控制理论-编程作业-6、7章

丁豪 人工智能学院

181220010@smail.nju.edu.cn

6.1

a) 劳斯赫尔维兹判据

s^5	1	2	1
s^4	2	4	2
s^3	0	0	0
s^2	4	2	0
s^1	0	0	
s^0	2		

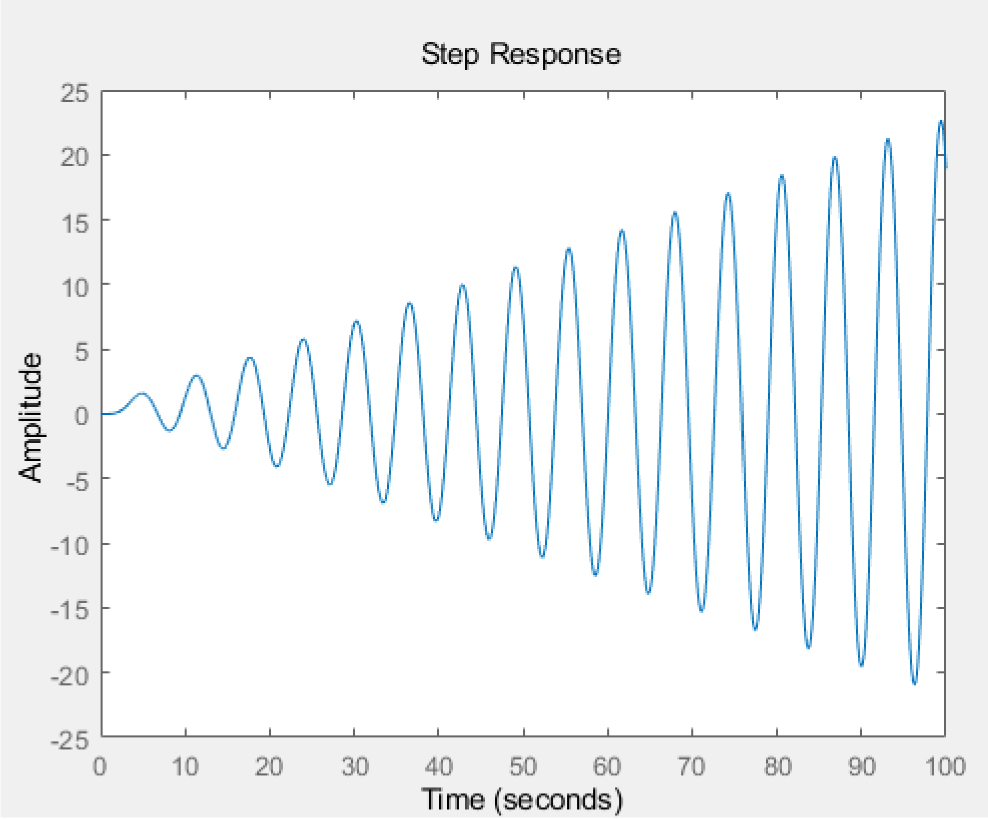
由于存在全0行，不稳定。符号未变化，因此右半平面上无极点。

b)c) 求解极点，绘制响应曲线

可以看出，系统不稳定，且不存在s右半平面的极点。

```
sys=tf([1],[1 2 2 4 1 2]);
pole(sys)
t=[0:0.1:100];
step(sys,t)
```

```
ans =

  -2.0000 + 0.0000i
  -0.0000 + 1.0000i
  -0.0000 - 1.0000i
   0.0000 + 1.0000i
   0.0000 - 1.0000i
```



6.2

- 求快速与慢速飞行员的闭环极点

```
sys2=tf([-10],[1,10]);
sys3=tf([-1,-6],[1,3,6,0])
t1=2;K=1;t2=0.5;
%fast
t=0.1;
num=-K*[t1*t t-2*t1 -2];
den=[t2*t t+2*t2 2];
sys1=tf(num,den);
sys=series(sys1,sys2);
sys=series(sys,sys3);
sys=feedback(sys,[1]);
fast = pole(sys)
%slow
t=0.6;
num=-K*[t1*t t-2*t1 -2];
den=[t2*t t+2*t2 2];
sys1=tf(num,den);
sys=series(sys1,sys2);
sys=series(sys,sys3);
sys=feedback(sys,[1]);
slow = pole(sys)
```

```
fast =

 -19.6267 + 0.0000i
 -10.7712 + 0.0000i
  -3.8885 + 0.0000i
  -0.1697 + 2.7880i
  -0.1697 - 2.7880i
  -0.3742 + 0.0000i
```

```
slow =

  -9.4526 + 0.0000i
  -4.5228 + 2.2595i
  -4.5228 - 2.2595i
   0.2793 + 2.0314i
   0.2793 - 2.0314i
  -0.3937 + 0.0000i
```

最大延迟

- 由 劳斯赫尔维兹稳定性判据 可以求得满足稳定性的临界值为$t = 0.2044$
- 用matlab求解特征根进行验证，结果成立

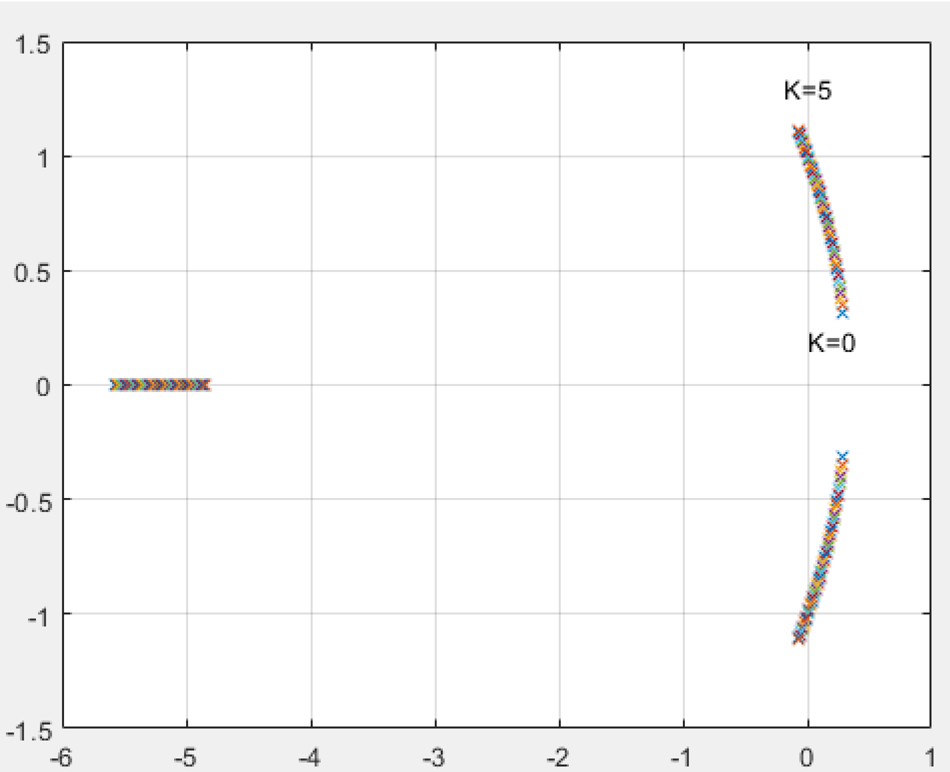
```
%edge
tt=0.2044;
num=-K*[t1*tt tt-2*t1 -2];
den=[t2*tt tt+2*t2 2];
sys1=tf(num,den);
sys=series(sys1,sys2);
sys=series(sys,sys3);
sys=feedback(sys,[1]);
edge = pole(sys)
```

```
edge =

 -10.0458 + 2.2686i
 -10.0458 - 2.2686i
  -4.3148 + 0.0000i
   0.0000 + 2.6042i
   0.0000 - 2.6042i
  -0.3783 + 0.0000i
```

