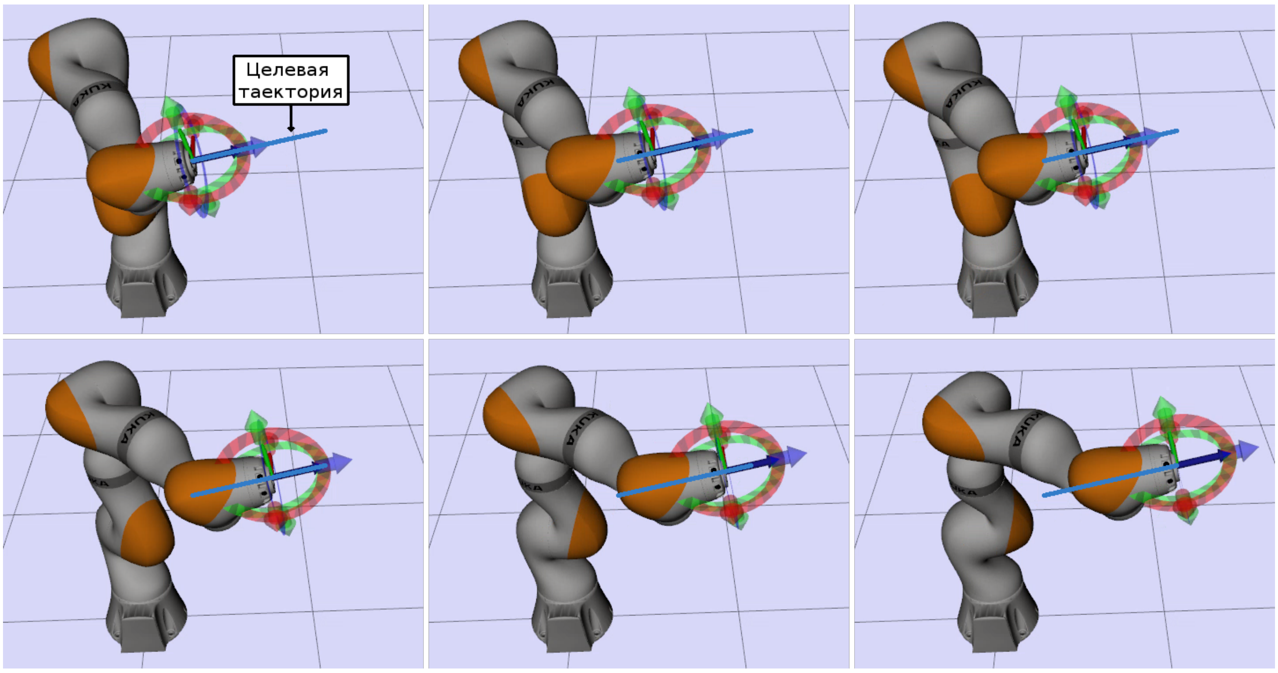

Рисунок 1: Исполнение траектории манипулятором

Список использованных источников

[1] Andreas Aristidou and Joan Lasenby. FABRIK: a fast, iterative solver for the inverse kinematics problem. Submitted to Graphical Models, 2010.