6.3

a) 根轨迹图

```
K=[0:0.1:5];
n=length(K);
for i=1:n
    sys = tf([1],[1,5,K(i)-3,K(i)+1]);
    p(:,i)=pole(sys);
end
plot(real(p),imag(p),'x'),grid
text(-0.2,1.3,'K=5');
text(0,0.2,'K=0');
```



b) 劳斯赫尔维兹判据

s^3	1	K-3
s^2	5	K+1
s^1	$-\frac{1}{5}(16-4K)$	0
s^0	K+1	

解得稳定性条件为$K>4$

c) 用matlab求解

```
K=4;
sys = tf([1],[1,5,K-3,K+1]);
pole(sys)
```

```
ans =

  -5.0000 + 0.0000i
   0.0000 + 1.0000i
   0.0000 - 1.0000i
```

6.4

a）劳斯判据

特征方程$s^3+10s^2+10s+5K_1$

劳斯判定表如下

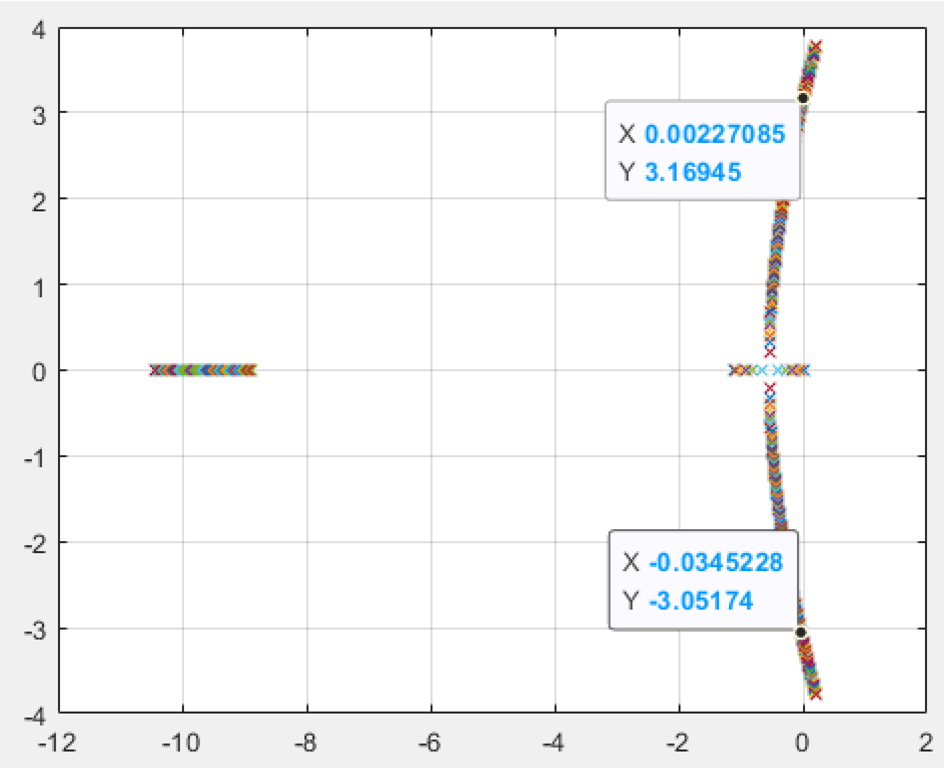
s^3	1	10
s^2	10	$5K_1$
s^1	$-\frac{1}{10}(5K_1-100)$	0
s^0	$5K_1$	

因此稳定条件为：$0<K_1<20$

b）matlab代码与结果如下

可以看出，当$K>20$时极点位于右半平面，系统不稳定。

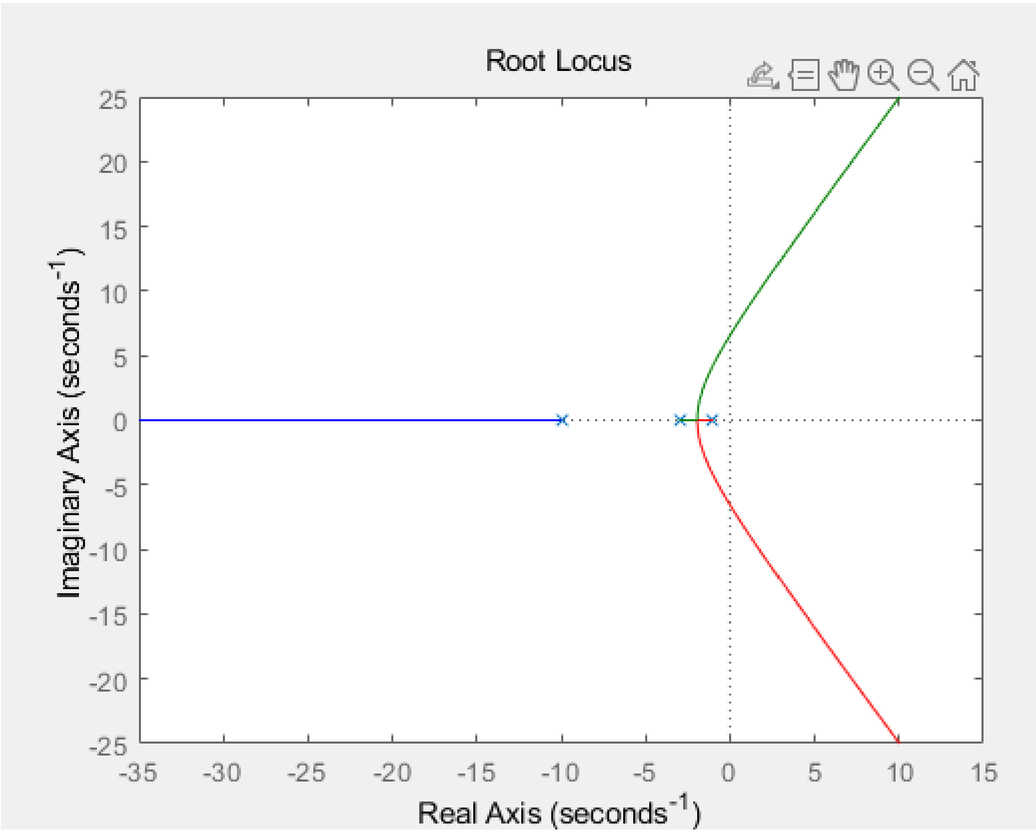
```
K=[0:0.1:30];
n=length(K);
for i=1:n
    G=tf([5],[1,10,0]);
    H=tf([2,K(i)],[1,0]);
    sys=feedback(G,H);
    p(:,i)=pole(sys);
end
plot(real(p),imag(p),'x'),grid
```



7.1

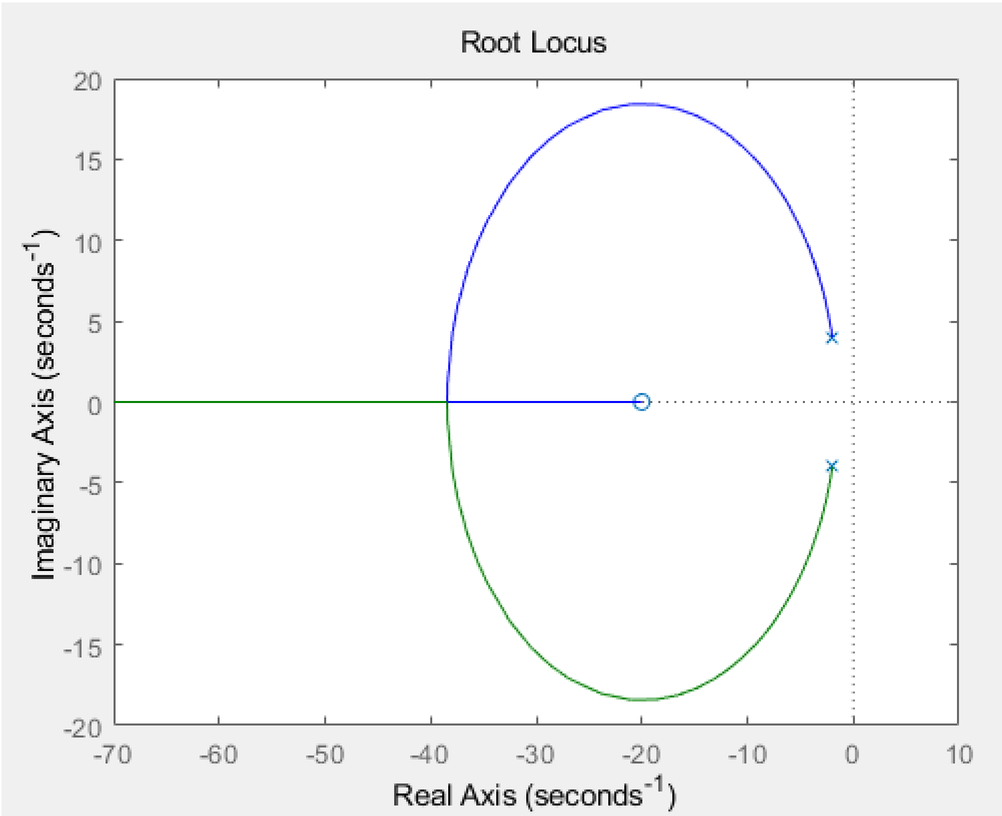
- a)

```
sys=tf([10],[1,14,43,30]);
rlocus(sys)
```



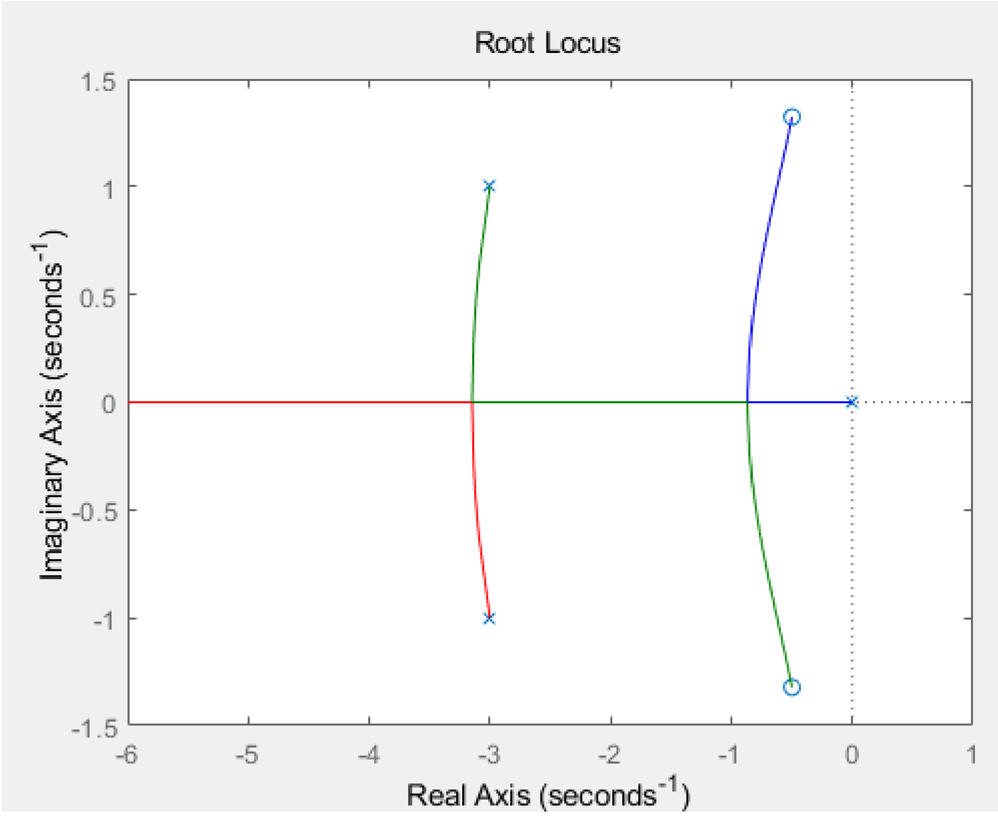
- **b)**

```
sys=tf([1,20],[1,4,20]);
rlocus(sys)
```



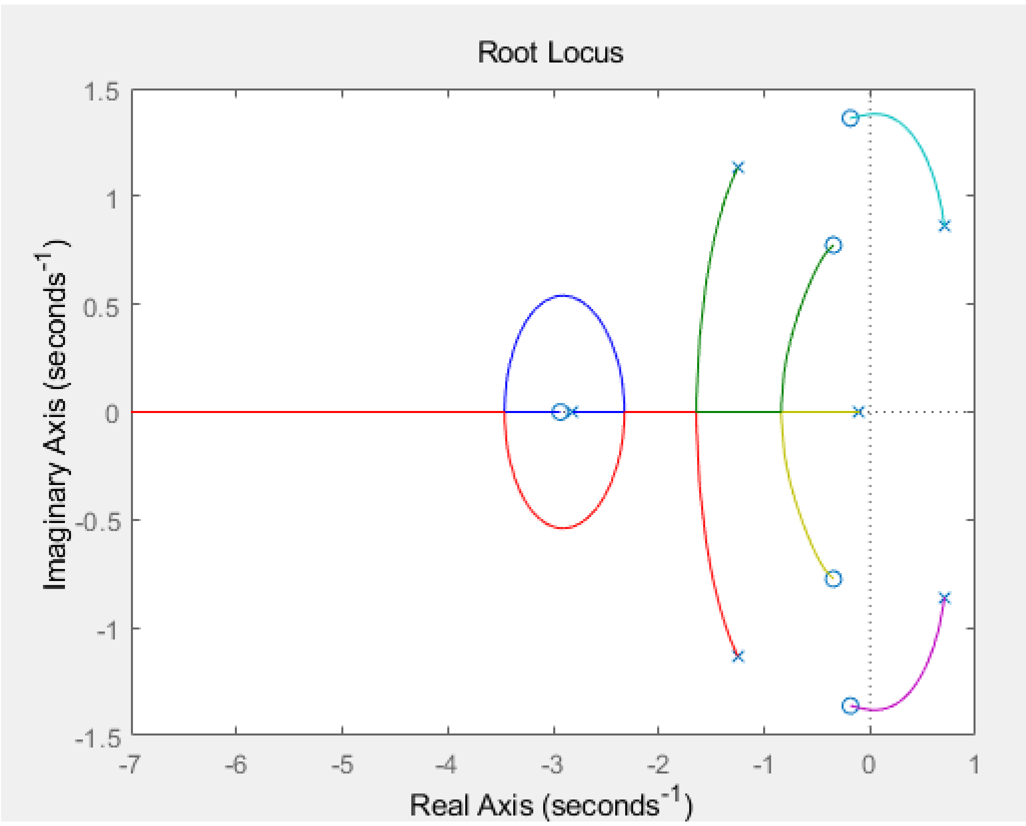
- **c)**

```
sys=tf([1,1,2],[1,6,10,0]);
rlocus(sys)
```



- **d)**

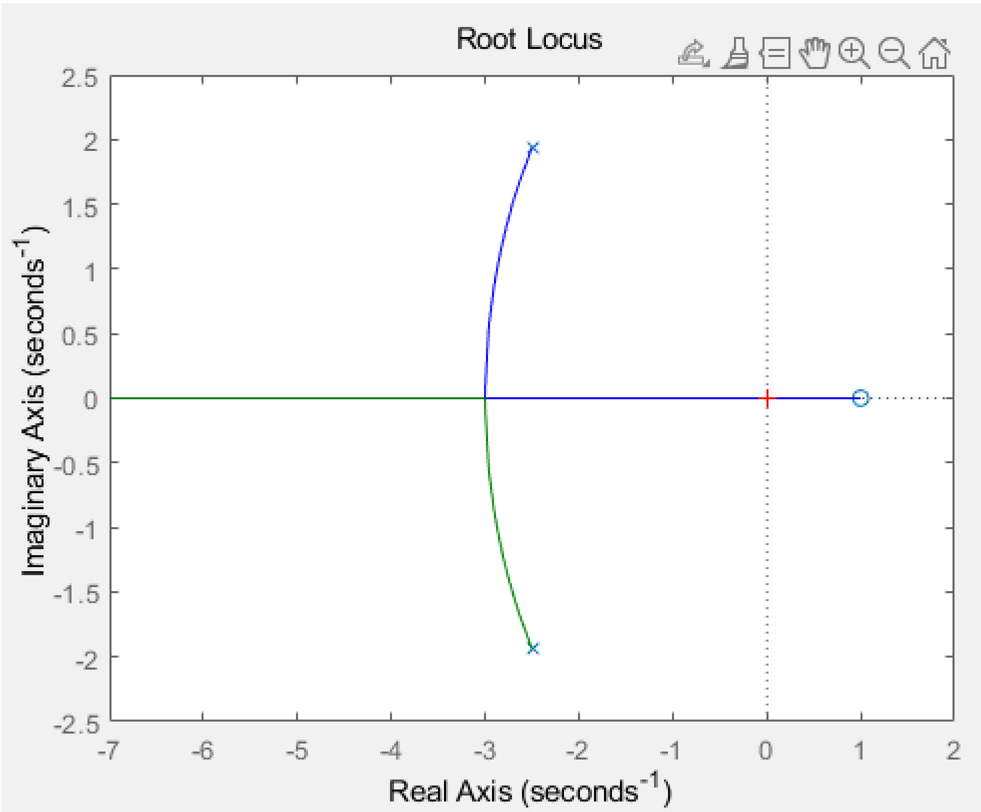
```
sys=tf([1,4,6,10,6,4],[1,4,4,1,1,10,1]);
rlocus(sys)
```



7.2

- 转化为关于p的根轨迹等价特征方程：$1+p\frac{s-1}{s^2+5s+10}=0$

```
sys=tf([1,-1],[1,5,10]);
rlocus(sys)
rlocfind(sys)
```




```
selected_point =

   0.0030 - 0.0033i


ans =

   10.0458
```

由rlocfind(sys)函数执行之后选择实部为0的点，可以发现p的取值约为10。

因此，稳定的条件为：$0<p<10$

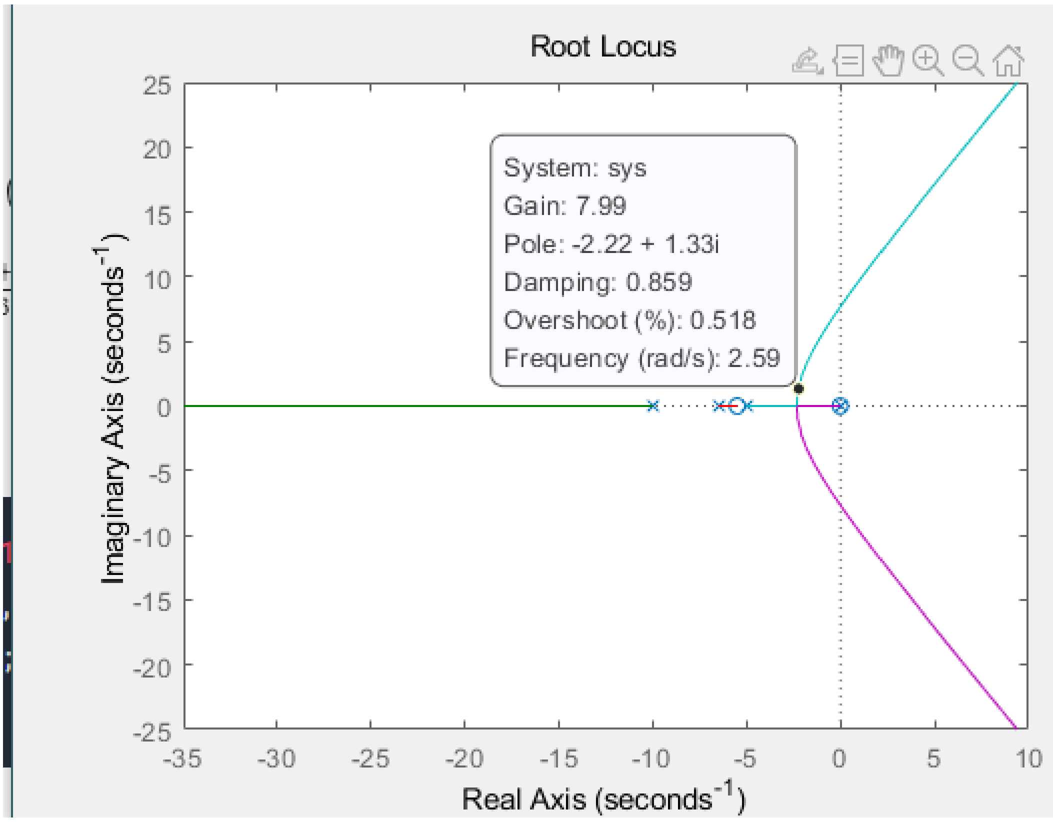
7.3

- 我们设计的控制器为$G_c(s)=K\frac{(s+5.5)(s+0.01)}{(s+6.5)(s+0.0001))}$，其中K为参数
- 闭环传递函数$1+K\frac{(s+5.5)(s+0.01)}{(s+6.5)(s+0.0001))}\frac{10}{s^3+15s^2+50s}$

a）绘制根轨迹

根据稳态误差与超调量、调节时间的需求，我们选择K=8.58

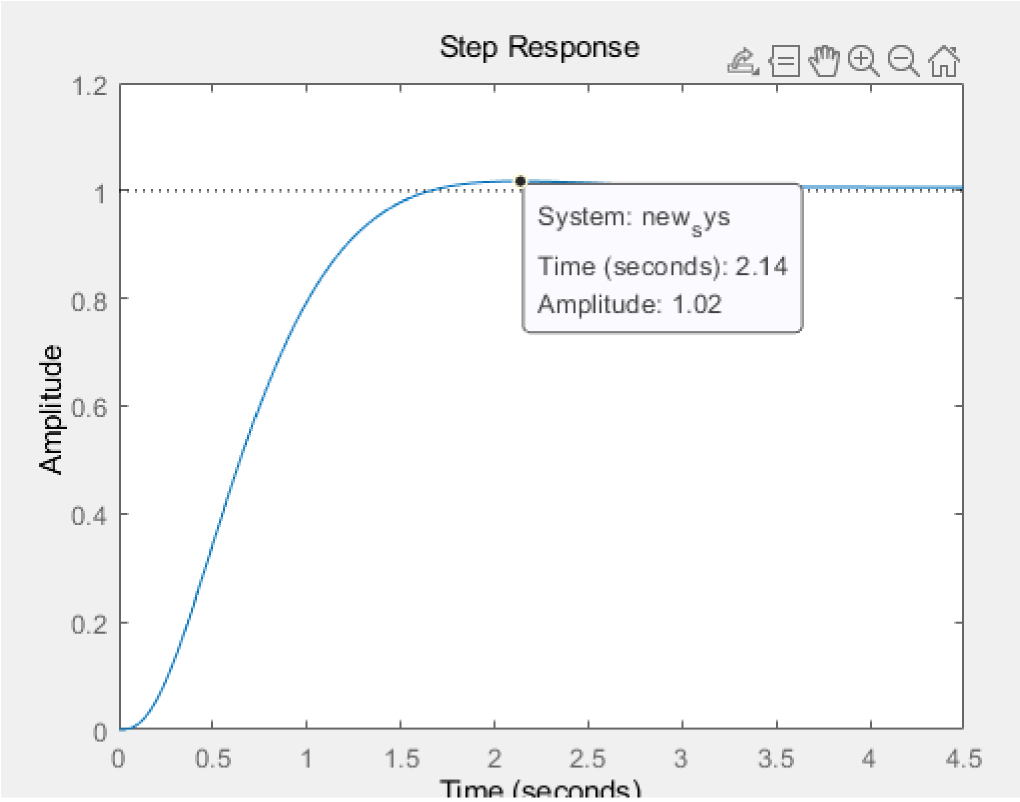
```
sys1=tf([10],conv([1,10,0],[1,5]));
sys2=tf(conv([1,0.01],[1,5.5]),conv([1,6.5],[1,0.0001]));
sys=series(sys1,sys2);
rlocus(sys)
```

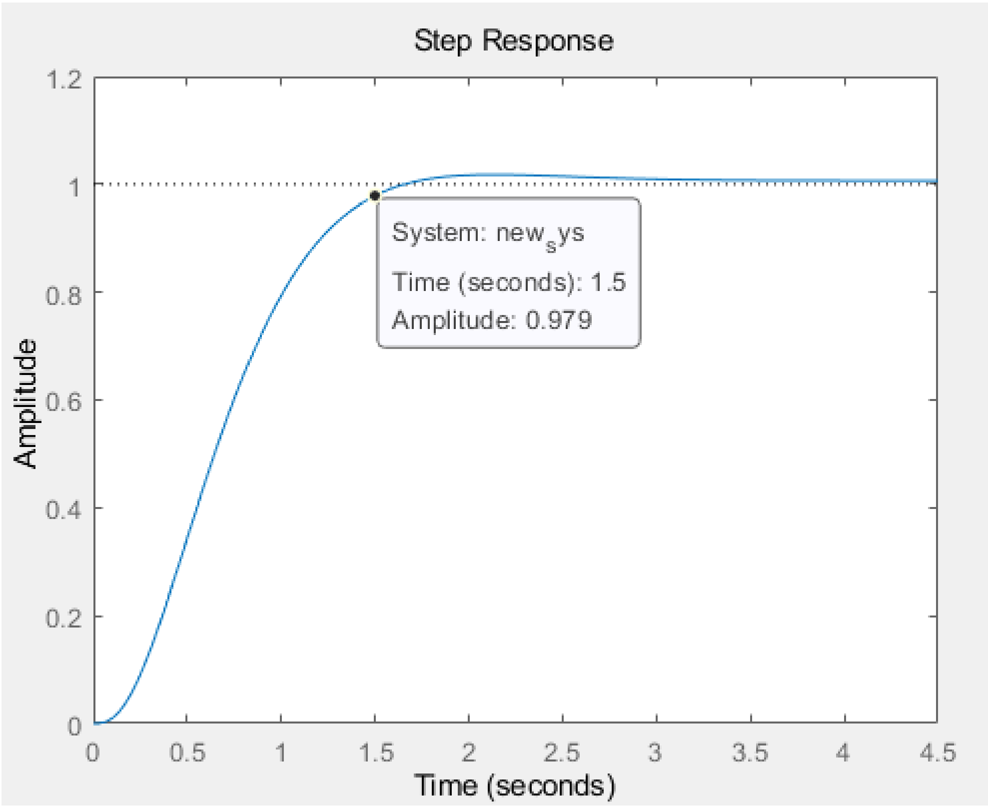


b）绘制根轨迹图，计算超调量、调节时间

如图所示，超调量为2%，调节时间为1.5s

```
K=8.58;
new_sys=series(sys1,sys2*K);
new_sys=feedback(new_sys,[1]);
figure
step(new_sys)
```

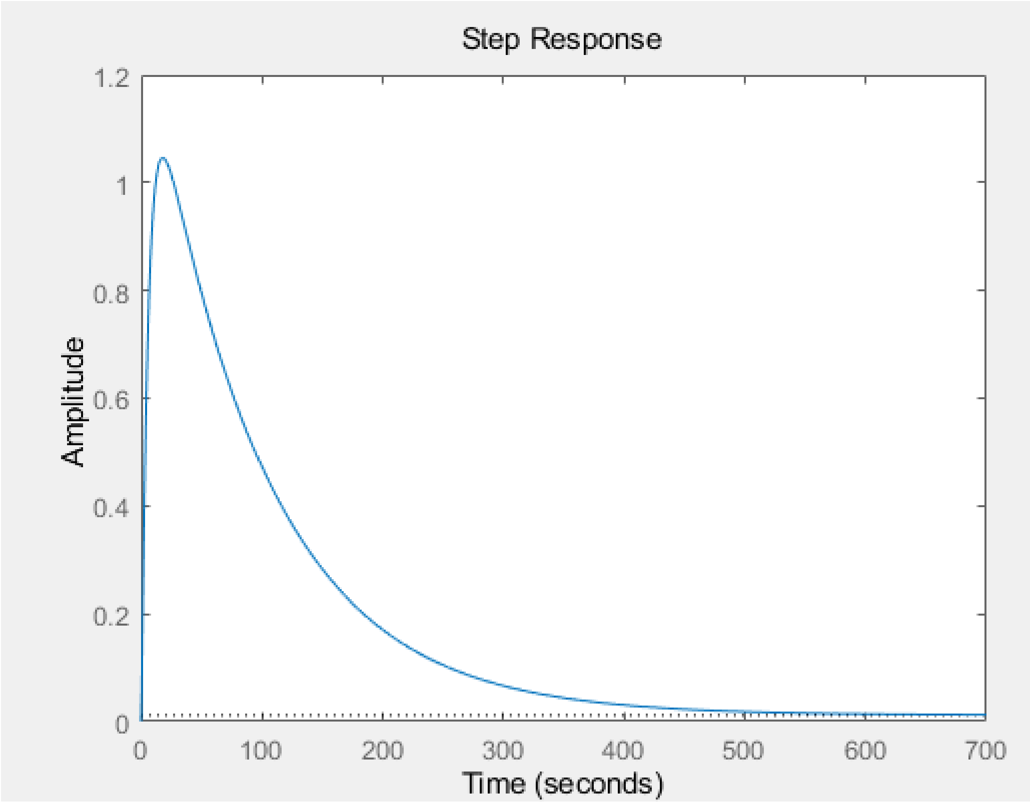




c）分析扰动

绘制扰动的单位阶跃响应曲线如图，可以发现扰动在刚开始迅速上升至最大值，随后缓慢下降趋向稳态误差0.

```
figure
systd=feedback(sys1,sys2);
step(systd)
```



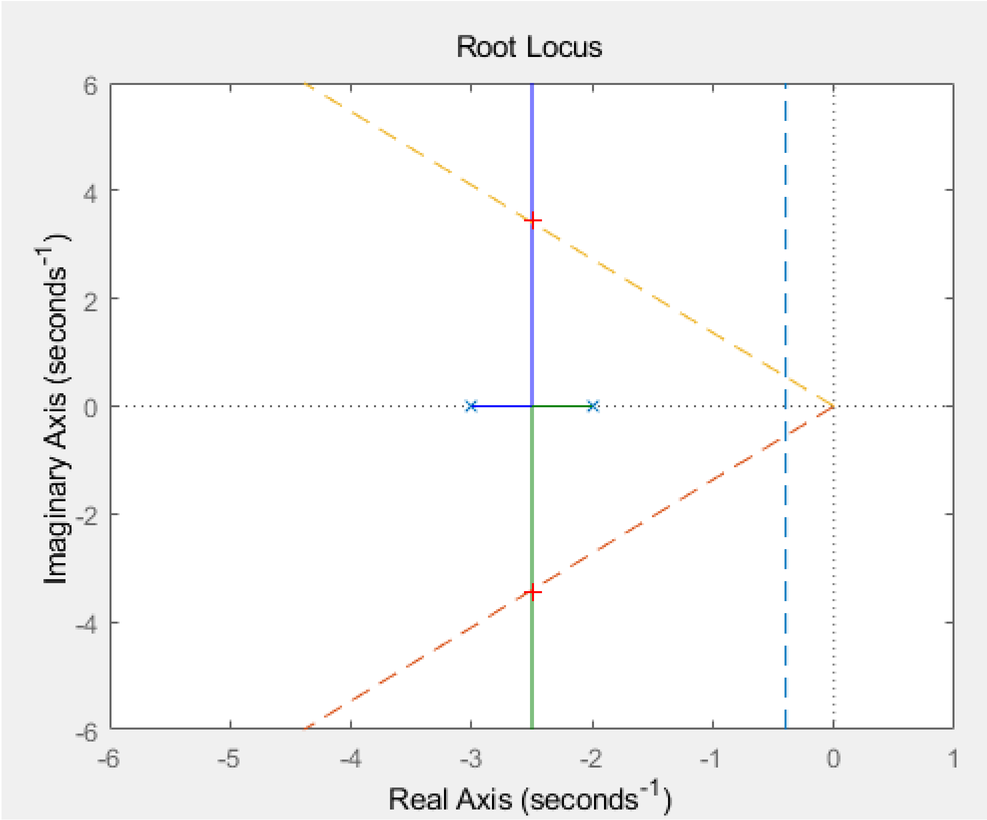
7.4

- 由$T_s \le 10$，可得$\frac{4}{w_n \xi} \le 10$。由超调量$P.O. \le 10$，可得$\exp(-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}) \le 10$。根据以上两条件可以解出在零极点平面上的限制为$-\sigma \le 0.4$以及$\beta \le 53.8^\circ$

a）比例控制器

系数K求得为：11.4301

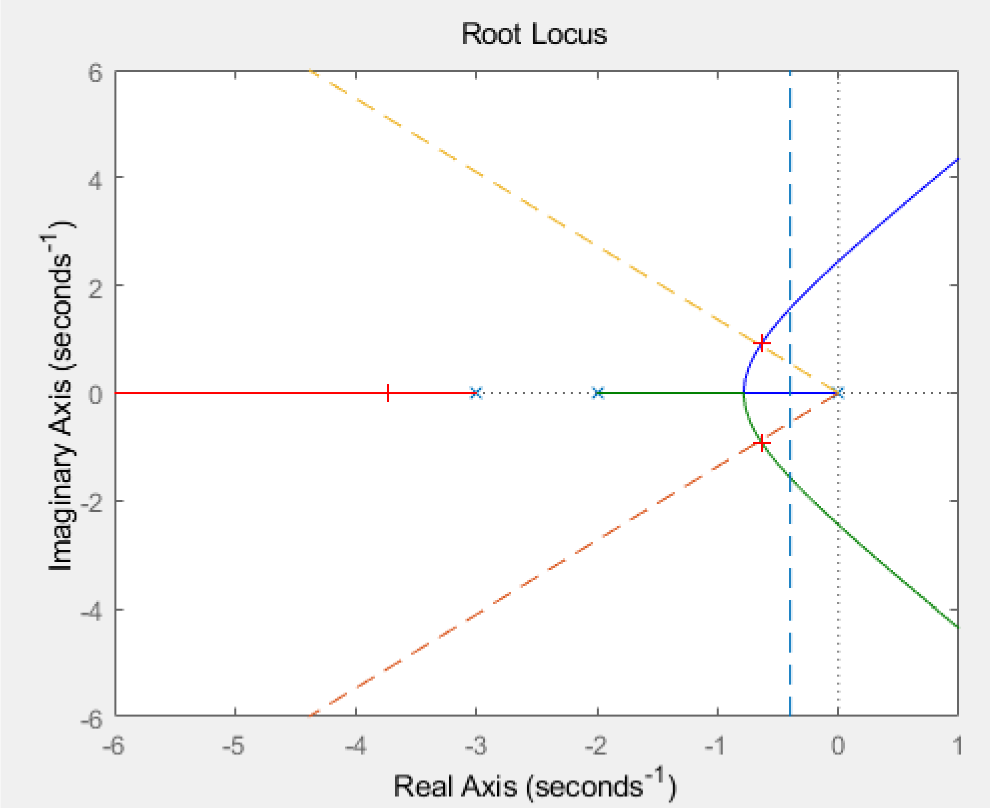
```
% 比例控制器
G1=tf([1],[1,5,6]);
rlocus(G1)
hold on
plot([-0.4,-0.4],[-100,100],'--',...
    [0,-10],[0,-10*tan(53.8*pi/180)],'--',...
    [0,-10],[0,10*tan(53.8*pi/180)],'--')
hold off
axis([-6,1,-6,6])
[k1,poles1]=rlocfind(G1)
```



b）积分控制器

系数K求得为：4.5127

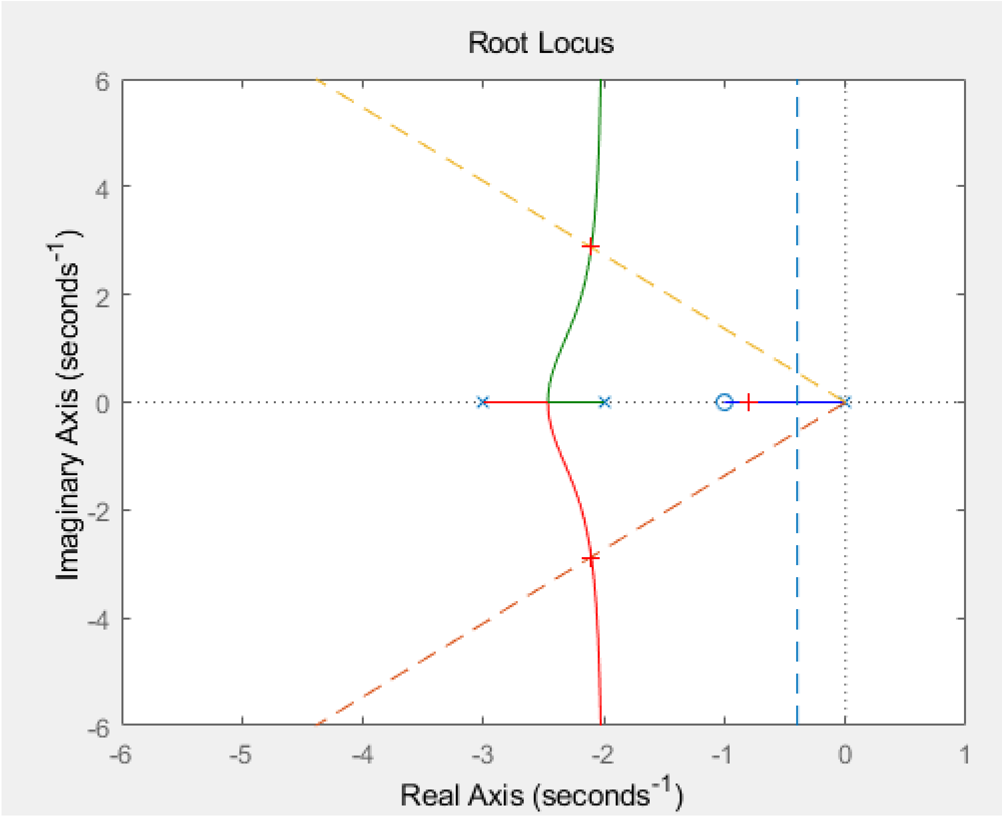
```
% 积分控制器
figure
G2=tf([1],[1,5,6,0]);
rlocus(G2)
hold on
plot([-0.4,-0.4],[-100,100],'--',...
    [0,-10],[0,-10*tan(53.8*pi/180)],'--',...
    [0,-10],[0,10*tan(53.8*pi/180)],'--')
hold off
axis([-6,1,-6,6])
[k2,poles2]=rlocfind(G2)
```



c）比例积分控制器

系数K求得为：9.7190

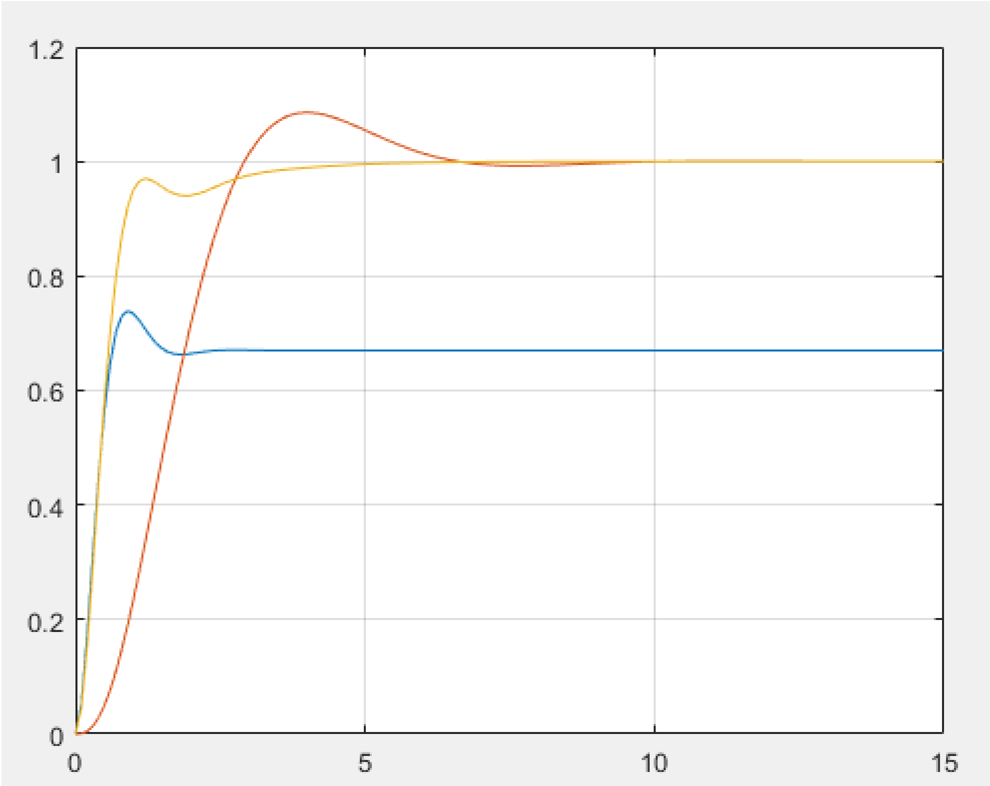
```
% 比例积分控制器
figure
G3=tf([1,1],[1,5,6,0]);
rlocus(G3)
hold on
plot([-0.4,-0.4],[-100,100],'--',...
    [0,-10],[0,-10*tan(53.8*pi/180)],'--',...
    [0,-10],[0,10*tan(53.8*pi/180)],'--')
hold off
axis([-6,1,-6,6])
[k3,poles3]=rlocfind(G3)
```



d）绘制单位阶跃响应曲线

比例控制器-蓝色，积分控制器-红色，比例积分控制器-黄色

```
%响应
figure
t=[0:0.1:15];
sys1=feedback(k1*G1,[1]);
sys2=feedback(k2*G2,[1]);
sys3=feedback(k3*G3,[1]);
y1=step(sys1,t);
y2=step(sys2,t);
y3=step(sys3,t);
plot(t,y1,t,y2,t,y3),grid
```



e）比较结果

采用比例控制器，响应快，但稳态误差大于0。

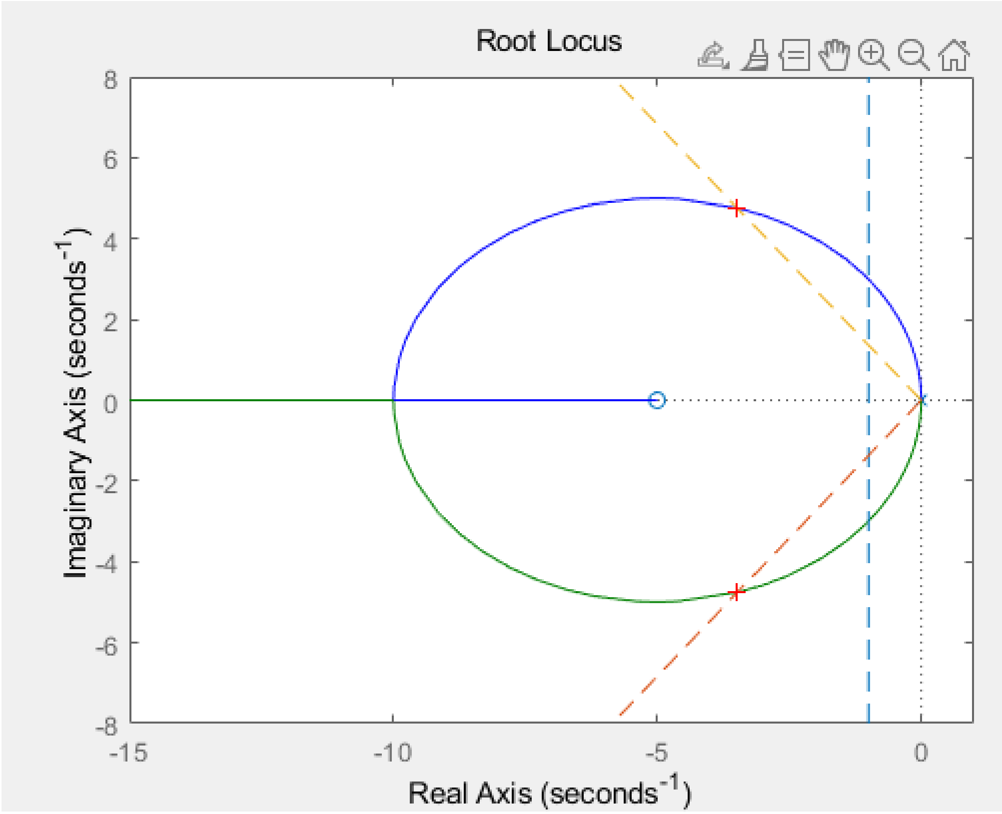
采用积分控制器，响应较慢且存在超调，稳态误差为0.

采用比例积分控制器，响应快且稳态误差为0。综合了上面两者的优点，好！

7.5

- 限制条件$T_s=\frac{4}{\omega_n\xi}\leq 4, P.O.=\exp(-\frac{\pi\xi}{\sqrt(1-\xi^2)})$，解得$-\sigma\leq 1,\beta\leq 53.8^\circ$
- 由$K_P/K_D=5$开环传递函数可以化为：$G(s)=\frac{K_D}{J}\frac{s+5}{s^2}$，可以看做关于$K_D/J$的
- 由绘图结果可得，$K_D/J\geq 6.9938$，$K_p/J\geq 35.0$时系统稳定

```
G=tf([1,5],[1,0,0]);
rlocus(G)
hold on
plot([-1,-1],[-100,100],'--',...
    [0,-10],[0,-10*tan(53.8*pi/180)],'--',...
    [0,-10],[0,10*tan(53.8*pi/180)],'--')
hold off
axis([-15,1,-8,8])
[k,poles]=rlocfind(G)
```

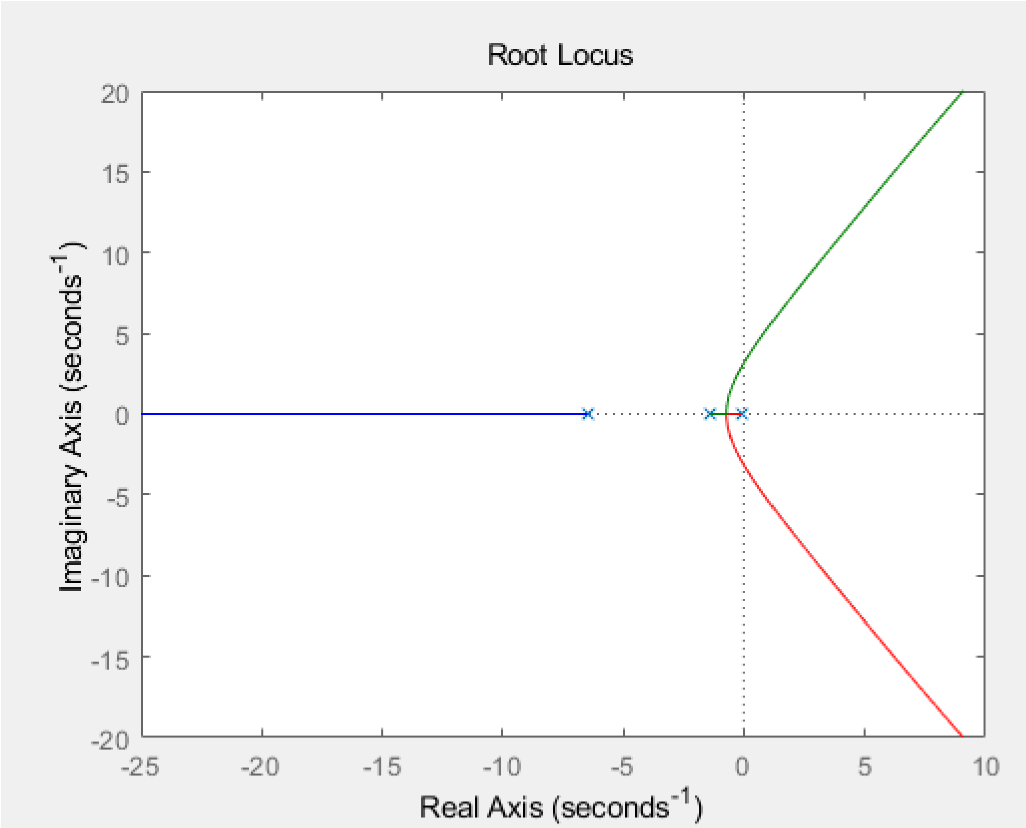



```
k =

    6.9938


poles =

  -3.4969 + 4.7687i
  -3.4969 - 4.7687i
```

7.6

- 当$\xi = 0.7.7$时，解得$K = 5.2$
- 根轨迹图绘制过程如下

```
G=tf([1],[1,8,10,1]);
rlocus(G)
```



Root Locus
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-25
-20
-15
-10
-5
0
5
10
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})